

PLANOWANIE CZASOOPTYMALNEJ TRAJEKTORII DLA POZYCYJNYCH SERWONAPĘDÓW PNEUMATYCZNYCH

Streszczenie: Niniejsza praca przedstawia algorytm planowania czasooptymalnej trajektorii dla pozycyjnych serwonapędów pneumatycznych z uwzględnieniem ograniczeń fizycznych obiektu sterowania. Zaprezentowana jest metoda implementacji algorytmu w systemie czasu rzeczywistego oraz przykładowy przebieg procesu pozycjonowania w układzie regulacji nadążnej.

Abstract: This paper presents an algorithm for time-optimal trajectory planning for pneumatic servodrives. The algorithm takes into account physical limitations of the controlled plant and results in a very good positioning process repeatability if used in a trajectory-following control system. A method of the algorithm's real-time implementation is also discussed.

1. POSTAWIENIE PROBLEMU, PODSTAWOWE POJĘCIA I ZAŁOŻENIA

Sterowane pozycyjnie serwonapędy pneumatyczne pracują najczęściej w trybie regulacji położeniowej przestawnej przy zapewnieniu minimum czasu regulacji oraz zerowej odchyłki i przeregulowania [1, 2]. Uzyskanie tego trybu pracy w nadążnych układach regulacji wymaga zaplanowania czasooptymalnej trajektorii (CT) ruchu tłoka, to znaczy wyznaczenia takich funkcji czasowych zadanego położenia, prędkości i przyspieszenia tłoka, których realizacja przez napęd jest fizycznie możliwa i prowadzi do spełnienia powyższych warunków [3, 4]. Temu właśnie zagadnieniu poświęcona jest niniejsza praca.

Dla uproszczenia rozważań i notacji w pracy zakłada się, że tłok siłownika porusza się w kierunku dodatnim, oraz że początkowe położenie tłoka wynosi zero.

Planowanie CT wymaga znajomości właściwości napędu oraz ich opisu w postaci dogodnej do późniejszego wykorzystania w algorytmie planowania CT, zwanym dalej w skrócie APCT.

W procesie pozycjonowania napędu wyróżnia się fazy przyspieszania oraz hamowania i napęd modeluje się inaczej w każdej z nich. W fazie przyspieszania model napędu opisujący zależność położenia tłoka od sygnału sterującego dany jest transmitancją:

$$G_y(s) = \frac{K(b-a)}{s(s-a)(s-b)} \quad (1)$$

Fazę hamowania idealnego procesu pozycjonowania dzieli się na dwa etapy. W pierwszym przyspieszenie maleje z wartości (dodatniej) w chwili rozpoczęcia hamowania do wartości

minimalnej (ujemnej). W drugim przyspieszenie narasta do wartości zero w chwili zakończenia ruchu. Doświadczenia ze sterowaniem otwartym pneumatycznych napędów siłownikowych pozwalają stwierdzić, że w optymalnych cyklach pozycjonowania w każdym z etapów fazy hamowania przyspieszenie może być z dużą dokładnością przybliżone liniową funkcją czasu, a więc fragmentem prostej, tak jak widać to na rys. 1. Dla potrzeb APCT wyznacza się ekstremalne nachylenia tych prostych (tzn. ich współczynniki kierunkowe) p_{min} i r_{max} dla, odpowiednio, pierwszego i drugiego etapu fazy hamowania. Ponadto wyznacza się minimalną wartość c_{gmin} przyspieszenia w tej fazie ruchu. Należy zwrócić uwagę na fakt, że p_{min} , c_{gmin} oraz r_{max} są parametrami opisującymi maksymalną zmienność przyspieszenia w czasie realizowalną przez napęd, a więc opisują ograniczenia, jakie właściwości napędu nakładają na APCT. Parametry te stanowią model napędu w fazie hamowania.

2. IDENTYFIKACJA NAPĘDU

Zadaniem eksperymentu identyfikacji jest wyznaczenie wartości parametrów modeli fazy przyspieszania i hamowania. Eksperyment musi być zaplanowany w taki sposób, aby wyznaczone parametry odpowiadały granicznym właściwościom napędu, tak aby mieć pewność, że trajektoria wyznaczona przez APCT jest fizycznie realizowalna. Proponuje się więc eksperyment identyfikacji przebiegający wg następującego schematu:

1. ustawienie tłoka w pozycji krańcowej,
2. wysterowanie rozdzielacza proporcjonalnego maksymalnym sygnałem w celu wywołania najszybszego możliwego ruchu tłoka w kierunku przeciwnego krańca cylindra. W ten sposób obserwuje się odpowiedź napędu na wymuszenie skokowe o największej fizycznie realizowalnej w układzie amplitudzie i na tej podstawie wyznacza się wartości parametrów modelu (1) fazy przyspieszania.
3. wysterowanie rozdzielacza proporcjonalnego, gdy tłok znajdzie się w środku cylindra, maksymalnym sygnałem o polaryzacji przeciwnej niż w punkcie 2 w celu rozpoczęcia fazy hamowania i zaobserwowania najszybszego możliwego procesu hamowania napędu. Wysterowanie rozdzielacza pozostaje bez zmian tak długo, jak długo przyspieszenie tłoka maleje. W tej fazie eksperymentu wyznacza się wartości parametrów c_{gmin} oraz p_{min} . Jeżeli faza hamowania rozpoczyna się w chwili t_i , gdy tłok porusza się z przyspieszeniem c_i , zaś minimalna wartość przyspieszenia c_{gmin} osiągnięta zostaje w chwili t_{gm} , to wartość p_{min} wyznacza się

$$p_{min} = (c_{gmin} - c_i) / (t_{gm} - t_i). \quad (2)$$

4. w momencie osiągnięcia przez napęd minimum przyspieszenia rozdzielacz wysterowuje się ponownie maksymalnym sygnałem o polaryzacji takiej jak w punkcie 2 w celu zaobserwowania najszybszego możliwego procesu narastania przyspieszenia z wartości minimalnej do zera. W ten sposób można wyznaczyć wartość parametru

$$r_{max} = -c_{gmin} / (t_f - t_{gm}), \quad (3)$$

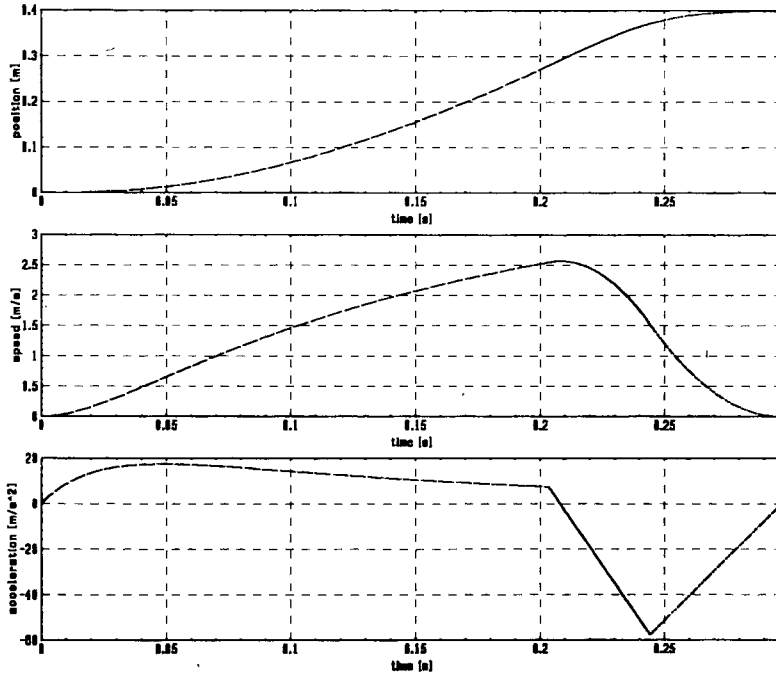
gdzie t_f jest tą chwilą czasu, w której przyspieszenie osiąga wartość zero.

5. bezpośrednie doprowadzenie tłoka siłownika do wybranej pozycji końcowej.

3. ALGORYTM PLANOWANIA CZASOPTYMALNEJ TRAJEKTORII - APCT

Koncepcja APCT wywodzi się z obserwacji trajektorii ruchu tłoka napędu pneumatycznego w optymalnych procesach pozycjonowania i zadaniem APCT jest wygenerowanie trajektorii możliwie dokładnie naśladującej tę optymalną. Z tego powodu w trajektorii wygenerowanej przez APCT, której przykład przedstawia rys. 1, można wyróżnić fazę przyspieszania oraz fazę hamowania, która dzieli się na dwa etapy. W fazie przyspieszania trajektoria dana jest przez

odpowieź skokową modelu (1) i jej pochodne. Planowanie trajektorii w fazie hamowania polega na wyznaczeniu nachyleń p i r prostych określających zmienność przyspieszenia w, odpowiednio, pierwszym i drugim jej etapie. Znając wartości parametrów p i r , zwanych dalej parametrami fazy hamowania, można następnie scałkować odpowiadającą im funkcję przyspieszenia i uzyskać funkcje czasu będące sygnałami zadanymi prędkości i położenia tłoka.



Rys. 1: Przykładowa trajektoria wygenerowana przez APCT

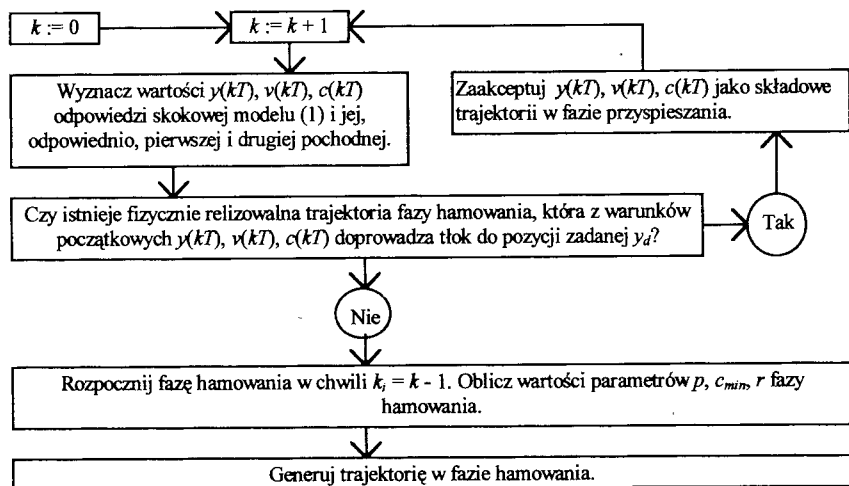
Zadania stojące przed APCT są więc następujące:

1. Generacja trajektorii w fazie przyspieszania.
2. Określenie chwili rozpoczęcia fazy hamowania.
3. Wyznaczenie wartości parametrów p i r fazy hamowania.
4. Generacja trajektorii w fazie hamowania.

W celu zilustrowania wzajemnych zależności między poszczególnymi zadaniami wygodnie jest posłużyć się schematem blokowym.

3.1. Schemat blokowy APCT

Współczesne układy regulacji siłownikowych napędów pneumatycznych są układami dyskretnymi i APCT jest przeznaczony do pracy w takich układach. Oznaczając chwile czasu dyskretnego przez k , zaś okres impulsowania w układzie przez T , schemat blokowy działania APCT można przedstawić jak na rys. 2.



Rys. 2: Schemat blokowy APCT

Najprostsze zadania APCT to generacja trajektorii w fazach przyspieszenia oraz hamowania, których sposób realizacji zostanie opisany w pierwszej kolejności. Później przedstawione zostaną rozwiązania problemów wykrycia właściwej chwili do rozpoczęcia fazy hamowania oraz obliczenia wartości parametrów tej fazy.

3.2. Generacja trajektorii w fazie przyspieszania

W fazie przyspieszania trajektoria dana jest odpowiedzią skokową modelu (1) oraz jej pierwszą i drugą pochodną, które można wyznaczyć jako, odpowiednio, $v(t) = L^{-1}[G_v(s)/s]$ i $c(t) = L^{-1}[G_c(s)/s]$, gdzie:

$$G_v(s) = sG_y(s) = \frac{K(b-a)}{(s-a)(s-b)} \quad (4)$$

$$G_c(s) = ssG_y(s) = \frac{K(b-a)s}{(s-a)(s-b)} \quad (5)$$

W APCT wykorzystuje się dyskretną formę modelu (1, 4, 5)

$$G_y(z) = \frac{K}{a^2b^2} \frac{A_1z^{-1} + A_2z^{-2} + A_3z^{-3}}{1 - (1 + e^{-aT} + e^{-bT})z^{-1} + (e^{-(a+b)T} + e^{-aT} + e^{-bT})z^{-2} - e^{-(a+b)T}z^{-3}}, \quad (6)$$

gdzie

$$A_1 = a^2(1 - e^{-bT}) - b^2(1 - e^{-aT}) + ab(b-a)T, \quad (7)$$

$$A_2 = (a^2 - b^2) \left[e^{-(a+b)T} - 1 \right] + (a^2 + b^2) \left[e^{-bT} - e^{-aT} \right] - ab(b-a)T(e^{-aT} + e^{-bT}), \quad (8)$$

$$A_3 = [ab(b-a)T + b^2 - a^2] e^{-(a+b)T} + a^2 e^{-aT} - b^2 e^{-bT}, \quad (9)$$

$$G_v(z) = \frac{K \left[b(1 - e^{-aT}) - a(1 - e^{-bT}) \right] z^{-1} + \left[(b-a)e^{-(a+b)T} + ae^{-aT} - be^{-bT} \right] z^{-2}}{ab \left[1 - (e^{-aT} + e^{-bT})z^{-1} + e^{-(a+b)T}z^{-2} \right]}, \quad (10)$$

$$G_c(z) = K(e^{-aT} - e^{-bT}) \frac{z^{-1} - z^{-2}}{1 - (e^{-aT} + e^{-bT})z^{-1} + e^{-(a+b)T}z^{-2}}. \quad (11)$$

3.3. Generacja trajektorii w fazie hamowania

Oznaczmy początkowy moment fazy hamowania przez t_i , oraz chwilę w której sygnał przyspieszenia ma minimalną wartość przez t_m . Niech indeks r oznacza sygnał zadany, a więc generowany przez APCT. Załóżymy, że parametry p i r fazy hamowania są znane, trajektoria w pierwszym etapie tej fazy, dla $t \in \langle t_i, t_m \rangle$, dana jest równaniami

$$y_r(t) = y_i + v_i(t - t_i) + \frac{c_i(t - t_i)^2}{2} + \frac{p(t - t_i)^3}{6}, \quad (12)$$

$$v_r(t) = v_i + c_i(t - t_i) + \frac{p(t - t_i)^2}{2}, \quad (13)$$

$$c_r(t) = c_i + p(t - t_i), \quad (14)$$

gdzie

$$y_i = y_r(t_i^-), \quad v_i = v_r(t_i^-), \quad c_i = c_r(t_i^-),$$

zaś w etapie drugim, dla $t \in \langle t_m, t_f \rangle$, równaniami:

$$y_r(t) = y_m + v_m(t - t_m) - \frac{r\Delta t(t - t_m)^2}{2} + \frac{r(t - t_m)^3}{6}, \quad (15)$$

$$v_r(t) = v_m - r\Delta t(t - t_m) + \frac{r(t - t_m)^2}{2}, \quad (16)$$

$$c_r(t) = r(t - t_f), \quad (17)$$

gdzie

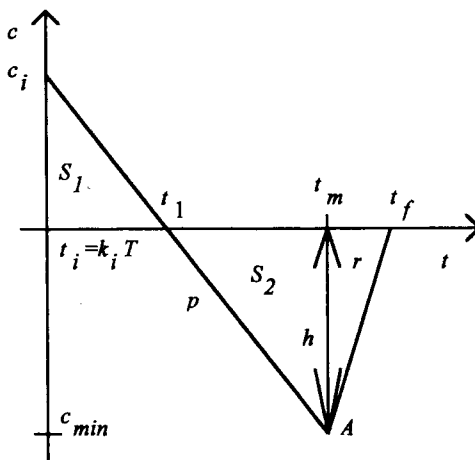
$$y_m = y_r(t_m^-), \quad v_m = v_r(t_m^-), \quad \Delta t = t_f - t_m.$$

3.4. Wyznaczenie chwili rozpoczęcia fazy hamowania

Zgodnie z algorytmem z rys. 2 wyznaczenie chwili rozpoczęcia fazy hamowania zasadza się na stwierdzeniu, czy dla określonych warunków początkowych położenia y_i , prędkości v_i oraz przyspieszenia c_i tłoka istnieje fizycznie realizowalna trajektoria zatrzymująca tłok w pozycji zadanej y_d . Trajektoria taka istnieje tylko wtedy, gdy istnieją takie parametry p i r fazy hamowania, których wartości dobrane są tak, że spełnione są jednocześnie poniższe warunki:

- $p \geq p_{min}$, $r \leq r_{max}$;
- minimalne przyspieszenie w fazie hamowania jest nie mniejsze niż c_{gmin} ;
- na końcu fazy hamowania tłok osiąga położenie zadane y_d .

W dalszej dyskusji przydatny jest rys. 3 przedstawiający przykładowy sygnał zadany przyspieszenia w fazie hamowania wygenerowany przez APCT.



Rys. 3: Sygnał zadany przyspieszenia w fazie hamowania wygenerowany przez APCT

Na rysunku tym widoczne są dwa trójkąty. Trójkąt (c_i, t_1, t_i) , którego powierzchnia jest oznaczona przez S_1 oraz trójkąt (t_1, t_f, A) , o powierzchni S_2 i wysokości $h = -c_{min}$. Punkt A ma współrzędne (t_m, c_{min}) . Trójkąt (t_1, t_f, A) nazywać będziemy trójkątem hamowania. Zauważmy, że w przedziale czasowym $\langle t_i, t_1 \rangle$ sygnał zadany przyspieszenia jest nieujemny, podczas gdy w przedziale $\langle t_1, t_f \rangle$ sygnał przyspieszenia ma wartość niedodatnią. Oznacza to, iż prędkość zadana jest rosnącą funkcją czasu aż do chwili t_1 . Dopiero w przedziale $\langle t_1, t_f \rangle$ prędkość zadana staje się malejącą funkcją czasu. Tłok może więc zostać zatrzymany w chwili t_f wtedy i tylko wtedy, gdy spełniona jest równość

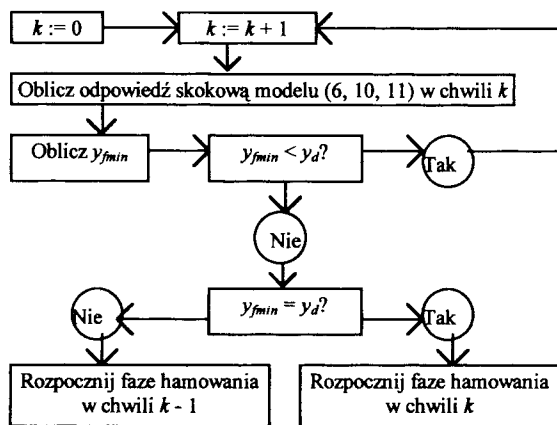
$$0 = v_i + S_1 - S_2. \quad (18)$$

Wynika to stąd, że S_1 jest równe przyrostowi prędkości w przedziale (t_i, t_1) , podczas gdy S_2 jest równe spadkowi prędkości w przedziale (t_1, t_f) . Wobec tego $v(t_1) = v_i + S_1$. Tłok zostaje zatrzymany w chwili t_f wtedy i tylko wtedy, gdy $v(t_f) = 0$ oraz $c(t_f) = 0$ i równości te są spełnione równocześnie tylko dla $S_2 = v(t_1)$, gdyż prędkość maleje jedynie w przedziale (t_1, t_f) i maleje dokładnie o S_2 .

Zauważmy, że jeżeli istnieje fizycznie realizowalna trajektoria dla fazy hamowania prowadząca do zatrzymania tłoka w pozycji y_f z warunków początkowych y_i, v_i, c_i to dla tych samych warunków początkowych istnieje fizycznie realizowalna trajektoria fazy hamowania prowadząca do zatrzymania tłoka w dowolnym położeniu y_f , takim że $y_f \geq y_{f1}$.

Spostrzeżenie to pozwala na następujące rozumowanie. Załóżmy, że jesteśmy w stanie wskazać taką fizycznie realizowalną trajektorię fazy hamowania, która dla określonych warunków początkowych doprowadzi do zatrzymania tłoka na najkrótszej możliwej drodze, tak aby tłok spoczął w pozycji $y_{fmin} = min$. Taką trajektorię nazwiemy trajektorią minimalnego przemieszczenia. Jeżeli dla określonych warunków początkowych w chwili k trajektoria minimalnego przemieszczenia powoduje zatrzymanie tłoka w pozycji $y_f \leq y_d$, to dla

tych warunków początkowych istnieje również trajektoria hamowania zatrzymująca tłok w pozycji y_d . W trajektorii czasooptymalnej faza przyspieszania jest najdłuższa z możliwych i w celu odnalezienia właściwej chwili rozpoczęcia fazy hamowania należy więc zbadać możliwość zatrzymania tłoka w pozycji zadanej z warunków początkowych w chwili $k+1$. Dla pewnej chwili $k_{O_jeden_krok_za_daleko}$ warunki początkowe będą takie, że trajektoria minimalnego przemieszczenia zatrzyma tłok w pozycji $y_f > y_d$ i wobec tego fazę hamowania należy rozpocząć w chwili poprzedniej $k_i = k_{O_jeden_krok_za_daleko} - 1$. Ten algorytm detekcji chwili początkowej fazy hamowania jest formalnie przedstawiony na rys. 4.



Rys. 4: Algorytm detekcji początkowej chwili fazy hamowania

Pozostało nam jedynie wskazanie metody wyznaczenia parametrów trajektorii minimalnego przesunięcia.

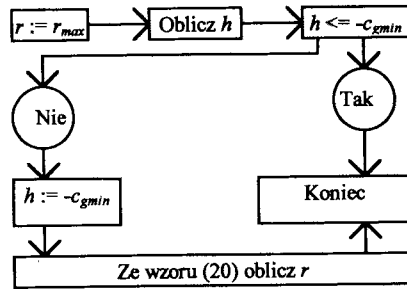
Łatwo zauważyć, iż dla dowolnych warunków początkowych parametr p trajektorii minimalnego przesunięcia jest równy $p = p_{min}$.

Wartość parametru r oblicza się według algorytmu przedstawionego na rys. 5. Obliczenia w kolejnych krokach algorytmu wykonuje się na podstawie zależności

$$h = \sqrt{\frac{(2pv_i - c_i^2)r}{p - r}}, \quad (19)$$

$$r = \frac{ph^2}{2pv_i - c_i^2 + h^2}, \quad (20)$$

które można otrzymać po odpowiednich przekształceniach zależności (18). Kluczowe dla zrozumienia tego, jak i kolejnych algorytmów obliczeniowych stosowanych w APCT, jest spostrzeżenie, że przy ustalonej wartości parametru p oraz ustalonej wysokości trójkąta hamowania h równość (18) jest spełniona dla jednej wartości parametru r , obliczanej z zależności (20).



Rys. 5: Algorytm wyznaczania wartości parametru r trajektorii minimalnego przesunięcia

Dla znanych warunków początkowych oraz p , h i r wartość y_{fmin} oblicza się

$$y_{fmin} = y_m + \frac{r}{6} \Delta t^3, \quad (21)$$

gdzie

$$\Delta t = \frac{-c_{min}}{r}, \quad (22)$$

$$y_m = y_i + v_i(t_m - t_i) + \frac{c_i(t_m - t_i)^2}{2} + \frac{p(t_m - t_i)^3}{6}, \quad (23)$$

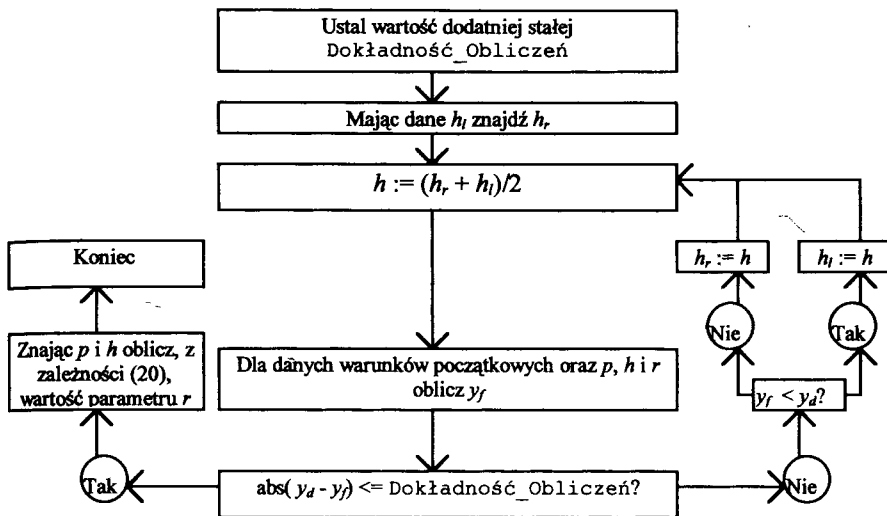
$$t_m = t_i + \frac{c_i - c_{min}}{-p}, \quad (24)$$

$$c_{min} = -h. \quad (25)$$

3.6. Wyznaczenie wartości parametrów fazy hamowania

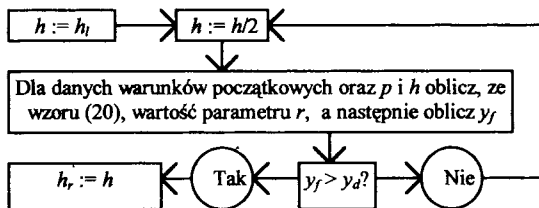
Po wyznaczeniu początkowej chwili fazy hamowania należy wyznaczyć takie parametry tej fazy, które pozwalają na zatrzymanie tłka w pozycji zadanej y_d . Ponieważ planowana trajektoria ma być czasooptymalna, więc parametr p tej trajektorii jest równy $p = p_{min}$.

W momencie wyznaczania wartości parametrów p i r znane są parametry trajektorii minimalnego przemieszczenia. Niech h_l oznacza wysokość trójkąta hamowania dla tej trajektorii. Niech ponadto h_r oznacza wysokość trójkąta hamowania takiej trajektorii, której realizacja zatrzymuje tłok w pozycji $y_r > y_d$. Poszukiwaną wartość parametru r wyznacza się zgodnie z algorytmem przedstawionym na rys. 6. W algorytmie tym przeszukuje się przedział (h_r, h_l) wartości wysokości trójkąta hamowania w celu znalezienia takiej jej wartości h , która gwarantuje zatrzymanie tłka w pozycji y_r różniącej się od zadanej y_d o dowolnie małą wartość. Dokładność obliczeń ustalana na początku algorytmu.



Rys. 6: Algorytm wyznaczania wartości parametru r fazy hamowania

Wartość h_r wyznacza się zgodnie z algorytmem przedstawionym na rys. 7.



Rys. 7: Algorytm wyznaczania wartości h

Zarówno w algorytmie wyznaczania wartości parametru r jak i wartości h , położenie końcowe tłoka y_f oblicza się z zależności

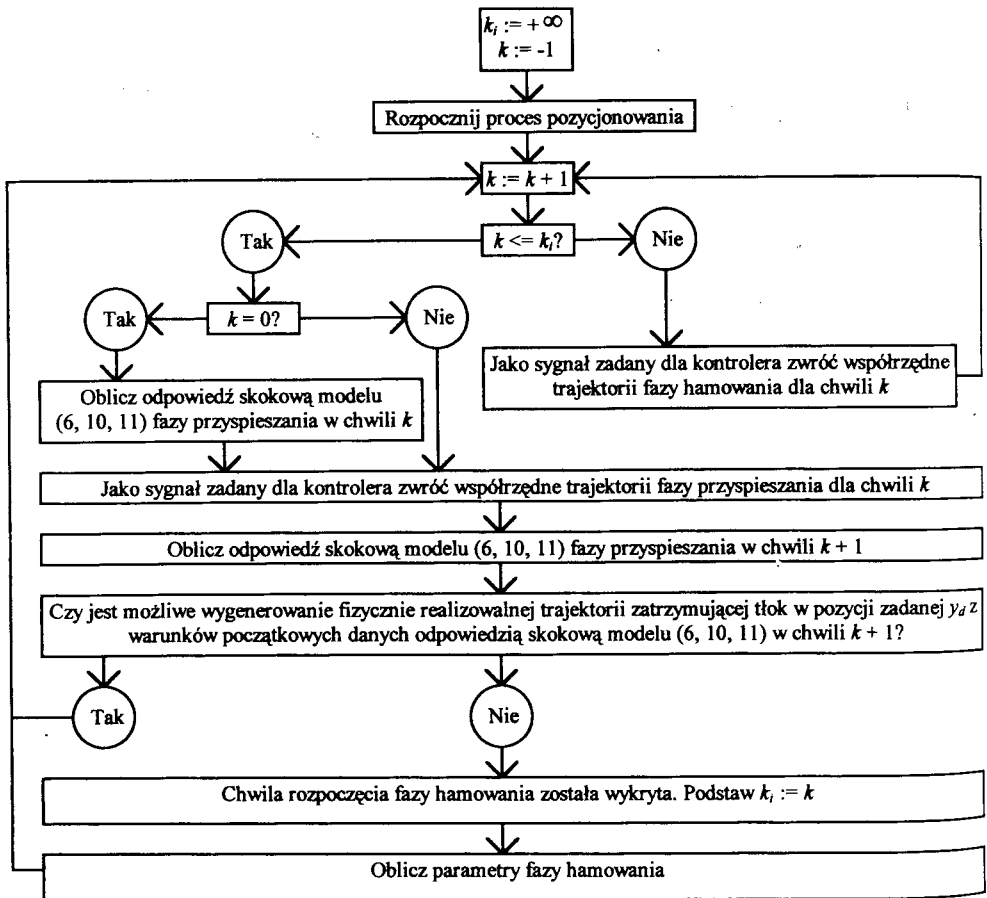
$$y_f = y_m + \frac{r}{6} \Delta t^3 \quad (26)$$

w której y_m oraz Δt obliczane są tak jak w zależności (21).

4. IMPLEMENTACJA APCT W SYSTEMIE CZASU RZECZYWISTEGO

Generacja czasooptymalnej trajektorii może odbywać się w czasie rzeczywistym, a więc w trakcie procesu pozycjonowania tłoka napędu pneumatycznego. Schemat blokowy z rys. 8 przedstawia sposób realizacji zadań APCT w czasie rzeczywistym. W proponowanej metodzie implementacji algorytmu model fazy przyspieszania jest wykorzystywany zarówno do generacji trajektorii w fazie przyspieszania, jak i do predykcji stanu obiektu o jeden krok naprzód. W ten sposób możliwe jest wykrycie początkowej chwili fazy hamowania na jeden krok czasu dyskretnego przed rozpoczęciem tej fazy. Oznacza to, iż obliczenie wartości parametrów fazy hamowania musi odbyć się w czasie krótszym niż okres impulsowania, gdyż chwila czasu dyskretnego następująca bezpośrednio po wykryciu właściwego momentu rozpoczęcia fazy

hamowania należy już do tej fazy. W układach regulacji ze sterownikami o małej mocy obliczeniowej wyznaczenie parametrów fazy hamowania w tak krótkim czasie może nie być możliwe i wtedy należy stosować inne metody implementacji algorytmu, na przykład takie, w których trajektoria generowana jest *off-line*.



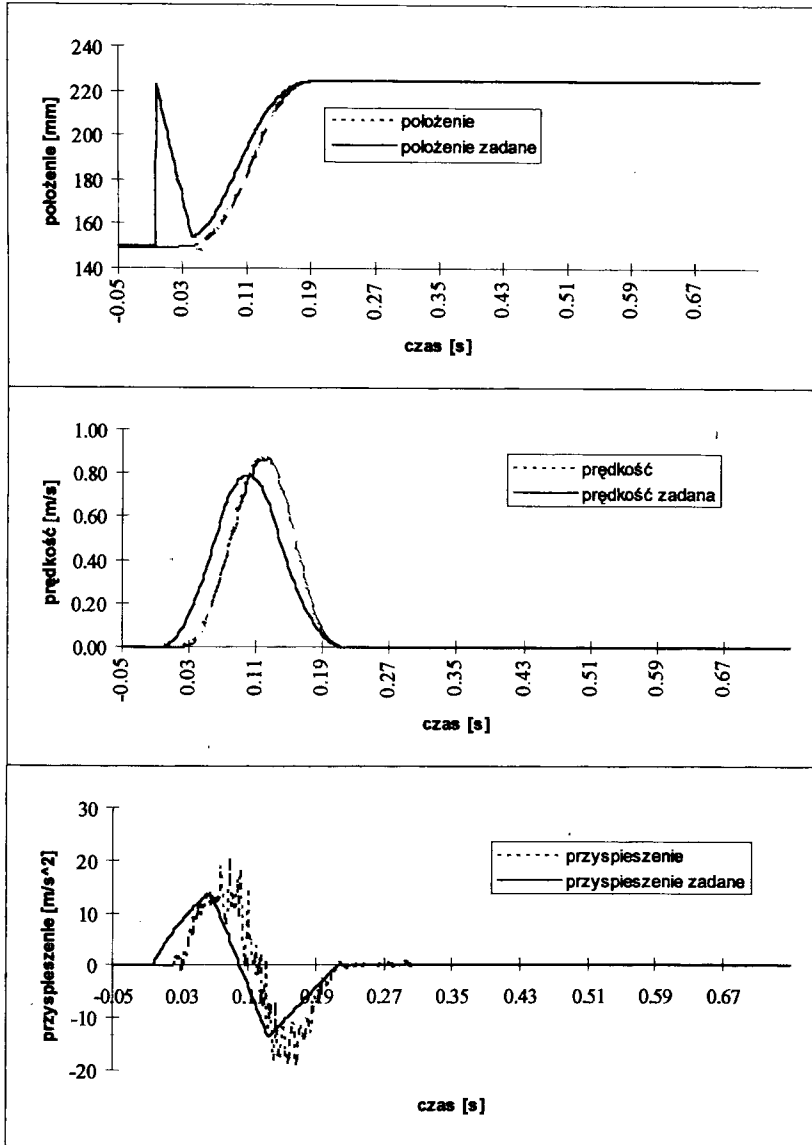
Rys. 8: Realizacja zadań APCT w czasie rzeczywistym

5. WNIOSKI

Zastosowanie APCT w nadążnych układach regulacji pozwala na spełnienie wymagań regulacji położeniowej. Dodatkową i bardzo ważną z praktycznego punktu widzenia zaletą APCT jest to, iż zastosowanie go w układach nadążnych prowadzi do bardzo dobrej powtarzalności procesu pozycjonowania, co dotychczas nie było satysfakcjonującym rozwiązaniem problemem.

Przykładowy przebieg procesu pozycjonowania w układzie wykorzystującym algorytm przedstawia rys. 9. Przesunięcie fazowe między trajektorią zadaną i rzeczywistą widoczne na tym rysunku można wyeliminować poprzez uwzględnienie opóźnienia obiektu, na przykład na drodze maksymalnego wysterowania rozdzielacza proporcjonalnego w chwili uaktywnienia

procesu pozycjonowania i uruchomienia generatora trajektorii dopiero w momencie wykrycia faktycznego rozpoczęcia ruchu przez tłok.



Rys. 9: Przykładowy przebieg procesu pozycjonowania w nadążnym układzie regulacji wykorzystującym APCT. Specjalny kształt krzywej sygnału zadanego położenia ma za zadanie wymusić maksymalne wysterowanie zaworu na początku fazy przyspieszania

LITERATURA

- [1] Olszewski M.: *Serwomechanizmy elektropneumatyczne - rozwój i stan dziedziny*; Przegląd Mechaniczny, 49 (1990), nr 23, 5-13.
- [2] Olszewski M., Janiszowski K.: *Problematyka sterowania pozycyjnego pneumatycznymi napędami siłownikowymi*; XII Kraj. Konf. Automatyki, Gdynia 1994, 36-49.
- [3] Olszewski M.: *Badanie i rozwój sterowania pozycyjnego napędów pneumatycznych*; Przegląd Mechaniczny, 55 (1996), nr 17-18, 7-14.
- [4] Janiszowski K., Olszewski M.: *Pozycjonowanie nadążne w pneumatycznych układach napędowych*; II Semin. Nauk. „Napędy i Sterowanie Maszyn”, Gdańsk 1996, 126-136.

WYKAZ OZNACZEŃ

- a - parametr modelu fazy przyspieszania [s^{-1}]
 b - parametr modelu fazy przyspieszania [s^{-1}]
 c - przyspieszenie tłoka [m/s^2]
 c_{gmin} - parametr modelu fazy hamowania równy minimalnej dopuszczalnej wartości przyspieszenia tłoka w tej fazie [m/s^2]
 c_i - (zadane) przyspieszenie tłoka na początku fazy hamowania [m/s^2]
 c_{min} - parametr fazy hamowania równy minimalnej wartości przyspieszenia w tej fazie [m/s^2]
 c_r - zadane przyspieszenie tłoka [m/s^2]
 h - wysokość trójkąta hamowania [m/s^2]
 K - parametr modelu fazy przyspieszania [m/s^2]
 k - czas dyskretny [-]
 k_i - chwila czasu dyskretnego, w której rozpoczyna się faza hamowania [-]
 L - operator przekształcenia Laplace'a
 p - parametr fazy hamowania równy nachyleniu prostej wyznaczającej zmienność przyspieszenia w pierwszym etapie fazy hamowania [m/s^3]
 p_{min} - parametr modelu fazy hamowania równy minimalnemu dopuszczalnemu nachyleniu prostej wyznaczającej zmienność przyspieszenia w pierwszym etapie fazy hamowania [m/s^3]
 r - parametr fazy hamowania równy nachyleniu prostej wyznaczającej zmienność przyspieszenia w drugim etapie fazy hamowania [m/s^3]
 r_{max} - parametr modelu fazy hamowania równy maksymalnemu dopuszczalnemu nachyleniu prostej wyznaczającej zmienność przyspieszenia w drugim etapie fazy hamowania [m/s^3]
 t_i - początkowa chwila fazy hamowania [s]
 t_f - chwila zakończenia fazy hamowania [s]
 t_m - chwila, w której wartość przyspieszenia w fazie hamowania jest minimalna [s]
 v - szybkość tłoka [m/s]
 v_i - (zadana) szybkość tłoka w chwili rozpoczęcia fazy hamowania [m/s]
 v_m - prędkość zadana tłoka w chwili t_m [m/s]
 v_r - prędkość zadana tłoka [m/s]
 y - położenie tłoka [m]
 y_d - zadane położenie tłoka [m]
 y_f - położenie końcowe tłoka [m]
 y_i - (zadane) położenie tłoka na początku fazy hamowania [m]
 y_m - zadane położenie tłoka w chwili t_m [m]
 y_r - zadane położenie tłoka [m]