

## SZEREGOWANIE ZADAŃ W ROZPROSZONYCH SYSTEMACH CZASU RZECZYWISTEGO<sup>1</sup>

### *Streszczenie*

*W ostatnim okresie nastąpił rozwój analitycznych metod szeregowania i sprawdzania spełnienia warunków czasu rzeczywistego dla środowiska scentralizowanego systemów operacyjnych czasu rzeczywistego. W opracowaniu omówiono zarówno metody ze statycznym przydziałem priorytetu (GRMS, SLF), jak i metody z dynamicznym przydziałem priorytetu (EDF, MLF). Przedstawiono także sposób mający na celu modyfikację tych metod, aby zastosować je do badania systemów rozproszonych czasu rzeczywistego, a w szczególności do szeregowania wiadomości przesyłanych poprzez sieci, w tym przez magistrale miejscowe.*

### TASK SCHEDULING IN DISTRIBUTED REAL TIME SYSTEM

### *Abstract*

*Recently, analytic methods for test compliance with real time requirements have been developed for centralised real time operating systems. The static priority methods (GRMS, SLF) and dynamic priority methods (EDF, MLF) are described. In this paper attempt to modify these methods have been undertaken, so as to use them to examine distributed real time systems, especially for scheduling the messages transmitted through the fieldbus network.*

### 1. WSTĘP

Analiza czasowa systemów czasu rzeczywistego pozwala na sprawdzenie prawidłowości ich działania w sensie spełnienia ograniczeń czasowych. Wybór metody sprawdzania dotrzymania ograniczeń RT zależy od zastosowanej metody szeregowania zadań.

Jedną z podstawowych klasyfikacji algorytmów planowania i szeregowania zadań jest podział na metody ze statycznym lub dynamicznym przydziałem priorytetów. W przypadku statycznego przydziału priorytetów każde zadanie ma przypisany stały priorytet, który nie zmienia się w trakcie wykonywania programu. Algorytmy z dynamicznym przydziałem priorytetów pozwalają na zmianę priorytetu w kolejnych wznowieniach wykonywania zadania.

Z pośród wielu algorytmów szczególnie atrakcyjne dla systemów czasu rzeczywistego są: algorytm bazujący na metodzie GRMS [3,6] (Generalised Rate Monotonic Scheduling), algorytm bazujący na metodzie SLF (Shortest Length First) [1], algorytm bazujący na metodzie EDF [2,7] (Earliest Deadline First) i algorytm bazujący na metodzie MLF (Minimum Laxity First) [2,7].

<sup>1</sup> Praca wykonana w ramach grantu KBN Nr 8T11A 039 14: Analiza i projektowanie systemów komputerowych czasu rzeczywistego o różnym stopniu rozproszenia.

## 2. METODA GRMS

Do najbardziej popularnych metod szeregowania zadań ze statycznym przydziałem priorytetu należy metoda GRMS. Algorytm szeregowania zadań w metodzie GRMS działa według następujących reguł:

- każdemu zadaniu zostaje przydzielony priorytet,
- priorytety są przydzielane do zadań zgodnie z zasadą, że priorytet jest odwrotnie proporcjonalny do okresu występowania zadania, czyli zadanie z krótszym okresem występowania otrzymuje wyższy priorytet (stąd wywodzi się nazwa metody),
- zadanie o wyższym priorytecie może wywłaszczyć zadanie o priorytecie niższym (jeżeli w systemie istnieje możliwość wywłaszczania zadań).

W literaturze podawane są dwa najistotniejsze twierdzenia dotyczące metody GRMS.

### Twierdzenie 1 GRMS (warunek wystarczający) [6]

Niech  $\tau = \{\tau_1, \dots, \tau_n\}$  będzie zbiorem  $n$  niezależnych okresowych zadań uszeregowanych według malejącego priorytetu, posiadających czas wykonania  $c_i$  oraz okres występowania  $t_i$  taki, że ograniczenie czasowe  $d_i$  równe jest okresowi występowania zadania ( $d_i = t_i$ ). Zadanie  $\tau_i$  poprzedza zadanie  $\tau_{i+1}$ , gdy zadanie  $\tau_i$  ma wyższy priorytet niż zadanie  $\tau_{i+1}$ . Dla metody GRMS  $\tau_i$  poprzedza  $\tau_{i+1}$  gdy  $t_i < t_{i+1}$ .

Jeżeli dla tego zbioru zadań stosowany jest algorytm szeregowania GRMS i spełniony jest warunek:

$$\sum_{i=1}^n \frac{c_i}{t_i} \leq n(2^{1/n} - 1) \quad (1)$$

to są spełnione ograniczenia czasowe dla wszystkich zadań z tego zbioru.

Graniczne wykorzystanie zasobów  $n(2^{1/n} - 1)$  dla dużych  $n$  dąży do  $\ln 2 = 0.69$ . Oznacza to, że dla każdej liczby zadań, dla których wykorzystanie zasobów jest mniejsze od 0.69, będą spełnione wymagania RT. W czasie, gdy zasoby nie są wykorzystane przez zadania z ograniczeniami czasowymi, mogą być wykonywane pozostałe zadania.

Jeżeli dla pewnego zbioru zadań nie jest spełniony warunek podany w twierdzeniu 1, to nie oznacza to jeszcze, że ograniczenia RT nie są spełnione. W takim przypadku dla sprawdzenia spełnienia ograniczeń czasowych należy posłużyć się twierdzeniem, podającym warunek konieczny i wystarczający.

### Twierdzenie 2 GRMS (warunek konieczny i wystarczający) [6]

Niech  $\tau = \{\tau_1, \dots, \tau_n\}$  jest zbiorem niezależnych zadań okresowych, dla których ograniczenia czasowe są mniejsze lub równe okresowi występowania. Jeżeli zadanie  $\tau_i$  dotrzyma pierwszego ograniczenia czasowego, gdy w tym samym czasie wystartowały zadania o wyższym priorytecie, to dotrzyma ono swoich ograniczeń czasowych również w przyszłości.

Innymi słowy, dla zadania  $\tau_i$  (zadania od  $\tau_1$  do  $\tau_{i-1}$  mają wyższy priorytet) z okresem występowania  $t_i$ , ograniczeniem czasowym  $d_i \leq t_i$  i czasem wykonania  $c_i$ , zakładając, że w czasie  $t=0$  wystartowały zadania o wyższym priorytecie, będą spełnione ograniczenia czasowe jeżeli istnieje taki czas  $t$ , że:

$$w(i, t) = c_1 \left\lceil \frac{t}{t_1} \right\rceil + \dots + c_i \left\lceil \frac{t}{t_i} \right\rceil = \sum_{j=1}^i c_j \left\lceil \frac{t}{t_j} \right\rceil = t \leq d_i \quad (2)$$

gdzie:  $\lceil x \rceil$  oznacza najmniejszą liczbę całkowitą większą lub równą  $x$ .


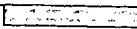

Wzór (2) określany jest mianem *sprawdzenie czasu zakończenia (completion time test)*.

W systemach sieciowych nie ma wyłączenia wiadomości dlatego musimy uwzględnić czas blokowania  $bt$ . Blokowanie występuje wtedy, gdy dane o niższym priorytecie przesłane do bufora systemu sieciowego nie mogą być wyłączone przez dane o wyższym priorytecie. Ponieważ przez magistralę może być przesyłana wiadomość pochodząca od pozostałych zadań, dlatego też czas blokowania wiadomości jest równy najdłuższemu czasowi trwania transmisji wiadomości o niższym priorytecie.

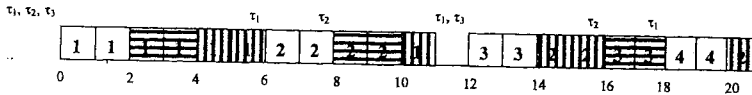
### Przykład 1

Parametry czasowe dla przykładowego zestawu zadań przedstawia tabela 1 [2].

Tabela 1. Parametry czasowe przykładowego zestawu zadań

Zadanie okresowe	Okres występowania	Czas trwania	Legenda
$\tau_1$	6	2	
$\tau_2$	8	2	
$\tau_3$	12	3	

Na rys. 1 przedstawiony został sposób szeregowania (dla zestawu zadań z tab. 1) przy użyciu metody GRMS. Przyjęto najgorszy przypadek tzn. zostało założone, że w chwili  $t=0$  zostały aktywowane wszystkie zadania w systemie.



Rys. 1. Aktywacje zadań dla metody GRMS (statyczny przydział priorytetów)

Cyfry 1, 2, 3, 4 w obrębie prostokątów symbolizujących zadanie, oznaczają kolejną aktywację zadania. Wartości liczbowe  $0 \div 20$  oznaczają kolejne chwile czasowe.

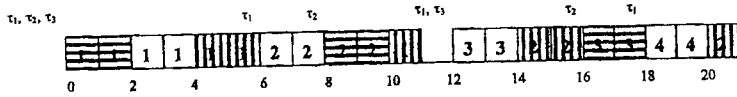
### 3. METODA SLF

Metoda SLF także należy do grupy metod ze statycznym przydziałem priorytetu. Algorytm szeregowania zadań w metodzie SLF działa wg. podobnych reguł jak algorytm GRMS. Priorytety są przydzielane do zadań zgodnie z zasadą, że priorytet jest odwrotnie proporcjonalny do czasu trwania zadania, czyli zadanie z krótszym czasem trwania otrzymuje wyższy priorytet (stąd wywodzi się też nazwa metody). Obowiązuje więc zależność, że dla zbioru  $n$  niezależnych, okresowych zadań  $\tau = \{\tau_1, \dots, \tau_n\}$  uszeregowanych według malejącego priorytetu, zadanie  $\tau_i$  poprzedza zadanie  $\tau_{i+1}$ , gdy zadanie  $\tau_i$  ma wyższy priorytet niż zadanie  $\tau_{i+1}$ . Dla metody SLF  $\tau_i$  poprzedza  $\tau_{i+1}$  gdy  $c_i < c_{i+1}$ .

Dla sprawdzenia spełnienia ograniczeń czasowych należy posłużyć się twierdzeniem (2), podającym warunek konieczny i wystarczający szeregowalności zestawu zadań w przypadku używania dowolnej metody ze statycznym przydziałem priorytetu.

### Przykład 2

Na rys. 2 przedstawiony został przykład sposobu szeregowania (dla zestawu zadań z tab. 1) przy użyciu metody SLF. Przyjęto najgorszy przypadek tzn. zostało założone, że w chwili  $t=0$  zostały aktywowane wszystkie zadania w systemie.



Rys. 2. Aktywacje zadań dla metody SLF (statyczny przydział priorytetów)

## 4. METODA EDF

Działanie algorytmów z dynamicznym przydziałem priorytetów zostanie wyjaśnione na podstawie metody EDF i MLF. W tym celu należy wprowadzić i zdefiniować następujące pojęcia:

- Ograniczenie czasowe zadania  $d_i$  - jest to przedział czasu, w którym zadanie ma zostać wykonane, od momentu pojawienia się zadania.
- Czas przeterminowania - jest to chwila czasowa, przed którą zadanie musi być wykonane, jeżeli mają być spełnione jego ograniczenie czasowe.
- Przedział przeterminowania  $td_i$  dla zadania  $\tau_i$  - jest to przedział czasu od aktualnej chwili czasowej do czasu przeterminowania.
- Czas gotowości  $t_{START}$  zadania - oznacza chwilę czasu od której zadanie może zostać wykonywane.

Wartość  $d_i$  jest stałą dla danego zadania, natomiast wartość  $td_i$  jest funkcją czasu.

Oznaczmy w następujący sposób parametry czasowe zadania  $\tau_i$ :

$c_i$  - czas trwania,

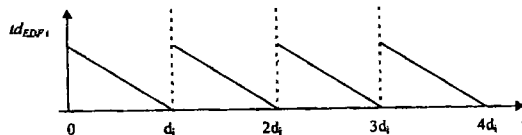
$t_i$  - okres występowania,

$d_i$  - ograniczenie czasowe ( $d_i = t_i$ )

Dla metody EDF przedział przeterminowania zadania  $\tau_i$  zależy od wartości wyrażenia ( $t$  oznacza bieżącą chwilę czasową):

$$td_{EDF_i} = \begin{cases} (t_{START} + d_i) - t, & t_{START} + d_i \geq t \\ 0, & t_{START} + d_i < t \end{cases} \quad (3)$$

Priorytet przyporządkowany do zadania jest odwrotnie proporcjonalny do wartości przedziału przeterminowania. Przebieg zależności  $td_i$  przedstawia rys. 3.



Rys. 3. Przebiegi zależności czasu przeterminowania dla metody EDF

Szeregowanie zadań metodą EDF polega na wybraniu, spośród zadań przeznaczonych do wykonania i jeszcze nie rozpoczętych, zadania o najbliższym czasie przeterminowania. Znane jest twierdzenie dotyczące szeregowania zadań sporadycznych i okresowych, które mówi, że:

### Twierdzenie 3 [4]

Niech  $\tau = \{\tau_1, \dots, \tau_n\}$  będzie zbiorem  $n$  niezależnych okresowych zadań, posiadających czas wykonania  $c_i$  oraz okres występowania  $t_i$  taki, że ograniczenie czasowe  $d_i$ , jest równe lub mniejsze od okresu występowania zadania ( $d_i \leq t_i$ ). Zadanie  $\tau_i \in \tau$  poprzedza zadanie  $\tau_{i+1} \in \tau$ , gdy zadanie  $\tau_i$  ma wyższy priorytet niż zadanie  $\tau_{i+1}$ . Dla metody EDF zadanie  $\tau_i$  poprzedza zadanie  $\tau_{i+1}$  w chwili  $t$ , jeżeli  $td_{EDF_i}(t) \leq td_{EDF_{i+1}}(t)$ .

Jeżeli dla tego zbioru zadań stosowany jest algorytm szeregowania EDF i spełniony jest warunek:

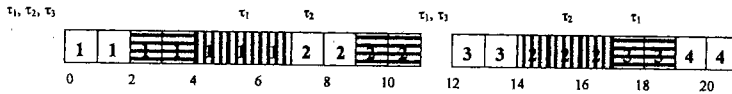
$$\forall j = 1, \dots, n \quad \sum_{i=1}^j \frac{c_i}{d_i} + \frac{bt_j}{d_j} \leq 1 \quad (4)$$

gdzie:

to wszystkie zadania dotrzymają swoich ograniczeń czasowych.

### Przykład 3

Celem przykładu jest przedstawienie sposobu szeregowania zadań za pomocą metody EDF. Parametry czasowe przykładowego zestawu zadań przedstawione są w tabeli 1, a na rys. 4 przedstawiono schemat szeregowania tych zadań przy użyciu metody EDF.



Rys. 4. Aktywacje zadań dla metody EDF (dynamiczny przydział priorytetów)

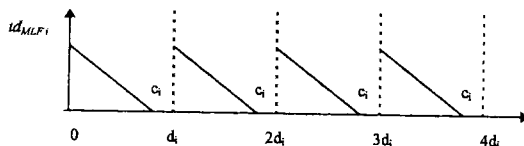
### 5. METODA MLF

Dla tej metody szeregowania priorytet przyporządkowany do zadania jest też odwrotnie proporcjonalny do wartości przedziału przeterminowania, ale wartość  $td_{MLF_i}$  obliczana jest z zależności:

$$td_{MLF_i} = \begin{cases} (t_{START} + d_i - c_i) - t, & t_{START} + d_i - c_i \geq t \\ 0, & t_{START} + d_i - c_i < t \end{cases} \quad (5)$$

gdzie:  $c_i$  - czas trwania zadania.

Rys. 5 przedstawia natomiast przebieg zależności  $td_i$  dla metody MLF.



Rys. 5. Przebiegi zależności czasu przeterminowania dla metody MLF

Szeregowanie zadań metodą MLF polega na wybraniu, spośród zadań przeznaczonych do wykonania i jeszcze nie rozpoczętych, zadania o najbliższym czasie przeterminowania.

Warunek szeregowalności dla metody MLF i braku wyłączenia zadań, można sformułować na podstawie twierdzenia podanego w [4]. Warunek ten ma postać:

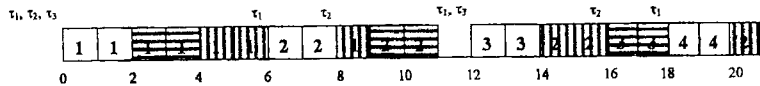
#### Twierdzenie 4

Niech  $\tau = \{\tau_1, \dots, \tau_n\}$  będzie zbiorem  $n$  niezależnych okresowych zadań, posiadających czas wykonania  $c_i$  oraz okres występowania  $t_i$  taki, że ograniczenie czasowe  $d_i$  jest równe lub mniejsze od okresu występowania zadania ( $d_i \leq t_i$ ). Zadanie  $\tau_i \in \tau$  poprzedza zadanie  $\tau_{i+1} \in \tau$ , gdy zadanie  $\tau_i$  ma wyższy priorytet niż zadanie  $\tau_{i+1}$ . Dla metody MLF zadanie  $\tau_i$  poprzedza zadanie  $\tau_{i+1}$  w chwili  $t$ , jeżeli  $td_{MLF i}(t) \leq td_{MLF i+1}(t)$ .

Jeżeli dla tego zbioru zadań stosowany jest algorytm szeregowania MLF i spełniony jest warunek (4) to wszystkie zadania dotrzymają swoich ograniczeń czasowych.

#### Przykład 4

Celem przykładu jest przedstawienie sposobu szeregowania zadań za pomocą metody MLF. Dla zestawu zadań przedstawionego w tabeli 1, na rys. 4 przedstawiono schemat szeregowania przy użyciu metody MLF.



Rys. 6. Aktywacje zadań dla metody MLF (dynamiczny przydział priorytetów)

## 6. PORÓWNANIE WŁAŚCIWOŚCI METOD STATYCZNYCH I DYNAMICZNYCH

Podstawową zaletą algorytmów szeregujących ze statycznym przydziałem priorytetów jest fakt, że w przypadku wystąpienia czasowego przeciążenia w systemie (*transient overload*) w pierwszej kolejności zostaną dotrzymane ograniczenia czasowe dla zadań wysokopriorytetowych (zadania te mają stałe, najwyższe priorytety w systemie). W przypadku szeregowania zadań algorytmem opartym o metodę GRMS są to zadania z najkrótszym okresem występowania, a w przypadku metody SLF są to zadania o najkrótszym czasie trwania. Sytuację taką obrazuje przykład 5.

#### Przykład 5

Parametry czasowe przykładowego zestawu zadań przedstawia tabela 2 [7].

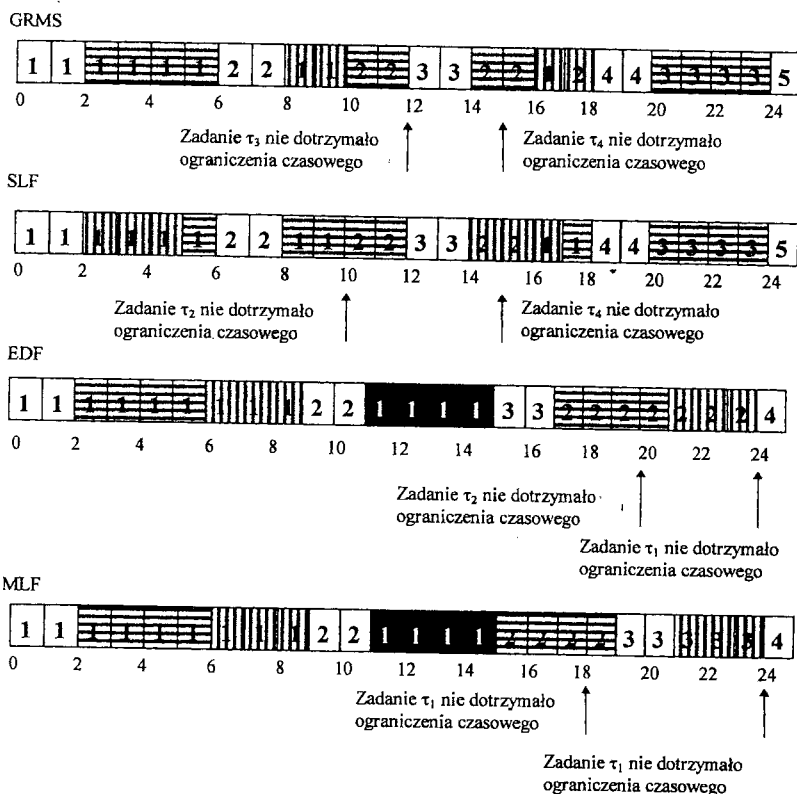
Tabela 2. Przykładowe parametry czasowe zadań

Zadanie okresowe	Okres występowania	Czas trwania	Legenda
$\tau_1$	6	2	
$\tau_2$	10	4	
$\tau_3$	12	3	
$\tau_4$	15	4	

Na rys. 7 przedstawiony został sposób szeregowania (dla zestawu zadań z tab. 2) przy użyciu metody GRMS, SLF, EDF i MLF. Przyjęto najgorszy przypadek tzn. zostało założone, że w chwili  $t=0$  zostały aktywowane wszystkie zadania w systemie.

W wyniku szeregowania zadań przy użyciu metody GRMS w przeciążonym systemie nastąpiło przekroczenie ograniczeń czasowych dla zadań  $\tau_3$  i  $\tau_4$  (rys. 7). Zadania te mają najniższy priorytet spośród zbioru zadań zawartych w tab. 2. Z kolei w wyniku szeregowania zadań przy użyciu metody SLF w przeciążonym systemie nastąpiło przekroczenie ograniczeń

czasowych dla zadań  $\tau_2$  i  $\tau_4$ . Dla tej metody zadania te mają najniższy priorytet spośród zbioru zadań zawartych w tab. 2.



Rys. 7. Aktywacje zadań dla metod: GRMS, SLF, EDF i MLF w przeciążonym systemie

Mankamentem algorytmów ze statycznym przydziałem priorytetów jest brak elastyczności w dostosowywaniu się do zmian parametrów systemu. Dla przykładu rozważony zostanie zestaw trzech zadań okresowych  $\tau_1$ ,  $\tau_2$  i  $\tau_3$  o okresach występowania wynoszącymi odpowiednio:  $t_1=30$  [ms],  $t_2=60$  [ms],  $t_3=90$  [ms]. Jeżeli w trakcie działania systemu okres występowania zadania  $\tau_1$  zmieni się i będzie wynosił  $t_1=100$  [ms], to przy stosowaniu metody GRMS, pociągnie to za sobą konieczność zmiany priorytetów wszystkich zadań. Sytuacja ta wymaga dodatkowego czasu pracy procesora przeznaczzonego na reorganizację przydziału priorytetów i nie jest zgodna z zasadą stałego priorytetu.

Główną zaletą metod szeregowania z dynamicznym przydziałem priorytetów jest fakt, że graniczne wykorzystanie zasobów wynosi 100%. Zarówno algorytm EDF jak i MLF, są uniwersalne dla obydwu rodzajów zadań: sporadycznych i okresowych. Oznacza to, że jeśli jakiegokolwiek algorytm, szereguje zestaw sporadycznych lub okresowych zadań, to zestaw ten będzie również szeregowany przy pomocy metod EDF i MLF. Dodatkową zaletą algorytmu opartego o metodę EDF jest najmniejsza liczba wyłączenia zadań w porównaniu z algorytmami opartymi o inne metody szeregowania zadań. Zatem algorytm EDF charakteryzuje się najmniejszymi stratami czasowymi związanymi z przełączaniem kontekstu zadań (*context switching*). Z kolei algorytm oparty o metodę MLF najwcześniej wykrywa

chwilę czasową do której zadanie musi zostać uruchomione, aby zostały dotrzymane ograniczenia czasowe (czas przeterminowania równy 0).

Szeregowanie zadań metodami EDF i MLF posiada zasadniczą wadę. Jeżeli w systemie nastąpi chwilowe przeciążenie, to nie można przewidzieć, które zadania nie dotrzymają swoich ograniczeń czasowych. W systemach stosujących algorytmy ze stałym przydziałem priorytetu (GRMS, SLF) mamy gwarancję, że w takich sytuacjach jako pierwsze nie dotrzymają swoich ograniczeń czasowych zadania o niskim priorytecie. Ponieważ w algorytmie EDF i MLF priorytety przydzielane są dynamicznie, należy liczyć się z faktem, że w przypadku przeciążeń mogą nie dotrzymać ograniczeń czasowych zadania najważniejsze, tzn. z najkrótszym okresem występowania. Omawianą sytuację przedstawiono w przykładzie 5. W wyniku szeregowania zadań w przeciążonym systemie nastąpiło przekroczenie ograniczeń czasowych dla zadań  $\tau_1$  i  $\tau_2$  w przypadku szeregowania przy użyciu metody EDF i zadania  $\tau_1$  w przypadku szeregowania przy użyciu metody MLF (rys. 7). Zadania te są najważniejsze spośród zbioru zadań zawartych w tab. 4, ponieważ posiadają najkrótszy okres występowania.

## 7. ANALIZA CZASOWA SYSTEMÓW ROZPROSZONYCH METODAMI STATYCZNYMI

W celu zastosowania metod ze statycznym przydziałem priorytetów (GRMS, SLF) do analizy systemów rozproszonych opartych na magistralach miejscowych, wprowadzone zostaną dodatkowe pojęcia i oznaczenia. Zadaniem będziemy określać przesłanie wiadomości przez magistralę [10]. Oznaczmy czas obiegu znacznika (dla systemu stosującego metodę token passing) lub czas cyklu odpytania węzłów slave przez układ master (dla metody odpytań) jako docelowy czas obiegu znacznika  $TTRT$  (target token rotation time) w ten sposób, że  $TTRT \leq t_{min}$ , gdzie  $t_{min}$  jest najkrótszym okresem występowania zadania w systemie. Oznaczamy  $w_T$  jako czas na przekazywanie znacznika dla metody token passing, lub czas na zapytanie przez stację master dla metody odpytań (rozważamy przypadek, gdy stacja master tylko zbiera dane). Pozostały czas, tzn.  $TTRT - w_T$  rozdzielamy do poszczególnych węzłów. Czas, w którym węzeł  $i$  wyłącznie dysponuje magistralą oznaczony jest przez  $h_i$  i obliczany jest wg. wzoru:

$$h_i = \frac{u_i}{u} (TTRT - w_T) \quad (6)$$

gdzie:  $u = u_1 + \dots + u_n$ , a  $u_i$  jest stopniem wykorzystania sieci przez stację  $i$

$$u_i = \sum_{j \in N_i} \frac{c_j}{t_j}$$

$N_i$  - zbiór zadań należących do stacji  $s_i$

System będzie spełniał wymagania RT, jeżeli każdy węzeł będzie je spełniał. Dlatego analiza systemu zostanie przeprowadzona dla każdego węzła osobno. W tym celu stosowany jest model zachowania węzła. W węźle  $i$  obciążenie magistrali przez inne węzły możemy przedstawić jako dodatkowe zadanie  $\tau_{i0}$  o czasie trwania  $c_{i0} = TTRT - h_i$  oraz o okresie występowania  $t_{i0} = TTRT$ . Czas trwania dodatkowego zadania  $c_{i0}$  obrazuje zajęcie magistrali przez inne węzły, natomiast okres występowania zadania  $t_{i0}$  jest najkrótszy, bo wynosi  $TTRT$ , aby mogły być spełnione ograniczenia dla zadania (zadań) o okresie występowania  $t_{min}$  (jeżeli rozważania będą dotyczyć ustalonego węzła to stowane będą oznaczenia  $\tau_0, c_0, t_0$ ).



Dotrzymanie ograniczeń czasowych jest sprawdzane dla każdego węzła z osobna za pomocą zależności:

$$w(i-1, t) = c_0 \left\lceil \frac{t}{t_0} \right\rceil + c_1 \left\lceil \frac{t}{t_1} \right\rceil + \dots + c_{i-1} \left\lceil \frac{t}{t_{i-1}} \right\rceil = \sum_{j=0}^{i-1} c_j \left\lceil \frac{t}{t_j} \right\rceil = t \quad (7)$$

$$t_{z_i} = w(i-1, t) + c_i \leq d_i$$

gdzie:  $\lceil x \rceil$  oznacza najmniejszą liczbę całkowitą większą od  $x$ .

Jak łatwo zauważyć, wzór (7) uległ modyfikacji w stosunku do wzoru (2). Wynika to z faktu, iż w systemie nie ma wyłączenia wiadomości i nie trzeba uwzględniać wykonywania zadania o wyższym priorytecie w trakcie wykonywania zadania  $\tau_i$ . W pierwszej fazie poszukiwana jest taka wartość czasu  $t$ , w którym wykonują się wszystkie zadania o priorytetach wyższych od zadania  $\tau_i$  czyli zadania  $\tau_0 \dots \tau_{i-1}$  (wraz z kolejnymi aktywacjami). Jeżeli istnieje taka wartość  $t$ , to poszukiwany czas zakończenia wykonania  $t_{z_i}$  dla zadania  $\tau_i$  otrzymywany jest przez dodanie do wartości  $t$  czasu trwania zadania  $\tau_i$ . Dokonywane to jest dlatego, gdyż nie ma możliwości wyłączenia zadania  $\tau_i$  po jego uruchomieniu. W praktyce wyznaczenie  $t_{z_i}$  ze wzoru (7) odbywa się przy użyciu algorytmu iteracyjnego, którego postać zależy od rodzaju magistrali miejscowej.

## 8. ANALIZA CZASOWA SYSTEMÓW ROZPROSZONYCH METODAMI DYNAMICZNYMI

Proponowana jest metoda szeregowania, która obejmuje następujące etapy opisane poniżej.

### 8.1. Transformacja okresów występowania zadań

Czas  $TTRT$ , który jest równy lub mniejszy od najkrótszego okresu występowania zadania w systemie będzie okresem bazowym, a pozostałe okresy występowania zadań należy zdefiniować jako wielokrotności czasu  $TTRT$  (transformacja okresów występowania zadań wynika stąd, że w systemach rozproszonych węzeł może wysyłać wiadomości tylko w ściśle określonych chwilach czasowych, odległych od siebie o czas  $TTRT$ ). Nowe okresy  $t_i^*$  wyznacza się ze wzoru:

$$t_i^* = \left\lceil \frac{t_i}{TTRT} \right\rceil TTRT \quad (8)$$

$\lfloor x \rfloor$  oznacza największą liczbę całkowitą mniejszą od  $x$

Zadania o tym samym okresie występowania  $t_i^*$  będą tworzyć tzw. grupy  $GR_i$ . Przyjmijmy następującą notację dla każdego węzła:

$n_{ij}$  - liczba zadań w grupie  $GR_i$  w węźle  $j$ ,

$t_i^*$  - okres aktualizacji dla grupy  $GR_i$  (równy ograniczeniu czasowemu  $d_i^* = t_i^*$ ),

$k_i = \frac{t_i^*}{TTRT}$  - wskaźnik wielokrotności okresu  $TTRT$  dla grupy  $GR_i$ ,

$m_j$  - maksymalna liczba grup w węźle  $j$ ,

## 8.2. Przydział czasu do wyłącznej dyspozycji przez węzeł

Wprowadźmy pojęcie czasu wystarczającego dla każdego węzła  $h_{jwyst}$ . Wartość  $h_{jwyst}$  zostanie obliczona ze wzoru:

$$h_{jwyst} = \sum_{i=1}^{n_i} \max \left\{ \left\lceil \frac{\sum_{k=1}^{n_i} c_{ki}}{k_i} \right\rceil, c_{i \max} \right\} \quad (9)$$

gdzie:  $c_{ki}$  - czas trwania kolejnego zadania z grupy  $Gr_i$ ,  
 $c_{i \max}$  - czas trwania najdłuższego zadania z grupy  $Gr$

W poz. [5] podano twierdzenie dotyczące odpytywania wielocyklowego w systemach sterowania opartych o architekturę *master-slave* dla jednakowych czasów przesyłania wiadomości. W przypadku odpytywania wielocyklowego każda zmienna cykliczna (dane, z ustalonym okresem aktualizacji wartości) jest odpytywana tylko jeden raz w ciągu swojego okresu aktualizacji (klasyczne podejście zakłada użycie jednego cyklu do odpytania wszystkich zmiennych). Twierdzenie to można zmodyfikować tak, aby można je było wykorzystywać do analizy czasowej węzła stosującego metodę EDF lub MLF do szeregowania zadań.

### Twierdzenie 5

Jeżeli czas do wyłącznej dyspozycji węzła  $h_{jwyst}$  zostanie wyznaczony z zależności (9), to zadania szeregowane wg. algorytmu EDF lub MLF spełnią swoje ograniczenia czasowe.

Jak wynika ze wzoru (10) liczba wiadomości z grupy  $GR_i$  wysyłana w czasie  $TTRT$  (dla pojedynczego węzła  $j$ ) jest określona poprzez wartość  $\left\lceil \frac{\sum_{k=1}^{n_i} c_{ki}}{k_i} \right\rceil$ , dlatego też po okresie  $t_i^*$

( $t_i^* = k_i * TTRT$ ) zostaną wysłane wszystkie wiadomości z grupy  $Gr_i$  w węźle  $j$ ; ponieważ:

$$\left\lceil \frac{\sum_{k=1}^{n_i} c_{ki}}{k_i} \right\rceil * k_i \geq \sum_{k=1}^{n_i} c_{ki} \quad (10)$$

Jeżeli wartość  $\left\lceil \frac{\sum_{k=1}^{n_i} c_{ki}}{k_i} \right\rceil$  (dla grupy  $Gr_i$ ) będzie mniejsza od czasu trwania najdłuższego zadania

w grupie  $Gr_i$ , to takie najdłuższe zadanie nie zostanie wykonane, bo przydzielona wartość

średnia  $\left[ \frac{\sum_{k=1}^{n_i} c_{k_i}}{k_i} \right]$  dla grupy  $GR_i$  w każdym cyklu  $TTRT$  jest zbyt mała, aby mogło się wykonać zadanie dłuższe od takiej wartości. Dlatego też we wzorze (9) wybierana jest większa wartość.

### 8.3. Warunek czasu rzeczywistego przydziału czasów $h_{jwyst}$ dla całej sieci

Jeżeli dla obliczonych wartości  $h_{jwyst}$  zostanie spełniony warunek:

$$\sum_{j=1}^m h_{jwyst} \leq TTRT - w_T \quad (11)$$

$m$  – liczba węzłów w systemie

to w systemie zostaną dotrzymane ograniczenia czasowe.

Jeżeli warunek (11) nie zostanie dotrzymany, to należy przejść na model zachowania węzła.

### 8.4. Analiza czasowa dla każdego węzła z osobna

Każdemu węzłowi należy przydzielić maksymalny czas, w którym może on wyłącznie dysponować magistralą. Czas ten, dla węzła  $j$  oznaczony jest przez  $h_{jmax}$  i obliczany jest wg. wzoru (przydział proporcjonalny):

$$h_{jmax} = \frac{u_j}{u} (TTRT - w_T) \quad (12)$$

gdzie:  $u = u_1 + \dots + u_n$ ,  $u_j$  jest stopniem wykorzystania sieci przez stację  $j$ ,  $n$  jest liczbą węzłów w systemie.

$$u_j = \sum_{i=1}^{m_j} \frac{\left( \sum_{k=1}^{n_j} c_{k_i} \right)}{k_i} \quad (13)$$

System będzie spełniał wymagania RT, jeżeli każdy węzeł będzie je spełniał. Dlatego analiza systemu zostanie przeprowadzona dla każdego węzła osobno. W tym celu stosowany jest model zachowania węzła. Aby sprawdzić, czy obliczona wartość  $h_{jmax}$  zapewniała spełnienie ograniczeń czasowych dla wszystkich wiadomości, dla każdego dowolnego układu wiadomości w węźle, należy dokonać następującego sprawdzenia dla najgorszego przypadku:

- Należy założyć, że węzeł utracił prawo do nadawania, a jednocześnie zostały mu przekazane wszystkie wiadomości do wysłania. Należy także założyć, że wiadomości są poszeregowane od najdłuższej do najkrótszej, bowiem w takim przypadku mogą wystąpić największe straty czasowe w węźle dla sposobu szeregowania metodą EDF (najgorszy przypadek), a jednocześnie jest to sposób szeregowania wg. metody MLF.
- Należy dokonać sprawdzenia, czy dla takiego układu wiadomości, dotrzymane zostaną ograniczenia czasowe w czasie  $WWW * TTRT$ , gdzie  $WWW$  jest najmniejszą wspólną wielokrotnością okresów występowania (po transformacji) wiadomości w węźle. Sprawdzenie to odbywa się w następujący sposób:

⇒ dla każdej grupy wiadomości wyznaczamy jej priorytet (zgodnie z algorytmem EDF),

⇒ zakładając, że węzeł dysponuje czasem  $h_{opt}$ , należy sprawdzić, czy wysyłanie wiadomości dotrzymają swoich ograniczeń czasowych.

Jeżeli ograniczenia zostaną dotrzymane to zostaną one dotrzymane dla każdego dowolnego układu wystąpienia wiadomości w węźle. Natomiast jeżeli w którymkolwiek z węzłów ograniczenia nie zostaną dotrzymane, to system nie spełnia ograniczeń czasu rzeczywistego.

## 9. WNIOSKI

Przy projektowaniu systemów komputerowych czasu rzeczywistego, ważną rolę odgrywa analiza czasowa takich systemów. Przedstawione w opracowaniu metody, zarówno ze statycznym jak i dynamicznym przydziałem priorytetów, są dobrze opracowane dla środowiska scentralizowanego. W systemach sterowania występuje trend zastępowania tradycyjnych rozwiązań (równoległe przekazywanie sygnałów do elementu centralnego) przez systemy rozproszone, realizujące przesyłanie danych poprzez systemy sieciowe oparte z reguły o magistralę miejscową [8,9]. Dlatego też w artykule zaproponowany został sposób analizy czasowej takich systemów przy użyciu omówionych metod. Po opracowaniu odpowiednich algorytmów zaprojektowane zostanie oprogramowanie przeznaczone do analizy czasowej rozproszonych systemów czasu rzeczywistego bazujących na magistralach miejscowych.

## LITERATURA

1. Baba M. D., Powner E. T.: *Scheduling Performance in distributed real-time control system*. Proc. of 2<sup>nd</sup> Industrial CAN Conference 1995
2. Ferrari A. D.: *Real-Time scheduling algorithms*. Dr. Dobb's Journal, December 1994, pp.60-66
3. Klein M. et al.: *A Practitioner's Handbook for Real-Time Analysis: Guide to Rate-Monotonic Analysis for Real-Time Systems*. Kluwer Academic Publishers, Boston, July 1993.
4. Meschi A., Natale M., Spuri M.: *Earliest Deadline Message Scheduling with Limited Priority Inversion*. Proceedings of the 4th WPDRTS, IEEE 1996, pp. 87-94
5. Raja R., Ulloa G.: *Priority polling and dynamic time-window mechanisms in a multicycle fieldbus*. IEEE 1993
6. Sha L., Rajkamur R., Sathaye S.: *Generalised Rate-Monotonic Scheduling Theory: A Framework for Developing Real Time Systems*. Proc. of the IEEE. Vol. 82, No. 1, Jan. 1994, p. 68-82
7. Steward D. B., Khosla P. K.: *Real-Time scheduling of sensor based control systems*. IFAC Real Time Programming, Georgia, USA, 1991, pp. 139-144
8. Werewka J., Drwal A., Żaba S.: *Zastosowanie magistral miejscowych w sterowaniu i akwizycji danych w systemach produkcyjnych*. Wydawnictwo AGH „Automatyka”, Półrocznik Tom 1 1997, p. 99-110
9. Werewka, S. Żaba, A. Drwal: *Protokoły dostępu i charakterystyki czasowe magistral miejscowych*. POMIARY AUTOMATYKA ROBOTYKA - Miesięcznik Naukowo-Techniczny. Wrzesień 1997
10. Żaba S.: *Message scheduling in distributed real-time system based on fieldbus*. 5th International Symposium on *Methods and Models in Automation and Robotics*, Międzyzdroje 25-29 August 1998, pp. 565-570