# STEROWANIE ŁOŻYSKAMI MAGNETYCZNYMI ELEKTROWRZECIONA PODCZAS FALOWEJ OBRÓBKI POWIERZCHNI\*

W artykule opisano obróbkę (frezowanie, szlifowanie) pewnych powierzchni o nietypowych kształtach opisanych analitycznie przez elektrowrzeciona ze sterowanymi łożyskami magnetycznymi. W elektrowrzecionie z łożyskowaniem magnetycznym ten dodatkowy ruch można realizować przez przemieszczanie w sposób programowy jego wału względem korpusu przy pomocy sterowanych łożysk magnetycznych. Przedstawiono metodę sterowana ruchem wału.

# CONTROL OF MAGNETIC BEARING SPINDLES DURING NON-ORBIT MACHINING

The machining method of non-circular surfaces with n-waved cross-section described by analytical functions is presented in the paper. Such machining can be realized by electro-spindles with active magnetic bearings without any change in grinding machine mechanisms but by programmed change of the localization of spindle shaft in the magnetic bearing planes. The method of shaft motion control is described.

### 1. WPROWADZENIE

W pewnych przypadkach należy obrabiać (frezować, szlifować) powierzchnię o nietypowych kształtach. Takimi powierzchniami są np. pofałdowane otwory lub wałki, których przekroje w płaszczyźnie ruchu narzędzia można opisać przez funkcje analityczne: epicykloidy lub hipocykloidy. Gdy zastosuje się elektrowrzeciono z łożyskowaniem magnetycznym, to ten dodatkowy ruch można realizować przez przemieszczanie w sposób programowy jego wału względem korpusu elektronarzędzia przy pomocy sterowanych łożysk magnetycznych [1]. Unikamy w ten sposób kosztownej rozbudowy mechanizmów posuwu narzędzia w obrabiarce. Co więcej, eletronarzędzia pracują z dużymi prędkościami obrotowymi (często powyżej 100 000 obr/min), co zmniejsza siły cięcia, a tym samym redukuje problemy cieplne i poprawia jakość (zmniejsza chropowatość) obrabianej powierzchni. Ponadto cały proces obróbki może być monitorowany i diagnozowany, gdy wykorzysta się sygnały pomiarowe i sterujące z łożysk magnetycznych [2]. Tym samym można zmniejszyć koszty eksploatacji parku maszynowego.

Elektrowrzeciono w pierwszym podejściu można traktować jako wirnik sztywny. Sterowaniu ruchem wirnika sztywnego przez łożyska magnetyczne poświęconych jest wiele prac, np. monografia [3]. W tych pracach zadaniem układu sterowania jest utrzymanie wału wirnika w środku geometrycznym łożyska magnetycznego; mamy więc do czynienia z regulacją stałowartościową. W elektrowrzecionie realizującym niekołową obróbkę wał powinien przemieszczać się w sposób programowy w obszarze dozwolonym przez szczelinę pomiędzy :

ţ

Wykorzystano oprogramowanie dotowane przez Fundację na Rzecz Nauki Polskiej

cewkami elektromagnesów a wałem. Zależności pomiędzy siłą generowaną przez elektromagnesy a przemieszczeniem wirnika i prądami w cewkach są silnie nieliniowe. Przy dużych przemieszczeniach należy ten fakt uwzględnić przy projektowaniu prawa sterowania.

W artykule wyprowadzono programowe równania ruchu wału w płaszczyznach łożyskowych wychodząc z funkcji analitycznych opisujących kształt obrabianej powierzchni. Współrzędne programowe ruchu przekształcono w parametry punktu pracy łożyska magnetycznego. Zbudowano zlinearyzowany model układu otwartego w funkcji parametrów punktu pracy. Wyprowadzono prawo sterowania dla jednej osi jednego z łożysk magnetycznych. Jest to tak zwane sterowanie lokalne. Stałowartościowe sterowanie globalne (czyli jednoczesne wszystkimi osiami obu łożysk promieniowych) opisano w [4], [5]. Zbadano jakość układu sterowania przy zmianie punktu pracy.

# 2. TRAJEKTORIA ŚRODKA GEOMETRYCZNEGO NARZĘDZIA

Ruch narzędzia trzeba opisać w sposób analityczny. Można do tego wykorzystać równania parametryczne krzywych opisujące kształt powierzchni przedmiotu obrabianego w płaszczyźnie ruchu narzędzia. Najbardziej ogólnymi krzywymi opisującymi n-falową powierzchnię kołową w płaszczyźnie ruchu narzędzia są epicykloidy lub hipocykloidy:

$$x_{s} = (R+r)\cos\varphi - \lambda r\cos\frac{R+r}{r}\varphi, \quad y_{s} = (R+r)\sin\varphi - \lambda r\sin\frac{R+r}{r}\varphi. \tag{1}$$

Należy zauważyć, że powyższa zależność:

- a) przedstawia równania parametryczne epicykloidy w przypadku, gdy: n=R/r jest liczbą naturalną.
- b) dla  $\lambda > I$  jest epicykloidą wydłużoną,
- c) dla  $\lambda < l$  jest epicykloidą skróconą,
- d) gdy we wzorze (1) zamienimy r przez -r, to jest ona zależnością na hipocykloidę, przy czym w zależności od wartości  $\lambda$  będzie to hipocykloida wydłużona lub skrócona,
- e) dla  $\lambda = 0$  przedstawia orbitę kołową o amplitudzie: A = R + r,
- f) w przypadku gdy R=2r, to jest równaniami parametrycznymi elipsy, gdzie półosie elipsy są następujące:  $A_1 = r(1+\lambda)$ ,  $A_2 = r(1-\lambda)$ .

Tym samym, funkcje parametryczne (1) mogą opisać wiele kształtów, z których dwa przedstawione są na rys. 1. Ponieważ epicykloida skrócona z rys. 1a ma kształt klasy C1, to ruch narzędzia szlifującego taką powierzchnię będzie gładki i opisany funkcją ciągłą. Dlatego zaleca się realizację powierzchni n-falowych w postaci epicykloid skróconych.

Przyjmiemy, że narzędzie (ściernica) ma przekrój kołówy o średnicy d. Środek geometryczny narzędzia będzie znajdował się na linii prostej prostopadłej do krzywej opisującej kształt obrabianej powierzchni w odległości d/2 od tej krzywej. Wyznaczymy obecnie równania parametryczne opisujące położenie środka geometrycznego narzędzia. Najpierw obliczymy pochodną funkcji kształtu (1) powierzchni obrabianej:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dt}{dt}} = \frac{\cos\varphi - \lambda\cos\left(\frac{R+r}{r}\varphi\right)}{-\sin\varphi + \lambda\sin\left(\frac{R+r}{r}\varphi\right)}.$$
(2)

Pochodna (2) w sposób parametryczny określa kierunek stycznej do krzywizny obrabianej powierzchni. Z kolei współczynnik kierunkowy a prostej prostopadłej do tej krzywizny jest równy:



Rys.1. Przykłady a) epicykloidy skróconej, b) hipocykloidy skróconej, dla n=4.

$$a = -\frac{1}{\frac{dy}{dx}} = \frac{\sin \varphi - \lambda \sin\left(\frac{R+r}{r}\varphi\right)}{-\cos\varphi + \lambda \cos\left(\frac{R+r}{r}\varphi\right)}$$
(3)

Prosta ta przechodzi przez dwa punkty. Pierwszy punkt o współrzędnych  $\{x_s, y_s\}$  - to punkt przecięcia prostej z krzywa obrabianej powierzchni. Natomiast drugi punkt o współrzędnych  $\{x_c, y_c\}$  - to środek geometryczny narzędzia. Ponieważ równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty ma postać:

$$y - y_{s} = \frac{y_{c} - y_{s}}{x_{c} - x_{s}} (x - x_{s}), \qquad (4)$$

to możemy wyznaczyć zależności pomiędzy równaniami parametrycznymi trajektorii środka geometrycznego narzędzia a równaniami parametrycznymi kształtu obrabianej powierzchni. Zależności te wynikają z następujących równości:

$$a = \frac{y_c - y_s}{x_c - x_s}, \quad \left(\frac{d}{2}\right)^2 = (x_c - x_s)^2 + (y_c - y_s)^2.$$
(5)

Pierwsza równość dotyczy współczynnika kierunkowego w (4), natomiast druga uwzględnia znaną odległość pomiędzy dwoma punktami. Z równań (5) wyznaczymy równania parametryczne środka geometrycznego narzędzia:

$$x_{c} = x_{s} \pm \frac{d}{2\sqrt{a^{2}-1}}, \quad y_{c} = y_{s} \pm \frac{da}{2\sqrt{a^{2}-1}}$$
 (6)

Znak plus w powyższych wyrażeniach dotyczy szlifowania wałków – narzędzie na zewnątrz obrabianej powierzchni. Znak minus dotyczy szlifowania otworów – narzędzie wewnątrz obrabianej powierzchni.

SESJA IV URZĄDZENIA DO AUTOMATYZACJI I ROBOTYZACJI

# 3. RUCH WIRNIKA W PŁASZCZYZNACH ŁOŻYSK

Przyjmijmy układ współrzędnych Axyz ze środkiem na osi obrotu w punkcie jej przecięcia lewą płaszczyzną łożyskową i z osią z skierowaną wzdłuż osi obrotu, jak to jest pokazane na rys. 2. Przyjmiemy również, że ta oś obrotu przechodzi przez środek geometryczny łożysk.



Rys.2. Położenie środka geometrycznego wału względem osi obrotu, gdzie a, b – odległość płaszczyzn łożyskowych od środka masy wirnika, c – odległość punktu przyporu narzędzia od prawej płaszczyzny łożyskowej,  $F_{xc}$  – siła przyporu,  $F_{xo}$ ,  $F_{xb}$  – reakcje w łożyskach.

Wyznaczymy położenie wału w płaszczyznach łożyskowych korzystając z warunku na współliniowość trzech punktów leżących na płaszczyźnie Axz:

$$\begin{aligned} x_{a} & z_{a} & 1 \\ x_{b} & z_{b} & 1 \\ x_{c} & z_{c} & 1 \end{aligned} = 0,$$
 (7).

gdzie znane są następujące współrzędne:  $x_c = x_c(t)$ ,  $z_c = (a+b+c)$ ,  $z_b = (a+b)$ ,  $z_a = 0$ . Obliczając dla tych współrzędnych wyznacznik (7) otrzymamy jedno równanie:

$$x_{a}c - x_{b}(a+b+c) + x_{c}(a+b) = 0,$$
(8)

posiadające dwie niewiadome:  $x_a$ ,  $x_b$ . Istnieje więc nieskończenie wiele rozwiązań i potrzebny jest jeszcze jeden warunek, aby je zredukować do rozwiązania najlepszego z punktu określonych potrzeb. Możemy sformułować różne warunki.

I. Minimalizacja sumy przemieszczeń w płaszczyznach łożyskowych dla normy-1:  $J_1 = |x_a| + |x_b|$ . Jest oczywiste, że:  $J_1 = \min$ , gdy:  $x_a = x_b$  lub:  $x_a = -x_b$ . Uwzględniając (8) pierwszy przypadek prowadzi do wartości:

$$x_a = x_b = x_c$$
. (9)  
W drugim przypadku z (8) mamy:

 $x_{a} = \frac{-(a+b)}{a+b+2c} x_{c}, \quad x_{b} = \frac{(a+b)}{a+b+2c} x_{c}.$  (10)

#### **AUTOMATION 2001**

. 1

Należy zauważyć, że w drugim rozwiązaniu stosunek  $x_a/x_c < 1$ ,  $x_b/x_c < 1$ . To oznacza, że ruch narzędzia może przekraczać wymiary szczeliny w łożyskach. Jeśli otwór jest płytki, to można narzędzie wprowadzać pod kątem i ten przypadek jest rozpatrywany poniżej. Daje to możliwość obrabiania otworów na większą średnicę, niż to wynika ze szczeliny łożyska magnetycznego. Jeśli otwór jest głęboki, to należy narzędzie z wałem wrzeciona przemieszczać równolegle, a to oznacza że nie można przekroczyć wartości szczeliny. W tym przypadku należy stosować pierwsze rozwiązanie.

II. Minimalizacja przemieszczeń w płaszczyznach łożyskowych w sensie najmniejszej prawej odwrotności wychodząc z normy Euklidesa:  $J_2 = \sqrt{(x_a)^2 + (x_b)^2}$ . W tym przypadku rozwiązania szukamy w postaci minimalnej prawej odwrotności:  $\mathbf{x}^\circ = \mathbf{F}^T (\mathbf{F}\mathbf{F}^T)^{-1} \mathbf{y}$ , gdzie w naszym przypadku:  $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_a & x_b \end{bmatrix}^T$ ,  $\mathbf{F} = \begin{bmatrix} -c & a+b+c \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{y} = (a+b)x_c$ . Z (8) mamy:

$$x_{a} = -\frac{c(a+b)}{c^{2} + (a+b+c)^{2}} x_{c}, \quad x_{b} = \frac{(a+b+c)(a+b)}{c^{2} + (a+b+c)^{2}} x_{c}.$$
 (11)

W tym przypadku również słuszna jest uwaga podana pod wzorem (10).

# 4. RÓWNANIA RUCHU DLA JEDNEJ OSI ŁOŻYSKA

Do projektowania prawa sterowania w wielu zastosowaniach używa się modelu z uśrednionymi wartościami prądów: prąd sterowania:  $i = (i_1 - i_2)/2$  oraz prąd punktu pracy:  $i_e = (i_1 + i_2)/2$ , gdzie:  $i_1$ ,  $i_2$  są prądami w przeciwsobnych cewkach elektromagnesów. W sterowaniu napięciowym steruje się niezależnie punktem pracy i dynamiką wirnika. Takie rozwiązanie jest niekorzystne dla precyzyjnej obróbki n-falowych powierzchni przez elektrowrzeciona, gdzie musimy precyzyjnie osiągać zmienny w czasie punkt pracy. Dlatego obecnie wprowadzimy inny model. Dla masy zawieszonej przez dwa przeciwsobne elektromagnesy (rozpatrzymy cewki na kierunku x w lewym łożysku magnetycznym z rys. 2) możemy napisać dobrze znane równania [3], [7]:

$$mx_{a} = F_{xa1} - F_{xa2} + F_{txa},$$

$$u_{xa1} = R_{xa1}i_{xa1} + L_{xax1}\frac{d}{dt}i_{xa1} + \frac{K_{xa1}}{2}\frac{d}{dt}\left(\frac{i_{xa1}}{x_{ao} - x_{a}}\right),$$

$$u_{xa2} = R_{xa2}i_{xa2} + L_{xax2}\frac{d}{dt}i_{xa2} + \frac{K_{xa2}}{2}\frac{d}{dt}\left(\frac{i_{xa2}}{x_{ao} + x_{a}}\right),$$
(12)

z siłami elektromagnetycznymi:

$$F_{xa1} = \frac{K_{xa1}}{4} \left( \frac{i_{xa1}}{x_{ao} - x_{a}} \right)^2, \ F_{xa2} = \frac{K_{xa2}}{4} \left( \frac{i_{xa2}}{x_{ao} + x_{a}} \right)^2, \ K_{xaj} = N_{xaj}^2 A_{xa} \mu_o, j = 1, 2,$$

które są generowane odpowiednio przez przeciwsobne cewki elektromagnesów. Inne oznaczenia:  $F_{xaz}$  – siły zewnętrzne, m - masa wirnika zredukowana do płaszczyzny łożyskowej,  $x_0$  – szczeliny łożyskowe, x – przemieszczenia wału w płaszczyźnie łożyskowej z środka geometrycznego łożyska, K – stałe konstrukcyjne, u – napięcia, R – oporność cewek,  $L_t$  – indukcyjność upływów,  $L_0$  – indukcyjność szczeliny łożyskowej, N – liczba zwojów cewki, A – pole powierzchni przekroju bieguna elektromagnesu, a  $\mu_0$  – przenikalność magnetyczna w próżni. Indeksy (1, 2) wskazują właściwą cewkę w przeciwsobnej parze,

natomiast indeksy (a, b), (x, y) wskazują odpowiednie łożysko i odpowiednią oś w płaszczyźnie łożyskowej. Dalej rozważymy prawa sterowania dla pojedynczej osi; dlatego pominiemy indeksy (a, b), (x, y) w dalszych rozważaniach, czyli zrealizujemy tak zwane sterowanie lokalne. Prawa sterowania stałowartościowego: x=0 takiego obiektu zostały opisane w [5], [6]. Obecnie zajmiemy się przypadkiem, gdy:  $x=x_z(t)$ , czyli sterowaniem programowym.

W punkcie pracy siły generowane przez przeciwsobną parę elektromagnesów powinny być równe i przeciwnie skierowane. Na podstawie pierwszego z równań (12) mamy:

$$\frac{K_1}{2} \left( \frac{i_1}{x_o - x} \right)^2 - \frac{K_2}{4} \left( \frac{i_2}{x_o + x} \right)^2 = 0.$$
(13)

W łożyskach realizowanych technicznie wartość wyrażeń w nawiasach jest dodatnia. Jeśli ponadto założymy identyczność cewek, to mamy:

$$\left(\frac{i_0 + i_z}{x_o - x_z}\right) = \left(\frac{i_0 - i}{x_o + x_z}\right),\tag{14}$$

gdzie:  $i_0$  jest prądem punktu pracy zadanego dla centralnego położenia wirnika w łożysku,  $i_z$  jest dodatkowym prądem potrzebnym do przemieszczenia wirnika w nowy punkt pracy określony współrzędną  $x_z$ . Jeśli wprowadzimy podstawienie:  $p = (x_o - x_i)/(x_o + x_i)$ , to z równania (14) otrzymamy:  $i_z = i_0 (p-1)/(p+1)$ . Ostatecznie mamy następujący punkt pracy:

$$x = x_{s}, \quad i_{z_{1}} = \frac{2p}{p+1}i_{0} = \frac{x_{o} - x_{s}}{x_{o}}i_{0}, \quad i_{r_{2}} = \frac{2}{p+1}i_{0} = \frac{x_{o} + x_{s}}{x_{o}}i_{0}.$$
(15)

Zlinearyzujmy równania (12) w punkcie pracy danym parametrami (15). Otrzymamy następujący liniowy model układu otwartego w przestrzeni stanu:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_{\mathbf{c}}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_{\mathbf{c}}\mathbf{u}(t),$$
  

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x}(t).$$
(16)

Macierze modelu są następujące:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{\mathbf{i}} \\ \dot{\mathbf{i}}_{2} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_{1} \\ u_{2} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \dot{\mathbf{i}}_{1} \\ \dot{\mathbf{i}}_{2} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_{c} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{k_{c1} + k_{s2}}{m} & 0 & \frac{k_{11}}{m} & -\frac{k_{12}}{m} \\ 0 & -\frac{k_{11}}{L_{s1} + L_{o1}} & -\frac{R_{1}}{L_{s1} + L_{o1}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_{i2}}{L_{s2} + L_{o2}} & 0 & -\frac{R_{2}}{L_{s2} + L_{o2}} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_{c} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{k_{w1}}{L_{s1} + L_{o1}} & 0 \\ 0 & \frac{k_{w2}}{L_{s2} + L_{o2}} \end{bmatrix}, \quad (17)$$

gdzie dla wygody, pominięto siły zewnętrzne oraz, chociaż wprowadzono nowe współrzędne w punkcie pracy, to pozostawiono ich poprzednie oznaczenia. Elementy macierzy:  $A_c$ ,  $B_c$  są

funkcjami czasu, bo zależą od zadanej programowo funkcji  $x_z(t)$ . Poszczególne zmienne w czasie parametry:

$$\begin{split} L_{o2} &= \frac{K_2}{2(x_o - x_z)}, \ L_{o1} = \frac{K_2}{2(x_o + x_z)}, \text{ są indukcyjnością szczelin powietrznych,} \\ k_{s1} &= (K_1 i_o^2) / \{2x_o^2(x_o - x_z)\}, \ k_{s2} = (K_2 i_o^2) / \{2x_o^2(x_o + x_z)\} \text{ są sztywnością przemieszczeniową,} \\ k_{i1} &= (K_1 i_o) / \{2x_o(x_o - x_z)\}, \ k_{i2} = (K_2 i_o) / \{2x_o(x_o + x_z)\} \text{ są sztywnością prądową.} \\ Ponadto: \ k_{w1}, \ k_{w2} \text{ są wzmocnieniami wzmacniaczy napięciowych.} \end{split}$$

### 5. KONSTRUOWANIE PRAWA STEROWANIA

Macierze Ac, Bc można zapisać w krótszej formie:

$$\mathbf{A}_{e} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ v_{1} & 0 & v_{2} & v_{3} \\ 0 & v_{4} & v_{5} & 0 \\ 0 & v_{6} & 0 & v_{7} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_{e} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ v_{g} & 0 \\ 0 & v_{g} \end{bmatrix}.$$
(18)

W klasycznym podejściu są wprowadzane średnie prądy:  $i_1 = i_o + i$ ,  $i_2 = i_o - i$  do modelu nieliniowego (12), i jest on linearyzowany w punkcie pracy: x=0, i=0. Prowadzi to do modelu układu otwartego, który może być przedstawiony jako superpozycja dwóch podukładów:

I). 
$$\begin{aligned} & \frac{\ddot{x} = v_{r1} x + v_{r2} i}{i = v_{r4} \dot{x} + v_{r5} i + v_{r8} u}, \end{aligned}$$
(19)

II). 
$$\dot{i}_{o} = v_{r_{7}} i_{o} + v_{r_{8}} u_{o},$$
 (20)

z uśrednionymi parametrami:

$$\begin{split} \nu_{r1} &= \frac{k_{s1} + k_{s2}}{m}, \quad \nu_{r2} = \frac{k_{i1} + k_{i2}}{m}, \quad \nu_{r4} = -\frac{1}{2} \left( \frac{k_{i1}}{L_{s1} + L_{o1}} + \frac{k_{i2}}{L_{s2} + L_{o2}} \right), \\ \nu_{r5} &= \nu_{r7} = -\frac{1}{2} \left( \frac{R_1}{L_{s1} + L_{o1}} + \frac{R_2}{L_{s2} + L_{o2}} \right), \quad \nu_{r8} = \frac{1}{2} \left( \frac{k_{w1}}{L_{s1} + L_{o1}} + \frac{k_{w2}}{L_{s2} + L_{o2}} \right), \quad \nu_{r3} = 0. \end{split}$$

Prawo sterowania dla pierwszego podukładu jest następujące:

$$u = -[k_1 \quad k_2 \quad k_3][x \quad \dot{x} \quad i]^T.$$
(21)

Dla zadanych biegunów:  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $p_3$  układu zamkniętego mamy [4]:

$$k_{1} = -\frac{v_{r1}(p_{1} + p_{2} + p_{3}) + p_{1}p_{2}p_{3}}{v_{r2}v_{r8}},$$

$$k_{2} = \frac{v_{r1} + v_{r2}v_{r4} + p_{1}p_{2} + p_{1}p_{3} + p_{2}p_{3}}{v_{r2}v_{r8}}, \quad k_{3} = (v_{r5} - p_{1} - p_{2} - p_{3})/v_{r8}.$$
(22)

Prawo sterowania dla drugiego podukładu będzie miało postać:

SESJA IV URZĄDZENIA DO AUTOMATYZACJI I ROBOTYZACJI

$$u_o = -k_o i_o, \tag{23}$$

gdzie wzmocnienie tego prostego regulatora dla zadanego bieguna po ma wartość:

$$k_{o} = p_{o} + v_{r7}.$$
(24)

Łącząc prawa sterowania (21) i (23) przez wprowadzenie:  $u_1 = u_o + u$ ,  $u_2 = u_o - u$ , otrzymamy prawo sterowania dla modelu (17):

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K}\mathbf{x}, \tag{25}$$

gdzie:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & (k_o + k_3)/2 & (k_o - k_3)/2 \\ -k_1 & -k_2 & (k_o - k_3)/2 & (k_o + k_3)/2 \end{bmatrix}.$$
(26)

Obserwator stanu pełnego rzędu można zbudować w klasyczny sposób [4], lecz w naszym przypadku mierzony jest cały wektor stanu z wyjątkiem prędkości wirnika. Dlatego można skonstruować zredukowany obserwator przez proste różniczkowanie sygnału przemieszczenia. Z przeprowadzonych rozważań wynika, że w pierwszym podejściu należy zbudować układ sterowania dla wartości:  $x_z=0$ , a następnie sprawdzić symulacyjnie, jak się zachowuje układ zamknięty po podłączeniu regulatora do układu otwartego (17) w którym przyjęto maksymalną wartość zmiennej  $x_z$ . Jeśli układ stanie się niestabilny, lub w sposób niedopuszczalny pogorszy się jakość sterowania, to należy wprowadzić inną metodę sterowania np.: sterowanie adaptacyjne. O tyle dobrze się składa, że model (17) jest funkcją tylko jednego zmiennego parametru  $x_z$ , który jest znany w sposób programowy. Dlatego można zastosować najprostszą formę sterowania adaptacyjnego tak zwane programowanie wzmocnienia (ang. gain scheduling).

# 6. SYMULACJA KOMPUTEROWA



Rys. 3. Odpowiedź układu zamkniętego z regulatorem zbudowanym dla punktu pracy: x=0i dla punktów pracy: nominalnego x=0 oraz.  $x=x_z$ .

13

ч.



Rys. 4. Odpowiedź układu zamkniętego z regulatorem zbudowanym dla punktu pracy:  $x=x_z$ i dla punktów pracy: nominalnego  $x=x_z$  oraz x=0,  $x=-x_z$ .

Przyjęto, że wirnik i łożyska magnetyczne są osiowo-symetryczne i mają na stępujące parametry konstrukcyjne: m=0.9[kg],  $N_1=N_2=400$ ,  $\mu=1.2566e^{-6}[Vs/Am]$ ,  $A=0.0012[m^2]$ ,  $i_0=0.4[A]$ ,  $x_0=0.001[m]$ ,  $L_s=0.086[Vs/A]$ ,  $R=17[\Omega]$ . Z tych parametrów wynika stała konstrukcyjna:  $K=2.4*10^{-6}[Vsm/A]$ . Zgodnie z metodą przesuwania biegunów dla stałej czasowej próbkowania  $\Delta t=0.0001[s]$  przyjęto następujące bieguny dyskretnego układu zamkniętego: pz=[0.96+0.05i; 0.96-0.05i; 0.91+0.01i; 0.91-0.01i; 0.8]. Bieguny zespolone sprzężone związane są z regulatorem proporcjonalnym, natomiast ostatni z biegunów ma zapewnić poprawne działanie części całkującej regulatora jak to zostało opisane w pracy [7]. Odpowiedź impulsowa układu zamkniętego w przypadku, gdy dla zadanych biegunów regulator został skonstruowany dla  $x_z=0$  i wartości zadane narzucają położenie narzędzia w punkcie  $x_z=0$  przedstawia wskazana krzywa (zaznaczona jako nominalny punkt pracy) na rys. 3. Odpowiedź tą charakteryzuje krótki czas regulacji (0.015[s]) oraz mała wartość przeregulowania (0.0000024[m]).

Obok nominalnego punktu pracy na tym samym rys.3 przedstawiono odpowiedź układu, w którym regulator został skonstruowany dla:  $x_z=0[m]$ , natomiast wprowadzono kolejno punkty pracy:  $x_z=0.0005[m]$ ,  $x_z=-0.0005[m]$ . Tym samym, w przypadku przemieszczenia środka geometrycznego elektrowrzeciona o połowę szczeliny w kierunku dodatnim lub ujemnym nie uwzględniono zmian parametrów obiektu przy konstruowaniu regulatora. W tych przypadkach nieco wydłużył się czas regulacji. Natomiast przeregulowanie dla trzeciego przypadku uległo nawet zmniejszeniu. Co ciekawe, układ staje się niestabilny dopiero, gdy:  $x_z>0.9x_o$ . Prawdopodobnie przy innym doborze regulatora układ byłby stabilny w całym dopuszczalnym zakresie ruchu wrzeciona (do granic szczeliny).

Następnie powtórzono te badania budując regulator punktu pracy:  $x_z=0.0005[m]$ , (rys. 4) oraz dla punktu:  $x_z=-0.0005[m]$  (rys. 5). Z każdym razem sprawdzano odpowiedź impulsową układu zamkniętego, gdy narzucone są trzy punkty pracy:  $x_z=0.0005[m]$ ,  $x_z=0[m]$ ,  $x_z=-0.0005[m]$ . Oczywiście najlepiej układ pracuje gdy regulator "zgadza się" z odpowiednim punktem pracy. Gdy niezgodność przekracza wartość:  $x_z > 0.6x_o$ , to układ zamknięty staje się niestabilny.

Wniosek z tych badań jest następujący. Można zbudować regulator dla punktu pracy:  $x_z=0$ , taki, że układ zamknięty będzie stabilny dla dowolnego punktu pracy w ramach dopuszczonych przez szerokość szczeliny, kosztem pogorszenia jakości układu sterowania. Jednakową jakość niezależnie od punktu pracy można uzyskać przez strojenie regulatora metodą programowania wzmocnienia przez uwzględnienie parametrów modelu układu otwartego odpowiadającego temu punktowi pracy.



Fig. 5. Odpowiedź układu zamkniętego z regulatorem zbudowanym dla punktu pracy:  $x = -x_z$ i przy zadanych punktach pracy: nominalnym  $x = -x_z$  oraz. x = 0,  $x = x_z$ .

# LITERATURA

[1] Kim M., Higuchi T., Mizuno T., Hara H.: Application of a Magnetic Bearing Spindle to. Non-Circular Fine Boring; Proc. Sixth International Symposium on Magnetic Bearings (ISMB), MIT Cambridge/Boston, August 1998, pp.22-31.

[2] Strassburger S., Nordmann R.: Diagnosis and Optimisation of the Internal Grinding Process by Means of an AMB High Speed Spindle. Proc. Seventh International Symposium on Magnetic Bearings, Zurich, August 2000, pp.207-212.

[3] Gosiewski Z.: Łożyska magnetyczne do maszyn wirnikowych; Sterowanie i badanie. Biblioteka Naukowa Instytutu Lotnictwa, 1999.

[4] Gosiewski Z.: Control Design of Sensorless Magnetic Bearings for Rigid Rotor, Proc. Sixth International Symposium on Magnetic Bearings, MIT Cambridge/Boston, August 1998, pp. 548-557.

[5] Gosiewski Z., Falkowski K., Sawicki J.T.: Introduction to Smart Magnetic Bearings. Proc. Seventh International Symposium on Magnetic Bearings, Zurich, August 2000, pp. 531-536.

[6] Gosiewski Z.: Modalne adaptacyjne sterowanie ruchu wirnika sztywnego w łożyskach magnetycznych; Materiały V Szkoły Analizy Modalnej, AGH Kraków, grudzień 2000.

[7] Gosiewski Z., Paszowski M.: Diagnostics of Magnetic Bearings via Identification of Its Physical Parameters. Proc. Seventh International Symposium on Magnetic Bearings, Zurich, August 2000, pp. 15-22.