

IDENTYFIKACJA SYNCHRONICZNYCH WYMUSZEŃ W MASZYNACH WIRNIKOWYCH Z ŁOŻYSKAMI MAGNETYCZNYMI

Streszczenie; W artykule rozważa się identyfikację wymuszeń: niewyważenia wirnika i run-outu czujnika działających na sztywny wirnik podparty przez dwa promieniowe łożyska magnetyczne. Identyfikuje się także parametry układu otwartego. Ponieważ wymuszenia identyfikuje się oddzielnie, to wyniki identyfikacji można wykorzystać w układzie automatycznego wyważania i/lub w układzie kompensacji skutków run-outu. Prezentowane są również wyniki komputerowej symulacji tej metody.

IDENTIFICATION OF SYNCHRONOUS EXCITATIONS IN ROTATING MACHINERY WITH MAGNETIC BEARINGS

Abstract; We consider the identification method of external disturbances: unbalance and sensor run-out, acting on the rigid rotor supported in two radial magnetic bearings. The open-loop system parameters are also identified. The disturbances are separated so result of identification can be used to improve the measurement system or/and in the system of automatic balancing. Results of computer simulation of the method are presented.

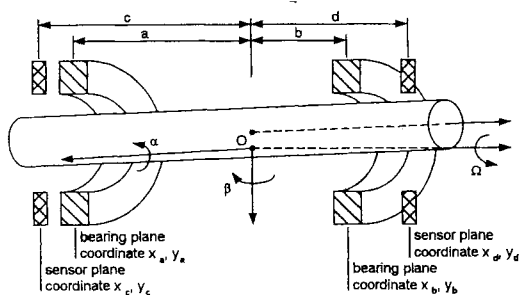
1. WPROWADZENIE

Z częstotliwością wirnika związane są liczne wymuszenia generujące drgania maszyny wirnikowej, jak np: niewyważenie wirnika, niewspółosiowość linii wałów, run-out czujników pomiarowych, itd. Ponieważ wirnik w łożyskach magnetycznych jest układem automatycznej regulacji, to możemy wykorzystać sygnały wejścia i wyjścia do identyfikacji zarówno parametrów układu otwartego jak i tych zewnętrznych (synchronicznych) wymuszeń.

Metoda identyfikacji parametrów fizycznych układu wirnik-łożyska magnetyczne jest opisana w [1]. Natomiast w pracy [2] opisana jest metoda identyfikacji wymuszeń. W artykule przystosujemy metodę z [2] do identyfikacji zarówno parametrów fizycznych obiektu jakim jest układ wirnik-łożyska magnetyczne jak i do identyfikacji jego synchronicznych wymuszeń: niewyważenia i run-outu.

W pierwszym etapie identyfikujemy model ARX układu obserwatora/regulatora, który jest modelem układu zamkniętego i który jest uzupełniony o model wymuszeń. Model wymuszeń możemy wprowadzić w postaci dodatkowych postaci, których częstotliwości są znane (jak to ma miejsce w przypadku niewyważenia) lub model całkowicie nieznanej odpowiedzi układu na wymuszenia (przypadek runoutu). Drugi przypadek jest bardziej uniwersalny lecz musimy wyznaczyć więcej parametrów. W drugim etapie identyfikujemy parametry układu zamkniętego i parametry modelu wymuszeń. Z tych parametrów w trzecim etapie wyznaczamy parametry układu otwartego oraz rozdzielamy parametry różnych wymuszeń, w naszym przypadku: niewyważenia i run-outu. Przedstawimy symulację komputerową metody.

2. MODEL UKŁADU OTWARTEGO



Rys. 1. Konfiguracja układu: wirnik, łożyska magnetyczne, czujniki pomiarowe

Rozpatrzmy osiowo-symetryczny sztywny wirnik podparty promieniowo przez dwa łożyska magnetyczne jak pokazano na rys. 1.

Modalne współrzędne zestawimy w wektor $p = [x \ \beta \ y \ -\alpha]^T$. Ruch wirnika można również opisać przez współrzędne położenia wirnika w płaszczyznach łożyskowych $p_b = [x_a \ x_b \ y_a \ y_b]^T$ [4] lub pomiarowych $p_m = [x_c \ x_d \ y_c \ y_d]^T$

W dalszych rozważaniach skorzystamy ze współrzędnych p_b , aby wyprowadzić model układu w przestrzeni stanu:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_x x(t) + B_c u(t) + B_w w(t), \\ y &= Cx(t) + C_p p_r(t), \end{aligned} \quad (1)$$

gdzie wymuszenie przez niewyważenie wirnika opisane jest wektorem $w(t)$, natomiast sygnał run-outu wyrażony jest przez wektor $p_r(t)$.

Założymy, że układ jest idealnie próbkowany. Prowadzi to do modelu dyskretnego w przestrzeni stanu:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) + B_d w(k), \\ y(k) &= Cx(k) + C_p p_r(k). \end{aligned} \quad (2)$$

Rozwiązanie równań (2), czyli wyjście $y(k)$, w funkcji wejść $u(i)$, niewyważenia $w(t)$, run-outu $p_r(t)$, można otrzymać w następującej postaci:

$$\begin{aligned} y(k) &= CA^k x(0) + \sum_{i=1}^k Y_i u(k-i) + \eta(k), \\ \eta(k) &= \sum_{i=1}^k Y_{wi} w(k-i) + C_p p_r(k). \end{aligned} \quad (3)$$

gdzie pierwszy człon opisuje proces przejściowy natomiast:

$$Y_i = CA^{i-1}B, \quad Y_{wi} = CA^{i-1}B_w, \quad Y_{\pi} = C, \quad i=1, 2, 3, \dots, s$$

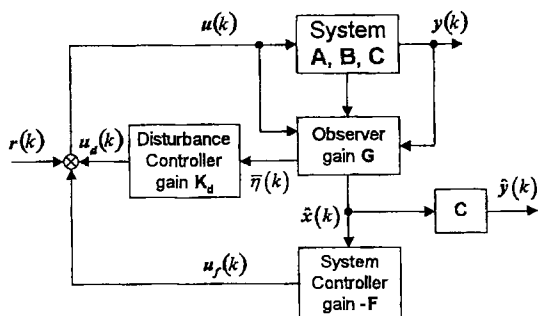
są znane jako parametry Markowa: układu otwartego, zewnętrznych wymuszeń, błędu pomiarowego, zakładamy natomiast, że s jest wystarczająco duże.

3. UKŁAD ZAMKNIĘTY

Przyjęto regulator ze sprzężeniem od wektora stanu, a wektor stanu jest estymowany przez obserwator, jak to pokazano na rys. 2. Pomijając sygnał sprzężenia do przodu $u_d(k)$ otrzymamy sygnał wejściowy:

$$u(k) = u_f(k) + r(k), \quad u_f(k) = -F\hat{x}(k). \quad (4)$$

gdzie $r(k)$ jest sygnałem trwale pobudzającym wprowadzonym na potrzeby identyfikacji.



Rys.2. Schemat strukturalny układu zamkniętego

Połączenie modelu obserwatora (który zastępuje model układu otwartego) z modelem regulatora prowadzi do modelu układu zamkniętego (tzw. modelu obserwatora/regulatora):

$$\hat{x}(k+1) = \bar{A}\hat{x}(k) + \bar{B} \begin{bmatrix} u(k) \\ y(k) \end{bmatrix} + GC_p p_r(k) + B_d w(k), \quad (5)$$

$$y_u(k) = \begin{bmatrix} \hat{y}(k) \\ u_f(k) \end{bmatrix} = \bar{C}\hat{x}(k) + C_r p_r,$$

gdzie:

$$\bar{A} = A + GC, \quad \bar{B} = [B \quad -G], \quad \bar{C} = \begin{bmatrix} C \\ -F \end{bmatrix}, \quad C_r = \begin{bmatrix} C_p \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Macierz wzmocnienia obserwatora można tak dobrać, że już po p krokach zanika proces przejściowy w układzie zamkniętym, $p < s$. Tym samym odpowiedź układu zamkniętego można wyrazić przez parametry Markowa obserwatora/regulatora:

$$y_u(k) = \sum_{i=1}^p \bar{Y}_i v(k-i) + \bar{\eta}(k), \quad \text{for } k \geq p, \quad (6)$$

$$\bar{\eta}(k) = \sum_{i=1}^p \bar{Y}_{wi} w(k-i) + \sum_{i=0}^p \bar{Y}_{ri} p_r(k-i), \quad \text{dla } k \geq p, \quad (6a)$$

gdzie:

$$y_u(k) = \begin{bmatrix} y(k) \\ u_f(k) \end{bmatrix}, \quad v(k-i) = \begin{bmatrix} u(k-i) \\ y(k-i) \end{bmatrix},$$

$$\bar{Y}_i = \bar{C}\bar{A}^{i-1}\bar{B}, \quad \bar{Y}_{wi} = \bar{C}\bar{A}^{i-1}B_d, \quad \bar{Y}_{r0} = C_r, \quad \bar{Y}_{ri} = \bar{C}\bar{A}^{i-1}GC_r, \quad i = 1, 2, \dots, p,$$

a p jest liczbą parametrów Markowa, które należy zidentyfikować. Następnie można wykorzystać algorytm ERA, aby wyznaczyć modalne macierze $\{\bar{\bar{A}}, \bar{\bar{B}}, \bar{\bar{C}}\}$, które są związane z realizacją fizyczną (wynikającą z praw fizyki) układu zamkniętego $\{\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}\}$ macierzą transformacji T , jak następuje:

$$\bar{\bar{A}} = A + GC = T\bar{A}T^{-1}, \quad \bar{\bar{B}} = [B \quad -G] = T\bar{B}, \quad \bar{\bar{C}} = \begin{bmatrix} C \\ -F \end{bmatrix} = \bar{\bar{C}}T^{-1}. \quad (7)$$

W dwóch przypadkach łatwo wyznacza się macierz transformacji.

Przypadek I. Niech \bar{C} jest znana i nieosobliwa, to:

$$T = \bar{C}\bar{C}^{-1}. \quad (8)$$

Zgodnie ze wzorem (7) macierze fizyczne układu otwartego wyznaczmy z zależności:

$$[B \quad -G] = T\bar{B}, \quad A = T\bar{A}T^{-1} - GC. \quad (9)$$

Przypadek II. Niech \bar{B} jest znana i nieosobliwa, to:

$$T = \bar{B}\bar{B}^{-1}. \quad (10)$$

Zgodnie ze wzorem (7) macierze fizyczne układu otwartego wyznaczmy z zależności:

$$A = T\bar{A}T^{-1} - GC, \quad \begin{bmatrix} C \\ -F \end{bmatrix} = \bar{C}T^{-1}. \quad (11)$$

4. IDENTYFIKACJA MODELU ARX

Parametry Markowa obserwatora/regulatora można wyznaczyć ze zidentyfikowanych parametrów modelu ARX. Zwiększony o wymuszenia model ARX ma postać:

$$y_u(k) = \sum_{i=1}^p a_i y_u(k-i) + \sum_{i=1}^p b_i v(k-i) + \kappa(k), \text{ for } k \geq p. \quad (12)$$

$$\kappa(k) = \sum_{i=1}^p c_i w(k-i) + \sum_{i=0}^p d_i p_r(k-i), \text{ for } k \geq p,$$

gdzie: a_i, b_i, c_i, d_i są parametrami modelu ARX. Zauważmy, że zmienne w są znane (funkcje typu sin lub cos) podczas gdy p_r są nieznane i należy je wyznaczyć. Z drugiej strony parametry d_i są znane podczas gdy parametry c_i są nieznane i należy je obliczyć.

W naszym przypadku rozwiązanie szczególnie jest wynikiem złożenia zaburzeń wywołanych przez dwa różne wymuszenia: niewyważenie i run-out czujników. Aby te wymuszenia rozdzielić wykorzystamy ich wspólną cechę – okresowość. W tym celu rozłożymy zaburzenia w szereg Fouriera:

$$\kappa(k) \cong \sum_{i=1}^L \gamma_i \phi_i(k-p), \text{ for } k \geq p, \quad (13)$$

$$\phi_i(k) = \begin{bmatrix} \cos(i\Omega k \Delta t) \\ \sin(i\Omega k \Delta t) \end{bmatrix}.$$

Można zauważyć że, niewyważenie ma wpływ tylko na pierwszą składową szeregu Fouriera. Błąd pomiaru związany jest z niedokładnością ścieżki geometrycznej na wale pod czujnikiem. Na podstawie tego można oczekiwać, że sygnał run-outu zawiera większą ilość składowych szeregu Fouriera. Ponadto na siły bezwładności pochodzące od niewyważenia ma duży wpływ prędkość obrotowa wirnika, natomiast wpływ prędkości obrotowej wirnika na sygnał run-outu jest nieistotny. Oznacza to, że gdy wirnik obraca się z małą prędkością obrotową możemy pominąć wpływ niewyważenia, natomiast dla dużej prędkości obrotowej niewyważenie jest składową dominującą w sygnale zakłócenia.

Wprowadzając zależność funkcyjną $\phi(k)$ otrzymujemy zależność pomiędzy sygnałami wejścia i wyjścia układu w następującej postaci:

$$y_v(k) = P_y V_y(k), \quad (14)$$

gdzie:

$$P_y = [a_1 \quad b_1 \quad a_2 \quad b_2 \quad \dots \quad a_p \quad b_p \quad \gamma_1 \quad \gamma_2 \quad \dots \quad \gamma_L],$$

$$y_v = [y_u(p) \quad y_u(p+1) \quad \dots \quad y_u(p+l-1)],$$

$$V_T = \begin{bmatrix} y_u(p-1) & y_u(p) & \dots & y_u(p+N-2) & y_u(p+N-1) & y_u(p+N) & \dots & y_u(p+l-2) \\ v(p-1) & v(p) & \dots & v(p+N-2) & v(p+N-1) & v(p+N) & \dots & v(p+l-2) \\ y_u(p-2) & y_u(p-1) & \dots & y_u(p+N-3) & y_u(p+N-2) & y_u(p+N-1) & \dots & y_u(p+l-3) \\ v(p-2) & v(p-1) & \dots & v(p+N-3) & v(p+N-2) & v(p+N-1) & \dots & v(p+l-3) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_u(0) & y_u(1) & \dots & y_u(N-1) & y_u(N) & y_u(N+1) & \dots & y_u(l-1) \\ v(0) & v(1) & \dots & v(N-1) & v(N) & v(N+1) & \dots & v(l-1) \\ \phi_1(0) & \phi_1(1) & \dots & \phi_1(N-1) & \phi_1(0) & \phi_1(1) & \dots & \dots \\ \phi_2(0) & \phi_2(1) & \dots & \phi_2(N-1) & \phi_2(0) & \phi_2(1) & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_L(0) & \phi_L(1) & \dots & \phi_L(N-1) & \phi_L(0) & \phi_L(1) & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

Parametry Markowa modelu ARX oraz wartości sygnału zewnętrznego wymuszenia znajdziemy rozwiązując powyższe równanie w sensie najmniejszej sumy kwadratów:

$$P_r(k) = y_v(k) V_r^T(k) [V_r(k) V_r^T(k)]^{-1}. \quad (15)$$

Parametry Markowa obserwatora/regulatora można wyliczyć w sposób rekurencyjny z estymowanych parametrów modelu ARX [1]:

$$\bar{Y}_k = b_k + \sum_{i=1}^k a_i \bar{Y}_{k-i}, \quad \bar{Y}_{wk} = c_k + \sum_{i=1}^k a_i \bar{Y}_{k-i}, \quad \bar{Y}_{r0} = d_0, \quad \bar{Y}_{rk} = d_k + \sum_{i=1}^k a_i \bar{Y}_{k-i}. \quad (16)$$

Niestety, nie możemy obliczyć parametrów Markowa \bar{Y}_{wk} , \bar{Y}_{rk} , ponieważ nie otrzymaliśmy parametrów c_k , d_k z równania (12), gdzie $\kappa(k)$ zostało wyznaczone w wyniku zastosowania algorytmu identyfikacji. Dlatego też, zastosujemy inne podejście. W metodzie tej model ARX będzie wyznaczany z modelu w przestrzeni stanu układu obserwatora/regulatora (5).

W rozważanym przypadku, macierz \bar{C} jest kwadratowa i nieosobliwa. Oznacza to, że wektor stanu można wyznaczyć bezpośrednio z wyjścia:

$$x = \bar{C}^{-1} \bar{y} - \bar{C}^{-1} C_r p_r. \quad (17)$$

Mnożąc lewostronnie pierwsze równanie (5) przez macierz \bar{C} oraz wstawiając równanie (17), otrzymujemy model ARX w postaci:

$$y_u(k+1) = \bar{C} \bar{A} \bar{C}^{-1} y_u(k) + \bar{C} \bar{B} v(k) + \bar{C} \bar{B}_d w(k) + C_r p_r(k+1) + \bar{C} (G C_p - \bar{A} \bar{C}^{-1} C_r) x_r(k). \quad (18)$$

Porównanie równania (12) z równaniem (18) prowadzi do prostych zależności dla $p=1$:

$$a_1 = \bar{C} \bar{A} \bar{C}^{-1}, \quad (19)$$

$$b_1 = \bar{C} \bar{B}, \quad (20)$$

$$c_1 = \bar{C} \bar{B}_d, \quad (21)$$

$$d_0 = C_r, \quad d_1 = \bar{C} (G C_p - \bar{A} \bar{C}^{-1} C_r). \quad (22)$$

Z równania (16) można wywnioskować, że istnieje tylko jeden niezerowy parametr Markowa obserwatora/regulatora w postaci macierzy:

$$\bar{Y}_1 = b_1 = \bar{C} \bar{B}. \quad (23)$$

Dla znanej macierzy \bar{C} macierze fizyczne można wyliczyć bezpośrednio z równań (19) oraz (20):

$$\bar{A} = A + G C = \bar{C}^{-1} a_1 \bar{C}, \quad (24)$$

$$\bar{B} = [B \quad -G] = \bar{C}^{-1} b_1. \quad (25)$$

5. IDENTYFIKACJA WYMUSZEŃ

Dla dużej prędkości obrotowej wirnika głównym źródłem pobudzenia wirnika jest jego niewyważenie. Jeżeli suma wejść i wyjść równa jest wymiarowi wektora stanu układu zamkniętego łożyska magnetycznego, to wtedy macierze równania regresji (14) redukują się do następującej postaci:

$$P_r = [a_1 \quad b_1 \quad \gamma_1],$$

$$y_v = [y_u(p) \quad y_u(p+1) \quad \dots \quad y_u(p+l-1)],$$

$$V_r = \begin{bmatrix} y_u(p-1) & y_u(p) & \dots & y_u(p+N-2) & y_u(p+N-1) & y_u(p+N) & \dots & y_u(p+l-2) \\ v(p-1) & v(p) & \dots & v(p+N-2) & v(p+N-1) & v(p+N) & \dots & v(p+l-2) \\ \phi_1(0) & \phi_1(1) & \dots & \phi_1(N-1) & \phi_1(N) & \phi_1(N+1) & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

gdzie na podstawie równań (19)-(21) otrzymaliśmy:

$$a_1 = \bar{C}\bar{A}\bar{C}^{-1},$$

$$b_1 = \bar{C}\bar{B},$$

$$\gamma_1 = c_1 = \bar{C}B_d.$$

Parametry systemu można wyliczyć bezpośrednio na podstawie następującej zależności:

$$\bar{B} = [B \quad -G] = \bar{C}^{-1}b_1,$$

$$A = \bar{C}^{-1}a_1\bar{C} - GC, \quad (26)$$

$$B_d = \bar{C}^{-1}\gamma_1 = \bar{C}^{-1}c_1.$$

Parametry niewyważenia B_w otrzymamy z ostatniej zależności w wyniku transformacji (8) do parametrów fizycznych.

Dla wolno obracającego się wirnika ze stałą prędkością obrotową lub dla wyważonego wirnika obracającego się z dużą prędkością obrotową możemy zidentyfikować ścieżkę run-outu. Korzystając z równania (15) możemy wyznaczyć parametr zakłócenia $\kappa(k)$, dla $k = p, \dots, p+N-1$. Jeżeli system jest zakłócany jedynie przez ścieżkę run-outu zakłócenie (12) przyjmuje następującą postać:

$$\kappa(k) = d_0 p_r(k) + d_1 p_r(k-1) \quad \text{for } k \geq p, \quad (27)$$

gdzie na podstawie równania (22) otrzymaliśmy:

$$d_0 = C_r, \quad d_1 = \bar{C}(GC - \bar{A}\bar{C}^{-1}C_r).$$

Można zauważyć, że zmienna $p_r(k)$ w równaniu (27) ma postać filtru pierwszego rzędu. Dla wirnika obracającego się z małą prędkością obrotową pomijając dynamikę filtru otrzymamy zależność:

$$\kappa(k) \cong d_0 x_r(k),$$

powyższe założenie umożliwia wyrażenie ścieżki run-out'u w prostej postaci:

$$x_r(k) \cong d_0^{-1} \kappa(k). \quad (28)$$

Podczas wirowania wirnika z dużą prędkością obrotową ścieżka run-outu ma wpływ na dynamikę układu zamkniętego. Wpływ ten powinien być kompensowany. W takim przypadku można zidentyfikować ścieżkę run-outu w postaci szeregu Fouriera (13) korzystając z zależności (15). Zidentyfikowane zakłócenie powinno być wyeliminowane z sygnału pomiarowego.

6. KOMPUTEROWE BABANIA SYMULACYJNE

6.1. Model symulacyjny obiektu

Rozważmy przypadek, gdzie środek masy wirnika sprowadzony jest do płaszczyzny łożyska magnetycznego składającego się z dwóch identycznych przeciwległych cewek. Układ taki opisany jest zmiennymi: x – przemieszczenie masy wirnika z punktu pracy w szczelinie powietrznej, u – napięcie zasilania przyłożone odpowiednio do cewek elektromagnesu, i – prąd przepływający przez cewki elektromagnesu, oraz posiada następujące parametry: x_0 – nominalna szczelina powietrzna, R – rezystancja cewek, L_s – indukcyjność rozproszenia, L_o – indukcyjność cewek w punkcie pracy. Wprowadzamy tzw. napięciowy wariant sterowania łożyskiem magnetycznym z pomiarem przemieszczenia masy wirnika x oraz prądów w cewkach i_1, i_2 , podczas gdy napięcia cewek: u_1, u_2 , tworzą wektor sterowań.

Zakładamy, że wirnik obraca się z prędkością obrotową Ω a mimośrodowość masy wirnika wynosi ε . Ścieżka run-out'u jest pomijana. Układ jest linearyzowany w punkcie: $x=0, i_1=i_o, i_2=i_o$. W powyższym przypadku model w przestrzeni stanu układu otwartego (9) opisany jest przez następujące macierze:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{y} = \begin{bmatrix} x \\ i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_r = \begin{bmatrix} C_p = 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{w} = \begin{bmatrix} \cos \Omega t \\ \sin \Omega t \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{2k_s}{m} & 0 & \frac{k_i}{m} & -\frac{k_i}{m} \\ 0 & -\frac{k_i}{L_s + L_o} & -\frac{R_1}{L_s + L_o} & 0 \\ 0 & \frac{k_i}{L_s + L_o} & 0 & -\frac{R}{L_s + L_o} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{k_w}{L_s + L_o} & 0 \\ 0 & \frac{k_w}{L_s + L_o} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_w = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \varepsilon \Omega^2 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

lub w postaci:

$$\mathbf{A}_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ v_1 & 0 & v_2 & -v_3 \\ 0 & -v_4 & -v_5 & 0 \\ 0 & v_6 & 0 & -v_7 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ v_8 & 0 \\ 0 & v_9 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_w = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ v_{10} & v_{11} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

gdzie: k_w – jest wzmocnieniem wzmacniaczy, k_s – współczynnikiem sztywności przemieszczeniowej, k_i – współczynnikiem sztywności prądowej. Obiekt jako układ otwarty posiada dwa wejścia, trzy wyjścia oraz został zlinearyzowany w punkcie: $x=0, i_1=i_o, i_2=i_o$, gdzie i_o jest prądem punktu pracy. Oznacza to, że uchyb sterowania wynosi: $x_b=-x, i_{1b}=i_o-i_1, i_{2b}=i_o-i_2$. Założono, że obiekt, aktywne zawieszenie magnetyczne, ma następujące nominalne parametry fizyczne: $m=0.9$ [kg], $i_o=0.5$ [A], $x_o=2 \cdot 10^{-4}$ [m], $R=7.5$ [Ω], $k_s=7 \cdot 10^5$ [N/m], $k_i=4.9 \cdot 10^2$ [A/m], $k_w=30$, $L_s=0.086$ [mH], $L_o=0.184$ [mH], $\Omega=3000$ [RPM] (314 [rad/s]), $\varepsilon=0.0001$ [m].

Dla przyjętych parametrów obiektu będących jego fizycznymi zmiennymi stanu, w przestrzeni stanu układ otwarty opisany jest przez macierze:

$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2555555 & 0 & 511 & -511 \\ 0 & -1704 & -27.7 & 0 \\ 0 & 1704 & 0 & -27.7 \end{bmatrix}, \quad B_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 111 & 0 \\ 0 & 111 \end{bmatrix}, \quad B_w = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 9.87 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Dla powyższego modelu zawieszenia magnetycznego budujemy obserwator odtwarzający niemierzalne składowe wektora stanu oraz regulator z częścią całkującą [1]. We wszystkich niżej prezentowanych przykładach w obliczeniach użyto tej samej wartości wzmocnienia obserwatora i regulatora.

6.2. Identyfikacja parametrów fizycznych obiektu

W wyniku zastosowania przedstawionej metody identyfikacji do identyfikacji modelu nominalnego, otrzymano następujące macierze układu otwartego:

$$A_{ce} = \begin{bmatrix} -0.002 & 1 & -0.00 & 0.00 \\ 2555555 & -0 & 511 & -511 \\ 33 & -1704 & -27.74 & -0.01 \\ -16 & 1704 & 0.01 & -27.77 \end{bmatrix}, \quad B_{ce} = \begin{bmatrix} -0.000 & 0.000 \\ -0.000 & 0.000 \\ 111 & -0.000 \\ 0.000 & 111 \end{bmatrix}, \quad B_{we} = \begin{bmatrix} 0.0016 & 0.0 \\ 9.856 & 0.5 \\ -2.7 & -0.07 \\ 2.7 & 0.07 \end{bmatrix}$$

Do oceny dokładności procedury identyfikacji wprowadzono procentowy wskaźnik macierzowy z dzieleniem tablicowym macierzy:

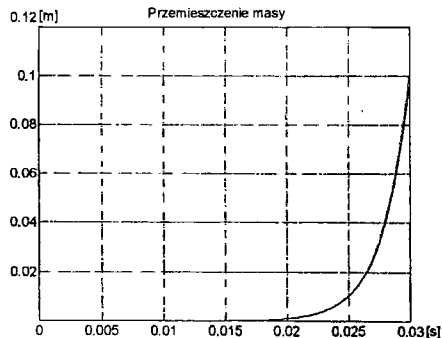
$$A_p = \frac{A_{ce} - A_c}{A_c} \cdot 100\%, \quad B_p = \frac{B_{ce} - B_c}{B_c} \cdot 100\%, \quad B_{pw} = \frac{B_{we} - B_w}{B_w} \cdot 100\%.$$

Dla powyższego przykładu otrzymaliśmy:

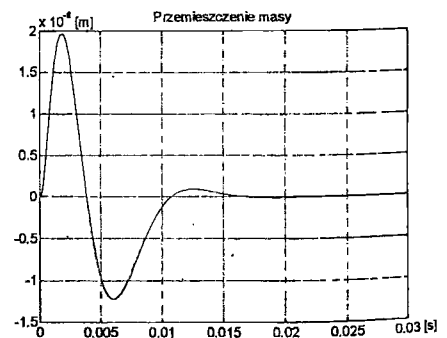
$$A_p = \begin{bmatrix} \times & -0.0001 & \times & \times \\ -0.0000 & \times & 0.0000 & 0.0000 \\ \times & 0.0011 & -0.1246 & \times \\ \times & 0.0006 & \times & -0.0195 \end{bmatrix}, \quad B_p = \begin{bmatrix} \times & \times \\ \times & \times \\ 0.0005 & \times \\ \times & -0.0001 \end{bmatrix}, \quad B_{pw} = \begin{bmatrix} \times & \times \\ -0.1357 & \times \\ \times & \times \\ \times & \times \end{bmatrix}$$

Analizując otrzymane w wyniku identyfikacji elementy macierzy v_i , $i=1, \dots, 11$, można zauważyć, że największy błąd identyfikacji nie przekracza 0.14%. Błąd ten związany jest z procesem przetwarzania A-D-A (analog-digital-analog). Rysunek 3 przedstawia odpowiedź impulsową układu otwartego i układu zamkniętego.

a)



b)



Rys. 3. Odpowiedź impulsowa a) układu otwartego, b) układu zamkniętego dla modelu symulacyjnego oraz modelu zidentyfikowanego

Prezentowane charakterystyki przedstawiają przemieszczenie masy w czasie dla modelu symulacyjnego oraz zidentyfikowanego. Widać na nich dużą zgodność prezentowanych charakterystyk w całym zakresie pomiarowym. Dla układu zamkniętego charakterystyki pokrywają się. Odpowiedź układu otwartego jest charakterystyczna dla układów niestabilnych.

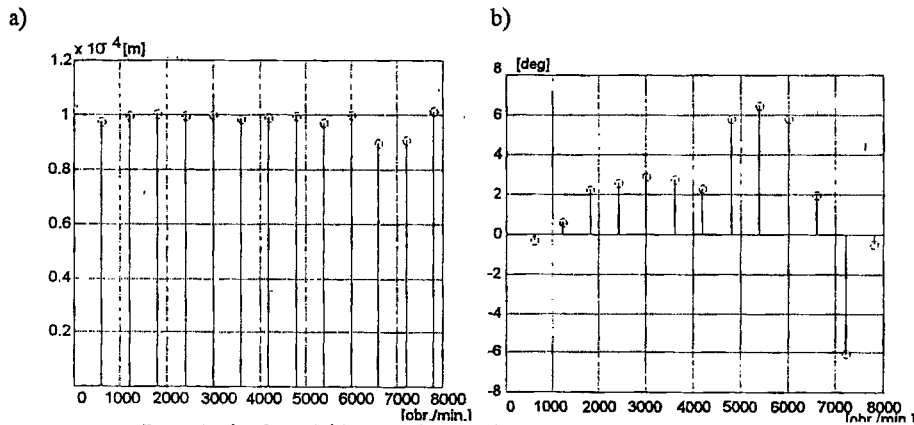
6.3. Identyfikacja niewyważenia wirnika

Informacja o wektorze niewyważenia wirnika zawarta jest w elementach macierzy B_{we} . W celu wyznaczenia współczynników wektora mimośrodowego wirnika dzielimy elementy macierzy przez Ω^2 . Identyfikowana jednostkowa siła bezwładności spowodowana przez niewyważenie masy przyjmuje postać:

$$v_{10}\cos\Omega t + v_{11}\sin\Omega t,$$

w związku z tym wartość bezwzględna wektora mimośrodowego masy z zależności:

$$|\varepsilon| = \sqrt{\left(\frac{v_{10}}{\Omega^2}\right)^2 + \left(\frac{v_{11}}{\Omega^2}\right)^2}.$$



Rys. 4. a) Wartości bezwzględne, b) faza wektora mimośrodowego masy dla różnych prędkości obrotowych wirnika.

Rezultat identyfikacji wartości bezwzględnej wektora mimośrodowego masy dla różnych prędkości obrotowych wirnika przedstawiony jest na rys. 4a. W modelu symulacyjnym przyjęto wektor mimośrodowy o wartości bezwzględnej 0.0001 [m] i fazie 0 [deg], dlatego też $v_{11}=0$. Jak widać na rys. 4a wektor mimośrodowy jest identyfikowany z dużą dokładnością.

Identyfikowana faza wektora mimośrodowego masy wyliczana jest na podstawie zależności:

$$\varphi = \arctg\left\{\left(\frac{v_{11}}{\Omega^2}\right) / \left(\frac{v_{10}}{\Omega^2}\right)\right\} = \arctg\left\{\frac{v_{11}}{v_{10}}\right\}.$$

Identyfikowaną fazę wektora mimośrodowego można traktować jako błąd fazy, jeżeli symulowana faza wektora mimośrodowego wynosi 0 [deg]. Błąd fazy dla różnych prędkości obrotowych wirnika przedstawiony jest na rys. 4b, i osiąga wartość 7 [deg].

7. PODSUMOWANIE

Łożyska magnetyczne mogą realizować również inne dodatkowe zadania niż klasyczne łożyska. Identyfikacja parametrów oraz kompensacja zakłóceń należą do takich zadań.

Wielozadaniowe łożyska magnetyczne nazywane są „inteligentnymi” lub „sprytnymi” od ich angielskiej nazwy „smart bearings”.

W powyższym opracowaniu przedstawiono nowe podejście do zagadnień związanych z oddziaływaniami zewnętrznych zakłóceń na wirnik łożyskowany magnetycznie. Prezentowana jest metoda identyfikacji modelu układu otwartego w przestrzeni stanu otrzymanego na podstawie rzeczywistych związków pomiędzy parametrami fizycznymi obiektu.

W metodzie tej zakładamy, że suma wejść i wyjść równa jest wymiarowi wektora stanu. Dla takiego przypadku istnieje proste rozwiązanie rozważanego zagadnienia. Na początku identyfikuje się skonstruowany model ARX układu zamkniętego, tzw. Model układu obserwatora / regulatora. Parametry fizyczne modelu układu otwartego zbudowanego w przestrzeni stanu, wzmocnienie obserwatora oraz parametry zewnętrznych zakłóceń wyznaczane są z zidentyfikowanych parametrów modelu ARX. Taki sposób identyfikacji będzie stanowił element układu sterowania ze sprzężeniem do przodu, którego zadaniem jest kompensacja lub przeciwdziałanie występującym zakłóceniom zewnętrznym.

Jako przykłady występujących zakłóceń zewnętrznych zostały wybrane dwa o całkiem różnej naturze: niewyważenie wirnika oraz run-out czujnika. Wspólną cechą obu rodzajów zakłóceń jest ich okresowość związana z prędkością obrotową wirnika. Cecha ta została wykorzystana do zredukowania liczby identyfikowanych parametrów. W tym przypadku liczba identyfikowanych parametrów błędu pomiarowego równa się liczbie próbek przypadającej na jeden obrót wirnika. W przypadku niewyważenia wirnika identyfikujemy tylko parametry wektora niewyważenia.

Prezentowana metoda może być łatwo wykorzystana do identyfikacji innych zakłóceń zsynchronizowanych z prędkością obrotową wirnika. Prezentowane wyniki komputerowej symulacji potwierdzają rozważania teoretyczne.

8. LITERATURA

1. Gosiewski Z., Paszowski M.: Diagnostics of Magnetic Bearing via Identification of Its Physical Parameters, *Proc. Seventh Int. Symposium on Magnetic Bearings*, Zurich 2000, pp.531-537.
2. Goodzeit N.E., Phan M.Q.: System and Disturbance Identification for Feedforward and Feedback Control Applications. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol.23, No.2, March-April 2000, pp.260-268.
3. Gosiewski Z.: Control Design of Sensorless Magnetic Bearings for Rigid Rotor. *Proc. Sixth Int. Symposium on Magnetic Bearings*, MIT Cambridge, Technomic Publishing Co., 1998, pp.548-557.
4. Kim Ch.-S., Lee Ch.-W.: Isotropic Optimal Control of Active Magnetic Bearing System. *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, December 1996, Vol.118, pp.721-726.
5. Juang J.-N.: *Applied System Identification*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1994.