

DYNAMICZNE ODSPRZĘGANIE PRAWOSTRONNIE ODWRACALNYCH UKŁADÓW DYNAMICZNYCH

W referacie przedstawione są problemy realizacji algorytmu dynamicznego odsprzęgania w wielofunkcyjnych układach automatycznego sterowania dla wielowymiarowych liniowych obiektów o niejednakowej liczbie wejść i wyjść (układów prawostronnie odwracalnych). Omawiany algorytm pozwala na budowę układów sterowania spełniających równocześnie dynamiczne odsprzęganie oraz zadane a-priori właściwości dynamiczne dla regulacji stałwartościowej lub nadążnej. Szczegółowo omawiane są kroki algorytmu szczególnie istotne z punktu widzenia dokładności numerycznej obliczeń a co za tym idzie jego praktycznej przydatności. Rozważania ilustruje przykład projektowania przy użyciu proponowanego algorytmu.

DYNAMIC DECOUPLING OF THE RIGHT INVERTIBLE DYNAMIC SYSTEMS

In the paper problems with realization a dynamic decoupling algorithm for multipurpose control systems for non-square multivariable plants are shown. The described algorithm allows one to design complex (multi-loop) control systems which achieve simultaneously complete dynamic decoupling of control loops, as well as an arbitrary closed-loop pole placement for tracking or regulation systems. In particular some steps of this algorithm which are essential from numerical point of view and are decisive of practical usefulness are described. Results of considerations are illustrated by an example.

1. WSTĘP

Jedną z charakterystycznych cech wielowymiarowych układów dynamicznych jest wzajemna zależność pomiędzy wejściami układu i jego wyjściami. Objawia się to tym, że wartości lub zmiany sygnałów z poszczególnych wejść (lub wyjść) mają wpływ na wartości i przebieg zmian sygnałów na kilka lub ostatecznie na wszystkie wyjścia. Cechę tą nazywa się sprzęgnięciem (ang. coupling) wejść i wyjść układu. Często jednak od projektanta układu sterowania wymaga się, aby doprowadzić do sytuacji, w której pewne ściśle określona grupa wejść miała by wpływ na poziom i przebieg zmian ściśle określonej grupy sygnałów wyjściowych. Zagadnienie to nazywane jest odsprzęganiem (ang. decoupling). Jeżeli eliminacja wpływów dotyczy tylko zjawisk w stanach ustalonych, to jest ono nazywane odsprzęganiem statycznym, jeśli zaś układ ma być odsprzęgnięty w każdej fazie pracy to odsprzęganie takie nosi nazwę odsprzęgania dynamicznego.

Zależnie od wymagań stawianych projektowanemu układowi sterowania jak również sposobu realizacji zadania rozróżnia się wiele typów i sposobów odsprzęgania. Wymaganiem najbardziej rygorystycznym, ale i chyba najbardziej typowym, jest doprowa-

dzenie do sytuacji, w której jedno wejście układu sterowania będzie miało wpływ tylko na jedno ściśle określone wyjście układu. Odsprzęgnięcie takie nosi nazwę diagonalizacji lub autonomizacji (ang. diagonal lub row-by-row decoupling). Wymagania technologiczne mogą w wielu wypadkach nie być tak ostre i przed projektantem stawia się zadanie doprowadzenie do pełnej kontroli jedynie np. nad jednym wejściem i wyjściem lub odseparowaniem pewnej grupy wyjść od pozostałych. Odsprzęganie takie nazywane jest odsprzęganiem blokowym. Szczególną jego odmianą jest odsprzęganie trójkątne, w którym wymaga się aby każde i -te wejście sterowało i -tym wyjściem i nie miało wpływu na żadne j -te wyjście dla $j > i$. Wówczas macierz transmitancji tak odsprzężonego układu ma postać trójkątną.

Warunki stawiane układom odsprzężonym zależą przede wszystkim od tego czy mają one pracować samodzielnie służąc np. do sterowania ręcznego czy mają być częścią większego układu sterowania. W przypadku pierwszym wymaga się aby zaprojektowany układ był stabilny co nie koniecznie musi być spełnione w układach, które mogą być stabilizowane przez regulator. W obu przypadkach wymaga się jednak aby macierze transmitancji elementów zaprojektowanego układu odsprzężającego spełniały warunki właściwości zapewniające fizyczną ich realizowalność.

W omawianym algorytmie do wyliczeń wykorzystuje się wielomianowe podejście w opisie wszystkich elementów składowych układu sterowania. Oznacza to, że obiekty sterowania jak również dynamiczne człony sterujące nimi są opisywane za pomocą wymiernych macierzy transmitancji, przedstawionych w formie wielomianowych postaci frakcyjnych prawostronnie lub lewostronnie względnie pierwszych (p.w.p., l.w.p.). Dla obiektu są to macierze transmitancji w postaciach:

$$\begin{aligned} T(s) &= C(sI_n - A)^{-1}B + D = B_1(s)A_1^{-1}(s) \\ &= A_2^{-1}(s)B_2(s) \end{aligned} \quad (1)$$

lub

$$\begin{aligned} T(z) &= C(zI_n - A)^{-1}B + D = B_1(z)A_1^{-1}(z) \\ &= A_2^{-1}(z)B_2(z) \end{aligned} \quad (2)$$

z macierzami wielomianowymi: mianownikowymi $A_1(\cdot) \in \mathbb{R}[\cdot]^{m \times m}$, $A_2(\cdot) \in \mathbb{R}[\cdot]^{kl}$, oraz licznikowymi $B_1(\cdot) \in \mathbb{R}[\cdot]^{l \times m}$ i $B_2(\cdot) \in \mathbb{R}[\cdot]^{l \times m}$ względem zmiennych zespolonych $s = \sigma + j\omega \in \mathbb{C}$ dla układów z czasem ciągłym lub $z = pe^{j\theta} \in \mathbb{C}$ dla układów z czasem dyskretnym nad ciałem liczb rzeczywistych \mathbb{R} . Takie wielomianowe postacie frakcyjne macierzy transmitancji obiektu (1) lub (2) otrzymuje się zwykle przez zastosowanie twierdzenia „strukturalnego” Wolowicha [14], z wykorzystaniem drugich postaci kanonicznych Brunowskiego-Luenbergera [9], [10] równań stanu i wyjść opisu obiektu w n -wymiarowej przestrzeni stanów lub w przypadku opisów lewostronnych $A_2^{-1}(\cdot)B_2(\cdot)$ bezpośrednio jako wynik identyfikacji obiektu.

Omawiany w referacie algorytm służy do projektowania dynamicznych członów kaskadowych zapewniających dynamiczne blokowe odsprzęgnięcie prawostronnie odwracalnych układów dynamicznych opisanych macierzą transmitancji (1) lub (2) i $m \geq 1$ czyli układów, dla których istnieje możliwość doboru (niekoniecznie właściwej) macierzy transmitancji $T_{Rl}(\cdot)$ o wymiarach $m \times 1$ dla której w przypadku diagonalizacji [14]

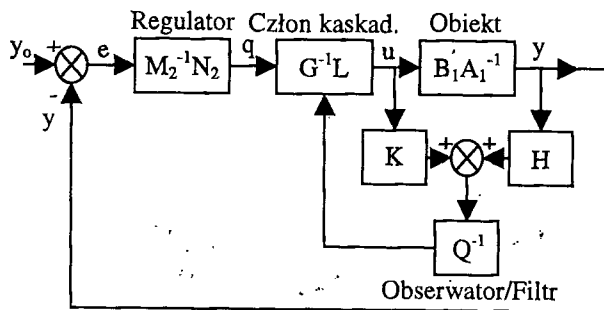
$$T(\cdot)T_{Rl}(\cdot) = I_1 \quad (3)$$

Istnieje wtedy możliwość wyboru takich właściwych macierzy transmitancji $T_C(\cdot)$ o wymiarach $m \times 1$, że

$$T(\cdot)T_C(\cdot) = T_D(\cdot), \quad (4)$$

gdzie $T_D(\cdot)$ jest nieosobliwą, diagonalną macierzą transmitancji wymiernych.

Elastyczność w doborze macierzy $T_C(\cdot)$ i kształtowaniu tym samym postaci macierzy transmitancji układu odsprężonego $T_D(\cdot)$ umożliwia zaprojektowanemu przy użyciu omawianego algorytmu układowi funkcjonowanie jako część wielofunkcyjnych (ang. multipurpose), wielowymiarowych układów automatycznego sterowania liniowymi (zlinearyzowanymi) obiektami dynamicznymi o m wejściach i l wyjściach (MIMO). Przykład takiego wielofunkcyjnego, wieloobwodowego układu sterowania przedstawia rys. 1.



Rys. 1. Wieloobwodowy układ wielofunkcyjnego sterowania automatycznego z dynamicznym odsprężaniem.

Struktura tego układu gwarantuje jednocześnie:

- całkowite dynamiczne odsprężenie układu sterowania
- zadane a priori dynamiczne właściwości układu zamkniętego
- zerowe odchyłki regulacji i/lub śledzenia w stanach ustalonych i eliminację wpływów (niezanikających) zakłóceń deterministycznych o znanym charakterze, działających na obiekt.

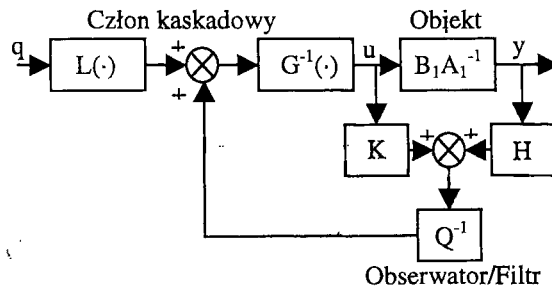
Dla spełnienia ostatniego postulatu jako macierz mianownikową regulatora $M_2(\cdot)$ przyjmie się np. diagonalną macierz $M_2(s) = I_1 s$ dla układów ciągłych lub $M_2(z) = I_1(z-1)$ dla układów z czasem dyskretnym, co gwarantuje akcję całkującą regulatorów w poszczególnych odsprężonych pętlach regulacji. Inną możliwością jest zastosowanie jednej z wersji zasad „modelu wewnętrznego” [4], [5]. W wersji stosowanej w opisywanym algorytmie macierz ta dobierana jest jako $M_2(\cdot) = I_1 m_+(\cdot)$ gdzie $m_+(\cdot)$ jest najmniejszą wspólną wielokrotnością niestabilnych wielomianów pochodzących z mianowników transmitancji, modelujących zadane sygnały odniesienia y_0 i/lub znane klasy zakłóceń deterministycznych działających na obiekt. Wybór taki nie jest warunkiem koniecznym a inne sposoby postępowania są omówione m.in. w pracy [4].

2. ZASADY DYNAMICZNEGO ODSPRĘŻANIA

Typową strukturę wielowymiarowego układu, umożliwiającą dynamiczne odsprężenie wielowymiarowego obiektu $B_1(\cdot)A_1^{-1}(\cdot)$ o $m \geq 1$, za pomocą sprzężenia zwrotnego od (estymat) wektora stanu obiektu w połączeniu z dynamicznym członem kaskadowym $G^{-1}(\cdot)L(\cdot)$, przedstawia rys. 2. Przedstawiona struktura może być częścią wielofunkcyjnego układu sterowania z rys. 1, zawartego pomiędzy sygnałami $q \in R^1$ i $y \in R^1$, lub samodzielnym układem sterowanym manualnie. Zgodnie z tym schematem sygnał wejściowy do obiektu odsprężanego określony jest zależnością:

$$u = G^{-1}(\cdot)I_m f + G^{-1}(\cdot)L(\cdot)q, \quad (5)$$

gdzie $f = F(\cdot)x_p(\cdot)$ jest wektorową transformatą sygnału sprzężenia zwrotnego, które w przypadku dostępności pomiarowej wektora stanu obiektu, byłoby realizowane bezpośrednio przez sprzężenie zwrotne $f = Fx$ od wektora stanu. Występujący w tej zależności dynamiczny człon kaskadowy powinien być opisany macierzą transmitancji właściwych w wielomianowej l.w.p. postaci frakcyjnej $G^{-1}(\cdot)L(\cdot)$ z macierzą mianownikową $G(\cdot) \in R[\cdot]^{m \times m}$ wierszowo zredukowaną.



Rys. 2. Struktura układu odsprężania (blokowego i diagonalnego) przy niedostępnym wektorze stanu obiektu

Celem odsprężania jest uzyskanie dla całego układu, diagonalnej (blokowo) struktury macierzy transmitancji

$$T_{yq}(\cdot) = N(\cdot)D^{-1}(\cdot), \quad (6)$$

gdzie

$$N(\cdot) = \text{diag}[N_{ii}(\cdot)] \text{ i } D(\cdot) = \text{diag}[D_{ii}(\cdot)], \quad (7)$$

dla $i = 1, 2, \dots, k$. Macierze $N_{ii}(\cdot)$ i $D_{ii}(\cdot)$ powinny być blokowymi macierzami wielomianowymi o wymiarach $l_i \times l_i$ zgodnych z przyjętym przy odsprężaniu podziałem na grupy sygnałów:

$$q = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_k \end{bmatrix} \quad i \quad y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_k \end{bmatrix}, \quad (8)$$

gdzie y_i oraz q_i są wektorami zblokowanych sygnałów o wymiarach l_i , $i = 1, 2, \dots, k$. W przypadku odsprzęgnięcia diagonalnego (autonomizacji) $l_i = 1$. Zgodnie z twierdzeniami podanymi m.in. w [14], [12], [8] i [1] warunkiem koniecznym i wystarczającym dla rozwiązania tego problemu dla przypadku obiektu o $m \geq 1$ jest to, aby istniał prekompensator opisany macierzą transmitancji właściwych $T_c(\cdot)$ o wymiarach $m \times 1$, taki, że

$$B_1(\cdot)A_1^{-1}(\cdot)T_c(\cdot) = T_{yq}(\cdot) = N(\cdot)D^{-1}(\cdot). \quad (9)$$

Jest to możliwe wtedy i tylko wtedy, jeśli macierz transmitancji obiektu $B_1(\cdot)A_1^{-1}(\cdot)$ jest prawostronnie odwracalna w przypadku $m > 1$ lub odwracalna (nieosobliwa) dla $m = 1$ [8], [13].

Dla odsprzęgnięcia blokowego i autonomizacji przy $m > 1$, sposób postępowania przy odsprzęgnięciu układu z rys. 2 jest dość złożony. Macierz $N(\cdot)$ przyjmuje się jako diagonalną

$$N(\cdot) = \text{diag}[N_{ii}(\cdot), i = 1, 2, \dots, k] \in R[\cdot]^{k \times k}, \quad (10)$$

w której $N_{ii}(\cdot) \in R[\cdot]^{l_i \times l_i}$ są największymi wspólnymi dzielnikami kolumn i -tych bloków macierzy „licznikowej” obiektu, ustalonych zgodnie z podziałem (8)

$$B_1(\cdot) = \begin{bmatrix} B_{11}(\cdot) \\ \vdots \\ B_{1i}(\cdot) \\ \vdots \\ B_{1k}(\cdot) \end{bmatrix}, \quad \text{gdzie } B_{1i}(\cdot) \in R[\cdot]^{l_i \times m} \quad (11)$$

Wtedy $B_1(\cdot) = N(\cdot)B(\cdot)$.

W wyniku przeprowadzenia dalszych obliczeń opisanych szczegółowo m.in. w pracach [8], [1], otrzymuje się wszystkie wymienione na rys. 2 elementy układu odsprzęgniętego (blokowo lub diagonalnie), przy czym macierz „mianownikowa” układu odsprzęgniętego jest określona zależnością:

$$\begin{aligned} D^{-1}(\cdot) &= B(\cdot)[Q(\cdot)G(\cdot)A_1(\cdot) - K(\cdot)A_1(\cdot) - H(\cdot)B_1(\cdot)]^{-1} Q(\cdot)L(\cdot) = \\ &= B(\cdot)[G(\cdot)A_1(\cdot) - F(\cdot)]^{-1} Q^{-1}(\cdot)Q(\cdot)L(\cdot) = \\ &= B(\cdot)[G(\cdot)A_1(\cdot) - F(\cdot)]^{-1} L(\cdot) \end{aligned} \quad (12)$$

W tej strukturze – poza uproszczeniem niesterowalnej (stabilnej) części obserwatora (lub filtru) – występują niesterowalne i (ewentualnie) nieobserwowalne części, dla których zgodnie z odpowiednimi twierdzeniami przedstawionymi w [8], [1], [2], [3], wartości biegunów układu określone są przez miejsca zerowe wyznaczników

$$\det[G(\cdot)A_1(\cdot) - F(\cdot)] = \det[L(\cdot), \bar{L}(\cdot)] \det[D(\cdot)] \det \begin{bmatrix} B(\cdot) \\ \bar{B}(\cdot) \end{bmatrix}, \quad (13)$$

gdzie odpowiednio dobrane macierze $\bar{L}(\cdot) \in R[\cdot]^{m \times (m-1)}$ i $\bar{B}(\cdot) \in R[\cdot]^{(m-1) \times m}$ spełniają równanie

$$G(\cdot)A_1(\cdot) - F(\cdot) - L(\cdot)D(\cdot)B(\cdot) = \bar{L}(\cdot)\bar{B}(\cdot). \quad (14)$$

Tak więc biegunami układu odsprzężonego za pomocą sprzężenia zwrotnego (5) są niesterowalne zera $\det[L(\cdot), \bar{L}(\cdot)]$, nieobserwowalne zera $\det[B^T(\cdot) \ \bar{B}^T(\cdot)]^T$ oraz zera $\det[D(\cdot)]$ będące biegunami sterowalnymi i obserwowalnymi. Są one jednak dobrane swobodnie w odpowiednich krokach algorytmu. Zatem ten sposób projektowania daje zawsze układy „wewnętrznie” stabilne (i właściwe).

Tok postępowania przy projektowaniu układu odsprzęgającego za pomocą omawianego algorytmu zależy jeszcze dodatkowo od tego czy odsprzęgany układ nie posiada tzw. „skrośnych” zer transmisyjnych. Jeśli bowiem macierz $B(\cdot) \in R[\cdot]^{l \times m}$, utworzona zgodnie z podziałem (8), posiada nieunimodularny największy wspólny lewy dzielnik $\tilde{G}(\cdot) \in R[\cdot]^{l \times l}$, taki że $B(\cdot) = \tilde{G}(\cdot)\bar{B}(\cdot)$ to bieguny układu odsprzężonego, które odpowiadają zerom wyznacznika $|\tilde{G}(\cdot)|$ są niezmiennie, tzn. lokalizacji tych biegunów nie można zmienić za pomocą sprzężenia (8). Aby temu zapobiec proponuje się [8] przeprowadzenie pewnej modyfikacji, która polega na przyjęciu dodatkowego członu dynamicznego opisanego właściwą macierzą transmitancji $T_a(\cdot) = R_a(\cdot)P_a^{-1}(\cdot)$ na wejściu odsprzęganego obiektu $T(\cdot) = B_1(\cdot)A_1^{-1}(\cdot)$. Macierze $R_a(\cdot) \in R[\cdot]^{m \times m}$ i $P_a(\cdot) \in R[\cdot]^{m \times m}$ powinny być p.w.p. z macierzą $P_a(\cdot)$ kolumnowo zredukowaną o minimalnym stopniu $\deg |P_a(\cdot)|$. Sposób doboru tych macierzy zaproponowany został przez autorów prac [8] i [1]. W algorytmie tym kluczową rolę odgrywa fragment, w którym dla wyznaczonej w poprzednim kroku macierzy $\hat{R}(\cdot)$ i danej macierzy mianownikowej obiektu $A_1(\cdot)$ wyznacza się $R_a(\cdot)$ i $\bar{P}(\cdot)$, tak aby była spełniona zależność

$$A_1(\cdot)\hat{R}(\cdot) = R_a(\cdot)\bar{P}(\cdot), \quad (15)$$

przy czym $|R_a(\cdot)| = \beta |\hat{R}(\cdot)|$ i $|\bar{P}(\cdot)| = \frac{1}{\beta} |A_1(\cdot)|$, gdzie β jest pewną liczbą różną od zera.

W tym celu proponuje się doprowadzenie macierzy wielomianowej $A_1(\cdot)\hat{R}(\cdot)$ do postaci Smitha $H(\cdot)$ z rozdzielaniem jej na diagonalne macierze $H_A(\cdot)$ i $H_R(\cdot)$ tak aby

$$A_1(\cdot)\hat{R}(\cdot) = U_2(\cdot)H_A(\cdot)H_R(\cdot)U_3(\cdot), \quad (16)$$

gdzie $|H_A(\cdot)| = \alpha_1 |A_1(\cdot)|$ a $|H_R(\cdot)| = \alpha_2 |\hat{R}(\cdot)|$.

Poszukiwane macierze $R_a(\cdot)$ i $\bar{P}(\cdot)$ otrzymywane są poprzez przyjęcie

$$R_a(\cdot) = U_2(\cdot)H_R(\cdot) \quad \text{i} \quad \bar{P}(\cdot) = H_A(\cdot)U_3(\cdot). \quad (17)$$

Obliczenia te oraz odpowiednie podstawienia pozwalają na całkowitą swobodę w doborze wszystkich biegunów.

Algorytm ten został zaimplementowany i aktualnie jest on przedmiotem intensywnych badań testowych. Głównym problemem numerycznym jest tu sprowadzanie macierzy (16) do postaci Smitha, które wymaga skończonej dowolnie dużej liczby operacji na wielomianach [10], [9]. Generalnie postać Smitha, bardzo dobrze określona i użyteczna od strony teoretycznej, wymaga szczególnej staranności w realizacji numerycznej. Dlatego też dokonano modyfikacji algorytmu polegającej na tym, że w miejsce postaci Smitha doprowadza się macierz wielomianową $A_1(\cdot)\hat{R}(\cdot)$ do postaci diagonalnej co pozwala zredukować liczbę obliczeń, a co za tym idzie poprawić ich dokładność numeryczną. Pozostaje jednak dodatkowy problem związany ze wzrostem rzędu macierzy wynikowych $R_a(\cdot)$ i $\bar{P}(\cdot)$ względem rzędów macierzy $A_1(\cdot)$ i $\hat{R}(\cdot)$ po operacji (17) a co za tym idzie wzrostu rzędu macierzy transmitancji odsprzęganego obiektu. Wzrost rzędu układu znacznie utrudnia a w pewnych przypadkach wręcz uniemożliwia prawidłowe przeprowadzenie obliczeń numerycznych dlatego też w przypadkach tych korzysta się z algorytmu wykorzystującego pojęcie skośnej pierwszości dwóch macierzy wielomianowych (ang. skew prime polynomial matrices).

Zgodnie z definicjami podanymi w pracy [16] dwie nieosobliwe macierze wielomianowe $N(\cdot)$ i $D(\cdot)$ zwane są zewnętrznymi skośnie pierwszymi gdy istnieją macierze wielomianowe $X(\cdot)$ i $Y(\cdot)$ takie, że zachodzi $N(\cdot)X(\cdot) + Y(\cdot)D(\cdot) = I$. W pracach [16], [10] pokazano również, że macierze $N(\cdot)$ i $D(\cdot)$ są zewnętrznymi skośnie pierwszymi wtedy i tylko wtedy gdy istnieją nieosobliwe macierze $\bar{N}(\cdot)$ i $\bar{D}(\cdot)$ takie, że $N(\cdot)\bar{D}^{-1}(\cdot) = D^{-1}(\cdot)\bar{N}(\cdot)$ spełniające przy tym warunki narzucone dla rozwiązania równania (15).

Algorytm ten wymaga wprowadzić większej liczby obliczeń (dodatkowe przejście z faktoryzacji prawostronnej w lewostronną) jego wynikiem są jednak macierze o zdecydowanie niższych rzędach niż macierzy będących wynikiem rozwiązania równania (16) nawet gdy macierz $A_1(\cdot)\hat{R}(\cdot)$ sprowadzana jest jedynie do postaci diagonalnej. Ilustruje to następujący przykład.

Dla macierzy $A_1(s)$ i $\hat{R}(s)$ danych następująco

$$A_1(s) = \begin{bmatrix} s^3 + 6.65s^2 + 22.708s + 22.309 & 0.942 \\ -0.29213 & s + 2.1 \end{bmatrix}, \quad \hat{R}(s) = \begin{bmatrix} s + 7.2861 & -0.21649 \\ -0.04084 & s + 6.6639 \end{bmatrix}$$

korzystając z algorytmu sprowadzającego macierz $A_1(\cdot)\hat{R}(\cdot)$ do postaci diagonalnej uzyskujemy macierze

$$R_a(s) = \begin{bmatrix} -0.012209s^4 - 0.17015s^3 - 0.86882s^2 \dots & -3.0033s^5 - 63.778s^4 - 519.25s^3 \dots \\ -2.2925s - 1.9841 & -2124s^2 - 4850.6s - 5358.5 \\ 0.0040653s + 0.027034 & s^2 + 13.95s + 48.545 \end{bmatrix}$$

$$\bar{P}(s) = \begin{bmatrix} -81.905 & 3.0033s^5 + 48.203s^4 + 301.98s^3 + 1014.2s^2 + 1922.1s + 1553.1 \\ 0 & -0.012209s^4 - 0.10683s^3 - 0.44775s^2 - 0.85461s - 0.57536 \end{bmatrix},$$

które poza znacznym wzrostem stopni wielomianów obarczone są dużymi błędami obliczeń numerycznych. Wynikiem algorytmu wykorzystującego pojęcia skośnej pierwszości są natomiast znacznie dokładniej obliczone i o niższych stopniach macierze wielomianowe

$$R_a(s) = \begin{bmatrix} s+7.3 & -7.3191 \\ 0 & s+6.65 \end{bmatrix}$$

i

$$\bar{P}(s) = \begin{bmatrix} s^3 + 6.6361s^2 + 21.717s + 21.928 & -0.021649s^2 + 0.14072s + 2.3178 \\ -0.33297 & s + 2.1139 \end{bmatrix}$$

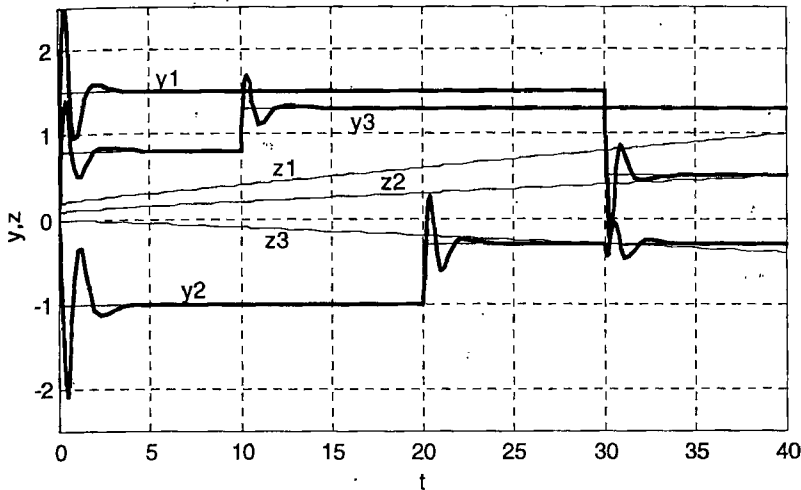
Innym problemem w omawianym algorytmie dynamicznego odsprzęgania wymagającym praktycznych badań jest dobór macierzy $\bar{B}(\cdot) \in R[\cdot]^{(m-1) \times m}$, tak aby $\det[B^T(\cdot) \bar{B}^T(\cdot)]^T$ nie miał niestabilnych zer. Różne decyzje co do wyboru tej macierzy mają wpływ na strukturę pozostałych macierzy wyznaczanych w następnych krokach algorytmu, stąd wybór macierzy $\bar{B}(\cdot)$ nie jest jednoznaczny. W szczególności macierz $[B^T(\cdot) \bar{B}^T(\cdot)]^T$ mogłaby być unimodularna. Jest to możliwe ponieważ największy wspólny lewy dzielnik macierzy $B(\cdot)$, t.j. macierz $\tilde{G}(\cdot)$, jest macierzą unimodularną i można wyznaczyć macierz unimodularną $U(\cdot)$ działań elementarnych na kolumnach taką, że $B(\cdot)U(\cdot) = [I_m \ 0]$. Następnie dokonując inwersji macierzy $U(\cdot)$

$U^{-1}(\cdot) = [U_1^T(\cdot) \ U_2^T(\cdot)]^T$, w której $U_1(\cdot) \in R^{l \times m}[\cdot]$, $U_2(\cdot) \in R^{(m-1) \times m}[\cdot]$, uzyskujemy macierz $U_2(\cdot)$, która stanowi poszukiwane wiersze (poszukiwaną część $\bar{B}(\cdot)$) macierzy $[B^T(\cdot) \bar{B}^T(\cdot)]^T$.

3. PRZYKŁAD

Rys. 3 ilustruje efekty działania omawianego algorytmu. Zaprojektowano układ regulacji stałowartościowej z odsprzęganiem blokowym dla obiektu o trzech wejściach i trzech wyjściach. Przyjęto, że oddziaływać na siebie mogą jedynie sygnały z wyjść y_1 i y_2 . Sygnały te nie powinny mieć wpływu na pętlę regulacji sygnału z wyjścia y_3 i odwrotnie zmiany sygnału y_3 nie powinny wpływać na przebiegi sygnałów y_1 i y_2 . Dodatkowo założono, że na obiekt działają zmienne liniowo niezanikające zakłócenia deterministyczne typu skok prędkości zilustrowane na rys. 3 liniami z_1 , z_2 i z_3 . Transmitancja testowanego obiektu zarówno w torze sterowania jak i zakłóceń wynosi:

$$T(s) = B_1(s)A_1^{-1}(s) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & s+2 & 0 \\ 0 & s+1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s & -1 & 0 \\ -1 & s^2+s+2 & -s+3 \\ 0 & 0 & s-3 \end{bmatrix}^{-1}$$



Rys. 3. Przebiegi sygnałów w zaprojektowanym układzie regulacji.

W procesie projektowania przyjęto:

- regulator w postaci

$$M_2(s) = \begin{bmatrix} s^4 - 3.3926s^3 + 1.1779 & 0 & 0 \\ 0 & s^4 - 3.3926s^3 + 1.1779 & 0 \\ 0 & 0 & s^4 - 3.3926s^3 + 1.1779 \end{bmatrix}$$

$$N_2(s) = \begin{bmatrix} 256.58s^3 + 694.27s^2 + 1480s + 1200 & 0 & 0 \\ -187.89s^3 - 1745.3s^2 - 2325s - 4500 & 187.89s^3 + 1745.3s^2 + 2325s + 4500 & 0 \\ 0 & 0 & 94.352s^3 + 182.94s^2 + 3065s + 180 \end{bmatrix}$$

- oraz kompensator

$$G^{-1}(s)L(s) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0.5 & 1.5 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Symulację przeprowadzono przy założeniu braku dostępności wektora stanu obiektu z wykorzystaniem obserwatora Luenbergera pełnego rzędu.

4. PODSUMOWANIE

W referacie przedstawione zostały problemy występujące przy realizacji algorytmu dynamicznego odsprężania w wielofunkcyjnych układach automatycznego sterowania dla wielowymiarowych liniowych obiektów o niejednakowej liczbie wejść i wyjść (układów prawostronnie odwracalnych). Zaproponowane modyfikacje i rozwiązania omówionych kroków algorytmu pozwalają zredukować rząd zaprojektowanego układu sterowania oraz znacznie poprawić dokładność numeryczną obliczeń co decyduje o jego praktycznej przydatności.

5. LITERATURA

1. Bańka S.: Komputerowa synteza złożonych wielowymiarowych układów automatycznego sterowania w ujęciu wielomianowym. Prace Naukowe Politechniki Szczecińskiej, Instytut Automatyki Przemysłowej, Nr 454/14, Szczecin, 1991.
2. Bańka S.: Multipurpose control systems synthesis for non-square multivariable proper plants. *System Science*, Vol. 20, No. 1, 1994, pp. 85-103.
3. Bańka S.: On multipurpose control system synthesis for non-square discrete-time multivariable plants. *Proc. 11th Int. Symp. on Mathematical Models in Automation and robotics MMAR'94*, Międzyzdroje, Poland, 1994, pp. 148-153.
4. Bengtsson G.: Output regulation and internal models – a frequency approach. *Automatica*, Vol. 13, No. 4, 1977, pp. 333-345.
5. Callier F. M., Desoer C. A.: *Multivariable Feedback Systems*, Springer Verlag, New York, 1982.
6. Chang F. R., Shieh L.S., Navarro J. M.: A simple division method for solving Diophantine equations and associated problems. *Int. J. Syst. Sci.*, Vol. 17, No. 6, 1986, pp. 953-968.
7. Grimble M., Kučera V. (Eds): *Polynomial methods for control systems design*. Springer Verlag, London, 1996.
8. Hikita H.: Block decoupling and arbitrary pole assignment for a linear right-invertible system by dynamic compensation. *Int. J. Contr.*, Vol. 45, No. 5, 1987, pp. 1641-1653.
9. Kaczorek T.: *Teoria sterowania i systemów*. PWN, Warszawa 1993.
10. Kaczorek T.: *Wektory i macierze w automatyce i elektrotechnice*. WNT, Warszawa, 1998.
11. Rao S. K., Chen B. S.: Design of minimal degree compensator with assignable poles or structure. *Automatica*, Vol. 23, 1987, pp. 241-245.
12. Williams T. C., Antsaklis P. J.: A unifying approach to the decoupling of linear multivariable systems. *Int. J. Contr.*, Vol. 44, No. 1, 1986, pp. 181-201.
13. Wolovich W. A., Antsaklis P. J.: The canonical Diophantine equations with applications. *SIAM J. Contr. Optim.*, Vol. 22, No. 5, 1984, pp. 777-787.
14. Wolovich W. A.: *Linear Multivariable Systems*. Springer Verlag, New York, 1974.
15. Wolovich W. A.: Multipurpose controllers for multivariable systems. *IEEE Trans. Automatic Control*, AC-26, No. 1, 1981, pp. 162-170.
16. Wolovich W. A.: Skew prime polynomial matrices. *IEEE Trans. Automatic Control*, AC-23, No. 5, 1978, pp. 880-887.