

## ANALIZA SPRZEŻEŃ SKROŚNYCH W PROMIENIOWYM ŁOŻYSKU MAGNETYCZNYM\*

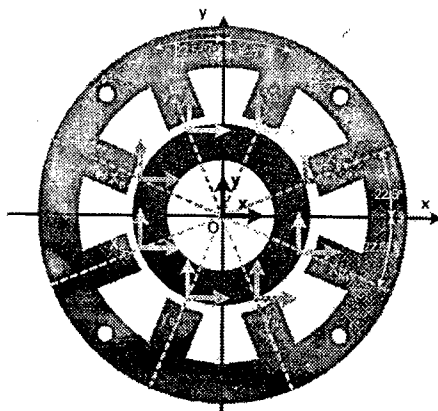
*W artykule przedstawiono model matematyczny obwodu magnetycznego promieniowego łożyska magnetycznego. Model został wykorzystany do oceny sprzężeń skrośnych pomiędzy siłami elektromagnetycznymi występującymi w promieniowym łożysku magnetycznym. Model i badania symulacyjne strumieni magnetycznych przeprowadzono dla promieniowego łożyska magnetycznego opracowanego w Wojskowej Akademii Technicznej.*

### ANALYZE OF CROSS - COUPLINGS IN THE RADIAL MAGNETIC BEARING

*In this paper mathematic model of magnetic path of radial active magnetic bearing is presented. This model was used to evaluate the couplings in the magnetic bearing. The model and simulation of magnetic flux were used to design magnetic bearing. This bearing was made in The Military University of Technology.*

#### 1. WSTĘP

Obwód magnetyczny łożyska powinien zapewniać równomierny przepływ strumienia magnetycznego. Niedopuszczalne jest spiętrzanie strumienia magnetycznego, które może powodować lokalne nasycenie obwodu magnetycznego (zjawisko karbu magnetycznego). Kolejnym istotnym zjawiskiem, którego powinno się unikać, to występowanie sprzężeń skrośnych w obwodzie łożyska magnetycznego [2].



Rys. 1. Magnetowód łożyska magnetycznego.

\*Wykorzystano oprogramowanie dotowane przez Fundację na Rzecz Nauki Polskiej

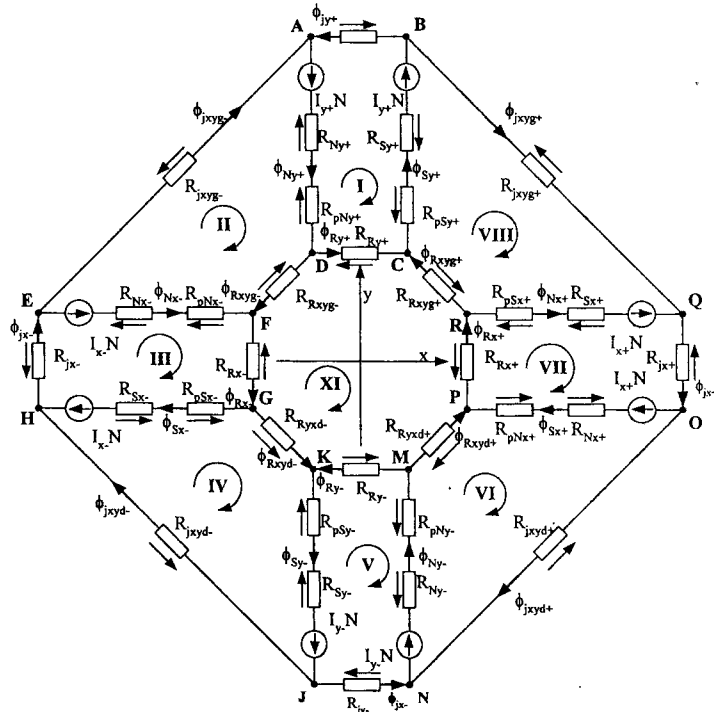
W łożyskach promieniowych nabiegunki sąsiadujących elektromagnesów, które należą do różnych siłowników, posiadają tę samą polaryzację magnetyczną [2] (rys. 1). Taka polaryzacja nabiegunków ogranicza wymianę energii magnetycznej pomiędzy siłownikami (eliminacja sprzężeń skrośnych). Jednak podczas złożonego ruchu wirnika następuje zmiana szczelin powietrznych i strumienie magnetyczne zaczynają przepływać pomiędzy siłownikami. Dlatego wyznaczenie optymalnego obwodu magnetycznego składającego się ferromagnetycznych fragmentów (pętla histerezy), który nie będzie przewymiarowany, a zarazem będzie spełniał powyższe ograniczenia, staje się zadaniem złożonym.

Dokładną analizę obwodu magnetycznego, można przeprowadzić przy wykorzystaniu metody elementów skończonych. Jednak znacznie prostszą metodą jest zastosowanie praw Kirchhoffa i Ohma dla obwodu magnetycznego. Metoda ta jest stosunkowo łatwa do wykorzystania w symulacji komputerowej, ponieważ model obwodu magnetycznego można opisać równaniem macierzowym, które jest łatwe do modelowania i rozwiązywania w matematycznych programach komputerowych.

W artykule przedstawiono opis modelu obwodu magnetycznego łożyska oraz symulację komputerową i ocenę sprzężeń magnetycznych pomiędzy siłownikami łożyska przeprowadzoną w programie Matlab-Simulink.

## 2. OBWÓD MAGNETYCZNY ŁOŻYSKA MAGNETYCZNEGO

W obwodzie magnetycznym łożyska można wyróżnić reluktancję szczeliny powietrznej  $R_p$ , reluktancję nabiegunka  $R_N$  ( $R_S$ ), reluktancję jarzma  $R_j$  i reluktancję wirnika  $R_R$  (rys. 2). Parametry obwodu magnetycznego łożyska zostały opisane w pracy [5].



Rys. 2. Schemat obwodu magnetycznego łożyska.

W obwodzie magnetycznym można przyjąć, że reluktancje magnetowodu, oprócz reluktancji szczelin powietrznych, nie ulegają zmianie. Natomiast zmiana reluktancji szczeliny związana jest z ruchem wirnika w szczelinie powietrznej:

$$R_{pN(S)x(y)+(-)} = \frac{x(y)_{N(S)+(-)}}{\mu_0 A_p}, \quad (1)$$

gdzie  $x(y)_{N(S)+(-)}$  – oznacza szczelinę powietrzną pod nabiegunnikiem elektromagnesu,  $A_p$  – pole przekroju nabiegownika,  $\mu_0$  – przenikalność magnetyczną próżni, indeksy:  $x(y)$  – przemieszczenie wirnika w kierunku osi  $Ox$  i  $Oy$ ,  $N(S)$  – nabiegownik północny (południowy) elektromagnesu,  $+(-)$  – odpowiednio elektromagnes górny i dolny siłownika.

Szczeliny pod nabiegownikami elektromagnesów ulegają zmianie wraz z ruchem wirnika w szczelinie. Wirnik wykonuje ruch złożony w kierunku osi  $Ox$  i  $Oy$ . Natomiast nabiegunki elektromagnesów umieszczone są pod kątem  $22,5^\circ$  względem osi  $Ox$  i  $Oy$ . Stąd poszczególne szczeliny powietrzne określone są następującymi zależnościami [4]:

$$\begin{array}{ll} 1. & y_{N+} = x_0 + x \sin \alpha - y \cos \alpha, \\ 2. & y_{S+} = x_0 - x \sin \alpha - y \cos \alpha, \\ 3. & x_{S+} = x_0 - x \cos \alpha - y \sin \alpha, \\ 4. & x_{N+} = x_0 - x \cos \alpha + y \sin \alpha, \\ 5. & y_{N-} = x_0 - x \sin \alpha + y \cos \alpha, \\ 6. & y_{S-} = x_0 + x \sin \alpha + y \cos \alpha, \\ 7. & x_{S-} = x_0 + x \cos \alpha + y \sin \alpha, \\ 8. & x_{N-} = x_0 + x \cos \alpha - y \sin \alpha. \end{array} \quad (2)$$

Na nabiegownikach elektromagnesów umieszczone są cewki elektromagnesów. Wszystkie cewki posiadają tę samą liczbę zwojów  $N$ , przez cewki przepływają prądy  $I_x$ ,  $I_y$ , które sterują położeniem łożyskowanego wirnika w szczelinach powietrznych [5].

### 3. MODEL MATEMATYCZNY OBWODU MAGNETYCZNEGO ŁOŻYSKA

Korzystając z pierwszego i drugiego prawa Kirchhoffa dla obwodu magnetycznego wyznaczono dziewięć oczek i 16 węzłów, które wykorzystano do ułożenia równia macierzewego:

$$\mathbf{R}\boldsymbol{\varphi} = \mathbf{N}\mathbf{I}, \quad (3)$$

gdzie  $\mathbf{R}$  – oznacza macierz reluktancji obwodu magnetycznego,  $\mathbf{N}$  – macierz liczby uzwojeń cewek elektromagnesów,  $\boldsymbol{\varphi}$  – wektor strumieni magnetycznych,  $\mathbf{I}$  – wektor prądów sterujących położeniem wirnika w szczelinie powietrznej.

Macierz reluktancji jest macierzą blokową:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_p & \mathbf{R}_j & \mathbf{R}_R \\ \boldsymbol{\varphi}_1 & \boldsymbol{\varphi}_2 & \mathbf{0}_{8 \times 8} \\ -\boldsymbol{\varphi}_1 & \mathbf{0}_{8 \times 8} & \boldsymbol{\varphi}_3 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

gdzie  $\mathbf{R}_p$  – oznacza macierz reluktancji szczelin powietrznych i nabiegowników,  $\mathbf{R}_j$  – macierz reluktancji jarzma,  $\mathbf{R}_R$  – macierz reluktancji wirnika,  $\boldsymbol{\varphi}_1$ ,  $\boldsymbol{\varphi}_2$ ,  $\boldsymbol{\varphi}_3$  – macierze współczynników z równań węzłów,  $\mathbf{0}_{8 \times 8}$  – macierz zerową o wymiarach  $8 \times 8$ .

Macierz liczby uzwojeń cewek jest również macierzą blokową:

$$\mathbf{N} = [\mathbf{N}_z \quad \mathbf{0}_{8 \times 4} \quad \mathbf{0}_{8 \times 4}]^T, \quad (5)$$

gdzie  $\mathbf{N}_z$  – oznacza macierz uzwojeń wyznaczoną z równań oczek dla obwodu magnetycznego,  $\mathbf{0}_{8 \times 4}$  – macierz zerową o wymiarach  $8 \times 4$ .

Macierz strumieni:

$$\Phi = [\Phi_p \quad \Phi_j \quad \Phi_R]^T, \quad (6)$$

gdzie  $\Phi_p$  – oznacza macierz strumieni magnetycznych w szczelinie powietrznej i nabiegunniku,  $\Phi_j$  – macierz strumieni magnetycznych w jarzmie,  $\Phi_R$  – macierz strumieni magnetycznych w wirniku.

Do sterowania położeniem wirnika w szczelinie powietrznej wykorzystuje się prądy, które zostały zebrane w wektor:

$$\mathbf{I} = [I_{y+} \quad I_{x+} \quad I_{y-} \quad I_{x-}]^T, \quad (7)$$

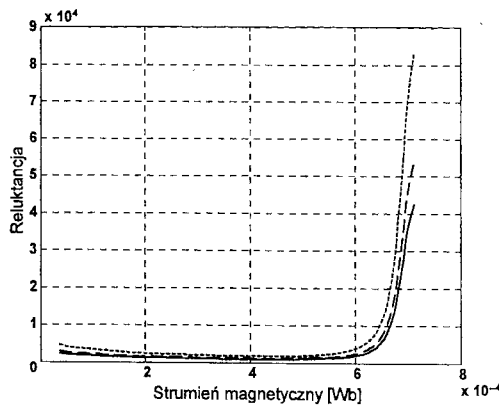
gdzie  $I_{y+}$ ,  $I_{y-}$ ,  $I_{x+}$ ,  $I_{x-}$  – są prądami płynącymi w cewkach elektromagnesów górnego (+) i dolnego (-) dla siłownika umieszczonego w kierunku osi  $Oy$  i  $Ox$ .

Po przekształceniu równania (3), wyznaczmy wartości strumieni magnetycznych w poszczególnych ferromagnetycznych fragmentach magnetowodu i w szczelinach powietrznych:

$$\Phi = R^{-1}NI. \quad (8)$$

#### 4. RELUKTANCJA FERROMAGNETYCZNYCH FRAGMENTÓW ŁOŻYSKA MAGNETYCZNEGO

Powietrze jako diamagnetyk posiada właściwości magnetyczne zbliżone do próżni. Dlatego reluktancja szczeliny powietrznej zależy tylko od długości szczeliny powietrznej. W przypadku obwodu ferromagnetycznego reluktancja zależy od wymiarów magnetowodu oraz od względnego współczynnika przenikalności magnetycznej, który jest nieliniową funkcją strumienia magnetycznego. Zmiana reluktancji ferromagnetycznych fragmentów obwodu magnetycznego jest przedstawiona na rys. 3.



Rys. 3. Zmian reluktancji w funkcji strumienia magnetycznego dla stali 140-30-S 5: nabiegunnik – linia ciągła, jarzmo – linia kropkowana, wirnik – linia przerywana.

Jak można zauważyć na rys. 3, reluktancja poszczególnych fragmentów magnetowodu jest praktycznie stała, aż do wartości strumienia, która powoduje nasycenie magnetowodu. Dlatego można pominąć w dalszej analizie zmianę reluktancji fragmentów magnetowodu i przyjąć stałą wartość reluktancji odcinków magnetowodu łożyska magnetycznego.

## 5. BADANIA SYMULACYJNE ŁOŻYSKA MAGNETYCZNEGO

Łożysko magnetyczne steruje położeniem wirnika w szczelinie przez generowanie siły elektromagnetycznej, która przeciwdziała ruchowi wirnika. Siła generowana przez elektromagnes jest sumą geometryczną sił elektromagnetycznych generowanych przez poszczególne nabiegunki:

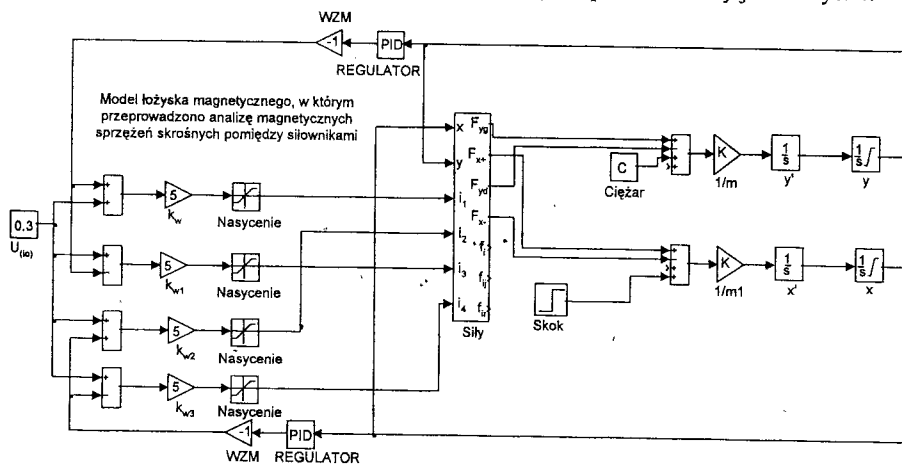
$$\begin{aligned} F_{y+} &= F_{Ny+} \cos \alpha + F_{Sy+} \cos \alpha, & F_{x+} &= F_{Nx+} \cos \alpha + F_{Sx+} \cos \alpha, \\ F_{y-} &= F_{Ny-} \cos \alpha + F_{Sy-} \cos \alpha, & F_{x-} &= F_{Nx-} \cos \alpha + F_{Sx-} \cos \alpha, \end{aligned} \quad (9)$$

gdzie:  $F_{N(s)x(y)+(-)} = \frac{\phi^2}{\mu_0 A} N(s)x(y)+(-)$  – siła elektromagnetyczna generowana przez nabiegunek;

$\phi_{N(s)x(y)+(-)}$  – strumień magnetyczny przepływający przez szczelinę powietrzną pod nabiegunkiem.

Po uwzględnieniu sił elektromagnetycznych w równaniach ruchu wirnika w płaszczyźnie łożyskowania [1], uzyskano model dynamiczny łożyska magnetycznego. Model ten uwzględnia sprzężenia skrośne pomiędzy osiami łożyskowania.

Korzystając z wyznaczonego modelu, przeprowadzono badania symulacyjne zaprojektowanego i wykonanego w Zakładzie Osprzętu i Automatyki Lotniczej WAT łożyska magnetycznego LM-48/90/40 [3]. Magnetowód łożyska wykonany został ze stali krzemowej zimno walcowanej 140-30-S 5. Zmiana reluktancji ferromagnetycznych fragmentów obwodu magnetycznego przedstawiona jest na rys. 3. Badania symulacyjne przeprowadzono w programie Matlab – Simulink. Model symulacyjny łożyska przedstawiony jest na rys. 4.



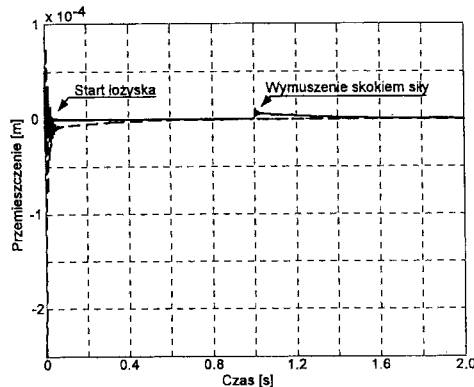
Rys. 4. Model symulacyjny łożyska magnetycznego zbudowany w programie Matlab-Simulink.

Celem badań było stwierdzenie, czy w zaprojektowanym łożysku magnetycznym wystąpią sprzężenia magnetyczne. Wystąpienia silnych sprzężeń magnetycznych należy oczekiwać przy przemieszczeniu wirnika z punktu pracy [1] (np. przesunięcie wirnika w kierunku osi Ox i Oy o 30% wartości nominalnej szczeliny powietrznej).

Z takim przypadkiem mamy do czynienia podczas uruchamiania łożyska magnetycznego. Wirnik przemieszcza się z położenia spoczynkowego (maksymalna szczelina powietrzna pod

górnym nabiegunnikiem i zerowa przy dolnym) do punktu pracy (równe szczeliny powietrzne pod każdym z elektromagnesów). Dlatego podczas badań symulacyjnych założono warunki początkowe przemieszczenia wirnika w kierunku osi Ox  $x(0)=0,05$  [mm] i w kierunku osi Oy  $y(0)=-0,25$  [mm].

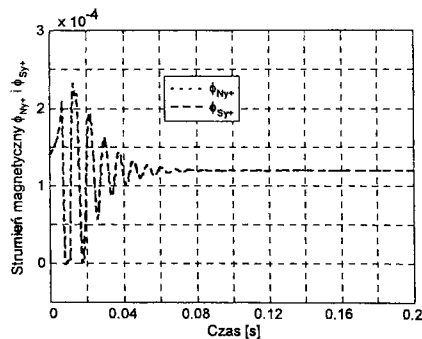
Następnie po 1 sekundzie od początku symulacji przyłożono siłę zewnętrzną, która wytrąciła wirnik z punktu pracy w kierunku osi Ox, tym samym można było oszacować jak wpływa przemieszczenie wirnika w kierunku osi Ox na siłę generowaną w kierunku osi Oy. Przeszczenie wirnika w kierunku osi Ox i Oy podczas symulacji przedstawiono na rys. 5.



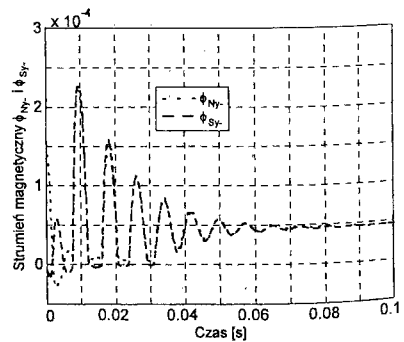
Rys. 5. Przeszczenie wirnika w kierunku osi Ox (linia ciągła) i Oy (linia przerywana) podczas badań symulacyjnych.

Na rys. 6a przedstawiono zmianę strumienia magnetycznego w szczelinie powietrznej pod nabiegunnikami elektromagnesu górnego w kierunku osi Oy, po włączeniu łożyska do pracy. Po zaniku procesu przejściowego związanego z wprowadzeniem wirnika w punkt pracy, wartości strumieni magnetycznych ustalają się na stałym poziomie. Na rys. 6b można zauważyć, że strumień magnetyczny w szczelinie powietrznej może przyjąć ujemną wartość, co oznacza że strumień zmienił znak. Z zasady działania łożyska magnetycznego wynika, że prąd w cewkach elektromagnesu nie może zmienić znaku [1]. Ujemna wartość strumienia magnetycznego jest wynikiem rozplywu strumienia magnetycznego generowanego przez sąsiednie elektromagnesy, ponieważ reluktancja szczeliny pod dolnym nabiegunnikiem jest równa zero.

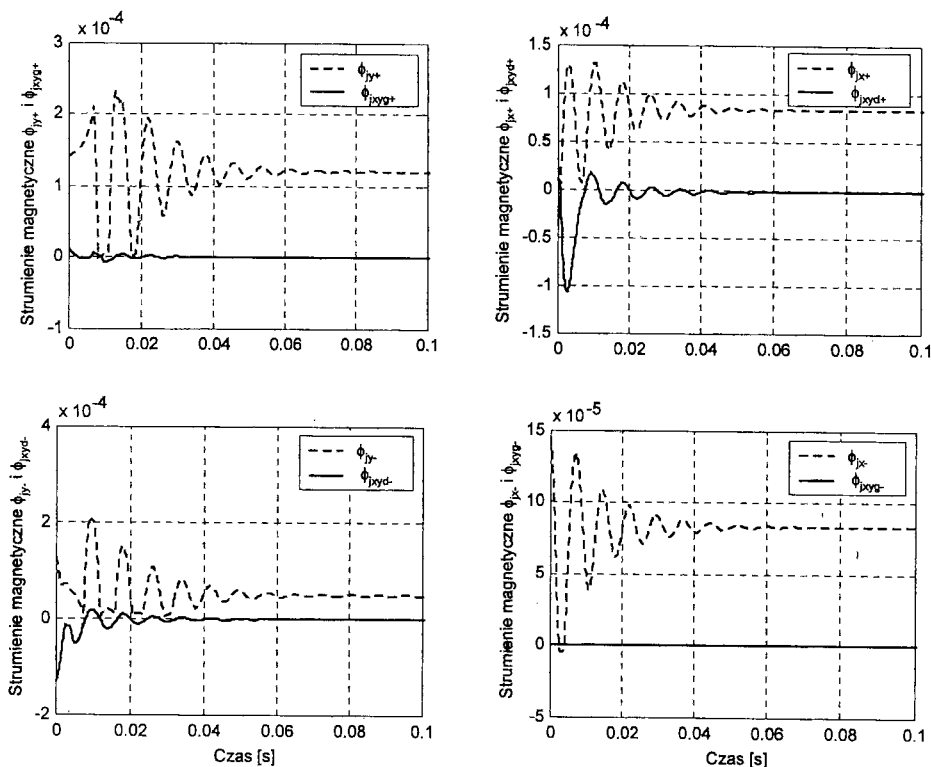
a)



b)



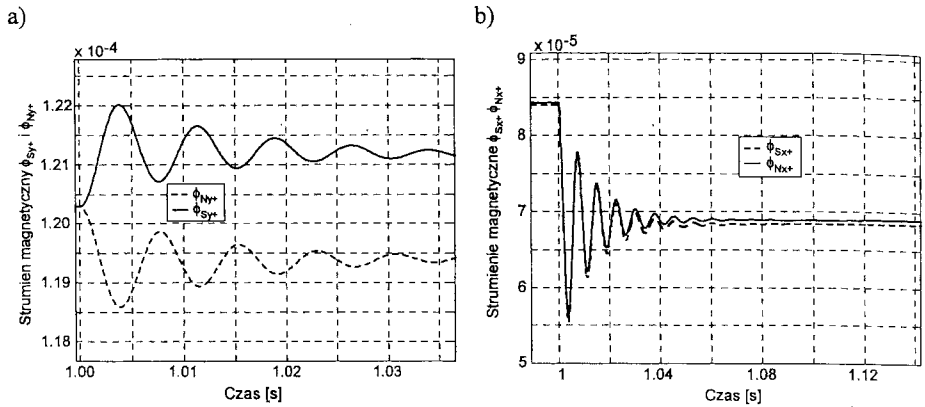
Rys. 6. Zmiana strumienia magnetycznego pod nabiegunnikiem północnym i południowym w kierunku osi Oy dla elektromagnesu: a) górnego, b) dolnego.



Rys. 7. Strumienie magnetyczne w jarzmach po włączeniu łożyska do pracy.

Na rys. 7 przedstawiono zmianę strumienia magnetycznego w jarzmach łożyska magnetycznego po włączeniu łożyska do pracy. W jarzmach łączących nabiegunniki należące do tego samego elektromagnesu (indeksy  $(x)$ ,  $(y)$ ), wartości strumienia magnetycznego są zbliżone do strumienia w szczelinie powietrznej. Strumienie w jarzmie nie zmieniają znaku w przeciwieństwie do strumieni w szczelinach powietrznych. Na rys. 7 przedstawiono również strumienie w jarzmach łączących elektromagnesy należące do różnych siłowników (indeks  $(xy)$ ). Przy wprowadzaniu wirnika do punktu pracy, można zaobserwować występowanie niewielkich wartości strumieni magnetycznych oscylujących wokół wartości zera (występują zmiany kierunku strumienia). Po wprowadzeniu wirnika w punkt pracy łożyska, strumienie w jarzmach łączących elektromagnesy przyjmują wartość równą zero, co świadczy o wymianie energii pomiędzy siłownikami łożyska.

Zmiana strumienia magnetycznego w szczelinie powietrznej po przyłożeniu siły zewnętrznej w kierunku osi  $Ox$  przedstawiona jest na rys. 8. Strumienie magnetyczne w kierunku osi  $Ox$  ulegają zmianie, ponieważ siłownik łożyska magnetycznego przeciwdziała ruchowi wirnika w tym kierunku. Charakter procesu przejściowego jest związany z przyjętym prawem sterowania (rys. 8b). W kierunku osi  $Oy$  nie występuje ruch, jednak strumienie w szczelinach powietrznych pod nabiegunnikami tego siłownika ulegają niewielkim zmianom (rys. 8a). W czasie ruchu wirnika w kierunku osi  $Ox$ , niewielkim zmianom ulegają szczeliny pod elektromagnesami siłownika w kierunku osi  $Oy$ , co wynika z zależności (2). Ty samym zmianie ulegają reluktancje szczelin powietrznych i strumienie magnetyczne pod tymi nabiegunnikami.



Rys. 8. Zmiana strumienia w szczelinie powietrznej pod elektromagnesem po wymuszeniu skokiem siły zewnętrznej w kierunku osi Oy: a) w kierunku osi Oy, b) kierunku osi Ox.

## 6. PODSUMOWANIE

W łożysku magnetycznym występują sprzężenia skośne pomiędzy siłownikami elektromechanicznymi. Sprzężenia związane są ze zmianą reluktancji szczelin powietrznych podczas złożonego ruchu wirnika. Dokładne oszacowanie modelu matematycznego obwodu magnetycznego siłownika może być przydatne przy oszacowaniu sprzężeń skośnych występujących w łożysku.

Powyższe modele mogą być wykorzystane w procesie wspomaganego projektowania oraz przy weryfikacji projektowanych łożysk promieniowych. W artykule przedstawiono wykorzystanie modelu matematycznego do oszacowania strumieni magnetycznych w szczelinach powietrznych oraz w ferromagnetycznych fragmentach obwodu matematycznego. Połączenie powyższej metody modelowania i analizy obwodu magnetycznego z metodą elementów skończonych umożliwia ocenę statyczną i dynamiczną obwodów magnetycznych łożysk.

Korzystając z powyższych zasad można opracować modele innych typów łożysk magnetycznych (osiowych i skośnych).

## LITERATURA

- [1] K. Falkowski: *Opracowanie laboratoryjnego modelu giroskopu z magnetycznie zawieszonym wirnikiem i jego badanie*; Rozprawa doktorska, Warszawa 1999r.
- [2] Z. Gosiewski, K. Falkowski: *Projektowanie obwodów magnetycznych dla aktywnych łożysk magnetycznych*; Automation 2001, Warszawa 2001r.
- [3] Z. Gosiewski, K. Falkowski, M. Paszowski: *Aktywne promieniowe łożysko magnetyczne*; w materiałach konferencji Automation 2002.
- [4] E. Maslen: *Magnetic Bearings*; University of Virginia, Charlottesville Virginia 1999.
- [5] Z. Gosiewski (kierownik pracy): *"Inteligentne" łożyska magnetyczne*; Materiały do sprawozdania z pracy badawczej KBN nr 7T07C03617 (w opracowaniu).