Prof. dr hab. inż. Ireneusz J. Jóźwiak
Mgr inż. Łukasz Krzywiecki
Politechnika Wrocławska

OPTYMALIZACJA STRUKTURY TOPOLOGICZNEJ SIECIOWEGO SYSTEMU KOMUNIKACYJNEGO

Problem optymalizacji struktury topologicznej sieci komputerowej polega najczęściej na wyznaczaniu struktury, która minimalizuje, bądź maksymalizuje jeden zadany wskaźnik jakości działania sieci, z uwzględnieniem dodatkowych ograniczeń. Najczęściej wskaźnikiem działania jest średnie opóźnienie przesyłanych danych, a ograniczeniem, koszt budowy. W referacie proponuje się wyznaczenie topologii optymalnej ze względu na wiele kryteriów jakości. Polega ona na rozwiązaniu wieloetapowej gry, jaką toczyć będą między sobą gracze reprezentujący poszczególne kryteria. Zakłada się, że w projektowaniu struktury, na każdym etapie występują gracze o wspólnych interesach, wyrażonych w postaci wzrostu wartości ich funkcji użyteczności dla określonych strategii, dla których połączenie się w koalicję może zwiększyć ich użyteczności indywidualne. Koalicję wygrywającą tworzy się w oparciu o gracza dominującego.

OPTIMISATION OF TOPOLOGICAL STRUCTURE OF NETWORK COMMUNICATION SYSTEM

A regular optimisation of topological structure of computer communication network is obtained through minimisation or maximisation of one given criterion function according to presumed boundaries. In most cases the criterion is defined by the delay function and the limit by the function of costs. In the paper, a multi-criteria optimisation is proposed. It is achieved by solution of multi-stage game played by the players who represent the criteria. It is assumed, that in every stage of the process of structure design, there are players whose interests, defined by values of their functions of usability, are close. A co-operation which lead to the coalition formed by them can increase that values. Such coalitions are based on a dominant player in every stage.

1. WSTĘP

Optymalizacja struktury topologicznej sieci polega na wyznaczaniu struktury, która minimalizuje, bądź maksymalizuje zadany wskaźnik jakości działania sieci, z uwzględnieniem dodatkowych ograniczeń. Najczęściej wskaźnikiem działania sieci jest średnie opóźnienie pakietu, a ograniczeniem, koszt budowy. W niektórych zastosowaniach korzysta się z innych wskaźników jakości, takich jak przepustowość, a zadanie uzupełnia się o dodatkowe ograniczenia niezawodnościowe. Literatura z tego zakresu [1,2,6,7] dotyczy głównie zadań optymalizacji jednokryterialnej, co sprowadza się do maksymalizacji lub minimalizacji funkcji oceniającej zadane kryterium jakości Q, np. maksymalizacji niezawodności przy ograniczeniach dotyczących kosztu. Tanenbaum [7] podaje przykład optymalizacji stryktury sieci minimalizujący jej koszt. W pracy [1] Kasprzak przedstawia algorytm dokładny wyznaczania struktury topologicznej sieci, przepływów i przepustowości kanałów ze wskaźnikiem jakości, jakim jest średnie opóźnienie pakietu. W [2] podany jest algorytm heurystyczny dla tego problemu.

Rozwiązanie tak postawionych zadań jest w wielu przypadkach niewystarczające. Otrzymuje się różne optymalne wartości wskaźników jakości, a wybór jednej z nich zależy od doboru zbioru wartości dopuszczalnych ograniczeń. Ponadto, w zagadnieniach optymalizacyjnych, nie można optymalizować poszczególnych kryteriów jakości, a potem „zsumować" wyników. Każde kryterium wymaga różnych optymalnych dla siebie wartości parametrów sterujących; te przeciwstawne wymagania prowadzą zwykle do nieporozumienia. Wybór optymalnej struktury ze względu na jeden wskaźnik, może okazać się całkowicie nie do przyjęcia ze względu na inny wskaźnik.

Omawiane wskaźniki jakości $Q_1, Q_2, \ldots, Q_k$ są więc w wielu przypadkach kryteriami konfliktowymi. Konfliktowe sytuacje można jednak rozstrzygnąć, i to z dobrym skutkiem, w oparciu o metody i modele teorii gier. Teoria gier jest działem matematyki, rozpatrującym formalne modele podejmowania optymalnych decyzji, właśnie w sytuacjach konfliktowych. Podstawowym pojęciem tej dziedziny matematyki jest gra, będąca sformalizowanym przedstawieniem konfliktu. Przedmiotem badań teorii gier jest zawartość przyjmowanych w grach zasad optymalności, istnienie sytuacji, w których te zasady są realizowane, oraz sposoby znajdowania takich sytuacji. Dokładny opis konfliktu polega na wskazaniu: jakie strony biorą udział w konflikcie, jakie są możliwe wyniki konfliktu oraz w jaki sposób strony są zainteresowane tymi wynikami. Strony zainteresowane wynikami konfliktu zwane są koalicjami celów, ich cele opisywane są za pomocą gradacji ważności podejmowanych decyzji. W zależności od klasy gry, tzn. liczby graczy, inteligencji graczy, właściwości zbioru strategii, wyróżnić można różne sposoby rozwiązywania gier. W grach niekooperacyjnych podstawową zasadą optymalności jest zasada osiągalności celu, doprowadzająca do sytuacji równowagi. Sytuacje te charakteryzują się tym, że dowolny gracz, który odejdzie od sytuacji równowagi (pod warunkiem, że reszta graczy nie zmieni swoich strategii postępowania), nie zwiększy przez to swojej wygranej. Kooperacyjna teoria gier bada pewną klasę gier, dla której zakłada się możliwość współpracy pomiędzy graczami. W grze kooperacyjnej zadawane są możliwości i priorytety różnych grup graczy (koalicji), a następnie na ich podstawie wyprowadza się optymalne (sprawiedliwe) decyzje dla graczy, w tym też rozkład między graczy sumarycznej wygranej.

W referacie proponuje się wyznaczenie topologii optymalnej ze względu na wiele kryteriów jakości. Polega ona na rozwiązaniu gry, jaką toczyć będą między sobą gracze reprezentujący poszczególne kryteria. Zakłada się, że w projektowaniu struktury, na każdym etapie występują gracze o wspólnych interesach, wyrażonych w postaci wzrostu wartości ich funkcji użyteczności dla określonych strategii, dla których połączenie się w koalicję może zwiększyć ich użyteczności indywidualne. Utworzona na danym etapie koalicja nie jest trwała (niezmienna) podczas całego procesu optymalizacji. Nowy etap, po wprowadzeniu zmian w strukturze sieci wynikających z poprzedniego etapu, może prowadzić do tworzenia koalicji o zmiennym składzie. Na każdym etapie rozwiązuje się problemy: ustalenia zbioru strategii projektowych, określenia użyteczności nowego rozwiązania dla poszczególnych graczy, ustalenia koalicji wygrywającej, wyznaczenia strategii optymalnej. Koalicję wygrywającą tworzy się w oparciu o gracza dominującego, który uzyska największe zwiększenie wartości funkcji użyteczności indywidualnej przy jednoczesnym wzroście funkcji celu. W zakresie wyznaczania strategii optymalnej korzysta się z określenia rdzenia gry, na poszczególnych zaś etapach gry tworzy się koalicje według zasad kooperacyjnej teorii gier dla kolejnego rozwiązania. Proces optymalizacyjny prowadzi się do momentu, w którym przekroczy się zadany budżet, bądź nie można wyznaczyć gracza dominującego.

2. MODEL SIECI I OPTYMALIZACJA JEJ TOPOLOGII

Przyjmijmy oznaczenia:

Ω - zbiór graczy
x_i - i-ty gracz
x_{i^*} - gracz dominujący
Q_i - funkcja użyteczności kryterium i-tego gracza
V - koalicja
S_k^j - j-tą strategie (strukturę) na k-tym etapie gry
S_k^* - strategia optymalna na k-tym etapie
F - funkcja celu

Siecią nazywać będziemy krotkę $S=\langle G, h1, h2, \ldots, hn \rangle$, gdzie $G=\langle N,L \rangle$ jest grafem właściwym (bez pętli), takim, że N jest zbiorem węzłów, L jest zbiorem par określonych na N, zwanych łukami, a $h1, \ldots, hn$ są funkcjami przyporządkowującymi każdemu łukowi ze zbioru L nieujemną liczbę rzeczywistą.

Przez strukturę sieci S rozumiemy schemat rozmieszczenia łuków, zwanych dalej kanałami, określony przez graf G. Graf G, z kolei, może być łatwo opisany przy pomocy macierzy incydencji jego węzłów. Strukturę początkową oznaczymy przez S_0 i będziemy nazywać dalej strategią początkową. Analogicznie, S_k^j oznaczać będzie j-tą strategię (strukturę) na k-tym etapie gry. S_k^* -będzie strategią optymalną na k-tym etapie.

Kryteria jakości Q_1, Q_2, Q_3 wyrażają interesy poszczególnych graczy, a ich wartości mogą być określane dla poszczególnych strategii S_k^j. Metody wyznaczania wartości dla przyjętych funkcji kryterialnych omówiono np. w pracach [2,7]. Przy ich wyznaczaniu wykorzystuje się zadaną macierz z zewnątrz wprowadzanych natężeń ruchu w sieci $[\gamma_{ij}]$. $Q_i(S_k^j)$ - oznaczać zatem będzie wartość funkcji kryterialnej Q_i dla j-tej strategii na k-tym etapie wyznaczoną odpowiednią metodą stosowaną przez gracza x_i. Przyjęto następujące funkcje kryterialne:

- Q_1 - opóźnienie

  Niech funkcja gęstości prawdopodobieństwa dla wielkości pakietów w bitach będzie $\mu e^{-\mu x}$ ze średnią $1/\mu$ bitów na pakiet. Wtedy średnie opóźnienie pakietu (analiza systemów masowej obsługi $M/M/1$) [7] wynosi:

$$T = \frac{1}{\gamma}\sum_{i=1}^{m}\frac{\lambda_i}{\mu c_i - \lambda_i} \qquad (1)$$

gdzie

$$\gamma = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\gamma_{ij} \tag{2}$$

λ_i - natężenie strumienia zgłoszeń dla kanału i

γ_{ij} - element macierzy ruchu

c_i - przepustowość łuku w *b/s*

μc_i - szybkość obsługi w *pakietach/s*

- Q_2 - koszt

$$\textit{\textbf{koszt sieci}} = \sum_{i=1}^{m}(d_i c_i + y_i) \quad [7] \tag{3}$$

gdzie:

d_i - koszt jednostkowy przepustowości [*koszt/b/s*] dla linii i

y_i - stały koszt związany z linią i

- Q_3 - niezawodność

Istnieje kilka możliwych sposobów oceny niezawodności sieci. Najprostszym jest pomiar określający, czy sieć jest spójna, czy nie [7]. Dla modelu, w którym czas jest podzielony na jednakowe interwały, podczas których łącze (lub węzeł) jest albo uszkodzone z prawdopodobieństwem p, albo czynne z prawdopodobieństwem $1\text{-}p$, otrzymuje się w wyniku symulacji *Monte Carlo* prawdopodobieństwo niespójności, w zależności od p.

Wobec nieporównywalnych wartości poszczególnych funkcji kryterialnych, dla wyznaczenia funkcji celu konieczne jest przejście od wartości jawnych, w przestrzeń funkcji użyteczności. Schemat takiego przejścia podaje Styczyński w [5]. W dalszej części referatu przyjmiemy, że Q_i oznaczać będzie wartość funkcji użyteczności dla funkcji kryterialnej gracza x_i.

Funkcje celu F wyznaczymy jako ważoną sumę funkcji użyteczności poszczególnych funkcji kryterialnych. Wagi w_i wyznacza decydent przed rozpoczęciem gry. Metody wyznaczania wag przedyskutowano w pracy [3].

Zapis

$$F(S_k^j) = \sum_{i\in\Omega} w_i Q_i(S_k^j) \tag{4}$$

oznacza wartość funkcji celu dla j-tej strategii na k-tym etapie gry.

Zadanie wyznaczenia optymalnej struktury komunikacyjnej sieci jest trudne. Zazwyczaj stosowanym podejściem jest generowanie potencjalnej topologii i sprawdzanie, czy spełnia ona stawiane wymagania względem spójności i opóźnienia. Jeżeli nie, generowana jest inna topologia. Po znalezieniu odpowiedniej struktury obliczany jest jej koszt. Jako punkt wyjścia przyjmuje się pewną określoną topologię i jej koszt. Następnie topologię modyfikuje się uzyskując pewną liczbę podobnych sieci i sprawdza się, która z nich jest lepsza. Tę traktuje się jako podstawę do dalszych modyfikacji.

Taki sposób postępowania nasuwa pewną metodę dla wyznaczenia topologii optymalnej ze względu na wiele kryteriów jakości. Wartości tych kryteriów reprezentują interesy poszczególnych graczy w modelu teoriogrowym. Zakłada się, że grę toczyć będzie trzech graczy x_i, przy czym przyjęto:

- gracz 1 - x_1 - realizuje funkcję Q_1 minimalnych kosztów budowy sieci,
- gracz 2 - x_2 - realizuje funkcję Q_2 minimalnego opóźnienia transmisji informacji,
- gracz 3 - x_3 - realizuje funkcję Q_3 niezawodności.

Gracze będą działać według własnych strategii starając się uzyskać największe „korzyści" wyrażone w postaci wartości funkcji użyteczności kryteriów. Założenie kooperacyjności gry wynika z możliwej zbieżności zmian wartości funkcji użyteczności poszczególnych graczy. Prowadzi to, w sensie teorii gier, do powstania koalicji. Zgodnie z wymogami teorii, gra rozpoczyna się od stanu początkowego, w przypadku rozważanego problemu optymalizacyjnego jest to wstępna struktura sieci. Ostatecznie, zadanie optymalizacji sformułowane jest następująco: dla zadanych warunków sieciowych (rozmieszczenie węzłów, macierz z zewnątrz wprowadzanych natężeń ruchu w sieci $[\gamma_{ij}]$, ograniczenia na koszty, ograniczenia na opóźnienie, ograniczenia niezawodnościowe) wyznaczyć wstępną strukturę sieci. Przyjmując ją jako strategię wyjściową, wyznaczyć optymalną strukturę, stosując 3-osobową wieloetapową grę kooperacyjną.

Gra rozpoczyna się od pewnej strategii początkowej $S_0^1 := S_0^*$.

Wyznaczamy $F(S_0^*)$ oraz $Q_1(S_0^*)$, $Q_2(S_0^*)$, $Q_3(S_0^*)$. Następnie dokonujemy perturbacji - modyfikacji sieci przy użyciu heurystyk, otrzymując wektor strategii pierwszego etapu gry $S_1 = < S_1^1, S_1^2, ..., S_1^j, ..., S_1^J >$.

Przykłady heurystyk wykorzystywanych przy modyfikacji sieci podaje Tanenbaum w [7]. Również metoda *Monte Carlo*, wspomniana w [7], może być wykorzystywana do zmiany macierzy incydencji grafu G poprzez dodanie łączy pomiędzy pewnymi parami węzłów tak, aby prawdopodobieństwo wystąpienia niespójności sieci było minimalizowane i nie przekraczało przyjętej wartości progowej.

Na k-tym etapie gry wektor strategii oznaczamy przez $S_k = < S_k^1, S_k^2, ..., S_k^j, ..., S_k^J >$, gdzie S_k^j jest j-tą realizowalną ze względu na zadane ograniczenia strategią (strukturą).

Gracza dominującego x_{i^*} wyznaczamy z zależności

$$\max_i [j(i)] \tag{5}$$

gdzie $j(i)$ wyznaczone jest następująco

for j:=1 to J

$$\textit{if } (\ Q_i(S_{k-1}^*) < Q_i(S_k^j) \textit{ and } F(S_{k-1}^*) < F(S_k^j)\ ) \textit{ then } j(i) := j(i) + 1 \tag{6}$$

Zależność (6) określa wpływ funkcji celu, a więc i rolę wag w_i zadanych przez decydenta, na wybór gracza dominującego.

Możliwe koalicje V tworzyć się będą wokół gracza dominującego x_{i^*}. Wyznaczamy je z zależności:

$$V^{S_k^j} = x_{i^*} \cup \{\ x_i : x_i \in \underset{i \neq i^*}{\Omega}\ \wedge\ (Q_i(S_{k-1}^*) < Q_i(S_k^j)\ \wedge\ Q_{i^*}(S_{k-1}^*) < Q_{i^*}(S_k^j))\ \} \quad (7)$$

Zależności (7) zawęża zbiór uczestników koalicji do graczy, dla których występuje zbieżność interesów z graczem dominującym.

Koalicję wygrywającą wybiera się ze zbioru wszystkich możliwych do utworzenia koalicji następująco:

$$\max_j [V^{S_k^j}(S_k^j)] \text{ gdzie } V^{S_k^j}(S_k^j) = \sum_{i \in V^{S_k^j}} w_i Q_i(S_k^j) \text{ określa siłę koalicji } V^{S_k^j} \text{ [4].} \quad (8)$$

Strategia S_k^j koalicji wygrywającej jest strategią optymalną na k-tym etapie i zostaje oznaczona przez S_k^*.

Grę toczymy do momentu, w którym przekroczymy zadany budżet, bądź nie będziemy w stanie wyznaczyć gracza dominującego.

3. WNIOSKI

Przedstawiona metoda działania jest próbą wyznaczenia topologii optymalnej ze względu na wiele kryteriów jakości i polega na rozwiązaniu gry, jaką toczyć będą między sobą gracze reprezentujący poszczególne kryteria. Istotną nowością, w porównaniu z innymi znanymi metodami, jest rozpatrywanie trzech różnych wskaźników działania sieci. Dla scharakteryzowania metody wybrano trzy najczęściej rozpatrywane w literaturze kryteria jakości. Zakłada się aktywny udział decydenta w początkowej fazie, polegający na wyborze wag funkcji celu i taktyk postępowania graczy. Proces optymalizacyjny prowadzi się wykorzystując istniejące metody wyznaczania wartości poszczególnych funkcji kryterialnych.

LITERATURA

[1] Kasprzak A., *Algorytmy równoczesnej optymalizacji przepływów, przepustowosci kanałów i struktur topologicznych sieci teleinformatycznych*, Wydawnictwo Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1989.

[2] Kasprzak A., *Rozległe sieci komputerowe z komutacją pakietów*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1997.

[3] Korzeniowska-Gubała E., *Programowanie przy wielorakości celów*, PWN, Warszawa 1980.

[4] Owen G., *Teoria gier*, PWN, Warszawa 1975.

[5] Styczyński Z., *Wielokryterialna optymalizacja struktur elektroenergetycznych sieci przemysłowych*, Prace Naukowe Instytutu Elektroenergetyki Politechniki Wrocławskiej, Monografie nr13, Wrocław 1984.

[6] Sysło M. M., Deo N., Kowalik J. S., *Algorytmy optymalizacji dyskretnej*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1999.

[7] Tanenbaum A. S., *Sieci komputerowe*, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa 1988.