

PROJEKTOWANIE UKŁADU STEROWANIA ŁOŻYSKA MAGNETYCZNEGO

Łożyska magnetyczne są układami strukturalnie niestabilnymi, których model matematyczny w układzie otwartym nie może być identyfikowany. Dlatego układy sterowania łożysk są projektowane na bazie modelu matematycznego, wyznaczonego z parametrów konstrukcyjnych łożyska. W artykule został przedstawiony model matematyczny, metoda projektowania układu sterowania i podstawowe charakterystyki dynamiczne łożyska magnetycznego.

DESIGN CONTROL SYSTEM OF MAGNETIC BEARING

Magnetic bearing is an unstable system. Therefore the open loop math model of magnetic bearing can not be identified and the control system should be designed on the base of the math model. In the paper the math model is derived, the control system is designed, and the basic dynamic characteristics of magnetic bearings are described.

1. Wstęp

Homopolarne łożyska magnetyczne zapewniają bezkontaktowe zawieszenie wirnika. Stan taki określa się jako lewitację. Do utrzymania wirnika w stanie lewitacji łożysko magnetyczne generuje wypadkową siłę elektromagnetyczną, której wartość zależy od wypadkowego strumienia magnetycznego w szczelinie powietrznej. Strumień ten jest sumą strumienia magnetycznego generowanego przez elektromagnes sterujący łożyskiem magnetycznym oraz magnesy trwałe [3]. Magnes trwały generuje główny strumień magnetyczny, który musi być co najmniej 8 razy większy od strumienia generowanego przez elektromagnes [2]. Wzmacnianie lub osłabianie głównego strumienia przez strumień generowany przez elektromagnes, powoduje zmianę wypadkowej siły generowanej przez łożysko magnetyczne.

Łożysko magnetyczne w układzie otwartym jest klasyfikowane w automatyce jako układ strukturalnie niestabilny. Dlatego w torze sprzężenia zwrotnego od wektora stanu lub wektora wyjść musi być włączony regulator. Można wyróżnić dwa warianty sterowania łożyska magnetycznego: sterowanie prądowe i sterowanie napięciowe [5]. Pierwszy wariant sterowania polega na sterowaniu prądem płynącym przez cewki elektromagnesów. W tym wariantcie wykorzystuje się regulatory typu PID włączone w torze sprzężenia zwrotnego od wektora wyjść. Natomiast drugi wariant polega na sterowaniu napięciem przyłożonym do cewek elektromagnesów. Prąd sterujący w wariantcie sterowania napięciowego zależy od indukcyjności i rezystancji cewki. W tym wariantcie sterowania wykorzystuje się regulatory typu PID^2 włączone w torze sprzężenia zwrotnego od wektora wyjść oraz regulatory K i LQR włączone w torze sprzężenia zwrotnego od wektora stanu. Niestabilna praca łożyska magnetycznego w układzie otwartym uniemożliwia wyznaczenie modeli dynamicznych przez identyfikację. Dlatego regulatory łożysk magnetycznych są projektowane na bazie modelu

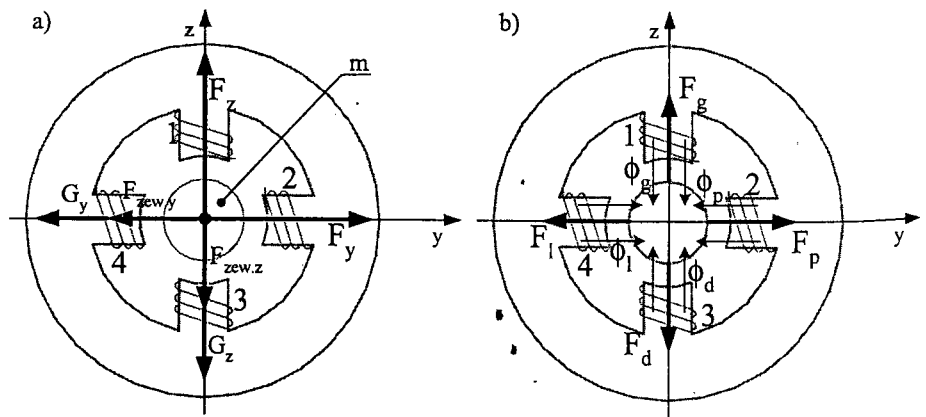
matematycznego wyznaczonego z parametrów konstrukcyjnych łożyska. Stąd, przystępując do projektowania układu sterowania łożyska, należy precyzyjnie określić jego model. W artykule wyprowadzony jest model łożyska, przedstawiona metoda projektowania regulatora i charakterystyki dynamiczne łożyska magnetycznego wykonanego w Zakładzie Osprzętu i Automatyki Lotniczej WAT.

2. Model promieniowego łożyska magnetycznego z magnesami trwałymi

Model wyznaczony zostanie dla łożyska magnetycznego z magnesami trwałymi, którego konstrukcja omówiona została w artykule [4]. Ruch wirnika rozpatrzono w płaszczyźnie łożyskowania (rys. 1a):

$$\begin{aligned} m\ddot{y} &= F_y + G_y + F_{zew,y}, \\ m\ddot{z} &= F_z + G_z + F_{zew,z}. \end{aligned} \quad (1)$$

gdzie: m – masa wirnika sprowadzona do płaszczyzny łożyskowania, \ddot{y}, \ddot{z} – drugie pochodne po czasie przemieszczenia wirnika odpowiednio w kierunku osi Oy i Oz , F_y, F_z – składowe wypadkowej siły elektromagnetycznej generowanej przez łożysko magnetyczne, G_y, G_z – składowe siły ciężkości, $F_{zew,y}, F_{zew,z}$ – siły zewnętrzne. Przed dalszą analizą modelu wyznaczona zostanie wypadkowa siła elektromagnetyczna generowana przez łożysko magnetyczne z magnesami trwałymi.



Rys. 1. Siły i strumienie magnetyczne w płaszczyźnie łożyskowania: a) siły przyłożone do wirnika, b) siły i strumienie generowane przez zespoły magnes-elektromagnes,

2.1. Wypadkowa siła elektromagnetyczna generowana przez łożysko magnetyczne

Składowe siły wypadkowej generowanej przez łożysko magnetyczne, w kierunku osi Oy i Oz są równe [1]:

$$\begin{aligned} F_y &= 2(F_p - F_l), \\ F_z &= 2(F_g - F_d). \end{aligned} \quad (2)$$

gdzie: F_g, F_d, F_l, F_p – siły elektromagnetyczne generowane odpowiednio przez górny (g), dolny (d), lewy (l) i prawy (p) zespół magnes-elektromagnes. Siły elektromagnetyczne generowane przez poszczególne zespoły są równe (rys. 1b) [1]:

$$\begin{aligned} F_g &= \frac{\phi_g^2}{2\mu_0 A_p}, & F_d &= \frac{\phi_d^2}{2\mu_0 A_p}, \\ F_l &= \frac{\phi_l^2}{2\mu_0 A_p}, & F_p &= \frac{\phi_p^2}{2\mu_0 A_p}. \end{aligned} \quad (3)$$

gdzie: μ_0 – przenikalność magnetyczna próżni, A_p – pole przekroju nabiegownika statora [4], $\phi_g, \phi_d, \phi_l, \phi_p$ – strumień magnetyczny odpowiednio w górnej (g), dolnej (d), lewej (l) i prawej (p) szczelinie powietrznej. Strumienie magnetyczne w szczelinach powietrznych są sumą strumieni generowanych przez magnesy i elektromagnesy. Wartości tych strumieni w szczelinach powietrznych wynoszą:

$$\begin{aligned} \phi_g &= \phi_{mz} + \phi_{eg}, & \phi_d &= \phi_{mz} - \phi_{ed}, \\ \phi_p &= \phi_{my} + \phi_{ep}, & \phi_l &= \phi_{my} - \phi_{el}, \end{aligned} \quad (4)$$

gdzie: ϕ_{my}, ϕ_{mz} – strumień magnetyczny generowany przez magnesy w kierunku osi Oy i Oz, $\phi_{eg}, \phi_{ep}, \phi_{ed}, \phi_{el}$ – strumień magnetyczny generowany przez górny, prawy, dolny, lewy elektromagnes. Strumienie generowane przez magnesy w kierunku odpowiednich osi są równe:

$$\begin{aligned} \phi_{my} &= \frac{\mu_0 A_p A_m I_m B_r}{2\mu_m A_m (x_0 \mp y) + \mu_0 A_p I_m}, \\ \phi_{mz} &= \frac{\mu_0 A_p A_m I_m B_r}{2\mu_m A_m (x_0 \mp z) + \mu_0 A_p I_m}, \end{aligned} \quad (5)$$

gdzie: A_m, I_m – odpowiednio pole przekroju i długość magnesu, μ_m – przenikalność magnetyczna magnesu, B_r – remanencja magnesu, x_0 – nominalna szczelina powietrzna pomiędzy nabiegunkiem i wirnikiem, y, z – przemieszczenie wirnika w szczelinie powietrznej w kierunku osi Oy oraz osi Oz.

Strumienie magnetyczne generowane przez elektromagnesy wynoszą:

$$\begin{aligned} \phi_{eg} &= \mu_0 A_p N i_1 \frac{(2x_0 + z)}{2x_0^2 - z^2}, & \phi_{ed} &= \mu_0 A_p N i_1 \frac{(2x_0 - z)}{2x_0^2 - z^2}, \\ \phi_{ep} &= \mu_0 A_p N i_2 \frac{(2x_0 + y)}{2x_0^2 - y^2}, & \phi_{el} &= \mu_0 A_p N i_2 \frac{(2x_0 - y)}{2x_0^2 - y^2}, \end{aligned} \quad (6)$$

gdzie: i_1, i_2 – prądy sterujące cewkami elektromagnesów odpowiednio w kierunku osi Oz i Oy, N – identyczna liczba zwojów w każdej z cewek.

Uwzględniając powyższe zależności w równaniu (2) wyznaczono siły elektromagnetyczne generowane przez łożysko magnetyczne w kierunku osi Oy i Oz [1, 3]:

$$F_y = \frac{1}{\mu_0 A_p} \left\{ \left[\frac{\mu_0 A_p A_m l_m B_r}{2\mu_m A_m (x_0 - y) + \mu_0 A_p l_m} + \mu_0 A_p N i_2 \frac{(2x_0 + y)}{2x_0^2 - y^2} \right]^2 - \left[\frac{\mu_0 A_p A_m l_m B_r}{2\mu_m A_m (x_0 + y) + \mu_0 A_p l_m} - \mu_0 A_p N i_2 \frac{(2x_0 - y)}{2x_0^2 - y^2} \right]^2 \right\} \quad (7)$$

$$F_z = \frac{1}{\mu_0 A_p} \left\{ \left[\frac{\mu_0 A_p A_m l_m B_r}{2\mu_m A_m (x_0 - z) + \mu_0 A_p l_m} + \mu_0 A_p N i_1 \frac{(2x_0 + z)}{2x_0^2 - z^2} \right]^2 - \left[\frac{\mu_0 A_p A_m l_m B_r}{2\mu_m A_m (x_0 + z) + \mu_0 A_p l_m} - \mu_0 A_p N i_1 \frac{(2x_0 - z)}{2x_0^2 - z^2} \right]^2 \right\} \quad (8)$$

2.2. Linearyzacja sił elektromagnetycznych łożyska magnetycznego

Siły elektromagnetyczne generowane przez łożysko są nieliniowymi funkcjami prądu sterującego (i_1, i_2) oraz przemieszczenia wirnika w płaszczyźnie łożyska (y, z). Dlatego siły (7) i (8) poddane zostaną linearyzacji w otoczeniu punktu pracy, który jest określony przez $y=0$ i $z=0$ oraz $i_1=i_{10}$ oraz $i_2=i_{20}$ [1]. Po linearyzacji w punkcie pracy siły (7) i (8) przyjmą następującą postać:

$$F_y(y, i_2) = F_{0y}(0, i_{20}) + k_{iy}(i_2 - i_{20}) + k_{iy}y, \quad (9)$$

$$F_z(z, i_1) = F_{0z}(0, i_{10}) + k_{iz}(i_1 - i_{10}) + k_{iz}z, \quad (10)$$

gdzie:

k_{iy}, k_{iz} - współczynniki sztywności prądowej łożyska odpowiednio w kierunku osi Oy i Oz,
 k_{sy}, k_{sz} - współczynniki sztywności przemieszczeniowej łożyska odpowiednio w kierunku osi Oy i Oz,

$F_{0y}(0, i_{20}), F_{0z}(0, i_{10})$ - siły elektromagnetyczne generowane przez łożysko, gdy wirnik znajduje się w punkcie pracy. Sztywności przemieszczeniowe i prądowe łożyska magnetycznego opisane są następującymi zależnościami:

$$k_{sy} = \frac{\partial F_y}{\partial y} \Big|_{i_2=i_{20}} = \frac{8\mu_m A_p A_m B_p^2}{(2\mu_m A_m x_0 + \mu_0 A_p l_m) \mu_0} + \frac{2\mu_0 A_p N^2 i_{20}^2}{x_0^3}, \quad (11)$$

$$k_{sz} = \frac{\partial F_z}{\partial z} \Big|_{i_1=i_{10}} = \frac{8\mu_m A_p A_m B_p^2}{(2\mu_m A_m x_0 + \mu_0 A_p l_m) \mu_0} + \frac{2\mu_0 A_p N^2 i_{10}^2}{x_0^3}, \quad (12)$$

$$k_{iy} = \frac{4N A_p B_p}{x_0}, \quad (13)$$

$$k_{iz} = \frac{4N A_p B_p}{x_0}. \quad (14)$$

gdzie: B_p – indukcja magnetyczna w szczelinie powietrznej. W punkcie pracy łożysko magnetyczne generuje siłę elektromagnetyczną, która równoważy ciężar wirnika. Siły te są odpowiednio równe:

$$F_{\text{stat. y}} = F_{0y} = \frac{4NA_p B_p i_{20}}{x_0}, \quad (15)$$

$$F_{\text{stat. z}} = F_{0z} = \frac{4NA_p B_p i_{10}}{x_0}. \quad (16)$$

W większości maszyn wirnikowych siła ciężkości wirnika ma stałą wartość oraz zwrot. Łożyska magnetyczne są tak ustawione w maszynie, by ciężar wirnika był kompensowany przez siłownik umieszczony w osi Oz . Przyrównując siłę (16) do siły ciężkości wirnika można wyznaczyć wartość prądu i_{10} , przy którym następuje całkowite zrównoważenie ciężaru wirnika. Natomiast w kierunku osi Oy prąd $i_{20}=0$, ponieważ brak obciążenia statycznego w kierunku tej osi. W pozostałych maszynach wirnikowych przyjmuje się $i_{10}=i_{20}=0$ ponieważ nie są ustalane lub w trakcie pracy mogą ulegać zmianie: wartość i kierunek obciążenia statycznego (np. turbinowe silniki lotnicze lub giroskopowe mierniki prędkości kątowych). Przedstawione powyżej wyrażenia opisują model ogólny wypadkowej siły elektromagnetycznej łożyska magnetycznego.

2.3. Model dynamiczny łożyska magnetycznego z magnesami trwałymi

Model dynamiczny łożyska magnetycznego wyznaczony zostanie dla przypadku, gdy $i_{10}=i_{20}=0$, ponieważ zaprojektowane łożysko magnetyczne jest przeznaczone do giroskopu lotniczego. Stąd w rozpatrywanym przypadku wartość i kierunek obciążenia statycznego zależy od położenia w przestrzeni statku powietrznego, na pokładzie którego umieszczony jest giroskop. Wymuszenie statyczne (siła ciężkości wirnika) i dynamiczne, w tym przypadku mogą być rozpatrywane razem, jako jedno wymuszenie:

$$W_y = G_y + F_{\text{zew. y}},$$

$$W_z = G_z + F_{\text{zew. z}}.$$

Po linearyzacji w otoczeniu punktu pracy równania (1) przyjmą następującą postać:

$$m\ddot{y} = k_{iy}i_2 + k_{iy}y + W_y, \quad (17)$$

$$m\ddot{z} = k_{iz}i_1 + k_{iz}z + W_z.$$

Poddając przekształceniu Laplace'a powyższe równania wyznaczono macierz transmitancji łożyska magnetycznego:

$$\begin{bmatrix} Y(s) \\ Z(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{k_{iy}}{ms^2 - k_{iy}} & \frac{1}{ms^2 - k_{iy}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_{iz}}{ms^2 - k_{iz}} & \frac{1}{ms^2 - k_{iz}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_2(s) \\ W_y(s) \\ I_1(s) \\ W_z(s) \end{bmatrix}. \quad (18)$$

Macierz transmitancji (18) wykorzystana zostanie do zaprojektowania układu sterowania łożyska magnetycznego.

3. Układ sterowania łożyska magnetycznego z magnesami trwałymi

Podstawowym zadaniem regulatora jest zapewnienie stabilnej pracy łożyska magnetycznego. W torze sprzężenia zwrotnego od wektora wyjść, zaprojektowanego łożyska magnetycznego, umieszczono regulatory typu PID, które realizują następujące prawa sterowania:

$$I_1(s) = - \left[k_{pz} + k_{dz}s + \frac{k_{jz}}{s} \right] Z(s), \quad (19)$$

$$I_2(s) = - \left[k_{py} + k_{dy}s + \frac{k_{jy}}{s} \right] Y(s), \quad (20)$$

gdzie: k_{py} , k_{pz} , k_{dy} , k_{dz} , k_{jy} , k_{jz} – nastawy regulatorów PID sterujących położeniem wirnika odpowiednio w kierunku osi Oy i Oz (części: proporcjonalna (p), różniczkująca (d) i całkująca (j)).

Uwzględniając powyższe prawa sterowania w zależności (18) wyznaczono macierz transmitancji układu zamkniętego:

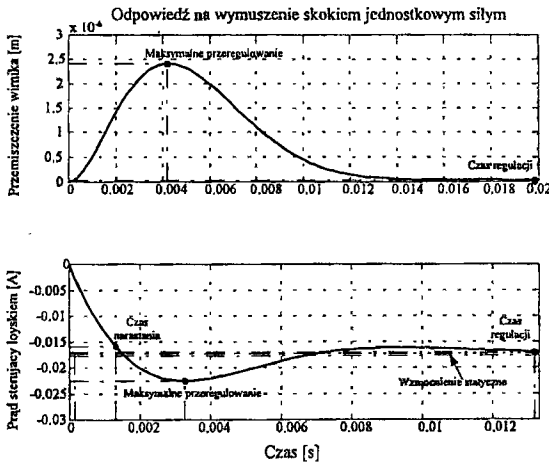
$$\begin{bmatrix} Y(s) \\ Z(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{m} s & 0 \\ s^3 + \frac{k_{dy} k_{iy}}{m} s^2 + \frac{k_{py} k_{iy} - k_{sy}}{m} s + k_{jy} k_{iy} & 0 \\ 0 & \frac{1}{m} s \\ 0 & s^3 + \frac{k_{dz} k_{iz}}{m} s^2 + \frac{k_{pz} k_{iz} - k_{sz}}{m} s + k_{jz} k_{iz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_y(s) \\ W_z(s) \end{bmatrix} \quad (21)$$

Zaprojektowanie regulatora polega na wyznaczeniu nastaw k_{pz} , k_{py} , k_{dz} , k_{dy} , k_{jz} , k_{jy} , które spełniają wymagania użytkownika. Nastawy można wyznaczyć korzystając z różnych metod. Autorzy artykułu zastosowali metodę przesuwania biegunów (ang. pole-place method). Metoda ta pozwala na proste powiązanie podstawowych parametrów dynamicznych łożyska magnetycznego z jego wartościami własnymi. Przyjmując takie parametry jak czas regulacji, częstość drgań własnych, pasmo przenoszenia, można określić położenie biegunów układu zamkniętego, które zapewniają ich uzyskanie [5]. Powyższa metoda jest prosta i efektywna szczególnie przy rozwiązywaniu problemów sterowania układów, których równanie charakterystyczne jest co najwyżej czwartego rzędu. Wprowadzenie akcji całkującej w regulatorze zapewnia astatyzm układu zamkniętego. Tym samym łożyskowany wirnik powraca do punktu pracy.

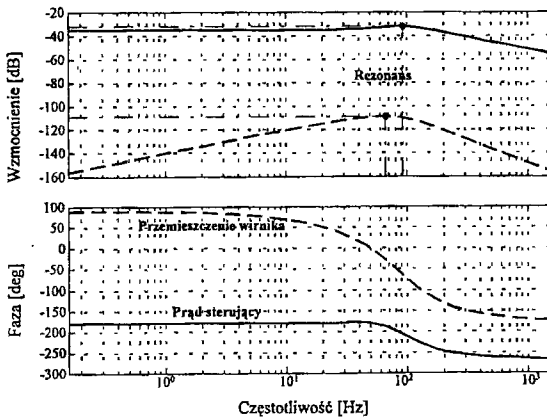
Łożysko magnetyczne z regulatorem PID musi charakteryzować się bezwymiarowym współczynnikiem tłumienia $\zeta=0.6$ i pasmem przenoszenia 100 [Hz]. Na podstawie tych parametrów wyznaczono czas regulacji układu oraz częstość drgań własnych [6], następnie określono położenie biegunów układu zamkniętego (p_1 , p_2 , p_3) [6]. Tym samym, otrzymano równania charakterystyczne układu zamkniętego ze zdefiniowanymi współczynnikami:

$$s^3 + (-p_1 - p_2 - p_3)s^2 + (p_1p_2 + p_2p_3 + p_1p_3)s - p_1p_2p_3 = 0 \quad (22)$$

Po przyrównaniu współczynników równania charakterystycznego łożyska (21) do współczynników równania charakterystycznego (22), wyznaczono nastawy regulatora PID.



Rys. 2. Przemieszczenie wirnika i prąd sterujący łożyskiem po wymuszeniu skokiem jednostkowym siły wytrącającej wirnik z punktu pracy.



Rys. 3. Charakterystyki częstotliwościowe łożyska magnetycznego.

Na rys. 2 przedstawiono przemieszczenie wirnika w szczelinie powietrznej oraz prąd sterujący po wymuszeniu skokiem jednostkowym siły zewnętrznej. Zgodnie z przyjętym założeniem wirnik po zaniku procesu przejściowego powraca do położenia wyjściowego czyli punktu pracy. Wypadkowa siła elektromagnetyczna, która równoważy siłę zewnętrzną jest proporcjonalna do prądu sterującego łożyskiem magnetycznym (rys. 2). Istotnym parametrem łożyska magnetycznego jest pasmo przenoszenia, które decyduje o dopuszczalnej prędkości obrotowej wirnika, oraz o zakresie pomiarowym giroskopu. Na rys. 3 przedstawiona jest

charakterystyka częstotliwościowa łożyska magnetycznego pomiędzy siłą zewnętrzną a przemieszczeniem wirnika (linia przerywana) i prądem sterującym (linia ciągła). Z rysunku można odczytać pasmo przenoszenia, który zgodnie z założeniem wynosi 100 [Hz]. Na charakterystyce częstotliwościowej prądu sterującego można wyróżnić obszar o stałej wartości wzmocnienia. Stąd mierząc prąd sterujący łożyskiem magnetycznym można określić wartość siły wytrącającej wirnik z punktu pracy. Jest to istotna właściwość pozwalająca wykorzystać łożyska magnetyczne do monitorowania sił działających na wirnik, co zostanie wykorzystane w konstrukcji giroskopowego miernika prędkości kątowej.

4. PODSUMOWANIE

Przy projektowaniu układu sterownia łożyska magnetycznego wymagany jest dokładny jego model ze względu na niestabilną pracę łożyska w układzie otwartym. Model matematyczny wyznaczony został na podstawie danych konstrukcyjnych łożyska. Jest on niedokładny ponieważ popełnia się błędy wynikające z przyjętych założeń upraszczających (linearyzacja modelu, pomijanie nasycenia magnetycznego, histerezy magnetycznej, prądów wirowych itd.). Również wszystkie wielkości geometryczne przyjmuje się jako idealne. Niestety proces technologiczny gwarantuje te wielkości z uwzględnieniem pola tolerancji.

Regulator PID włączony w tor sprzężenia zwrotnego od wektora wyjść toleruje zmianę parametrów łożyska do 20% [5]. Oznacza to, że układ będzie działał stabilnie mimo popełnionych błędów. Korzystając ze znanych metod identyfikacji układów zamkniętych można ten model zweryfikować aby poprawić nastawy regulatora PID. Uzyska się to bez potrzeby identyfikacji modelu fizycznego łożyska magnetycznego w układzie otwartym. Projektowanie układu sterowania na podstawie modelu dynamicznego układu zamkniętego łożyska ułatwia ocenę uzyskanych wyników przez analizę jego charakterystyk dynamicznych.

LITERATURA

- [1] A.-Ch. Lee, F.-Z. Hsiao, D. Ko: *Analysis and Testing of Magnetic Bearings with Permanent Magnets for Bias*; JSME International Journal, Series C, Vol. 37, No. 4, 1994.
- [2] Y.-H. Fan, A.-Ch. Lee: *Design of a Permanent/Electromagnetic Magnetic Bearing-controlled Rotor System*, Journal of The Franklin Institute, Vol. 334B, No. 4, 1997.
- [3] R. Overstreet, G. Flowers: *Design and Testing of a Permanent Magnets Biased Active Magnetic Bearing*, 17th Biennale Conference on Mechanical Vibration and Noise, Las Vegas, 1999.
- [4] Z. Gosiewski, K. Falkowski: *Projektowanie układu sterowania łożyska magnetycznego*. Konferencja AUTOMATION 2000, Warszawa, 2000.
- [5] K. Falkowski: *Opracowanie laboratoryjnego modelu giroskopu z magnetycznie zawieszonym wirnikiem i jego badanie*, Rozprawa doktorska, Warszawa, 1999.
- [6] B. Kuo: *Automatic Control Systems*, Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, New Jersey, 1995.