

## WYKORZYSTANIE TEORII GIER DO PODEJMOWANIA DECYZJI MANEWROWEJ W Nawigacji Morskiej

*W referacie przedstawiono zastosowanie elementów teorii gier dynamicznych do automatyzacji procesu sterowania obiektami ruchomymi. Sformułowano zadanie sterowania, a następnie opisano modele procesu rozgrywanego sterowania statkiem w sytuacji kolizyjnej. Poszczególnym modelom procesu przyporządkowano odpowiednie metody bezpiecznego sterowania wspomagające decyzję nawigatora w sytuacji kolizyjnej, w postaci algorytmów trajektorii rozgrywających. Rozważania zilustrowano przykładami komputerowej symulacji algorytmów w oprogramowaniu Matlab/Simulink.*

### GAME THEORY APPLICATION TO MANOEUVRING DECISION IN MARINE NAVIGATION

*The paper describes the application of selected methods of a game theory with the aim to process control of the objects movement. The descriptions contained in this paper show the structure of a control system, define the task of a safe steering and supporting navigator decision algorithms in collision situations have been presented. The considerations have been illustrated with examples of computer simulation of safe ship strategies determination.*

## 1. METODY TEORII GIER W STEROWANIU OBIEKTAMI RUCHOMYMI

Uwzględniając postać wskaźnika jakości można zagadnienia sterowania optymalnego procesami technicznymi podzielić na trzy grupy, takie dla których:

- koszt przebiegu procesu jest jednoznacznie funkcją sterowania,
- koszt przebiegu procesu zależy od sposobu sterowania i od pewnego zdarzenia przypadkowego o znanym opisie statystycznym,
- koszt przebiegu procesu jest określony wyborem sposobu sterowania i pewnym czynnikiem nieokreślonym, o nie znanym opisie statystycznym.

Ostatnia grupa zagadnień dotyczy *rozgrywających układów sterowania*, których synteze prowadzi się metodami teorii gier.

## 1.1. Klasyfikacja gier

Wyróżnia się następujące rodzaje gier:

- ze względu na ilość graczy: *dwuosobowe* i *n-osobowe*,
- ze względu na zbiór strategii: *skończone* i *nieskończone*,
- ze względu na charakter współdziałania: *niekoalicyjne*, *kooperacyjne* - przez wcześniej ustalone współzależności i *koalicyjne*,
- ze względu na charakter wygranej: *o sumie zerowej* - zamknięte z punktem siodłowym określonym przez optymalne strategie czyste i *o sumie dowolnej*, np. handel zagraniczny,
- ze względu na postać funkcji celu: *macierzowe*, *nieciągłe* i *wypukłe*,
- ze względu na charakter prowadzenia gry: *w postaci normalnej* jednokrokowe statyczne i *w postaci ekstensywnej* jako gry wielokrokowe określone przez ciąg ruchów wykonywanych na przemian w procesach kinematycznych i dynamicznych. Gry w postaci ekstensywnej dzieli się na: *pozycyjne*, *stochastyczne* i *różniczkowe - dynamiczne*,
- ze względu na charakter informacji: *z pełną* i *niepełną informacją*,
- ze względu na rodzaj przeciwnika: *z rozumnym przeciwnikiem* i *z naturą* - otoczeniem wykonującym ruchy losowe i nie interesującym się końcowym wynikiem gry.

## 1.2. Gry dynamiczne w technice sterowania

Ogólnie można rozróżnić trzy klasy problemów sterowania, w których istnieją możliwości wykorzystania gier dynamicznych, zarówno do opisu i syntezy sterowania optymalnego:

- a) sterowanie obiektem przy braku jakichkolwiek informacji o oddziaływujących na niego zakłóceniach. Dane są wówczas równania stanu obiektu oraz zbiór dopuszczalnych sterowań. Należy wyznaczyć sterowanie zapewniające minimum funkcjonału przy warunku, że zakłócenie dąży do jego maksimum, należy więc rozwiązać grę różniczkową przy *min max* warunku optymalności,
- b) Sterowanie obiektem przy spotkaniu z większą ilością obiektów ruchomych o różnych wskaźnikach jakości i celach końcowych. Przykładem może być proces sterowania statkiem w sytuacjach kolizyjnych przy spotkaniu z większą ilością obiektów ruchomych i nieruchomych (statki, przeszkody podwodne, linia brzegowa itp.), jako gra różniczkowa wielu uczestników,
- c) Synteza wielopoziomowych systemów hierarchicznych. Jednym z zasadniczych języków hierarchicznych systemów sterowania różnego rodzaju i metod wyznaczania optymalnych sterowań jest teoria gier ze zgodnymi interesami i prawem pierwszego ruchu [1,10].

## 2. STEROWANIE ROZGRYWAJĄCE W NAWIGACJI MORSKIEJ

Do klasycznych zagadnień teorii procesów decyzyjnych w nawigacji morskiej należy bezpieczne sterowanie statkiem. Problem bezkolizyjnych strategii w sterowaniu na morzu pojawia się już u Isaacs'a [2] zwanego „ojcem gier różniczkowych” i rozwijany był przez wielu autorów zarówno w aspekcie teorii gier [7,8], jak i sterowania w warunkach niepewności [9,11]. Chociaż sformułowanie problemu uniknięcia kolizji wydaje się całkiem oczywiste, to oprócz niepewności informacji, jaka wynikać może zarówno z czynników zewnętrznych (warunki atmosferyczne, stan morza), jak i niekompletnej wiedzy o innych obiektach, nieprecyzyjny charakter mają również zalecenia międzynarodowych przepisów prawa drogi morskiej COLREG (International Regulations for Preventing Collision at Sea). Tematyka wyznaczenia strategii bezpiecznych jest nadal aktualna ze względu na ciągłe rosnący ruch statków na poszczególnych akwenach, a także z jednej strony na zwiększające się wymagania bezpieczeństwa żeglugi i ochrony środowiska, a z drugiej na rosnące możliwości komputerowego wspomagania pracy nawigatorów.

### 2.1. Rodzaje rozgrywającego sterowania statkiem

W celu zapewnienia bezpieczeństwa żeglugi statki zobowiązane są respektować reguły prawne w postaci zasad COLREG. Jednak te przepisy stosują się tylko do dwóch statków w zakresie dobrej widzialności, w warunkach ograniczonej widzialności zaś podają tylko zalecenia ogólnego charakteru i nie są w stanie uwzględnić wszystkich niezbędnych warunków rzeczywistego procesu. Tak więc rzeczywisty proces mijania się statków zachodzi w warunkach nieokreśloności i konfliktu przy nieściśłym współdziałaniu statków w myśl zasad prawnych. Dlatego celowe jest przedstawienie procesu oraz opracowywanie i badanie do celów eksploatacji metod bezpiecznego sterowania statkiem z zastosowaniem reguł teorii gier. Konieczność jednoczesnego uwzględnienia strategii spotkanych obiektów oraz własności dynamicznych statków jako obiektów sterowania przesądza o zastosowaniu do opisu procesu modelu gry różniczkowej, często nazywaną dynamiczną. Zakładając, że ruch dynamiczny statków w czasie odbywa się pod wpływem wielkości sterujących z odpowiednich dopuszczalnych zbiorów sterowania:

$$[U_0^{(\mu_0)}, U_j^{(\mu_j)}] \quad (1)$$

gdzie:

$U_0^{(\mu_0)}$  - zbiór strategii własnego statku,

$U_j^{(\mu_j)}$  - zbiór strategii  $j$  spotkanego statku,

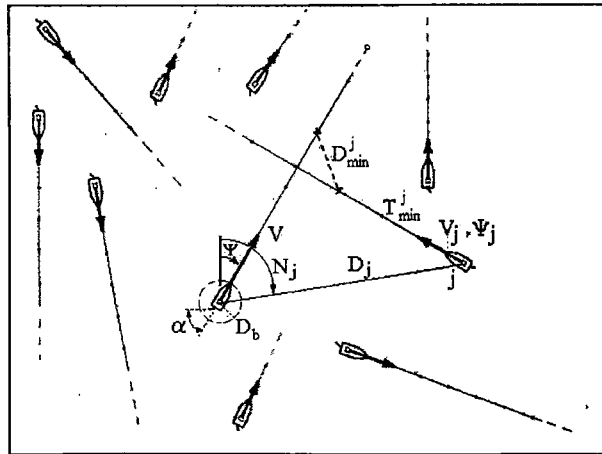
$\mu(\mu_0, \mu_j) = 0$  - oznacza stabilizację kursu lub trajektorii,

$\mu(\mu_0, \mu_j) = 1$  - oznacza realizację manewru antykolizyjnego w celu minimalizacji ryzyka kolizji, co w praktyce osiąga się spełnieniem nierówności:

$$D_{\min}^j = \min D_j(t) \geq D_b \quad (2)$$

$D_{\min}^j$  - najmniejsza odległość zbliżenia własnego statku i  $j$  spotkanego obiektu,

$D_b$  - bezpieczna odległość zbliżenia w danych warunkach zależna od stopnia widzialności na morzu, prawideł COLREG oraz dynamiki statku (rys. 1).



Rys. 1. Sytuacja nawigacyjna mijania się własnego statku z  $j$  obiektem

$D_j$  - aktualna odległość do  $j$  obiektu z radarowego systemu antykolizyjnego ARPA (Automatic Radar Plotting Aids). System ARPA umożliwia automatyczne śledzenie co najmniej 20 spotkanych  $j$  obiektów, wyznaczenie ich parametrów ruchu (prędkości  $V_j$ , kursu  $\psi_j$ ) i elementów zbliżenia z własnym statkiem ( $D_{\min}^j = DCPA_j$  - Distance of the Closest Point of Approach,  $T_{\min}^j = TCPA_j$  - Time to the Closest Point of Approach) oraz ocenę ryzyka kolizji  $r_j$ . Jednak zakres funkcji standardowego systemu ARPA kończy się na symulacji wybranego przez nawigatora manewru zmiany kursu  $\pm\Delta\psi$  lub prędkości statku  $\pm\Delta V$ .

$\mu(\mu_0, \mu_j) = -1$  - odpowiada manewrowaniu statkiem w celu osiągnięcia najmniejszej odległości zbliżenia, na przykład podczas zbliżenia statku ratowniczego, przekazywania ładunku ze statku na statek, niszczenia okrętu nieprzyjaciela itp.).

Można wyróżnić, w przyjętej symbolice zapisu, następujące rodzaje sterowania ruchem statków dla osiągnięcia określonego celu:

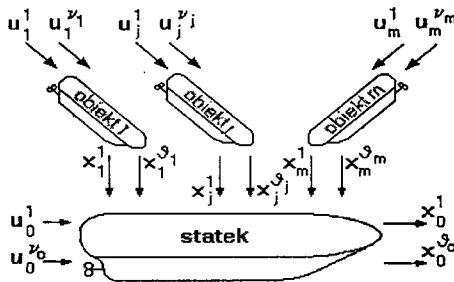
- podstawowy rodzaj sterowania – stabilizacja kursu lub trajektorii:  $[U_0^{(0)} U_j^{(0)}]$ ,

- unikanie kolizji za pomocą
    - a) manewrów własnego statku:  $[U_0^{(1)}U_j^{(0)}]$ ,
    - b) manewrów spotkanego  $j$  statku:  $[U_0^{(0)}U_j^{(1)}]$ ,
    - c) manewrów kooperujących:  $[U_0^{(1)}U_j^{(1)}]$ ,
  - spotkanie statków:  $[U_0^{(-1)}U_j^{(-1)}]$ ,
  - sytuacje jednostronnej gry dynamicznej:  $[U_0^{(-1)}U_j^{(0)}]$  i  $[U_0^{(0)}U_j^{(-1)}]$ ,
- Na przykład niebezpieczne sytuacje wynikłe z błędnej oceny procesu zbliżenia przez jedną ze stron przy braku obserwacji drugiej - jeden statek wyposażony w radar lub system antykolizyjny, drugi z uszkodzonym radarem lub bez tego wyposażenia,
- sytuacje pościgu, odpowiadające typowej konfliktowej grze dynamicznej:  $[U_0^{(-1)}U_j^{(1)}]$  i  $[U_0^{(1)}U_j^{(-1)}]$ .

Przy czym przypadek pierwszy przedstawia zwykle sterowanie optymalne, drugi i trzeci są grami jednostronnymi, zaś czwarty i piąty reprezentują gry konfliktowe.

## 2.2. Podstawowy model gry dynamicznej

Najbardziej adekwatnym modelem procesu mijania się statku z  $j$  spotkanymi obiektami jest model gry dynamicznej  $j$  uczestników (rys. 2).



Rys. 2. Schemat blokowy podstawowego modelu gry dynamicznej

Własności procesu opisane są przez równanie stanu:

$$\dot{x}_i = f_i[(x_0^{(g_0)}, x_1^{(g_1)}, \dots, x_j^{(g_j)}, \dots, x_m^{(g_m)}), (u_0^{(v_0)}, u_1^{(v_1)}, \dots, u_j^{(v_j)}, \dots, u_m^{(v_m)}), t] \quad (3)$$

$$i = 1, 2, \dots, (j \cdot g_j + g_0), j = 1, 2, \dots, m$$

gdzie:  $\bar{x}_0^{(g_0)}(t) - g_0$  wymiarowy wektor stanu statku,

$\bar{x}_j^{(s_j)}(t) - s_j$  wymiarowy wektor stanu  $j$  obiektu,

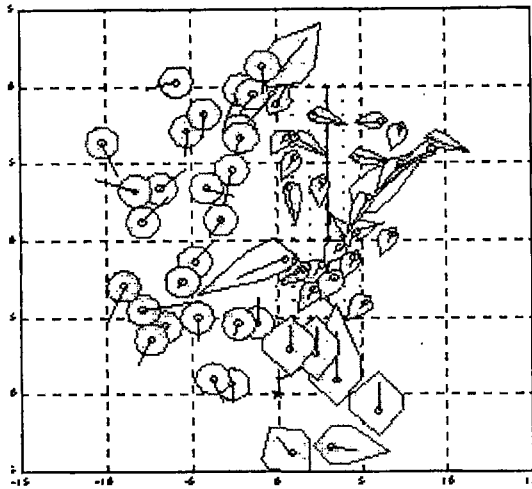
$\bar{u}_0^{(v_0)}(t) - v_0$  wymiarowy wektor sterowania statku,

$\bar{u}_j^{(v_j)}(t) - v_j$  wymiarowy wektor sterowania  $j$  obiektu.

Ograniczenia stanu i sterowania wynikają z zachowania bezpiecznej odległości mijania  $D_b$  zgodnie z prawnymi regułami manewrowania COLREG:

$$g_j(x_j^{(s_j)}, u_j^{(v_j)}) \leq 0 \quad (4)$$

Ograniczenia, w nawigacji morskiej noszące nazwę *domen statków*, mogą przyjąć kształt koła, elipsy, sześciokąta lub paraboli i mogą być wygenerowane na przykład przez sztuczną sieć neuronową [3], (rys. 3).



Rys. 3. Kształt neuronowych domen statków w sytuacji nawigacyjnej w Kanale La Manche  $j=60$  spotkanych obiektów

Synteza sterowania rozgrywającego statkiem polega na minimalizacji funkcji celu danej w postaci wypłaty całkowitej i końcowej:

$$I_0^{(j)} = \int_{t_0}^{t_k} [x_0^{(s_0)}(t)]^2 dt + r_j(t_k) + d(t_k) \rightarrow \min \quad (5)$$

Wypłata całkowita przedstawia straty drogi statku na wymijanie spotkanych obiektów, zaś wypłata końcowa określa końcowe ryzyko kolizji  $r_j(t_k)$  do  $j$  obiektu i końcowe odchylenie statku  $d(t_k)$  od zadanej trajektorii statku [3,6].

Uwzględniając równania hydromechaniki własnego statku oraz równania kinematyki ruchu względnego własnego statku i  $j$  spotkanego obiektu ogólne równania stanu procesu (3) przyjmą szczegółową postać:

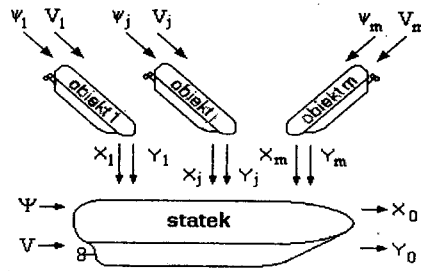
$$\begin{aligned}
 \dot{x}_0^{(1)} &= x_0^{(2)} \\
 \dot{x}_0^{(2)} &= a_1 x_0^{(2)} x_0^{(3)} + a_2 x_0^{(3)} |x_0^{(3)}| x_0^{(4)} + b_1 x_0^{(3)} |x_0^{(3)}| u_0^{(1)} \\
 \dot{x}_0^{(3)} &= a_4 x_0^{(3)} |x_0^{(3)}| x_0^{(4)} (1 + x_0^{(4)}) + a_5 x_0^{(2)} x_0^{(3)} x_0^{(4)} |x_0^{(4)}| + a_6 x_0^{(2)} x_0^{(3)} x_0^{(4)} + a_7 x_0^{(3)} |x_0^{(3)}| + \\
 &\quad a_8 x_0^{(5)} |x_0^{(5)}| x_0^{(6)} + b_2 x_0^{(3)} x_0^{(4)} |x_0^{(3)}| u_0^{(1)} \\
 \dot{x}_0^{(4)} &= a_3 x_0^{(3)} x_0^{(4)} + a_4 x_0^{(3)} x_0^{(4)} |x_0^{(4)}| + a_5 x_0^{(2)} x_0^{(4)} + a_9 x_0^{(2)} + b_2 x_0^{(3)} u_0^{(1)} \\
 \dot{x}_0^{(5)} &= a_{10} x_0^{(5)} + b_3 u_0^{(2)} \\
 \dot{x}_0^{(6)} &= a_1 x_0^{(6)} + b_4 u_0^{(3)} \\
 \dot{x}_j^{(1)} &= -x_0^{(3)} + x_j^{(2)} x_0^{(2)} + x_j^{(3)} \cos x_j^{(3)} \\
 \dot{x}_j^{(2)} &= -x_0^{(2)} x_j^{(1)} + x_j^{(3)} \sin x_j^{(3)} \\
 \dot{x}_j^{(3)} &= -x_0^{(2)} + b_{4+j} x_j^{(3)} u_j^{(1)} \\
 \dot{x}_j^{(4)} &= a_{11+j} x_j^{(4)} |x_j^{(4)}| + b_{5+j} u_j^{(2)}
 \end{aligned} \tag{6}$$

Zmienne stanu własnego statku  $x_0^{(9_0)}$  są reprezentowane przez:  $x_0^{(1)}$  - kurs,  $x_0^{(2)}$  - prędkość kątową kursową,  $x_0^{(3)}$  - prędkość liniową,  $x_0^{(4)}$  - kąt dryfu,  $x_0^{(5)}$  - prędkość obrotową i  $x_0^{(6)}$  - skok śruby nastawnej napędu głównego. Zmienne stanu spotkanego  $j$  obiektu  $x_j^{(9_j)}$  określone są przez wielkości:  $x_j^{(1)}$  - odległości,  $x_j^{(2)}$  - namiaru oraz  $x_j^{(3)}$  - jego kursu i  $x_j^{(4)}$  - prędkości. Wielkościami sterującymi ruch własnego statku  $u_0^{(v_0)}$  są:  $u_0^{(1)}$  - kąt wychylenia steru, zadane wartości  $u_0^{(2)}$  - prędkości obrotowej i  $u_0^{(3)}$  - skoku śruby nastawnej napędu głównego, zaś wielkościami sterującymi ruch spotkanego  $j$  obiektu  $u_j^{(v_j)}$  są:  $u_j^{(1)}$  - jego kurs i  $u_j^{(2)}$  - prędkość liniowa.

### 2.3. Modele przybliżone gry dynamicznej

#### 2.3.1. Model gry pozycyjnej

Ogólny model gry dynamicznej jest uproszczony do wieloetapowej gry pozycyjnej  $j$  uczestników niekooperujących ze sobą [4], (rys. 4).



Rys. 4. Schemat blokowy modelu gry pozycyjnej

Zmienne stanu i wielkości sterujące są reprezentowane przez:

$$\left. \begin{aligned} x_0^{(1)} = X_0, x_0^{(2)} = Y_0, x_j^{(1)} = X_j, x_j^{(2)} = Y_j \\ u_0^{(1)} = \Psi, u_0^{(2)} = V, u_j^{(1)} = \psi_j, u_j^{(2)} = V_j \\ j = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Istotą gry pozycyjnej jest uzależnienie strategii własnego statku od pozycji  $p(t_k)$  spotkanych obiektów w aktualnym kroku  $k$ . W ten sposób uwzględnia się w modelu procesu ewentualne zmiany kursu i prędkości spotkanych obiektów w trakcie realizacji sterowania. Bieżący stan procesu jest określony przez współrzędne pozycji własnego statku i spotkanych obiektów:

$$\left. \begin{aligned} x_0 = (X_0, Y_0), x_j = (X_j, Y_j) \\ j = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Układ generuje swoje sterowanie w chwili  $t_k$  na podstawie danych, które otrzymuje z systemu antykolizyjnego ARPA o bieżącej pozycji śledzonych obiektów:

$$p(t_k) = \begin{bmatrix} x_0(t_k) \\ x_j(t_k) \end{bmatrix} \quad j = 1, 2, \dots, m \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (9)$$

Zakłada się, zgodnie z ogólną koncepcją pozycyjnej gry wieloetapowej, że w każdej dyskretnej chwili czasu  $t_k$  na własnym statku znana jest pozycja obiektów. Ograniczenia współrzędnych stanu:

$$\{ x_0(t), x_j(t) \} \in P \quad (10)$$

są ograniczeniami nawigacyjnymi, natomiast ograniczenia sterowania:

$$u_0 \in U_0, u_j \in U_j \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (11)$$



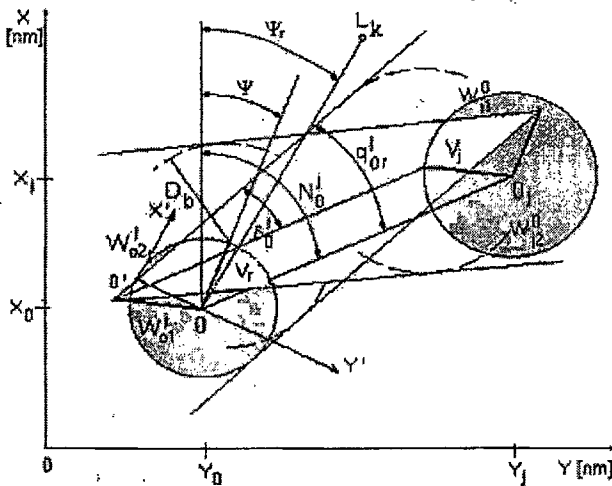
uwzględniają kinematykę ruchu statków, zalecenia prawa drogi morskiej COLREG i warunek (2) zachowania bezpiecznej odległości mijania.

Zbiory domknięte  $U_0^j$  i  $U_j^0$ , zdefiniowane jako zbiory dopuszczalnych strategii uczestników gry względem siebie:

$$\{U_0^j[p(t)], U_j^0[p(t)]\} \quad (12)$$

są zależne co oznacza, że wybór sterowania  $u_j$  przez  $j$  obiekt zmienia zbiory dopuszczalnych strategii innych obiektów.

Zbiór  $U_0^j$  dopuszczalnych strategii własnego statku, przy mijaniu się ze spotkanym  $j$  obiektem w odległości  $D_b$ , przy zachowaniu w kroku  $k$  warunku stałości kursu i prędkości własnego statku oraz spotkanego obiektu, jest statyczny i zawiera się w półkolu o promieniu  $V_r$  (rys. 5).



Rys. 5. Wyznaczanie obszarów dopuszczalnych strategii własnego statku

$$U_0^j = W_{01}^j \cup W_{02}^j \text{ i spotkanego obiektu } U_j^0 = W_{j1}^0 \cup W_{j2}^0$$

Obszar  $U_0^j$  jest określony za pomocą nierówności (rys. 6):

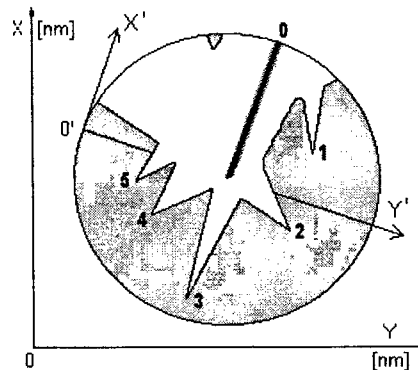
$$a_0^j u_0^x + b_0^j u_0^y \leq c_0^j \quad (13)$$

$$(u_0^x)^2 + (u_0^y)^2 \leq V_r^2 \quad (14)$$

gdzie:

$$\left. \begin{aligned} \bar{V}_r &= \bar{V}_0 = \bar{u}_0^2(u_0^x, u_0^y) \\ a_0^j &= -\chi_0^j \cos(q_{0r}^j + \chi_0^j \delta_0^j) \\ b_0^j &= \chi_0^j \sin(q_{0r}^j + \chi_0^j \delta_0^j) \\ c_0^j &= -\chi_0^j \begin{bmatrix} V_j \sin(q_j^0 + \chi_0^j \delta_0^j) + \\ V_r \cos(q_{0r}^j + \chi_0^j \delta_0^j) \end{bmatrix} \\ \chi_0^j &= \begin{cases} 1 & \text{dla } W_{01}^j \quad (\text{PB}) \\ -1 & \text{dla } W_{02}^j \quad (\text{LB}) \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Wielkość  $\chi_0^j$  wyznacza się za pomocą odpowiedniej funkcji logicznej  $Z_j$  charakteryzującej poszczególne zalecenia prawa drogi morskiej COLREG.



Rys. 6. Przykład łącznego zbioru  $U_0^5$  manewrów dopuszczalnych dla pięciu spotkanych obiektów

Postać funkcji  $Z_j$  zależy od interpretacji powyższych zaleceń do celów ich uwzględnienia w algorytmie sterowania, przy czym:

$$Z_j = \begin{cases} 1 & \text{then } \chi_0^j = 1 \\ 0 & \text{then } \chi_0^j = -1 \end{cases} \quad (16)$$

Interpretacja reguł prawnych COLREG w postaci odpowiednich diagramów manewrowych opracowanych przez A.G. Sorbet, S.H. Hollingdale, E.S. Calvert i K.D. Jones umożliwia sformułowanie pewnej funkcji logicznej  $Z_j$  jako semantycznej interpretacji prawnych reguł manewrowania. Każdemu rodzajowi sytuacji zbliżenia statków przyporządkowuje się wartość zmiennej logicznej równej jeden lub zero:

- A – spotkanie statku z dziobu lub z innego kierunku,  
 B – zbliżanie lub oddalanie się statku,  
 C – mijanie statku za rufą lub przed dziobem,  
 D – zbliżanie się statku z przodu lub z tyłu,  
 E – zbliżanie się statku z prawej lub z lewej burty.

Minimalizując funkcję logiczną  $Z_j$  metodą tablic Karnauga otrzymuje się:

$$Z_j = A \cup \overline{A}(\overline{B} \overline{C} \cup \overline{D} \overline{E}) \quad (17)$$

Wypadkowy obszar dopuszczalnych manewrów dla  $m$  obiektów:

$$U_0 = \bigcap_{j=1}^m U_j^0 \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (18)$$

określony jest układem nierówności (13) i (14).

Analogicznie określa się zbiór dopuszczalnych strategii  $U_j^0$  spotkanego  $j$  obiektu względem własnego statku:

$$a_j^0 u_j^x + b_j^0 u_j^y \leq c_j^0 \quad (19)$$

$$(u_j^x)^2 + (u_j^y)^2 \leq V_j^2 \quad (20)$$

gdzie:

$$\left. \begin{aligned} \bar{V}_j &= \bar{u}_j(u_j^x, u_j^y) \\ a_j^0 &= -\chi_j^0 \cos(q_j^0 + \chi_j^0 \delta_j^0) \\ b_j^0 &= \chi_j^0 \sin(q_j^0 + \chi_j^0 \delta_j^0) \\ c_j^0 &= -\chi_j^0 V_0 \sin(q_j^0 + \chi_j^0 \delta_j^0) \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Znak  $\chi_j^0$  wyznacza się analogicznie jak dla  $\chi_0^j$ .

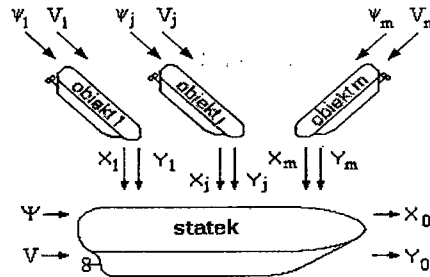
Uwzględnienie ograniczeń nawigacyjnych (mielizna, zarys linii brzegowej) wprowadza dodatkowe ograniczenia zbioru dopuszczalnych strategii:

$$a_0^{1,l-1} u_0^x + b_0^{1,l-1} u_0^y \leq c_0^{1,l-1} \quad (22)$$

gdzie: 1 – najbliższy punkt przecięcia się linii prostych aproksymujących linię brzegową.

### 2.3.2. Model gry macierzowej

Pomijając równania dynamiki statku ogólny model gry dynamicznej procesu zapobiegania kolizjom sprowadza się do gry macierzowej  $j$  uczestników niekooperujących ze sobą [5], (rys. 7).



Rys. 7. Schemat blokowy modelu gry macierzowej

Zmienne stanu i sterowania są reprezentowane przez następujące wielkości:

$$x_j^{(1)} = D_j, x_j^{(2)} = N_j, u_0^{(1)} = \psi, u_0^{(2)} = V, u_j^{(1)} = \psi_j, u_j^{(2)} = V_j \quad (23)$$

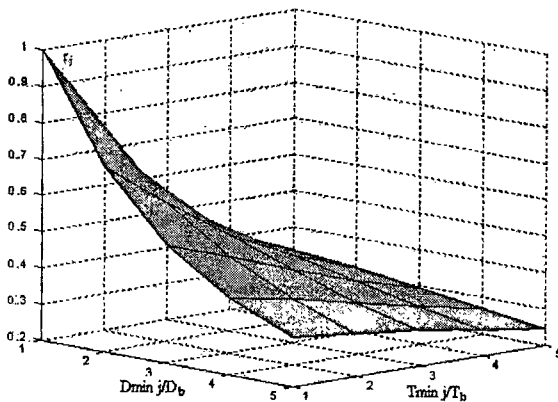
$$j = 1, 2, \dots, m$$

Macierz gry  $R[r_j(v_j, v_0)]$  zawiera wartości ryzyka kolizji  $r_j$  wyznaczone w oparciu o dane z systemu antykolizyjnego ARPA dla dopuszczalnych strategii  $v_0$  własnego statku i dopuszczalnych strategii  $v_j$  poszczególnych  $j$  spotkanych obiektów.

Wartość ryzyka kolizji definiuje się jako odniesienie aktualnej sytuacji zbliżenia, opisaną przez parametry  $D_{\min}^j$  i  $T_{\min}^j$ , do założonej oceny sytuacji jako bezpiecznej, określonej przez bezpieczną odległość zbliżenia  $D_b$  i czas bezpieczny  $T_b$  – niezbędne do wykonania manewru uniknięcia zderzenia:

$$r_j = \left[ a_1 \left( \frac{D_{\min}^j}{D_b} \right)^2 + a_2 \left( \frac{T_{\min}^j}{T_b} \right)^2 + a_3 \left( \frac{D_j}{D_b} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (24)$$

gdzie:  $a_1, a_2, a_3$  - współczynniki zależne od stanu widzialności na morzu, dynamicznej długości i szerokości statku (domeny statku) oraz rodzaju rejonu żeglugi (rys. 8).



Rys. 8. Przestrzeń ryzyka kolizji statku w funkcji względnej odległości i czasu zbliżenia z j obiektem

W grze macierzej gracz I (własny statek) ma możliwość użycia  $v_0$  różnych strategii czystych, a gracz II (spotkane obiekty) ma  $v_j$  różnych strategii czystych:

$$R = [r_j(v_j, v_0)] = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1,v_0-1} & r_{1v_n} \\ r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2,v_0-1} & r_{2v_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{v_0 1} & r_{v_0 2} & \dots & r_{v_0, v_0-1} & r_{v_0 v_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{v_j 1} & r_{v_j 2} & \dots & r_{v_j, v_0-1} & r_{v_j v_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{v_m 1} & r_{v_m 2} & \dots & r_{v_m, v_0-1} & r_{v_m v_n} \end{pmatrix} \quad (25)$$

Ograniczenia na wybór strategii  $(v_0, v_j)$  wynikają z zaleceń prawa drogi morskiej.

### 3. ALGORYTMY BEZPIECZNEGO STEROWANIA ROZGRYWAJĄCEGO W SYTUACJI KOLIZYJNEJ

#### 3.1. Algorytm gry pozycyjnej GRAPOZ

Optymalne sterowanie własnym statkiem  $u_0^*(t)$ , równoważne dla aktualnej pozycji  $p(t)$  optymalnemu sterowaniu pozycyjnemu  $u_0^*(p)$ , wyznacza się następująco:

- wyznacza się zbiory dopuszczalnych strategii  $U_j^0[p(t_k)]$  spotkanych obiektów względem własnego statku oraz wyjściowe zbiory  $U_0^{jw}[p(t_k)]$  dopuszczalnych strategii własnego statku względem każdego ze spotkanych obiektów,

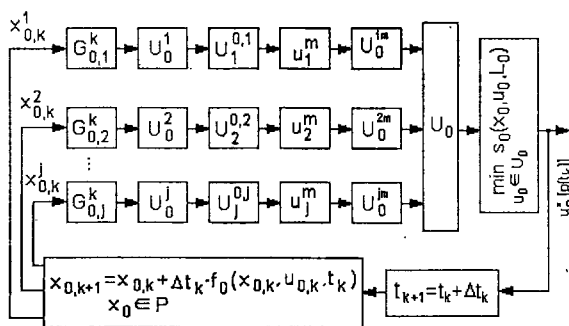
- względem każdego  $j$  obiektu wyznacza się parę wektorów  $u_j^m$  i  $u_0^j$ , a następnie optymalną strategię pozycyjną własnego statku  $u_0^*(p)$  z warunku:

$$I^* = \min_{u_0 \in U_0 = \bigcap_{j=1}^m U_0^j} \left\{ \max_{u_j^m \in U_j} \min_{u_0^j \in U_0^j(u_j)} S_0[x_0(t_k), L_0] \right\} = S_0^*(x_0, L_0) \quad (26)$$

$$U_0^j \subset U_0^{jw} \quad j=1, 2, \dots, m$$

gdzie: 
$$S_0[x_0(t), L_0] = \int_{t_0}^{t_{L_0}} u_0(t) dt \quad (27)$$

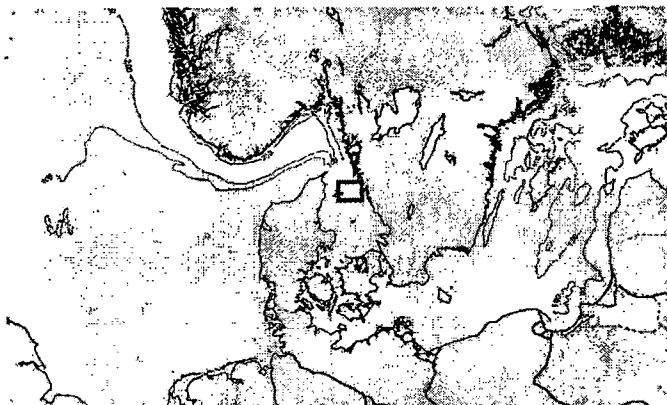
oznacza ciągłą funkcję celu sterowania własnego statku, charakteryzującą odległość statku w chwili  $t_0$  do najbliższego punktu zwrotu  $L_0$  na zadanej trasie rejsu. Kryterium wyboru optymalnej trajektorii własnego statku sprowadza się do wyznaczenia jego kursu i prędkości zapewniających najmniejsze straty drogi na bezpieczne mijanie spotkanych obiektów, w odległości nie mniejszej niż założona wartość  $D_b$ , z uwzględnieniem dynamiki statku w postaci czasu wyprzedzenia manewru. Najmniejsze straty drogi osiąga się dla maksymalnego rzutu wektora prędkości własnego statku na kierunek zadanego kursu  $\psi_z$ . Optymalne sterowanie własnym statkiem oblicza się na każdym dyskretnym etapie ruchu statku stosując metodę Simpleks do rozwiązywania zadania programowania liniowego, wykorzystując zależności (13) i (14) lub (19) i (20). Na każdym etapie  $t_k$  pomiaru pozycji  $p(t_k)$  rozwiązuje się problem sterowania optymalnego zgodnie z zasadą sterowania rozgrywającego (26) (rys. 9).



Rys. 9. Schemat blokowy układu pozycyjnego sterowania rozgrywającego:  $G_{0,j}^k$  - zbiór parametrów zbliżenia własnego statku w stosunku do  $j$  obiektu z systemu ARPA

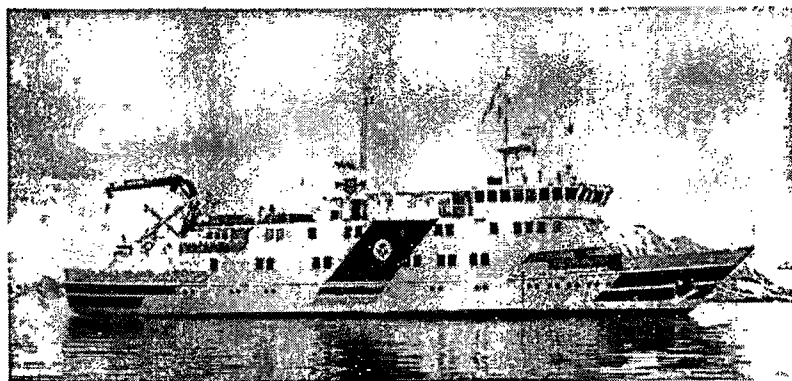
Wykorzystując funkcję  $lp$  – *linear programming* z Optimization Toolbox oprogramowania Matlab opracowano algorytm GRAPOZ wyznaczania bezpiecznej trajektorii rozgrywającej statku w sytuacji kolizyjnej.

Przeprowadzono badania symulacyjne w oprogramowaniu Matlab/Simulink algorytmu GRAPOZ, dla różnych postaci wskaźnika jakości sterowania (26), jako programu komputerowego wspomaganie decyzji nawigatora, na przykładzie rzeczywistej sytuacji nawigacyjnej mijania się z dwunastoma spotkanymi obiektami (rys. 10).



Rys. 10. Miejsce badanej sytuacji nawigacyjnej w Cieśninie Kattegat

Sytuacja nawigacyjna została zarejestrowana na statku badawczo-szkoleniowym HORYZONT II Akademii Morskiej w Gdyni, na ekranie radaru systemu antykolizyjnego ARPA firmy Raytheon (rys. 11).

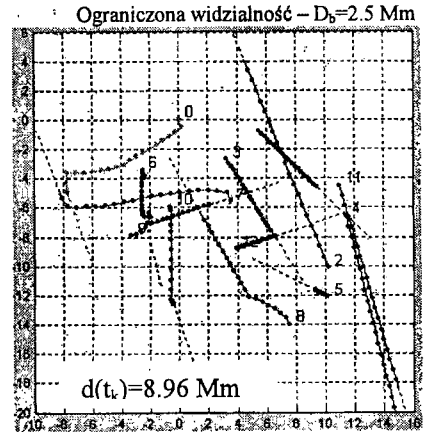
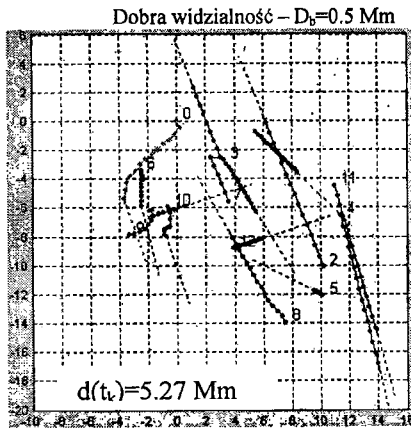


Rys. 11. Statek badawczo-szkoleniowy HORYZONT II

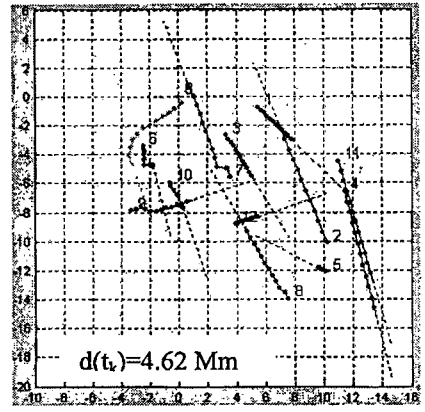
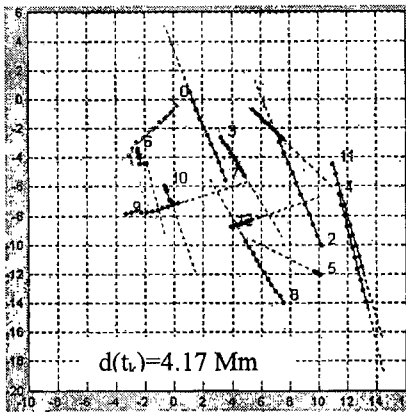
Rysunek 12 przedstawia trajektorie rozgrywające statku wyznaczone według wskaźnika (26) o postaci  $\min \max \min S_0$ , a więc przy manewrach spotkanych obiektów przeszkadzających ruchowi własnego statku.

Rysunek 13 przedstawia trajektorie rozgrywające statku dla wskaźnika (26) o postaci  $\min \min \min S_0$  przy współdziałaniu spotkanych obiektów.

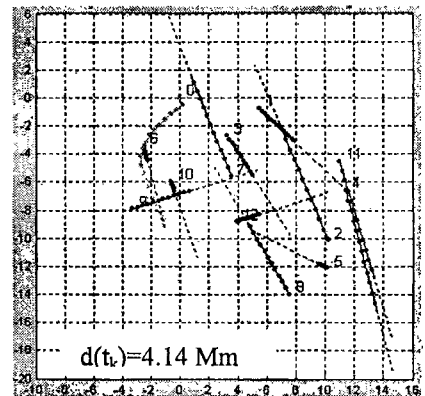
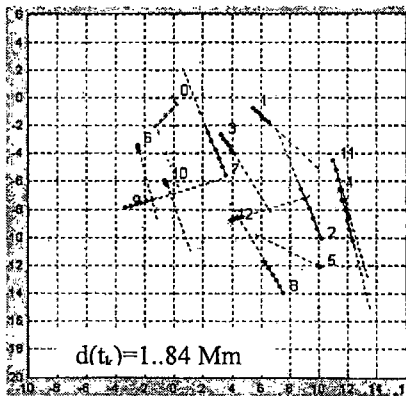
Rysunek 14 pokazuje trajektorie nierozgrywające dla wskaźnika (26) o postaci  $\min S_0$ .



Rys. 12. Trajektorie rozgrywające statku dla wskaźnika *min max min*



Rys. 13. Trajektorie rozgrywające statku dla wskaźnika *min min min*



Rys. 14. Trajektorie nierozgrywające dla wskaźnika *min*



### 3.2. Algorytm gry macierzowej GRAMAC

W grze macierzowej gracz I ma możliwość użycia  $v_0$  strategii czystych, a gracz II dysponuje  $v_j$  strategiami czystymi. Ograniczenia na wybór strategii wynikają z zaleceń prawa drogi morskiej COLREG. Ponieważ najczęściej gra nie ma punktu siodłowego, więc nie ma zagwarantowanego stanu równowagi. W celu rozwiązania tego problemu można posłużyć się dualnym programowaniem liniowym. W zagadnieniu dualnym gracz I dąży do minimalizacji ryzyka kolizji, natomiast gracz II dąży do maksymalizacji ryzyka kolizji. Składowe strategii mieszanej wyrażają rozkład prawdopodobieństwa użycia przez graczy ich strategii czystych. W rezultacie dla kryterium sterowania w postaci:

$$\left( I_0^{(j)} \right)^* = \min_{v_0} \max_{v_j} r_j \quad (28)$$

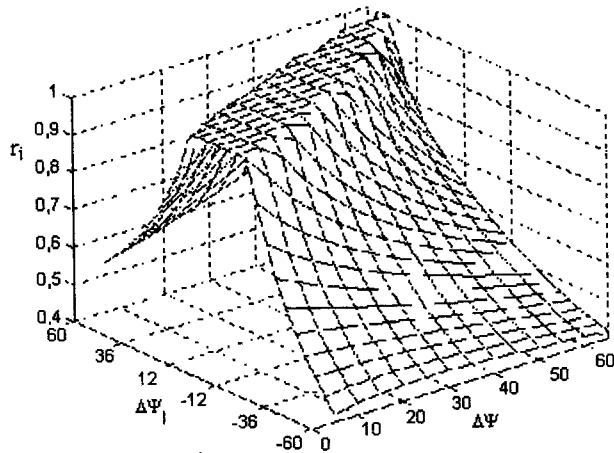
otrzymuje się macierz prawdopodobieństwa  $P$  użycia poszczególnych strategii czystych:

$$P = [p_j(v_j, v_0)] = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1, v_0-1} & p_{1v_n} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2, v_0-1} & p_{2v_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{v_1 1} & p_{v_1 2} & \dots & p_{v_1, v_0-1} & p_{v_1 v_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{v_j 1} & p_{v_j 2} & \dots & p_{v_j, v_0-1} & p_{v_j v_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{v_m 1} & p_{v_m 2} & \dots & p_{v_m, v_0-1} & p_{v_m v_n} \end{pmatrix} \quad (29)$$

Rozwiązaniem zadania sterowania jest strategia o największym prawdopodobieństwie:

$$\left( u_0^{(v_0)} \right)^* = u_0^{(v_0)} \left\{ [p_j(v_j, v_0)]_{\max} \right\} \quad (30)$$

Bezpieczną trajektorię własnego statku traktuje się jako sekwencję kolejnych zmian w czasie jego kursu i prędkości. Ustala się bezpieczną odległość mijania się statków w danych warunkach widzialności na morzu  $D_b$ , czas wyprzedzenia obliczeń  $t_w$  i czas trwania jednego etapu trajektorii  $\Delta t_k$  jako kroku obliczeniowego. W każdym kroku wyznacza się najbardziej niebezpieczny obiekt pod względem wartości ryzyka kolizji  $r_j$ . Następnie w oparciu o semantyczną interpretację przepisów międzynarodowego prawa drogi morskiej COLREG wybiera się kierunek zwrotu własnego statku do obiektu najbardziej niebezpiecznego. Dla dopuszczalnych strategii własnego statku  $v_0$  i  $j$  spotkane-go obiektu  $v_j$  wyznacza się macierz ryzyka kolizji  $R$ . Stosując zasadę dualnego programowania liniowego do rozwiązania gry macierzowej uzyskuje się wartości optymalne kursu własnego statku i  $j$  obiektu, przy najmniejszych odchyleniach od ich wartości początkowych (rys. 15).



Rys. 15. Zależność ryzyka kolizji od strategii kursowych własnego statku i spotkanego obiektu

Jeżeli w danym kroku brak jest rozwiązania przy prędkości własnego statku  $V$ , to obliczenia powtarza się przy prędkości zmniejszonej o 25%, aż do uzyskania rozwiązania gry. Obliczenia powtarza się krok po kroku do chwili, gdy wszystkie elementy macierzy  $R$  będą równe zero, a własny statek po wyminięciu spotkanych obiektów wraca na swój początkowy kurs i prędkość.

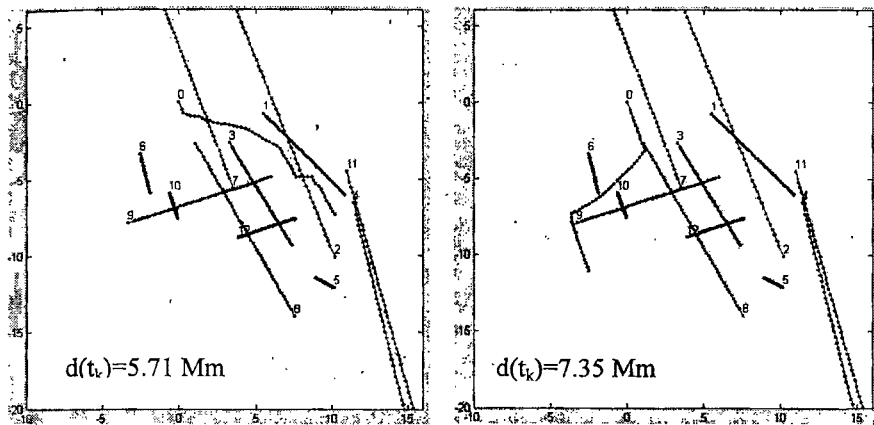
Wykorzystując funkcję *lp* – *linear programming* z Optimization Toolbox oprogramowania Matlab opracowano algorytm GRAMAC wyznaczania bezpiecznej trajektorii rozgrywającej statek w sytuacji kolizyjnej.

Przeprowadzono badania symulacyjne algorytmu GRAMAC, jako programu komputerowego wspomaganie decyzji nawigatora, na przykładzie wcześniej przedstawionej sytuacji nawigacyjnej w Cieśninie Kattegat (rys. 16).

Dla wersji podstawowej programu RGM przyjęto następujące wartości strategii:

$$v_0 = 13 \rightarrow \left| 0^\circ \div 60^\circ \right| \cos 5^\circ$$

$$v_j = 25 \rightarrow \left( -60^\circ \div +60^\circ \right) \cos 5^\circ$$



Rys. 16. Trajektorie rozgrywające statku dla wskaźnika jakości sterowania  $\min \max r_j$  w warunkach dobrej i ograniczonej widzialności

#### 4. WRAŻLIWOŚĆ STEROWANIA ROZGRYWAJĄCEGO

Uwzględniając praktyczne zastosowanie algorytmu rozgrywającego sterowania własnym statkiem w sytuacji kolizyjnej celowe jest przeprowadzenie analizy wrażliwości sterowania bezpiecznego z jednej strony na stopień dokładności informacji z systemu antykolizyjnego o aktualnej sytuacji zbliżenia, z drugiej zaś na zmiany parametrów kinematycznych i dynamicznych procesu sterowania.

##### 4.1. Wrażliwość sterowania na niedokładność informacji o stanie procesu

Niech  $p_1$  określa zbiór informacji z systemu antykolizyjnego ARPA o sytuacji nawigacyjnej taki, że:

$$p_1 = \{V, \psi, V_j, \psi_j, D_j, N_j\} \quad (31)$$

zaś  $p_1'$  określa zbiór informacji obarczony błędami pomiarów i przetwarzania:

$$p_1' = \{V \pm \delta V, \psi \pm \delta \psi, V_j \pm \delta V_j, \psi_j \pm \delta \psi_j, D_j \pm \delta D_j, N_j \pm \delta N_j\} \quad (32)$$

Względna miara wrażliwości wypłaty końcowej gry jako odchylenia końcowego bezpiecznej trajektorii statku  $d_k$  od zadanej trajektorii wyniesie:

$$s_1 = (p_1', p_1) = \frac{d_k'(p_1', p_1)}{d_k(p_1)} \quad (33)$$

$$s_1 = \{s_1^V, s_1^\Psi, s_1^{V_j}, s_1^{\Psi_j}, s_1^{D_j}, s_1^{N_j}\}$$

#### 4.2. Wrażliwość sterowania na zmiany parametrów procesu

Niech  $p_2$  określa zbiór parametrów kinematycznych i dynamicznych procesu:

$$p_2 = \{t_w, D_b, T_b, \Delta t_k, \Delta V\} \quad (34)$$

zaś  $p_2'$  określa zbiór zmienionych parametrów procesu:

$$p_2' = \{t_w \pm \delta t_w, D_b \pm \delta D_b, T_b \pm \delta T_b, \Delta t_k \pm \delta \Delta t_k, \Delta V \pm \delta \Delta V\} \quad (35)$$

Względna miara wrażliwości wypłaty końcowej gry jako odchylenia końcowego bezpiecznej trajektorii statku  $d_k$  od zadanej trajektorii:

$$s_2 = (p_2', p_2) = \frac{d_k'(p_2', p_2)}{d_k(p_2)} \quad (36)$$

$$s_2 = \{s_2^{t_w}, s_2^{D_b}, s_2^{T_b}, s_2^{\Delta t_k}, s_2^{\Delta V}\}$$

gdzie:

$t_w$  - czas wyprzedzenia manewru uwzględniający własności dynamiczne własnego statku,

$\Delta t_k$  - czas trwania jednego etapu trajektorii statku,

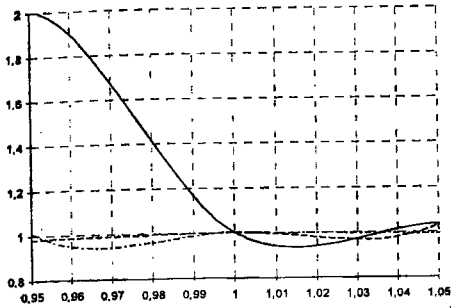
$D_b$  - odległość bezpieczna,

$T_b$  - czas bezpieczny,

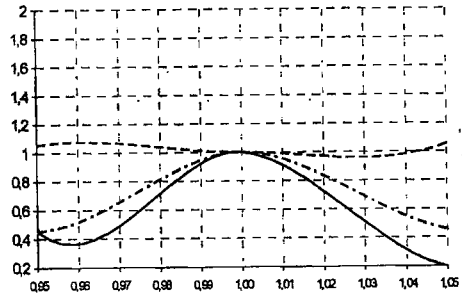
$\Delta V$  - zmniejszenie prędkości statku dla odchylenia od kursu większego niż  $30^\circ$ .

Na rys. 17 przedstawiono charakterystyki wrażliwości, które otrzymano na drodze komputerowej symulacji algorytmów sterowania rozgrywającego w oprogramowaniu Matlab/Simulink, dla zmian wielkości  $p_1$  i  $p_2$  w zakresie  $\pm 5\%$  lub  $\pm 3^\circ$ .

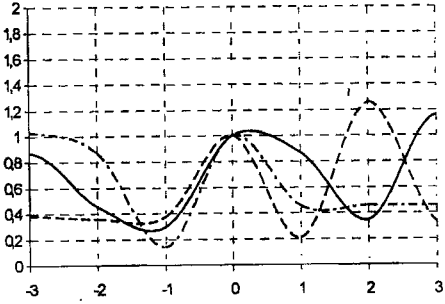
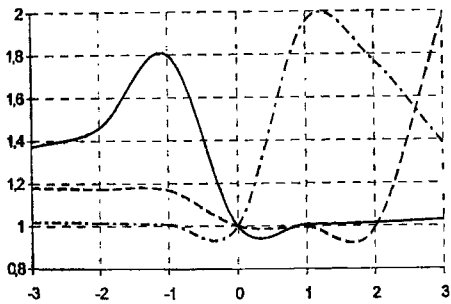
Algorytm GRAPOZ



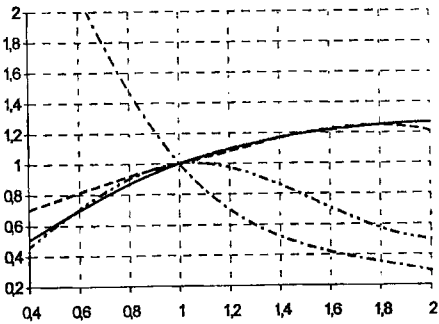
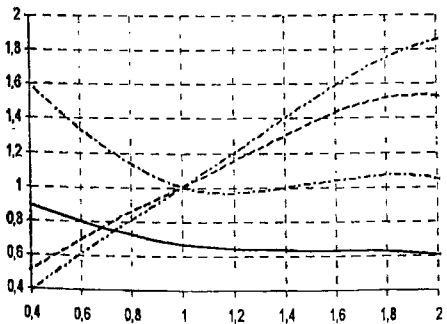
Algorytm GRAMAC



---  $s_1^V$ , ---  $s_1^{D_j}$ , —  $s_1^{V_j}$



---  $s_1^\Psi$ , ---  $s_1^{\Psi_j}$ , —  $s_1^{N_j}$



---  $s_2^{t_w}$ , ---  $s_2^{D_b}$ , ---  $s_2^{\Delta t_k}$ , —  $s_2^{\Delta V}$

Rys. 17. Charakterystyki wrażliwości algorytmów sterowania rozgrywającego na przykładzie sytuacji nawigacyjnej w Cieśninie Kattegat

## WNIOSKI

Zastosowanie uproszczonych modeli gry dynamicznej procesu do syntezy optymalnego sterowania umożliwia wyznaczenie bezpiecznej trajektorii statku w sytuacjach mijania się z większą ilością spotkanych obiektów jako pewnej sekwencji manewrów kursem i prędkością. Opracowane programy komputerowe GRAPOZ i GRAMAC uwzględniają reguły międzynarodowego prawa drogi morskiej COLREG i czas wyprzedzenia manewru aproksymujący własności dynamiczne statku oraz oceniają odchylenie końcowe trajektorii rzeczywistej od jej wartości zadanej.

Rozpatrywane algorytmy sterowania są w pewnym sensie formalnymi modelami procesów myślowych oficera nawigatora prowadzącego statek i podejmującego decyzje manewrowe. Dlatego też mogą być w praktyce wykorzystywane do konstruowania, zarówno odpowiednich symulatorów szkoleniowych w uczelniach morskich, jak i różnych opcji podstawowego modułu systemu antykolizyjnego ARPA.

## LITERATURA

- [1] Basar T., Olsder G.J.: *Dynamic noncooperative game theory*. Academic Press, London, 1982
- [2] Isaacs R.: *Differential games*. John Wiley and Sons, New York, 1965
- [3] Lisowski J.: *The analysis of differential game models of safe ship's control process*. Journal of Shanghai Maritime Institute, No 1, 1985, p.25-38
- [4] Lisowski J.: *A positional game model of safe ship control process*. 5<sup>th</sup> IFAC Conference on Control Applications in Marine Systems, Glasgow, 2001, p.1-6
- [5] Lisowski J.: *Optimal and safe ship control as a multi-step matrix game*. Systems Science, 2001, Vol.27, No 3, p.97-113
- [6] Lisowski J.: *Game control of moving objects*. 15<sup>th</sup> IFAC World Congress, Barcelona, 2002, p.1-6
- [7] Merz A.W., Karmarkar J.S.: *Collision avoidance systems and optimal turn manoeuvres*. Journal of Navigation, No 2, Vol.29, 1976, p.160-173
- [8] Miloh T., Sharma S.D.: *Maritime collision avoidance as a differential game*. Schifftechnik, No 24, 1977, p.69-88
- [9] Olsder G.J., Walter J.L.: *A differential game of approach to collision avoidance of ships*. Proc. of IFIP 8<sup>th</sup> Symp. on Optimization Techniques, 1977, p.264-271
- [10] Paciukov W.P.: *Differencjalnyje igry pri razlicznoj informirowannosti igrokov*. Biblioteka Techniczeskoj Kibernetiki, Moskwa, 1976, s.156-186
- [11] Vincent T.L.: *Collision avoidance at sea*. Proc. of Workshop Enschede Differential Games and Applications, 1977