

prof.P.P. dr hab. inż. Krzysztof Kozłowski , mgr inż. Sławomir Ignasiak
Politechnika Poznańska
Katedra Automatyki , Robotyki i Informatyki
ul.Piotrowo 3a , 60-965 Poznań
e-mail kk@ar-kari.put.poznan.pl
si@ar-kari.put.poznan.pl

ALGORYTM STEROWANIA ADAPTACYJNEGO DLA MANIPULATORA O JEDNYM STOPNIU SWOBODY Z PRZEKŁADNIĄ

Streszczenie : Artykuł ten rozszerza algorytm sterowania dla manipulatora o n-stopniach swobody z elastycznością w łączach zaprezentowanego przez Lorie i Ortegę [6] przez wprowadzenie modelu adaptacyjnego uwzględniającego istnienie przekładni harmonicznego oraz tarcia. Zaprezentowany algorytm sterowania adaptacyjnego wymaga jedynie pomiaru położenia kątowych wałów silników napędowych oraz ogniw. W artykule zamieszczono wyniki eksperymentów symulacyjnych oraz na stanowisku doświadczalnym.

Abstract : This paper extends results presented by Loria and Ortega [6] by introducing a new adaptive controller which requires only motor and link displacements. Harmonic drive is incorporated into the system as well as static and dynamic friction torques which are not included in the model considered in [6]. Simulation and experimental results are presented in the paper. Potential applications of this work are in the area of control of robot manipulators with gears.

1. WSTĘP

Badania dotyczące modelowania dynamiki układów o złączach elastycznych oraz konstrukcji regulatorów można znaleźć między innymi w pracach [1, 2, 6]. Artykuł ten poświęcono opisowi wyników uzyskanych na drodze modyfikacji i rozwinięć praw sterowania dla układów podatnych podanych przez A.Lorie i R.Ortegę w pracy [6]. Wyniki zweryfikowano dwuetapowo-symulacyjnie w środowisku obliczeniowym MATLAB 4.0 [7] oraz praktycznie, na stanowisku doświadczalnym o jednym stopniu swobody [4]. Stanowisko doświadczalne, zbudowane w Laboratorium Sterowania Robotów Politechniki Poznańskiej, stanowi prosty układ napędowy jednego obrotowego stopnia swobody robota przemysłowego złożonego z silnika obcowzbudnego prądu stałego, przekładni harmonicznego, oraz obciążenia w postaci stalowej tarczy. Układ sterowania silnika [4] zbudowany w oparciu o mikrokontroler μ PD78310, japońskiej firmy NEC, posiada otwartą architekturę co pozwala na testowanie różnych algorytmów sterowania [5]. Jednym z nich jest stanowiący temat artykułu model adaptacyjny opisany szerzej w pracy [3]. W toku przeprowadzonych eksperymentów zweryfikowano najpierw doświadczalnie wyniki zawarte w pracy [6] by następnie wprowadzić układ przekładni harmonicznego i tarcia nie uwzględnionych w cytowanej pracy. Nowe prawa sterowania wyprowadzono w oparciu o II-gą zasadę Lapunowa. Ostatecznie po przeprowadzeniu badań symulacyjnych dokonano weryfikacji uzyskanego adaptacyjnego prawa sterowania na opisanym stanowisku doświadczalnym. Układ pracy jest następujący :

Rozdział 2 poświęcono prezentacji modeli matematycznych oraz istniejących algorytmów sterowania. Rozdział 3 opisuje dynamiki oraz regulatorów wykorzystywanych na stanowisku doświadczalnym. Kolejny rozdział poświęcono dowodowi matematycznemu praw sterowania. Rozdział 5 zawiera wyniki przeprowadzonych eksperymentów. W ostatnim rozdziale zamieszczono wnioski.

2. MODELE MATEMATYCZNE.

W pracy rozpatrywać będziemy model manipulatora o n -stopniach swobody z elastycznością w złączach, będący modyfikacją modelu wywodzącego się z pracy [6], następującej postaci:

$$M(q_1)\ddot{q}_1 + C(q_1, \dot{q}_1)\dot{q}_1 + G(q_1) = \tau_s \quad (1)$$

$$I_m \ddot{q}_m + \tau_s = u \quad (2)$$

$$\tau_s = K(q_m - q_1) \quad (3)$$

gdzie: $M(q)$ jest dodatnio określoną, symetryczną macierzą inercji o wymiarze $n \times n$ wyznaczoną dla manipulatora traktowanego jako układ sztywny pozbawiony elastyczności w złączach, $C(q_1, \dot{q}_1)$ jest macierzą o wymiarze $n \times n$ prezentującą wpływ sił Coriolisa i odśrodkowych, $G(q_1)$ stanowi wektor o wymiarze $n \times 1$ prezentujący wpływ sił grawitacji, wektor q_1 o wymiarze $n \times 1$ jest wektorem współrzędnych uogólnionych. W równaniu (2) I_m jest dodatnio określoną macierzą o wymiarze $n \times n$, stałych współczynników bezwładności układu napędowego silnik-przekładnia, q_m stanowi wektor uogólnionych położenia wałów silników napędowych, którego wymiar wynosi $n \times 1$, τ_s jest n -wymiarowym wektorem momentów napędowych ogniw, K jest natomiast diagonalną macierzą o wymiarze $n \times n$ prezentującą współczynniki sztywności łączy manipulatora; wreszcie u jest n -wymiarowym wektorem przedstawiającym wejściowe sterujące momenty napędowe silników manipulatora. Równania (1) ÷ (3) można również znaleźć w pracy [8].

Powyższy model posiada następujące własności:

W1. Macierz inercji $M(q)$ jest dodatnio określona oraz $N = \dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q})$ jest macierzą skońsiesymetryczna.

W2. Ponieważ macierz $C(x, y)$ jest ograniczona ze względu na x oraz zależna od y , dla dowolnego wektora $z \in \mathbb{R}^n$ możemy napisać $C(x, y)z = C(x, z)y$ i $C(x, y) \leq k_c \|y\|$, $k_c > 0$.

Zgodnie z pracą [6] zaniedbanie sztywności upraszcza model opisany za pomocą równań (1) ÷ (3) do postaci:

$$M_1(q_1)\ddot{q}_1 + C(q_1, \dot{q}_1)\dot{q}_1 + G(q_1) = u \quad (4)$$

gdzie: $M_1(q) = M(q) + I_m$

Dla dalszych rozważań przyjęto następujące założenia.

Z1. Wektory q_1 oraz q_m są mierzalne.

Z2. Zadana trajektoria położenia kąтового ogniw $q_{1d} \in C^4$ i jest ograniczona co implikuje, że $\|q_{1d}\|, \|\dot{q}_{1d}\|, \|\ddot{q}_{1d}\| < B_w$ gdzie $\|\cdot\|$ oznacza normę Euklidesową.

Z3. Dla przypadku sterowania dla znanych parametrów obiektu dynamika robota jest dokładnie określona - wartości wszystkich parametrów występujące w równaniach (1) ÷ (3) są znane.

Z4. Błędy śledzenia określamy w następujący sposób:

$$\tilde{q}_1 = q_1 - q_{1d} \quad (5)$$

$$\tilde{q}_m = q_m - q_{md} \quad (6)$$

oraz
$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{q}_l(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} (q_l(t) - q_{ld}(t)) = 0. \quad (7)$$

Model opisany przez równania (1)÷(3) nie uwzględnia istniejących w warunkach rzeczywistych : przekładni oraz zjawisk tarcia . Dlatego też dokonano modyfikacji tego modelu wprowadzając istnienie bezluzowej przekładni (harmonicznej) o przełożeniu N_i dla i-tego napędu ogniwa co doprowadziło do następujących postaci :

$$M(q_l)\ddot{q}_l + C(q_l, \dot{q}_l)\dot{q}_l + G(q_l) = K(N^{-1}q_m - q_l) \quad (8)$$

$$I_m\ddot{q}_m + N^{-1}K(N^{-1}q_m - q_l) = u \quad (9)$$

gdzie : N jest dodatnio określoną macierzą o wymiarze $n \times n$ przełożeń N_i .
Uwzględnienie tarcia wiskotycznego oraz statycznego po stronie silnika oraz po stronie przekładni prowadzi do następującej postaci równań dynamiki manipulatora :

$$M(q_l)\ddot{q}_l + C(q_l, \dot{q}_l)\dot{q}_l + F_l(\dot{q}_l) + G(q_l) = K(N^{-1}q_m - q_l) \quad (10)$$

$$I_m\ddot{q}_m + F_m(\dot{q}_m) + N^{-1}K(N^{-1}q_m - q_l) = u \quad (11)$$

gdzie : F_l oraz F_m prezentują wektory tarcia statycznego i wiskotycznego .

Prawa sterowania dla tak opisanego modelu dynamiki po uwzględnieniu równań zawartych w pracy [6] można określić mianem regulatora ruchu pozwalającego oraz regulatora momentu sterującego τ . Równania te są następujące :

Regulator ruchu :

$$q_{md} = NK^{-1}(M(q_l)\ddot{q}_{ld} + C(q_l, \dot{q}_{ld})\dot{q}_{ld} + F_l(\dot{q}_{ld}) + G(q_l) - K_{pl}\tilde{q}_l - K_{dl}\tilde{v}_l) + Nq_{ld} \quad (12)$$

gdzie : K_{pl} , K_{dl} stanowią dodatnio określone diagonalne macierze o wymiarze $n \times n$ nastaw regulatora typu PD a \tilde{v}_l jest natomiast wektorem filtrowanego błędu położenia ogniwa określonym przez wzór :

$$\tilde{v}_l(s) = \text{diag} \left\{ \frac{b_{ij}s}{s+a_{ij}} \right\} \tilde{q}_{ij} \quad j = l, m \quad (13)$$

Regulator momentu sterującego

$$u = I_m\ddot{q}_{md} + F_m(\dot{q}_{md}) + N^{-1}K(N^{-1}q_{md} - q_{ld}) - K_{pm}\tilde{q}_m - K_{dm}\tilde{v}_m \quad (14)$$

gdzie : \tilde{v}_m , K_{pm} i K_{dm} zostały określone podobnie jak w równaniach (12) i (13).

Prawa sterowania dane przez równania (12) ÷ (14) gwarantuje spełnienie warunku (7).

Dla układu sztywnego z zaniedbaniem sztywności , tzn. dla $K \rightarrow \infty$ możemy sprowadzić równania (10) i (11) do postaci :

$$M_l(q_l)\ddot{q}_l + C(q_l, \dot{q}_l)\dot{q}_l + F_l(\dot{q}_l) + G(q_l) = u \quad (15)$$

gdzie : $M_l(q_l) = M(q_l) + N^2I_m$ oraz $F_l(\dot{q}_l) = F_l(\dot{q}_l) + F_m(\dot{q}_l)$.

Dla układu tego regulator momentu sterującego u przyjmie postać :

$$u = M_l(q_l)\ddot{q}_{ld} + C(q_l, \dot{q}_{ld})\dot{q}_{ld} + F_l(\dot{q}_{ld}) + G(q_l) - K_P\tilde{q}_l - K_D\tilde{v}_l \quad (16)$$

gdzie :

$$\tilde{v}_l(s) = \text{diag} \left\{ \frac{b_i s}{s+a_i} \right\} \tilde{q}_l \quad i = 1, \dots, n \quad (17)$$

b_i jest stałą określoną przez równanie :

$$b_i > \frac{\lambda(M_l)}{\beta \lambda(M_l)} \quad \text{oraz} \quad \beta \in (0,1) = \text{const} \quad (18)$$

gdzie :

$\lambda(M_f), \lambda(M_f)$ oznaczają odpowiednio największą i najmniejszą wartość własną macierzy M_f .

Postać adaptacyjna regulatora ruchu została uzyskana przez sprowadzenie równania (12) do postaci :

$$q_{md} = Y_l(q_l, \dot{q}_{ld}, \ddot{q}_{ld})\alpha_l - K_{pl}\tilde{q}_l - K_{dl}\tilde{v}_l \quad (19)$$

gdzie : Y_l jest macierzą regersji o wymiarze $n \times m$, α_l jest m -wymiarowym wektorem znanych parametrów modelu obiektu występujących w równaniu (1).

Adaptacyjna postać równania regulatora ruchu przyjmie postać :

$$q_{md} = Y_l(q_l, \dot{q}_{ld}, \ddot{q}_{ld})\hat{\alpha}_l - K_{PL}\tilde{q}_l - K_{DL}\tilde{v}_l \quad (20)$$

gdzie : $\hat{\alpha}_l$ jest m -wymiarowym wektorem estymowanych nieznanych parametrów modelu obiektu występujących w równaniu (1).

Prawo adaptacji dla regulatora ruchu ma postać :

$$\dot{\hat{\alpha}}_l(t) = -\Gamma_l^{-1} Y_l^T(q_l, \dot{q}_{ld}, \ddot{q}_{ld})(\tilde{v}_l + \Lambda_l \tilde{q}_l) \quad (21)$$

gdzie : Γ_l jest dodatnio określoną macierzą o wymiarze $m \times m$ stałych współczynników adaptacji, a Λ_l jest diagonalną dodatnio określoną macierzą o wymiarze $m \times m$ stałych współczynników błędu kombinowanego $\tilde{v}_l + \Lambda_l \tilde{q}_l$.

W pełnej postaci adaptacyjna postać regulatora ruchu wygląda następująco :

$$q_{md} = \hat{M}(q_l)\ddot{q}_{ld} + \hat{C}(q_l, \dot{q}_{ld})\dot{q}_{ld} + \hat{G}(q_l) + \hat{F}_l(\dot{q}_{ld}) + \hat{N}q_{ld} - K_{PL}\tilde{q}_l - K_{DL}\tilde{v}_l \quad (22)$$

gdzie: $\hat{M}(q_l)$, $\hat{C}(q_l, \dot{q}_{ld})$, $\hat{G}(q_l)$ oraz $\hat{F}_l(\dot{q}_{ld})$ stanowią estymaty parametrów wyznaczone z równania (21). Podobnie dla regulatora momentu sterującego otrzymamy prawo adaptacji :

$$\dot{\hat{\alpha}}_m(t) = -\Gamma_m^{-1} Y_m^T(q_{ld}, q_{md}, \dot{q}_{md}, \ddot{q}_{md})(\tilde{v}_m + \Lambda_m \tilde{q}_m) \quad (23)$$

gdzie: parametry $\hat{\alpha}_m, \Gamma_m, Y_m(q_{ld}, q_{md}, \dot{q}_{md}, \ddot{q}_{md}), \Lambda_m$ zostały określone podobnie jak dla równania (21).

Pełna postać regulatora wygląda następująco :

$$u = \hat{I}_m \ddot{q}_{md} + \hat{F}_m(\dot{q}_{md}) + \hat{K}_{KV} q_{md} - \hat{K}_N q_{ld} - K_{PM} \tilde{q}_m - K_{DM} \tilde{v}_m \quad (24)$$

3. RÓWNIANIA MODELU ORAZ REGULATORA EKSPERYMENTALNEGO

Opisane na wstępie stanowisko doświadczalne stanowi jeden obrotowy stopień swobody co sprawia, że zaprezentowane w rozdziale 2 modele regulatorów przyjmą postać równań o charakterze skalarnym. Analiza istniejącego stanowiska eksperymentalnego nasunęła następujące wnioski :

- wał silnika prądu stałego wraz z wirującymi elementami przekładni harmoniczej stanowią układ napędowy o wspólnej osi obrotu i momencie bezwładności I_m ,
- obciążenie układu napędowego w postaci stalowej tarczy posiada moment bezwładności I_o oraz masę m_o usytuowaną w odległości a_o od środka obrotu tarczy,
- tarcie układu napędowego zostało określone przez współczynniki B_m oraz B_{mv} odpowiadające odpowiednio składnikowi statycznemu i wiskotycznemu,
- tarcie po stronie ogniwa opisano podobnie jak dla układu napędowego przez współczynniki B_l oraz B_{lv} ,
- przełożenie przekładni harmoniczej jest stałe i opisane przez wartość N ,
- wypadkowa elastyczność złącza w postaci podatnej przekładni harmoniczej określa współczynnik K .

Dla modelu dynamiki układu o jednym stopniu swobody uzyskano macierz inercji postaci $M(q_l) = m_o a_o^2 + I_o$ oraz grawitację w postaci $G(q_l) = m_o a_o g \sin(q_l)$, gdzie $g = 9,80665$ [m/s²]. W efekcie równania dynamiki manipulatora (10) oraz (11) przyjmą odpowiednio postać :

$$(m_o a_o^2 + I_o)\ddot{q}_l + m_o a_o g \sin(q_l) + B_l \text{sign}(\dot{q}_l) + B_{lv} \dot{q}_l = K q_l / N - q_l \quad (25)$$

$$I_m \ddot{q}_m + K/N (q_m/N - q_l) + B_m \text{sign}(\dot{q}_m) + B_{mv} \dot{q}_m = u \quad (26)$$

Z uwagi na jeden stopień swobody układu macierz sił Coriolisa i odśrodkowych została pominięta. Prawa sterowania dla regulatora ruchu oraz regulatora momentu sterującego zapiszemy jako:

$$q_{md} = N/K (M(q_l) \ddot{q}_{ld} + B_l \text{sign}(\dot{q}_{ld}) + B_{lv} \dot{q}_{ld} + G(q_l)) - K_{pl} \tilde{q}_l - K_{dl} \tilde{v}_l + N q_{ld} \quad (27)$$

$$u = I_m \ddot{q}_{md} + B_m \text{sign}(\dot{q}_{md}) + B_{mv} \dot{q}_{md} + K_l M(q_{md}/N - q_{ld}) - K_{pm} \tilde{q}_m - K_{dm} \tilde{v}_m \quad (28)$$

gdzie: \tilde{v}_l oraz \tilde{v}_m zostały określone przez następujące wzory

$$\tilde{v}_l(s) = \text{diag} \left\{ \frac{b_l s}{s + a_l} \right\} \tilde{q}_l \quad \text{i} \quad \tilde{v}_m(s) = \text{diag} \left\{ \frac{b_m s}{s + a_m} \right\} \tilde{q}_m$$

Postać adaptacyjna równań (27) i (28) natomiast wygląda następująco:

$$q_{md} = \hat{M}(q_l) \ddot{q}_l + \hat{B}_{lk} \text{sign}(\dot{q}_{ld}) + \hat{B}_{lvk} \dot{q}_{ld} + \hat{G}(q_l) + \hat{N} q_{ld} - K_{PL} \tilde{q}_l - K_{DL} \tilde{v}_l \quad (29)$$

$$u = \hat{I}_m \ddot{q}_{md} + \hat{B}_m \text{sign}(\dot{q}_{md}) + \hat{B}_{mv} \dot{q}_{md} + \hat{K}_{KN} q_{md} - \hat{K}_N q_{ld} - K_{PM} \tilde{q}_m - K_{DM} \tilde{v}_m \quad (30)$$

Elementy prawa adaptacji (porównaj równanie (20)) regulatora ruchu mają postać:

$$\begin{aligned} Y_l &= [\dot{q}_{ld}, \sin(q_l), \text{sign}(\dot{q}_{ld}), \dot{q}_{ld}, q_{ld}] \\ \Gamma_l &= \text{diag}(\gamma_{l1}, \gamma_{l2}, \gamma_{l3}, \gamma_{l4}, \gamma_{l5}) \\ \hat{a}_l^T &= [\hat{M}(q_l), \hat{G}(q_l), \hat{B}_{lk}, \hat{B}_{lvk}, \hat{N}] \end{aligned} \quad (31)$$

Podobnie dla równania regulatora momentu sterującego mamy:

$$\begin{aligned} Y_m &= [\dot{q}_{md}, \text{sign}(\dot{q}_{md}), \dot{q}_{md}, q_{md}, q_{ld}] \\ \Gamma_m &= \text{diag}(\gamma_{m1}, \gamma_{m2}, \gamma_{m3}, \gamma_{m4}, \gamma_{m5}) \\ \hat{a}_m^T &= [\hat{I}_m, \hat{B}_m, \hat{B}_{mv}, \hat{K}_{KN}, \hat{K}_N] \end{aligned} \quad (32)$$

Realizację eksperymentalną podzielono na dwa etapy:

ETAP 1. Dokonano weryfikacji symulacyjnej uzyskanych modeli w środowisku MATLAB 4.0 [7] z wykorzystaniem biblioteki rozwiązywania równań różniczkowych ode23s.

ETAP 2. Dokonano weryfikacji doświadczalnej wyników osiągniętych w etapie 1. Przeniesienie wyprowadzonych modeli sterowania wymagało pewnej modyfikacji równania regulatora momentu sterującego. Przyjęto mianowicie, że silnik traktowany jako element bezinercyjny posiada stałą elektromechaniczną k_{me} i sterowany jest przez bezinercyjny wzmacniacz o współczynniku wzmocnienia A , co pozwoliło przetransformować wielkość u na U_{we} wejściowy sygnał napięciowy wzmacniacza, wyznaczany z równania regulatora zgodnie z zależnością:

$$u = k_{me} A U_{we} \quad (33)$$

4. DOWODY ZASADNICZYCH TWIERDZEŃ

Równania regulatorów z rozdziału 2 wyprowadzono w oparciu o II-gą zasadę Lapunowa.

Analiza stabilności wymaga zapisania dodatnio określonej funkcji Lapunowa oraz zbadania znaku pierwszej pochodnej tej funkcji. Nowe prawo sterowania dla układu sztywnego (15)

określone przez równania (16) + (18) w postaci adaptacyjnej przyjmie postać:

$$u = \hat{M}_l(q_l) \ddot{q}_{ld} + \hat{C}(q_l, \dot{q}_{ld}) \dot{q}_{ld} + \hat{F}(\dot{q}_{ld}) + \hat{G}(q_l) - K_P \tilde{q}_l - K_D \tilde{v}_l \quad (34)$$

Uwzględniając własność W1 oraz równania dynamiki (15) i adaptacyjne prawo sterowania (34) równanie błędu przyjmie postać:

$$M_l(q_l) \ddot{\tilde{q}}_l + [C + C_d] \dot{\tilde{q}}_l + F(\dot{q}_{ld}, \dot{q}_m) - F(\dot{q}_{ld}, \dot{q}_{ld}) + Y_l(q_l, \dot{q}_{ld}, \tilde{q}_{ld}, \dot{q}_{md}) \tilde{a}_l + K_P \tilde{q}_l + K_D \tilde{v}_l = 0 \quad (35)$$

oraz

$$\dot{\tilde{v}}_l = -A_l \tilde{v}_l + B_l \tilde{q}_l \quad (36)$$

gdzie: $A_l = \text{diag} \{a_l\}$, $B_l = \text{diag} \{b_l\}$, $C_d = C(q_l, \dot{q}_{ld})$ oraz $\tilde{a}_l = \hat{a}_l(t) - a_l$.

Dla układu opisanego przez równanie (15) rozważymy następującą funkcję Lapunowa:

$$V(t) = \frac{1}{2} \tilde{q}_i^T M_i \dot{\tilde{q}}_i + \frac{1}{2} \tilde{q}_i^T K_p \tilde{q}_i + \frac{1}{2} \tilde{v}_i^T K_D B_i^{-1} \tilde{v}_i + \varepsilon \tilde{q}_i^T M_i \dot{\tilde{q}}_i - \varepsilon \tilde{v}_i^T M_i \dot{\tilde{q}}_i + \frac{1}{2} \tilde{a}_i^T \Gamma \tilde{a}_i \quad (37)$$

oraz jej pochodną postaci :

$$\dot{V} = \tilde{q}_i^T M_i \ddot{\tilde{q}}_i + \frac{1}{2} \dot{\tilde{q}}_i^T M_i \dot{\tilde{q}}_i + \tilde{q}_i^T K_p \dot{\tilde{q}}_i + \tilde{v}_i^T K_D B_i^{-1} \dot{\tilde{v}}_i + \varepsilon \dot{\tilde{q}}_i^T M_i \dot{\tilde{q}}_i + \varepsilon \tilde{q}_i^T \dot{M}_i \dot{\tilde{q}}_i + \varepsilon \dot{\tilde{q}}_i^T M_i \dot{\tilde{q}}_i + \varepsilon \tilde{q}_i^T \dot{M}_i \dot{\tilde{q}}_i + \varepsilon \dot{\tilde{v}}_i^T M_i \dot{\tilde{q}}_i - \varepsilon \tilde{v}_i^T \dot{M}_i \dot{\tilde{q}}_i - \varepsilon \tilde{v}_i^T M_i \ddot{\tilde{q}}_i + \tilde{a}_i^T \Gamma \dot{\tilde{a}}_i \quad (38)$$

gdzie : ε jest stałym współczynnikiem.

Biorąc pod uwagę równania (35) i (36) zapiszemy równanie (38) w postaci :

$$\dot{V} \leq V_o + \tilde{q}_i^T Y_i \tilde{a}_i + \varepsilon \tilde{q}_i^T Y_i \tilde{a}_i - \varepsilon \tilde{v}_i^T Y_i \tilde{a}_i + \tilde{a}_i^T Y_i \tilde{a}_i \quad (39)$$

gdzie : składnik V_o jest ograniczony dla pierwszej pochodnej funkcji Lapunowa dla przypadku nieadaptacyjnego [6].

Pomijając składnik V_o równanie (39) możemy przepisać w postaci :

$$\left(\left(\tilde{q}_i^T + \varepsilon \tilde{q}_i^T - \varepsilon \tilde{v}_i^T \right) Y_i + \tilde{a}_i^T \Gamma \right) \tilde{a}_i \quad (40)$$

Biorąc pod uwagę równanie (40) zapiszemy prawo adaptacji w postaci :

$$\dot{\tilde{a}}_i = -\Gamma_i^T Y_i^T \left[\tilde{q}_i + \varepsilon \tilde{q}_i - \varepsilon \tilde{v}_i \right], \quad (41)$$

które przy założeniu $\tilde{q}_i = \tilde{v}_i$ przyjmie postać :

$$\dot{\tilde{a}}_i = -\Gamma_i^T Y_i^T \left[\tilde{v}_i + \Lambda_i \tilde{q}_i \right]. \quad (42)$$

Podobnie dla regulatora ruchu oraz momentu sterującego określonych przez równania (22) oraz (24) zapiszemy równanie błędu w postaci :

$$D \ddot{\tilde{q}} + [C + C_d] \dot{\tilde{q}} + F(\tilde{q}_i, \dot{\tilde{q}}_m) - F(\dot{q}_{id}, \dot{q}_{md}) + Y(q_i, q_{id}, \dot{q}_{id}, \dot{q}_{id}, q_{md}, \dot{q}_{md}, \dot{q}_{md}, \dot{q}_{md}) \tilde{a}_i + K_p \tilde{q} + K_d \tilde{v} = 0 \quad (43)$$

gdzie : $D = \text{blokdiag}[M, I_m]$, $\tilde{q} = (\tilde{q}_i^T, \tilde{q}_m^T)^T$, $\tilde{v} = (\tilde{v}_i^T, \tilde{v}_m^T)^T$, $K_d = \text{blokdiag}[K_{di}, K_{dm}]$, $\tilde{v} = -A\tilde{v} + B\tilde{q}$

$$c_d = \begin{bmatrix} C(q, \dot{q}_d) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, K_p = \begin{bmatrix} K_{pi} + K & -K \\ -K & K_{pm} + K \end{bmatrix}, Y = \begin{bmatrix} Y_i(q_i, \dot{q}_{id}, \dot{q}_{id}) & 0 \\ 0 & Y_m(q_{id}, q_{md}, \dot{q}_{md}, \dot{q}_{md}) \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} B_i & 0 \\ 0 & B_m \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} A_i & 0 \\ 0 & A_m \end{bmatrix}$$

Uwzględniając powyższy zapis zdefiniowano następującą funkcję Lapunowa :

$$V(t) = \frac{1}{2} \tilde{q}^T D \ddot{\tilde{q}} + \frac{1}{2} \tilde{q}^T K_p \tilde{q} + \frac{1}{2} \tilde{v}^T K_d B^{-1} \tilde{v} + \varepsilon \tilde{q}^T D \ddot{\tilde{q}} - \varepsilon \tilde{v}^T D \ddot{\tilde{q}} + \frac{1}{2} \tilde{a}^T \Gamma \tilde{a} \quad (44)$$

co prowadzi w konsekwencji do prawa adaptacji dla regulatora momentu sterującego :

$$\dot{\tilde{a}}_m = -\Gamma_m^T Y_m^T \left[\tilde{v}_m + \Lambda_m \tilde{q}_m \right]. \quad (45)$$

Główne uwagi dla funkcji (43) dotyczą macierzy K_p , która nie musi być blokowodiodagonalna a jedynie dodatnio określona o ile macierze K_{pi} , K_{pm} będą także dodatnio określone.

5. WYNIKI BADAŃ EKSPERYMENTALNYCH

Zaprezentowane modele regulatorów zostały zweryfikowane symulacyjnie i doświadczalnie. Do badań symulacyjnych przyjęto zadaną trajektorię ogniwa jako wymuszenie sinusoidalne o amplitudzie 0,8 [rad] i okresie 0,8 [s]. Należy przy tym pamiętać że zarówno eksperyment symulacyjny jak i doświadczalny przebiegały w skwantowanej dziedzinie czasu. Dla symulacji przyjęto kilka okresów próbkowania celem sprawdzenia wrażliwości układu na zmianę częstotliwości próbkowania. Okresy próbkowania przyjęte dla symulacji wynoszą odpowiednio 1,2,3,4,5 [ms]. Dla weryfikacji doświadczalnej przyjęto jeden stały okres próbkowania 7 [ms]. Następnie zgodnie z oznaczeniami podanymi w rozdziale 3 przyjęto do badań symulacyjnych następujące wartości :

$$m_o = 6 \text{ [kg]}, a_o = 0,31 \text{ [m]}, I_o = 0,27 \text{ [kgm}^2], B_i = 1,1 \text{ [Nm]}, B_v = 0,21 \text{ [Nms/rad]}, N = 160, K = 4000 \text{ [Nm/rad]}, I_m = 0,000006 \text{ [kgm}^2], B_m = 0,004 \text{ [Nm]}, B_{mv} = 0,0005 \text{ [Nms/rad]}.$$

Filtry różniczkujące rzeczywiste zaimplementowano w postaci rekurencyjnej korzystając z biliniowej transformacji zmiennych s i z . Założono iż w stanie początkowym nie generują odpowiedzi zerowej ; po kalibracji ich nastawy określono odpowiednio jako

$$a_1=2,3, b_1=180; a_m=2,3, b_m=140.$$

Do badań symulacyjnych przyjęto również, że położenie początkowe wału silnika nie jest zerowe ze względu na podatność układu i wynosi $q_{m0}=0,004$ [rad] dla zerowego położenia początkowego ogniwa. Jednocześnie wprowadzono ograniczenie natężenia prądu wirnika silnika do wartości 10[A]. Do badań symulacyjnych wprowadzono stałą elektromechaniczną $k_{me} = 0,075$ [Nm/A]. Stawiając sobie za cel osiągnięcie jak najmniejszej wartości błędu śledzenia ogniwa \tilde{q}_1 nieprzekraczającej 5% amplitudy trajektorii wymuszenia osiągnięto dla symulacji błąd śledzenia wartości 0,35%. Wykresy 1 do 4 prezentują wyniki symulacji modelu adaptacyjnego uzyskanych dla $T_p = 4$ [ms] i zawierają odpowiednio trajektorię zadaną ogniwa i jego położenie katowe, trajektorię i położenie wału silnika, napięcie sterujące oraz błąd kombinowany położenia ogniwa. Wyniki te uzyskano dla następujących parametrów:

$$\begin{aligned} K_{pl} &= 0,5, K_{dl} = 0,01, K_{pm} = 0,5, K_{dm} = 0,16 \\ \hat{M}(t=0) &= 0,03; \hat{G}(t=0) = 0,5; \hat{N}(t=0) = 15; \hat{I}_m(t=0) = 0,000005; \\ K(t=0) &= 100; B_l(t=0) = B_m(t=0) = 0,005; B_{lv}(t=0) = B_{mv}(t=0) = 0,00002; \\ \Lambda_l &= 7[s^{-1}], \Lambda_m = 5[s^{-1}] \\ \Gamma_l &= \text{diag}[360 \ 1,2 \ 0,00088 \ 21 \ 11,5], \Gamma_m = \text{diag}[9 \ 10^7 \ 0,00018 \ 4,7 \ 10^4 \ 230] \end{aligned}$$

gdzie dla uproszczenia pominięto jednostki. Dla eksperymentu doświadczalnego przyjęto trajektorię ogniwa jako wymuszenie sinusoidalne o amplitudzie 0,8 [rad] i okresie 7 [s]. W tym wypadku uproszczono model regulatora momentu sterującego (w zasadzie napięcia sterującego wzmacniacza) i pominięto tarcie statyczne obwodu silnika; uproszczono także model regulatora ruchu pomijając całkowicie tarcie. W ten sposób osiągnięto wyniki na wykresach 5 do 8 prezentujących odpowiednio położenie i błąd położenia ogniwa oraz prąd sterujący i rzeczywisty wirnika silnika. Uzyskany błąd śledzenia ogniwa wyniósł tutaj 2,6%, a osiągnięto go dla następujących parametrów:

$$\begin{aligned} K_{pl} &= 0,95, K_{dl} = 0,2, K_{pm} = 0,5, K_{dm} = 0,001; \\ \hat{M}(t=0) &= 0,09; \hat{G}(t=0) = 0,1; \hat{N}(t=0) = 25; \hat{I}_m(t=0) = 0,00003; K(t=0) = 100; B_m(t=0) = 0,001; \\ \Lambda_l &= 1,2[s^{-1}], \Lambda_m = 0,9[s^{-1}] \\ \Gamma_l &= \text{diag}[100 \ 0,4 \ 0,0001], \Gamma_m = \text{diag}[8 \ 10^6 \ 0,0009 \ 4 \ 10^4] \end{aligned}$$

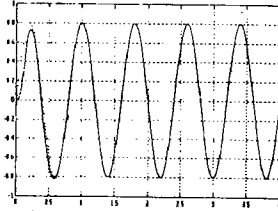
6. WNIOSKI

Zaprezentowane algorytmy adaptacyjne - śledzą trajektorię zadaną ogniwa z błędem nieprzekraczającym 3% (jest to chwilowa maksymalna wartość) dla warunków doświadczalnych. Natura tego błędu pozwala jednak przypuszczać że możliwe stanie się uzyskanie jego zmniejszenie do wartości 1%. Analiza zachowania regulatora napięcia sterującego pokazuje przenoszenie błędu położenia silnika do obwodu regulatora w momencie nawrotu wału silnika co wywołane jest podatnością układu. Proponowane metody ograniczenia tego efektu sprowadzają się do zastosowania ograniczania narastania natężenia prądu wirnika silnika, np. wykładniczo w stosunku do prędkości wału. Jest to przedmiotem obecnych badań.

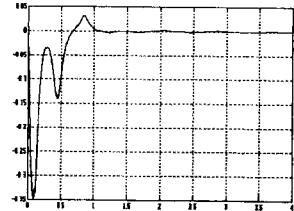
LITERATURA

- [1]. M.M.Bridges, D.M.Dawson, and S.C. Martindale, *An experimental Study of Flexible Joint Robots with Harmonic Drive Gearing*, Proceeding of the Second IEEE Conference on Control Applications, pp. 499-504, 1993.
- [2]. M. M. Bridges, D. M. Dawson, Z. An, and S.C. Martindale, *Robust Control of Rigid-Link Flexible-Joint Robots with Joint Actuators*, IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Vol.24, No. 7, pp. 961-970, 1994.

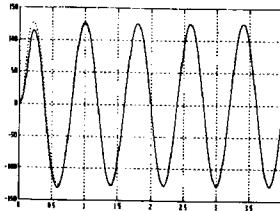
- [3]. S. Ignasiak , Weryfikacja algorytmów sterowania adaptacyjnego na stanowisku doświadczalnym , Praca dyplomowa , Politechnika Poznańska , Poznań 1996 .
- [4]. K. Kozłowski , P. Dutkiewicz , *An Experimental Study on a One Link Geared Robot* , Proceedings of the Second International Symposium on Methods and Models in Automation and Robotics , pp. 585-590 , 1995 .
- [5]. K. Kozłowski , P. Dutkiewicz , *Adaptive Control of a One Link Geared Robot* , Proceedings of the IEEE International Symposium on Industrial Electronics , pp.990-995 , 1996 .
- [6]. A. Loria , R. Ortega , *On Tracking of Rigid and Flexible Joint Robots* , Applied Mathematics and Computers Science , Vol .5, No.2 , pp. 329-341 , 1995 .
- [7]. MATLAB , User Guide , The Mathworks INC , 1994 .
- [8]. L. Tian , A.A. Goldenberg , *Robust Adaptive Control of Flexible Joint Robots with Joint Torque Feedback* , Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation , pp.1229-1234 , 1995 .



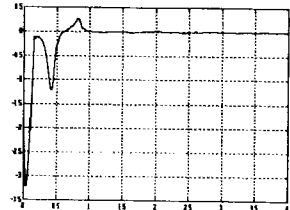
Rys 1. Polebnie kątowne zadanie i rzeczywiste sygnały



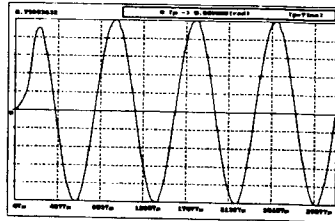
Rys 2. Błąd polebnie kątownego sygnału .



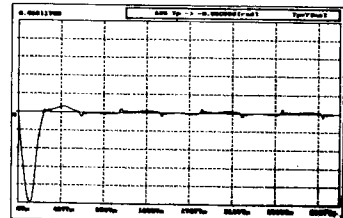
Rys 3. Polebnie kątowne zadanie i rzeczywiste wartości



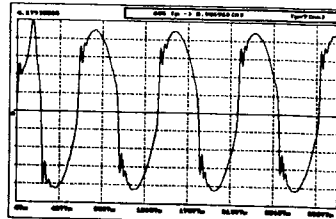
Rys 4. Błąd polebnie kątownego sygnału .



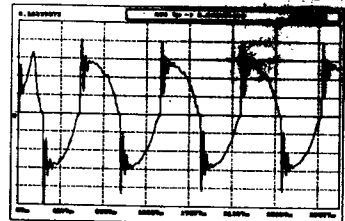
Rys 5. Polebnie kątowne sygnału .



Rys 6. Błąd polebnie kątownego sygnału .



Rys 7. Prąd sterujący wieńca szkieletu .



Rys 8. Prąd sterujący wieńca szkieletu .