

PODZIAŁ POŁÓWKOWY W PEŁNYM PROGRAMIE DIAGNOSTYCZNYM

Streszczenie: W pracy rozważono probabilistyczne ujęcie lokalizacji uszkodzeń, zarówno pojedynczych jak i mnogich. Wyniki zobrazowano rysunkami. Dokonano analizy porównawczej z innym rozwiązaniem.

Abstrakt: The problem of fault location single and multiplied defects is presented. Results are illustrated by aid of figures. The comparative analysis with another solution is performed.

1. WPROWADZENIE

Cechą popularnych programów diagnostycznych jest tylko i wyłącznie lokalizacja uszkodzeń pojedynczych. Kiedy powstały propozycje programów mających większe możliwości, nazwano je mimowolnie programami lokalizacji uszkodzeń wielokrotnych. Określenie „uszkodzenia wielokrotne” okazało się z czasem niezbyt trafne więc zmieniono je na „uszkodzenia mnogie”. Niedawno jednak, dla rozróżnienia obu programów postanowiono nazywać je jeszcze inaczej. Pierwsze nazwano programami lokalizacji jednego uszkodzonego elementu, natomiast drugie - programami lokalizacji wielu uszkodzonych elementów.

Wieloletnie doświadczenie w zakresie upowszechniania idei programów lokalizacji uszkodzeń wielokrotnych skłania ostatecznie do nazwania ich programami pełnymi. Do zmiany nazwy mogą przyczynić się duże możliwości tych programów. Programy pełne, oprócz funkcji określonej swoją pierwotną nazwą, lokalizują jeden uszkodzony element, a także, co jest bardzo ważne - stwierdzają stan zdatności całego obiektu. Nie wnoszą niejednoznaczności diagnoz [1,6] i są wprost nieocenione w zakresie badań wielopoziomowych, zwanych również hierarchicznymi. Programy pełne znalazły zastosowanie przy lokalizacji uszkodzeń wzajemnie kompensujących się [10]; są także nieodzowne w przypadku przyjęcia wielowartościowej oceny wyników sprawdzeń [4] i wielotorowego (wielopotokowego) procesu badawczego [11]. Do nazwy programu może przyczyniać się przede wszystkim uwzględnienie pełnego zbioru rozróżnialnych stanów obiektu [7].

Dużym sukcesem stało się opracowanie pełnego programu warunkowego, znanego pod nazwą warunkowego programu lokalizacji uszkodzeń mnogich [12]. Program ten doczekał się swojej wersji komputerowej - stale doskonalonej przy użyciu specjalnie do tego celu opracowanego stanowiska laboratoryjnego [2]. Pomimo wielu zalet wadą programu jest poniechanie informacji zawartej w charakterystykach probabilistycznych badanego obiektu.

Autorzy artykułu wyrażają tezę, że polepszenie procesu lokalizacji uszkodzeń w pełnym programie diagnostycznym można osiągnąć poprzez zastosowanie metody podziału połówkowego, jak dotychczas - metody typowej tylko dla obiektu stanowiącego łańcuch szeregowo połączonych elementów.

2. MODEL OBIEKTU

Dla potrzeb opracowania diagnostycznego przyjęto założenia, zgodnie z którymi:

1. Strukturę obiektu stanowi układ połączeń elementów jednowyjściowych;
2. Element obiektu uważany jest za niezdatny jeżeli wszystkie jego sygnały wejściowe są dopuszczalne, natomiast sygnał wyjściowy - niedopuszczalny;
3. Chociażby jeden niedopuszczalny sygnał wejściowy elementu prowadzi do powstania niedopuszczalnego sygnału wyjściowego;
4. Diagnostowanie odbywać się będzie na podstawie logiki dwuwartościowej, z konsekwencji stosowania której wynika, że:

- a) element e_i obiektu może znajdować się w stanie zdadności lub stanie niezdatności;
 - b) sprawdzenie d_i , rozumiane jest jako kontrola sygnału wyjściowego elementu e_i , może mieć wynik pozytywny lub negatywny.
5. Wyniki sprawdzeń są w pełni wiarygodne;
 6. Koszty wykonywanych sprawdzeń są jednakowe.

Przyjęcie binarnej wartościowości stanów elementów i wyników sprawdzeń pozwala opisać obiekt w sposób dyskretny, np. językiem teorii grafów [3]. Graficznym zobrazowaniem struktury obiektu jest wtedy digraf:

$$G = \langle E, F^{-1} \rangle \quad (1)$$

gdzie: $E = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$; $n = \text{Card } E$

jest zbiorem wierzchołków, odwzorowujących elementy obiektu, natomiast

$$F^{-1}: E \rightarrow 2^E; F^{-1}(e_i) = \left\{ e_k \in E: \exists_{u_k \in U} \langle e_k, e_i, u_k \rangle \in P \right\}; k \neq i \quad (2)$$

przy czym:

U - zbiór łuków;

u_k - łuk od wierzchołka k do wierzchołka i ;

P - funkcja logiczna określająca istnienie ukierunkowanego oddziaływania między elementami obiektu;

\rightarrow - relacja odwzorowania.

Zbiór $F^{-1}(e_i)$ jest nazywany zbiorem **bezpośrednich poprzedników** wierzchołka e_i .

Matematycznym zapisem poprzedników i następników wierzchołków jest **binarna macierz przejść**:

$$P(G) = [p_{ij}]_{n \times n} \quad (3)$$

Wyznaczenie programów diagnostycznych odbywa się jednak poprzez analizę **macierzy osiągalności**:

$$D(G) = \sum_{k=0}^{n-1} P^k(G), \quad (4)$$

gdzie działania sumy i mnożenia oznaczają odpowiednio działania alternatywy i koniunkcji. W odróżnieniu od macierzy przejść jedynki występujące w i -tym wierszu i i -tej kolumnie wyznaczają zamknięcia tranzytywne i antytranzytywne elementu e_i .

Identyczne wiersze, bądź też identyczne kolumny macierzy osiągalności oznaczają wierzchołki dróg cyklicznych. We wstępnym etapie analizy można poddać je kondensacji, sprowadzając do jednego wierzchołka, tzw. - silnej spójności. Uzyskany w ten sposób digraf znany jest w teorii grafów pod nazwą grafu Hertza [3].

3. PODZIAŁ POŁÓWKOWY

Metoda podziału połówkowego polega na wyborze takiego kolejnego sprawdzenia, które dzieli grupy elementów obiektu na dwie części o możliwie zbliżonych wartościach prawdopodobieństw niezdatności. Stosuje się ją wówczas, gdy nie bierze się pod uwagę kosztów sprawdzeń (np. wtedy, gdy koszty te są nieznanne lub też w przybliżeniu jednakowe) [5].

W niniejszej pracy proponuje się, aby wynikiem podziału sprawdzenia d_i były zamknięcia: tranzytywne - $\tilde{F}(e_i)$ i antytranzytywne - $\bar{F}(e_i)$ elementu e_i , określone następująco:

$$\tilde{F}(e_i) = \{e_i\} \cup F^{-1}(e_i) \cup F^{-2}(e_i) \cup \dots \cup F^{-k}(e_i) \cup \dots \quad (5)$$

$$\bar{F}(e_i) = \{e_i\} \cup F^1(e_i) \cup F^2(e_i) \cup \dots \cup F^k(e_i) \cup \dots \quad (6)$$

Zbiory $F^{-k}(e_i)$ i $F^k(e_i)$ oznaczają zbiory poprzedników i następników z podzbiorów $F^{-(k-1)}(e_i)$ i $F^{k-1}(e_i)$.

Implikację przyjętej propozycji stanowi fakt, zgodnie z którym:

$$\tilde{F}(e_i) \cap \bar{F}(e_i) = \{e_i\} \quad (7)$$

Z zależności (7) wynika, że w wyniku podziału, osiągniętego sprawdzeniem d_i , element e_i będzie należał zarówno do jednej jak i do drugiej części. Wymownym tu potwierdzeniem może być rozkład elementów kwadratowej macierzy osiągalności $D(G)$. Warto bowiem wiedzieć, że jedynki występujące w poszczególnych wierszach i kolumnach oznaczają odpowiednio zamknięcia tranzytywne i antytranzytywne, a diagonalna, wypełniona samymi jedynkami, jest częścią wspólną obu tych zamknięć.

Przy wyznaczaniu programu korzysta się z prawdopodobieństw a priori zdatności - p_k i niezdatności - q_k elementów e_k , przy czym:

$$q_k = 1 - p_k \quad (8)$$

Prawdopodobieństwa warunkowe niezdatności elementów - $q_k(i)$ (obiekt niezdatny), są zależne od numeru sprawdzenia d_i według zależności:

$$q_k(i) = \frac{q_{\{k:e_k \in \tilde{F}(e_i) \cap \bar{F}(e_i)\}}}{\sum_{l:e_l \in \tilde{F}(e_i)} q_l + \sum_{l:e_l \in \bar{F}(e_i)} q_l} \quad (9)$$

W celu porównania obu zamknięć (prawdopodobieństw niezdatności części stanowiących wynik podziału sprawdzenia d_i) wystarczy posłużyć się wskaźnikiem porównania:

$$\omega_i = 1 - 2 \left(\text{Abs} \left(\frac{1}{2} - \frac{\sum_{l: e_l \in \bar{F}(e_i)} q_l}{\sum_{l: e_l \in \bar{F}(e_i)} q_l + \sum_{l: e_l \in F(e_i)} q_l} \right) \right)$$

Ponieważ:

$$1 - \frac{\sum_{l: e_l \in \bar{F}(e_i)} q_l}{\sum_{l: e_l \in \bar{F}(e_i)} q_l + \sum_{l: e_l \in F(e_i)} q_l} = \frac{\sum_{l: e_l \in F(e_i)} q_l}{\sum_{l: e_l \in F(e_i)} q_l + \sum_{l: e_l \in \bar{F}(e_i)} q_l}$$

wskaźnik porównania można wyrazić także w następującej postaci:

$$\omega_i = 1 - 2 \left(\text{Abs} \left(\frac{\sum_{l: e_l \in \bar{F}(e_i)} q_l}{\sum_{l: e_l \in \bar{F}(e_i)} q_l + \sum_{l: e_l \in F(e_i)} q_l} - \frac{1}{2} \right) \right)$$

W celu uproszczenia zapisu przyjęto:

$$\alpha_i = \frac{\sum_{l: e_l \in \bar{F}(e_i)} q_l}{\sum_{l: e_l \in \bar{F}(e_i)} q_l + \sum_{l: e_l \in F(e_i)} q_l}$$

$$\beta_i = \frac{\sum_{l: e_l \in F(e_i)} q_l}{\sum_{l: e_l \in \bar{F}(e_i)} q_l + \sum_{l: e_l \in F(e_i)} q_l}$$

Maksymalna wartość wskaźnika ω_i , równa jeden, odpowiada idealnej sytuacji podziału połówkowego, ponieważ tylko wtedy:

$$\alpha_i = \beta_i = \frac{1}{2} \quad (15)$$

Wskaźnik ω_i łączy jednoznaczne związki z nieokreślonością stanu niezdatnego obiektu, której miarą jest entropia wyniku sprawdzenia $H(E/D_i)$, gdzie: E - zbiór elementów objętych procesem badań diagnostycznych oraz D_i wynik sprawdzenia d_i , sygnału na wyjściu elementu e_i . W wyniku dokonania dowolnego sprawdzenia d_i na każdym z poziomów decyzyjnych m uzyskuje się określoną wartość $H(E/D_i)$, tym większą im większa jest wartość ω_i .

Ponadto zawsze dla:

$$H(E/D_i) = \max \quad (16)$$

wskaźnik podziału

$$\omega_i = \max \quad (17)$$

Pochodna wskaźnika podziału ω_i względem α_i opisana wyrażeniem:

$$\frac{d\omega}{d(\alpha_i)} = -2 \text{Sign}(2\alpha_i - 1) \quad (18)$$

przyjmuje wartość równą zero dla:

$$\alpha_i = \frac{1}{2}$$

Można wykazać, że wybór sprawdzeń wyznaczony na podstawie wartości wskaźnika podziału α_i pokrywa się ściśle z programem wyznaczonym metodą informacyjną.

Dowód. Obowiązują wcześniej przyjęte założenia.

Entropię wyniku sprawdzenia (wyrażoną miarą Shannona) opisuje zależność:

$$H(E/D_i) = -p(D_i^1) \log_2 p(D_i^1) - p(D_i^0) \log_2 p(D_i^0) \quad (19)$$

gdzie:

$p(D_i^1)$ - prawdopodobieństwo pozytywnego wyniku sprawdzenia d_i ;

$p(D_i^0)$ - prawdopodobieństwo negatywnego wyniku sprawdzenia d_i .

Ponieważ:

$$p(D_i^1) = 1 - p(D_i^0) \quad (20)$$

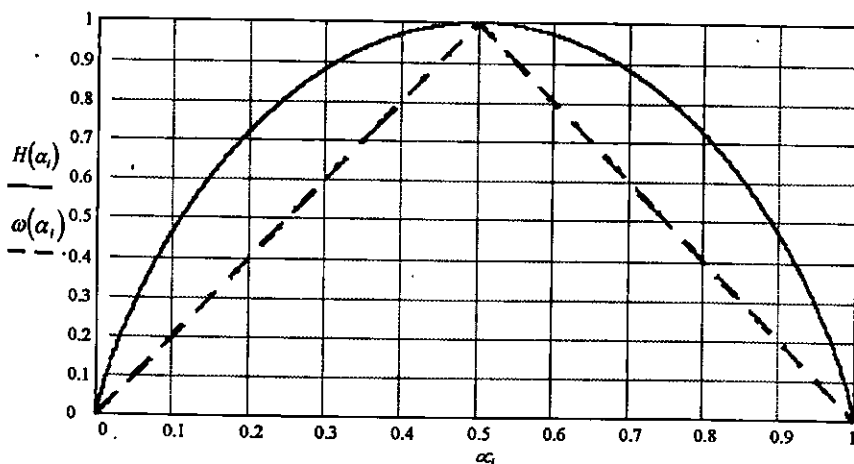
a:

$$p(D_i^0) = \alpha_i \quad (21)$$

to zależność (18) można zapisać następująco:

$$H(E/D_i) = -(1 - \alpha_i) \log_2 (1 - \alpha_i) - \alpha_i \log_2 \alpha_i \quad (22)$$

Ilustrację funkcji $H(\alpha_i)$ i $\omega(\alpha_i)$ przedstawiono na rysunku 1.



Rys. 1. Zobrazowanie funkcji $H(\alpha_i)$ i $\omega(\alpha_i)$

W celu wyznaczenia ekstremum funkcji $H(p(D_i^0))$ należy wyznaczyć jej pierwszą pochodną po α_i :

$$\frac{dH(E/D_i)}{d\alpha_i} = \frac{\ln(1 - \alpha_i) - \ln(\alpha_i)}{\ln 2}, \quad (23)$$

która jest równa zero dla $\alpha_i = \frac{1}{2}$, co potwierdza prawdziwość wyrażen (16) i (17).

Zbiór elementów obiektu po wykonaniu sprawdzenia d_i określa z zależności:

$$E := \begin{cases} E \setminus \hat{F}(e_i) & \text{jeśli } D_i = 1 \\ E \setminus \check{F}(e_i) & \text{jeśli } D_i = 0 \end{cases} \quad (24)$$

przy czym:

$D_i = 1$ - oznacza zdatność elementu e , po wykonaniu sprawdzenia d_i ,

$D_i = 0$ - oznacza niezdatność elementu e , po wykonaniu sprawdzenia d_i

4. ALGORYTM PEŁNEGO PROGRAMU LOKALIZACJI USZKODZEŃ MNOGICH

Cechą charakterystyczną pełnego programu warunkowego jest to, że poza pierwszym krokiem każdy następny jest wynikiem analiz rezultatów kroku poprzedniego.

ALGORYTM:

- Wykonać sprawdzenie d_j o numerze wierzchołka e_j , dla którego:

$$g_j = \prod_{k: e_k \in \hat{F}(e_j)} p_k = g_{j_{\min}} \quad (25)$$

- Jeżeli wynik sprawdzenia d_j jest pozytywny - usunąć z macierzy $D(G)$ wiersze i kolumny o numeracji elementów zamknięcia antytranzytywnego elementu e_j , po czym przejść do wykonania punktu 3.
 - Jeżeli wynik sprawdzenia d_j jest negatywny - usunąć z macierzy $D(G)$ wiersz i kolumnę o numerze elementu e_j , po czym przejść do wykonania punktu 5.
- Określić wymiar macierzy $D(G)$
 - Jeżeli wymiar macierzy jest większy od zera - przejść do wykonania punktu 1.
 - Jeżeli wymiar macierzy jest równy zeru - ogłosić komunikat: „OBIEKT ZDATNY” i zakończyć wykonywanie algorytmu.
- Wykonać sprawdzenie d_j o numerze wierzchołka e_j , dla którego:

$$\omega_j = 1 - 2 \left(\text{Abs} \left(\frac{1}{2} - \frac{\sum_{l: e_l \in \hat{F}(e_j)} q_l}{\sum_{l: e_l \in \hat{F}(e_j)} q_l + \sum_{l: e_l \in \check{F}(e_j)} q_l} \right) \right) = \omega_{j_{\max}} \quad (26)$$

- Jeżeli wynik sprawdzenia d_j jest pozytywny - usunąć z macierzy $D(G)$ wiersze i kolumny o numeracji elementów zamknięcia antytranzytywnego elementu e_j .
 - Jeżeli wynik sprawdzenia d_j jest negatywny - usunąć z macierzy $D(G)$ wiersze i kolumny o numeracji elementów zamknięcia tranzytywnego elementu e_l .
- Określić wymiar macierzy $D(G)$
 - Jeżeli wymiar macierzy jest większy od zera - przejść do wykonania punktu 1.
 - Jeżeli wymiar macierzy jest równy zeru - ogłosić komunikat o niezdatności obiektu i wskazać zbiór niezdatnych elementów E_{nz} wg zależności:

$$E_{nz} = \bigcup_{i:d_i \in D^0} \{e_i\} \cup \{ \widehat{F}(e_i) \mid \{e_i\} \} \quad (27)$$

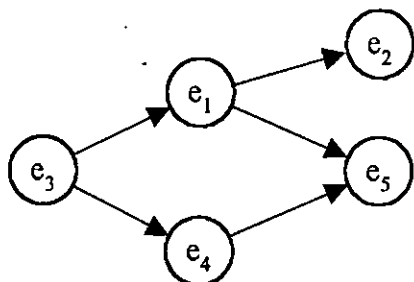
gdzie:

$d_i \in D^0$ - sprawdzenie ze zbioru sprawdzeń z wynikiem negatywnym

W pełnym programie diagnostycznym podział połówkowy jest następstwem negatywnego wyniku kontroli zdatności (punkty 1, 2a, 3 i 4a), która zakreśla przybliżony obszar poszukiwań niezdatności [1].

5. PRZYKŁAD ANALIZY DIAGNOSTYCZNEJ

Przedmiotem analizy diagnostycznej jest obiekt którego schemat zamieszczono w pracy [5] (rys.3.4 strona 116). Na rysunku (2) zamieszczono wierne odwzorowanie tego schematu. Zachowano oryginalną numerację i połączenia elementów oraz ich prawdopodobieństwa niezdatności. Zmianie uległy jedynie symbolika i układ rysunku. Obecnie przedstawiono to językiem teorii grafów.



Rys. 2 Digraf obiektu O.

Strukturę digrafu opisują macierze:

$$P(G) = \begin{matrix} & \begin{matrix} 3 & 1 & 4 & 2 & 5 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 3 \\ 1 \\ 4 \\ 2 \\ 5 \end{matrix} & \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & \\ 0 & 0 & 1 & & \\ \mathbf{0} & 0 & 0 & & \\ 0 & & 0 & & \end{vmatrix} \end{matrix} \quad D(G) = \begin{matrix} & \begin{matrix} 3 & 1 & 4 & 2 & 5 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 3 \\ 1 \\ 4 \\ 2 \\ 5 \end{matrix} & \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ \mathbf{0} & 1 & 0 & & \\ 1 & & & & \end{vmatrix} \end{matrix}$$

Przyjęta numeracja wierszy i kolumn jest zgodna z kolejnością występowania elementów w poszczególnych warstwach digrafu [3].

Prawdopodobieństwa p_i i q_i
elementów e_i obiektu O tabela 1

e_i	1	2	3	4	5
p_i	0,95	0,95	0,9	0,9	0,9
q_i	0,05	0,05	0,1	0,1	0,1

Zgodnie z algorytmem (1) program badań diagnostycznych ma przebieg jak na rys.3.

6. UWAGI I WNIOSKI KOŃCOWE

Stosunkowo niewielkie zróżnicowanie prawdopodobieństw p_i i q_i elementów e_i (tab. 1) nie potwierdziło ani też nie zanegowało przyjętej tezy pracy - program badań diagnostycznych (rys. 3) stał się identyczny z programem, w którym prawdopodobieństwa te byłyby jednakowe. Biorąc za wzorzec osiągnięty program badań (rys. 3) postanowiono go porównać z programami, w których permutowano z elementu na element wartości następujących prawdopodobieństw zdadności: 0,999, 0,980, 0,850, 0,800 i 0,600. Z uwagi na liczebność elementów uzyskano 120 programów. Wśród nich można było wyróżnić aż 28 różnych dendrytów. Czyniąc każdorazowo porównania kosztu programu wzorcowego (28)

$$k_w(\text{nr permutacji}) = 2 \prod_{i=1}^3 p_i + 2q_2 + 4(q_3 + q_2q_3 + q_4 + q_2q_4 + q_1 + q_1q_4) + 3q_3, \quad (28)$$

z kosztem programu podziału półówkowego (29)

$$k_{pp}(\text{nr permutacji}) = l_{kz} \prod_{i=1}^3 p_i + \sum_{i=1}^3 l_i q_i + l_{25} q_2 q_3 + l_{24} q_2 q_4 + l_{14} q_1 q_4 \quad (29)$$

zgodnie z następującą zależnością:

$$Z = k_w - k_{pp} \quad (30)$$

okazało się, że dla 67 programów $Z > 0$, dla 14 - $Z = 0$, natomiast dla 39 - $Z < 0$.

Niewielka strata w 39-ciu przypadkach jest inspiracją dalszych poszukiwań. Należy przypuszczać, że obniżenie kosztów można osiągnąć metodą podziału półówkowego wierszy pełnej tablicy diagnostycznej [6] lub/i drogą zastosowania diagnozowania wielotorowego [11].

7. LITERATURA

- [1] Dudziński J., Szczepański P. *Diagnozowanie złożonych obiektów technicznych z uszkodzeniami wielokrotnymi*. WAT WARSZAWA, 1990. (rozprawa doktorska)
- [2] Fedyna K., Szczepański P. *Stanowisko komputerowej analizy i syntezy diagnostycznej złożonego obiektu technicznego*. Materiały VII Krajowego Sympozjum Eksploatacji Urządzeń Technicznych - „Diagnostyka”. PORĄBKA - KOZUBNIK 1993.
- [3] Korzan B. *Elementy teorii grafów i sieci*. WNT. WARSZAWA, 1978.
- [4] Nowacki J., Szczepański P. - *Wielowartościowa ocena wyników sprawdzeń złożonego obiektu technicznego*. I Konferencja Uzbrojenia. Tom 1. SOLINA listopad '96.
- [5] Rozwadowski T. *Diagnostyka obiektów złożonych*. WAT WARSZAWA, 1983.
- [6] Szczepański P. *Propozycja metody lokalizacji uszkodzeń wielokrotnych w złożonych obiektach technicznych*. Biuletyn WAT nr 7/1985 WARSZAWA, 1985.
- [7] Szczepański P. *Liczebność zbioru rozróżnialnych stanów obiektu*. Kongres Diagnostyki Technicznej KDT '96. Tom 3 str. 243 ÷ 249. GDAŃSK 1996.

- [8] Szczepański P. *O wielokrokowości procesu diagnozowania złożonego obiektu technicznego*. Referaty i komunikaty IX Konferencji Naukowo - Technicznej nt. Diagnostyka maszyn roboczych i pojazdów. BYDGOSZCZ, 1994.
- [9] Szczepański P. *Sufler procesu diagnozowania złożonego obiektu technicznego*. Biuletyn WSOWR, JELENIA GÓRA, 1993.
- [10] Szczepański P. *Lokalizacja uszkodzeń wzajemnie kompensujących się*. III Krajowa Konferencja nt. Diagnostyka techniczna urządzeń i systemów. Tom 2. SZCZYRK październik '95.
- [11] Szczepański P. *Wielotorowość w warunkowym programie diagnozowania złożonego obiektu technicznego*. Biuletyn WAT, nr 1. 1997.
- [12] Fedyna K. Machej I. Szczepański P. *Warunkowy program lokalizacji uszkodzeń w urządzeniach elektromechanicznych*. III Krajowa Konferencja nt. Diagnostyka techniczna urządzeń i systemów. Tom 2. SZCZYRK październik '95.