Mgr inż. Sławomir Kłos, Mgr inż. Dariusz Gattner,
Prof. dr hab. inż. Zbigniew Banaszak
Politechnika Zielonogórska

Planowanie Przebiegu Zleceń w Systemach Produkcji Rytmicznej

Streszczenie: Artykuł obejmuje zagadnienia związane z planowaniem przebiegu zleceń produkcyjnych w systemach produkcji rytmicznej. W oparciu o zaproponowany model systemu, przedstawiono iteracyjną procedurę wyznaczania przebiegu marszruty oraz terminów obsługinowo wprowadzanych zleceń.

Production Orders Planning in Repetitive Manufacturing System

Summary: This paper deals with planning of production orders in a system of repetitive manufactury. A model of the system is presented. An iterative procedure for orders routing and scheduling is developed. The illustrative example is provided.

1. WSTĘP

Możliwości szybkiej obsługi zleceń produkcyjnych, stanowi ważny atut decydujący o konkurencyjności przedsiębiorstwa na dzisiejszym rynku. W wielu przypadkach nie niska cena, ale krótki czas realizacji zlecenia decyduje o sukcesie przedsiębiorstwa w walce z konkurencją. Jest to szczególnie istotne w przypadku krótko- lub średnioseryjnej produkcji zleceniowej, przy często zmieniającym się asortymencie. Do realizacji wieloasortymentowej produkcji zleceniowej najwłaściwsze wydaje się zastosowanie dedykowanych, elastycznych systemów produkcyjnych [6]. Zastosowanie nowoczesnych rozwiązań w zakresie technologii produkcji i podsystemu transportu daje potencjalne możliwości, ale wymaga równocześnie rozwiązania wielu problemów związanych z planowaniem przebiegu procesów w systemie. Do najważniejszych z nich należą:

- wyznaczenie przebiegu marszruty nowego zlecenia,
- określenie terminu wprowadzenia nowego zlecenia,
- wyznaczenie harmonogramu produkcji dla nowej struktury systemu.

Rozwiązując powyższe problemy należy uwzględnić dynamikę zmian struktury systemu, alternatywne marszruty produkcyjne i ewentualne opóźnienie terminów realizacji wcześniej przyjętych zleceń. Za właściwe wykonanie planu produkcji odpowiada podsystem sterowania elastycznym systemem produkcyjnym. W poniższym artykule rozważane są elastyczne systemy produkcyjne ze sterowaniem rozproszonym. W odróżnieniu od systemów sterowanych centralnie nie ma w nich nadrzędnego arbitra (w postaci komputera głównego) odpowiedzialnego za poprawne funkcjonowanie całego systemu. Przepływ produkcji jest zdeterminowany przez lokalne reguły rozstrzygania konfliktów zasobowych określających kolejność dostępu procesów do wspólnych zasobów systemu (obrabiarki numeryczne) oraz pojemności buforów międzyoperacyjnych. Spełnienie odpowiednich warunków alokacji reguł

i pojemności zachowanie systemu ma charakter periodyczny [3,4]. Dzięki regułom zlecenia produkcyjne realizowane współbieżnie wzdłuż określonych marszrut, synchronizują się w dostępie do zasobów dzielonych (wspólnie użytkowanych obrabiarek).
Cecha ta wykorzystywana do opracowania iteracyjnej procedury wspomagania planowania realizacji zleceń w systemie produkcji rytmicznej. Procedura ta wspomaga: planowanie produkcji w zakresie rozbudowy struktury systemu o kolejne marszruty, wyznaczanie terminów rozpoczęcia realizacji nowego zlecenia oraz budowę harmonogramów cyklicznych. W trybie iteracyjnym wyznaczone są kolejne harmonogramy stanowiące podstawę oceny terminów realizacji poszczególnych zleceń.
W drugim rozdziale przedstawiono model systemu produkcji powtarzalnej, sformułowano problem pracy. Rozdział trzeci obejmuje metodykę planowania realizacji zleceń. W rozdziale czwartym przedstawiono przykład zastosowanie procedury planowania przebiegu zleceń. Ostatni rozdział zawiera wnioski i przedstawia kierunki dalszych badań

2. MODEL SYSTEMU I SFORMUŁOWANIE PROBLEMU

Model systemu sprowadza się do opisu systemu produkcji rytmicznej, przy pomocy zleceń produkcyjnych realizowanych wzdłuż zadanych marszrut technologicznych (procesów), obejmujących określone zasoby oraz bufory składowania międzyoperacyjnego. Rozważaną klasę systemów wyznaczają następujące założenia i ograniczenia:

- Marszruta technologiczna przebiega przez ten sam zasób jednorazowo (brak nawrotów).
- Kierunki marszrut przebiegających przez dwa sąsiadujące zasoby nie mogą być przeciwbieżne.
- Każdy proces jest sekwencją skończonej liczby detalooperacji, wykonywanych wzdłuż marszruty produkcyjnej.
- Rozpoczęcie kolejnej detalooperacji następuje natychmiast po zakończeniu poprzedzającej, pod warunkiem dostępności zasobu.
- Czasy wykonywania detalooperacji są liczbami naturalnymi.
- Dostęp procesów do wspólnych zasobów systemu realizowany jest w trybie wzajemnego wykluczania.
- Detalooperacje wykonywane na zasobach są niewywłaszczalne.
- Każdej parze sąsiadujących zasobów przyporządkowany jest bufor o skończonej pojemności.
- Miejsca w buforach traktowane są jako dodatkowe zasoby, o zerowym czasie wykonywania detalooperacji.

Zlecenie produkcyjne realizowane w systemie określone jest przez następującą czwórkę:

$$(Z_j, B_j, P_j, \mathbf{M_{Aj}}),$$

gdzie:

Z_j - jest zadanym terminem zakończenia realizacji zlecenia O_j,
B_j - jest liczbą detali, konieczną do skompletowania zlecenia O_j,
P_j - liczba operacji w przy obróbce detalu,
$\mathbf{M_{Aj}}$ - macierz alternatywnych marszrut produkcyjnych zlecenia O_j,

przy czym macierz $\mathbf{M_A}$ o wymiarach NxP, gdzie N jest liczbą zasobów systemu współbieżnych procesów produkcyjnych zaś P liczbą operacji potrzebnych na wykonanie jednego detalu, jest **macierzą marszrut alternatywnych**.
Elementy macierzy marszrut alternatywnych są zdefiniowane w następujący sposób:

$$a_{ij} = \begin{cases} t_{ij} \text{ -czas wykonywania j-tej detalooperacji na zasobie } R_i. \\ 0 \text{ - jeżeli j-ta operacja nie może być zrealizowana na zasobie } R_i, \end{cases}$$

Wprowadzenie nowego zlecenia do systemu wiąże się z koniecznością wyboru marszruty technologicznej. Jeżeli wybrana marszruta przebiega przez zasoby dzielone, należy dobrać odpowiednie reguły rozstrzygania konfliktów zasobowych oraz pojemności buforów międzyzasobowych. Lokalna reguła rozstrzygania konfliktów zasobowych σ_i, gdzie $i \in (1,2,...,N)$ (N jest liczbą zasobów w systemie, zaś R_i jest zasobem dzielonym, na którym alokowano regułę σ_i), jest sekwencją operacji należących do procesów przebiegających przez R_i, która określa kolejność wykonywania operacji na zasobach. Każdorazowe wykonanie reguły gwarantuje przynajmniej jednokrotną realizacją operacji należącej do każdej z marszrut przebiegających przez zasób R_i.
Przyjęto, że alokowane w systemie reguły i bufory gwarantują spełnienie warunku *bilansu*, który determinuje lokalną i globalną żywotność systemu (brak blokad i zagłodzeń) [1,3,4,5]. Spełnienie *warunku bilansu* determinuje periodyczny charakter pracy systemu.
O tym, po jakim czasie zlecenie O_j zostanie ukończone, decyduje krotność wystąpień danego procesu w okresie pracy systemu. Wielkość ta jest zdeterminowana poprzez elementy *wektora względnych powtórzeń reguł* i *macierzy struktury systemu.*
Wektorem względnych powtórzeń reguł alokowanych na zasobach R_i, gdzie i=1,2,...,N, jest wektor postaci:

$$\chi = [\chi_1, \chi_2, ..., \chi_N] \; \forall_{i=1,2,...,N} \chi_i \in \aleph,$$

gdzie χ_i oznacza liczbę powtórzeń reguły σ_i w stosunku do liczby powtórzeń każdej innej reguły w systemie.
Macierz $\mathbf{M_S}$ o wymiarach MxN, gdzie M jest liczbą procesów przebiegających w systemie, N jest liczbą zasobów systemu zaś n_{ij} jest elementem macierzy struktury, takim że $\forall_{i=1,2,...N} \forall_{j=1,2,...,M} n_{ij} \in N \cup \{0\}$,

$$n_{ij} = \begin{cases} K \text{ - liczba wystąpień procesu } X_j \text{ w regule rozstrzygania konfliktów alokowanej na } R_i \\ 1 \text{ - w przypadku gdy } X_j \text{ jest jedynym procesem przebiegającym przez zasób } R_i, \\ 0 \text{ - w przypadku gdy proces } X_j \text{ nie przebiega przez zasób } R_i \end{cases}$$

jest macierzą struktury systemu współbieżnych procesów produkcyjnych.

Okres pracy systemu wyznacza obecność zasobów krytycznych, tzn. takich na których bez przerwy wykonywane są procesy przebiegające przez te zasoby.

Twierdzenie 1
Jeżeli w systemie produkcji rytmicznej istnieje przynajmniej jeden zasób krytyczny R_i, to okres pracy tego systemu wyznacza zależność:

$$T = \chi_i \cdot \tau_i \qquad (1)$$

gdzie:
τ_i - jest sumą czasów detalooperacji, które występują w sekwencji reguły σ_i,
χ_i - jest elementem wektora względnych powtórzeń reguł,

Znając okres sytemu, wielkość serii wyrobów objętych zleceniem produkcyjnym oraz termin rozpoczęcia realizacji zlecenia można wyznaczyć termin jego zakończenia. Wyznaczając terminy realizacji poszczególnych zleceń należy wziąć pod uwagę różne wielkości serii

produkcyjnych detali B_j. Każdorazowe zakończenie realizacji zlecenia może powodować zmianę zasobów krytycznych co jest równoważne ze zmianą okresu pracy systemu.
Sumy czasów detalooperacji występujących w sekwencji danej reguły rozstrzygana konfliktów zasobowych są wyznaczone na podstawie macierzy struktury systemu i *macierzy czasów detalooperacji.* Macierz $\mathbf{M_T}$ o wymiarach MxN gdzie M jest liczbą marszrut produkcyjnych przebiegających w systemie, a N jest liczbą zasobów systemu, jest macierzą czasów detalooperacji jeżeli t_{ij} jest elementem macierzy czasów wykonywania operacji określonym w następujący sposób:

$$t_{ij} = \begin{cases} t_{Xj}(R_i) \text{ - czas wykonywania operacji należącej do procesu } X_j \text{ na zasobie } R_i. \\ 0 \text{ - jeżeli } X_j \text{ nie przechodzi przez } R_i \end{cases}$$

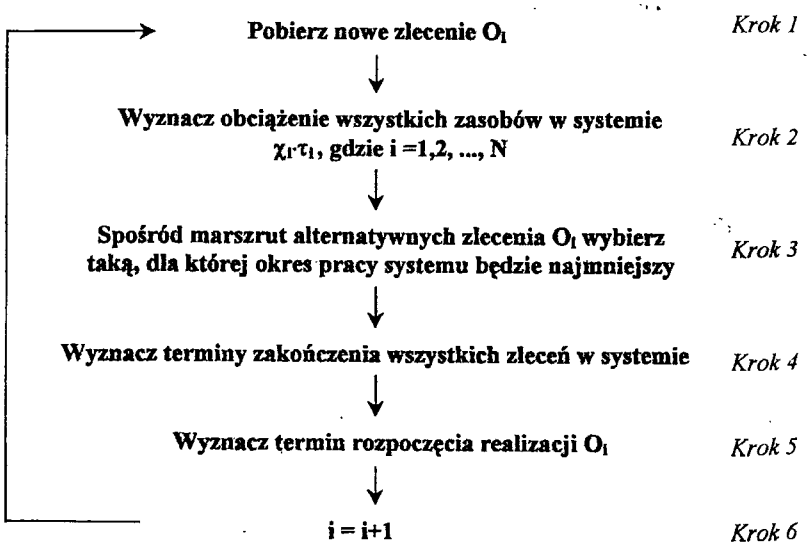
Posługując się przedstawionym modelem należy rozwiązać następujący problem :

Dany jest system produkcji rytmicznej. Wyznaczyć przebieg marszruty technologicznej oraz sposób obsługi nowo wprowadzonego zlecenia produkcyjnego?

Do rozwiązania tego problemu zastosowano iteracyjną procedurę uwzględniającą wyłącznie stan ustalony systemu.

3. PLANOWANIE REALIZACJI ZLECEŃ

Sposób planowania realizacji kolejnych zleceń realizowanych w systemie produkcji rytmicznej przedstawiono na rysunku 1.



Rysunek 1 Procedura planowania przebiegu zleceń w systemie

Krok 1
Przyjmuje się, że zbiór zleceń do realizacji w systemie tworzy kolejkę. Kolejka uporządkowana jest według kryterium najkrótszych terminów realizacji zleceń $\mathbf{Z_i}$. Zlecenia są pobierane kolejki w kolejnych iteracjach działania procedury.

Krok 2
Wyznaczany jest wektor współczynników obciążeń zasobów systemu. Współczynnik obciążenia zasobu R_i jest określony jako iloczyn elementu względnych powtórzeń reguł i sumy czasów wystąpień procesów w regule σ_i. Największa wartość współczynnika określa zasoby krytyczne.

Krok 3
Na podstawie wektora współczynników obciążeń systemu i macierzy marszrut alternatywnych wyznaczona jest marszruta przebiegu zlecenia O_i. Przebieg marszruty jest zdeterminowany poprzez założenia dotyczące modelu oraz najmniejszy wzrost wartości współczynników obciążenia na zasobach krytycznych.

Krok 4
Wyznaczane są nowe terminy realizacji wszystkich zleceń produkcyjnych realizowanych w systemie. Jeżeli termin realizacji zleceń nie został przekroczony dobierana jest krotność występowania nowego procesu w regułach rozstrzygania konfliktów. W przeciwnym wypadku ustal jednostkową liczbę wystąpień nowego procesu w regułach.

Krok 5
Wyznaczany jest termin rozpoczęcia nowego zlecenia produkcyjnego.

Krok 6
Wykonywana jest kolejna iteracja.

Powyższa procedura umożliwia wyznaczenie terminu rozpoczęcia realizacji nowego zlecenia produkcyjnego. W przypadku gdy wprowadzenie nowego zlecenia powoduje przekroczenie terminu realizacji innych zleceń jest ono wstrzymywane do momentu aż możliwa będzie jego realizacja. Takie podejście gwarantuje, że kolejne zlecenie będzie wprowadzone do systemu tak szybko jak to tylko możliwe. Algorytm można oczywiście uzupełnić o analizę funkcji kosztów wynikających z niedotrzymania terminu realizacji zlecenia. Na tej podstawie możliwe jest określenie czy opłacalne jest opóźnienie terminu realizacji jednego zlecenia kosztem dotrzymania innego.

4. PRZYKŁAD DZIAŁANIA PROCEDURY

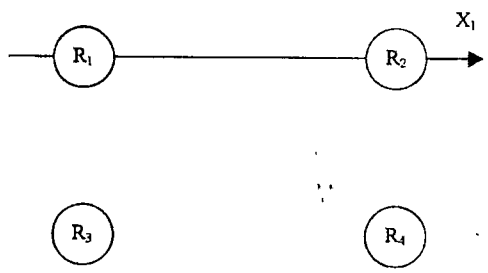
Dany jest system produkcji rytmicznej złożony z czterech obrabiarek numerycznych R_1, R_2, R_3, R_4, powiązanych podsystemem transportu międzystanowiskowego. Na wejściu do systemu oczekuje kolejka złożona z pięciu zleceń produkcyjnych przedstawionych w tabeli 1. Należy wyznaczyć marszruty technologiczne i określić terminy rozpoczęcia i zakończenia realizacji zleceń produkcyjnych. Zlecenia zostały uporządkowane rosnąco według terminów realizacji. Prześledźmy algorytm funkcjonowania tego systemu dla kolejno wprowadzanych zleceń.
Zlecenie O_1 może być realizowane wzdłuż dwóch marszrut alternatywnych:
X_1 : R_1, R_2;
X'_1: R_1, R_4;

Tabela 1

Numer zlecenia O_j	Termin zakończenia Z_j	Wielkość zlecenia B_j	Liczba operacji P_j	Macierze marszrut alternatywnych M_{Aj}
1	2 000	1 000	2	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$
2	6 000	2 000	2	$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$
3	6 000	1 500	2	$\begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$
4	14 000	2 500	2	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \end{bmatrix}$

Okres pracy systemu jest w tym przypadku (jeden proces) zdeterminowany przez najdłużej trwającą operację. Ponieważ o wyborze marszruty produkcyjnej decyduje najkrótszy okres pracy systemu wybrana zostaje marszruta przebiegająca przez zasoby R_1 i R_2. Termin rozpoczęcia realizacji zlecenia $T_{SO1}=0$ termin zakończenia $T_{EO1}=1\ 000$. Okres pracy systemu wynosi T=1. Przebieg marszruty produkcyjnej X_1 pokazano na rysunku 2.

$$\mathbf{M_T} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

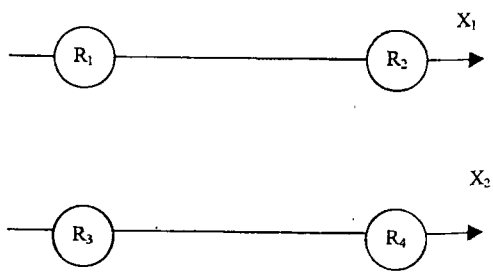


$T_{SO1}=0$, $T_{SO1}= 1\ 000$, $T=1$;

Rysunek 2 Przebieg zlecenia O_1 w systemie produkcji rytmicznej

Do realizacji drugiego zlecenia w systemie wybrano marszrutę $X_2 = R_3, R_4$ ponieważ w tym przypadku procesy realizujących zlecenia O_1 i O_2 będą miał przebieg równoległy co nie wpłynie na zmianę wartości okresu pracy systemu (patrz rysunek 3).

$$\mathbf{M_T} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



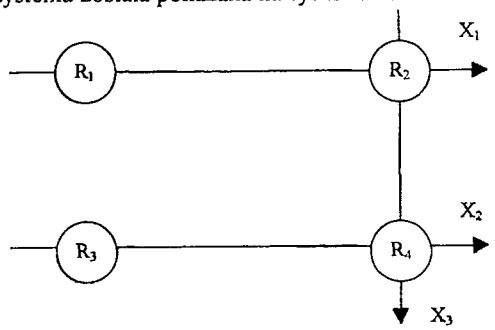
$T_{SO1}=0$, $T_{SO1}= 1\ 000$, $T_1=1$;
$T_{SO2}=0$, $T_{SO2}= 4\ 000$, $T_2=2$;

Rysunek 3 Przebieg zleceń O_1 i O_2 w systemie produkcji rytmicznej

Wprowadzenie zlecenia O_3 wymaga współbieżnej realizacji procesów produkcyjnych w systemie. W tym wypadku wybór marszruty produkcyjnej do realizacji tego zlecenia może

odbywać się arbitralnie. Każdy z dwóch przebiegów powoduje identyczny wzrost wartości okresu pracy całego systemu. Ze względu na krótszy czas detalooperacji wybrano marszrutę X_3: R_2, R_4. Proces X_1, o najkrótszym terminie realizacji będzie wykonywany dwukrotnie częściej niż pozostałe procesy. Struktura systemu została pokazana na rysunku 4.

$$M_T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad M_S = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



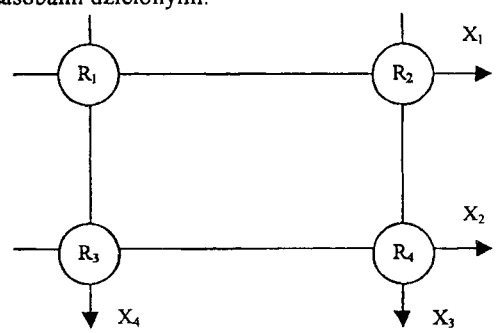
T_{SO1}=0, T_{EO1}= 2 000,
T_{SO2}=0, T_{EO2}= 6 000,
T_{SO3}=0, T_{EO3}= 5 000,
T = 4

Rysunek 4 Przebieg zleceń O_1, O_2 i O_3,w systemie produkcji rytmicznej

Realizacja zlecenia O_1 zostanie zakończona po 500 krotnym powtórzeniu okresu T=4 (przy każdym powtórzeniu z systemu schodzą dwa detale) zatem termin realizacji T_{EO1}=4·1000/2=2000. W tym czasie nastąpi wyprodukowanie po 500 detali ze zlecenia O_2 i O_3. Zatem do realizacji pozostanie jeszcze 1000 detali typu O_3 i 1500 detali typu O_2. Ponieważ po czasie równym 2000 zlecenie O_1 opuści system, zmniejszy się okres pracy systemu na T=3. Po 1000 krotnym powtórzeniu tego okresu zlecenie O_3 opuści system zatem zostanie zrealizowane w czasie T_{EO3}=2000+3000=5000. Do wyprodukowania zostanie jeszcze 5 00 detali typu O_2, przy okresie T=2 (czas trwania najdłuższej operacji procesu X_2). Zatem termin realizacji T_{E02}=2000+3000+1000 = 6000;

Ponieważ żaden termin realizacji zleceń nie zostanie przekroczony, należy sprawdzić czy możliwe jest wprowadzenie do systemu zlecenia O_4. Marszruta konieczna do realizacji tego zlecenia została określona jednoznacznie jako X_4=R_1,R_4. Wprowadzenie tej marszruty powoduje, że wszystkie zasoby stają się zasobami dzielonymi.

$$M_T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad M_S = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



T_{SO1}=0, T_{EO1}= 3 000,
T_{SO2}=0, T_{EO2}= 9 000,
T_{SO3}=0, T_{EO3}= 11 500,
T_{SO4}=0, T_{EO4}= 13 000,
T = 6

Rysunek 5 Przebieg czterech zleceń w systemie produkcji rytmicznej

Jak widać wprowadzenie zlecenia O_4 spowoduje przekroczenie terminów realizacji wszystkich zleceń. Może ono zostać wprowadzone do systemu po zakończeniu realizacji zleceń O_1 i O_2. Wówczas terminy rozpoczęcia i realizacji O_4 wyniosą odpowiednio

T_{SO4}=6000 i T_{EO4}= T_{SO4}+5·2500=18 500 zatem termin wykonania O_4 zostanie przekroczony o 4500 jednostek czasu.

5. WNIOSKI I KIERUNKI DALSZYCH BADAŃ

W niniejszym artykule przedstawiono metodologię wyznaczania marszrut produkcyjnych oraz terminów rozpoczęć i kompletacji zleceń produkcyjnych w systemie produkcji rytmicznej. W celu rozwiązywania tego problemu zbudowano procedurę iteracyjną oceny terminów realizacji zleceń produkcyjnych. W oparciu wyznaczone zasoby krytyczne możliwe jest wyznaczanie nowych marszrut produkcyjnych i ocena realizowanych zleceń pod względem dotrzymania terminu ich realizacji. Zaproponowana procedura uwzględnia dynamiczne zmiany okresu pracy systemu na skutek wprowadzania nowych i kompletacji wcześniejszych zleceń.
Kierunki dalszych badań obejmują wyznaczenie ogólnych zależności algebraicznych pomiędzy terminami rozpoczęć i zakończeń realizacji zleceń, okresem pracy systemu, liczbą detali potrzebnych do kompletacji zlecenia oraz lokalnymi regułami rozstrzygania konfliktów zasobowych.

LITERATURA

1. Banaszak Z., Krogh B.H.: *Deadlock Avoidance In Flexible Manufacturing Systems With Concurrently Competing Process Flow*, IEEE Trans. Robot. and Automat., 1990, Vol. 6, pp. 724-734.
2. Kłos S., Skołud B.,Gattner D., *Terminowość realizacji zleceń w systemie współbieznych procesów produkcyjnych*, Kmputerowo Zintegrowane Zarządzanie, Zakopane, 12-14.01.1998,
3. Kłos S., Gattner D., Skołud B.: *Towards the distributed control design repetitive processes for limited capacity buffers*. Proceedings of CEE, Erlangen, Germany, 1997, pp. 72-76.
4. Kłos S., Gattner D., Majdzik P.: *Periodic schedule design: a searching procedure*. MMAR'97, Fourth International Symposium on Methods and Models in Automation and Robotics, 26-29 August 1997, Międzyzdroje, Poland, pp. 1043-1048.
5. Kłos S., Majdzik P., Banaszak Z.: *Algebraic Verification of The Con-current Systems Operation of Sequential Processes.* - Proc. 8th European Simulation Symp. & Exhibition Genoa Italy, 1996, Vol. 2, pp. 245-251
6. Skolud B., Gattner D., Klos S.: *Batch sizing : The OPT approach*; materiały konferencyjne International Symposium DAAAM , 23-25.10.1997,Dubrownik, pp.331-314.