Dr hab. inż. Anna Walaszek-Babiszewska, prof. P. Śl.
Politechnika Śląska w Gliwicach, Katedra Informatyki i Ekonometrii

ROZMYTE MODELE DECYZYJNE POZYSKIWANE Z DANYCH EKSPERYMENTALNYCH

W referacie przedstawiono sposób budowy rozmytych modeli regułowych, które pozwalają na modelowanie zagadnień decyzyjnych. W modelach wykorzystuje się dane numeryczne dla wyznaczenia rozkładów prawdopodobieństwa zmiennych lingwistycznych i rozmytych stanów procesów stochastycznych. Wartości prawdopodobieństw stanowią odpowiednie wagi w modelach regułowych.

DECISION-MAKING FUZZY MODELS DERIVED FROM EXPERIMENTAL DATA

Abstract

In the paper the probability-based methods and fuzzy modelling are used for creating such a description of the system in which both measurements and experts' linguistic information are employing.

1. WSTĘP

Budowa modeli decyzyjnych jest domeną eksperta, człowieka. Również wspomaganie podejmowania decyzji jest procesem zaplanowanym przez człowieka i podporządkowanym ogólnej koncepcji procesu decyzyjnego. Zatem, wybór strategii, celów, zmiennych, metod matematycznych, modeli, sposobu eksploracji danych i ich przetwarzania, komunikacji systemu informatycznego z decydentem itp. stanowią elementy składowe ogólnej koncepcji podejmowania decyzji, utworzonej przez człowieka. Wiedza ekspercka, niezbędna dla podejmowania decyzji inżynierskich bądź menedżerskich w znacznym obszarze wyrażana jest w języku naturalnym, a więc w formie lingwistycznej, w przeciwieństwie do sformalizowanego, matematycznego podejścia.

Zastosowanie teorii zbiorów rozmytych (Zadeh, 1965), zmiennych lingwistycznych (Zadeh, 1975) a zwłaszcza rozmytych modeli decyzyjnych (Bellmann i Zadeh, 1970) stanowiło przełomowe wydarzenia w teorii podejmowania decyzji, łącząc modele preskryptywne z ujęciem deskryptywnym. Wprowadzone przez Zadeha pojęcie prawdopodobieństwa zdarzenia rozmytego (Zadeh, 1968) pozwoliło na formułowanie zadań decyzyjnych w kategoriach rozmytej teorii decyzji statystycznych, zapoczątkowanej przez Okudę, Tanakę i Asai (Okuda, Tanaka, Asai , 1974). W polskiej literaturze przedmiotu, jako fundamentalne w tym zakresie, można wskazać prace Kacprzyka, np. (Kacprzyk, 1986), (Kacprzyk, 2001).

W referacie przedstawiono rozważania dotyczące wykorzystania danych numerycznych w modelowaniu zadań decyzyjnych, co stanowi aktywny nurt w literaturze poświęconej inteligentnym metodom obliczeń, np. (Nakoula i in., 1997).

2. OTOCZENIE ROZMYTE - PODEJŚCIE BELLMANNA I ZADEHA

Sformułowany przez Bellmanna i Zadeha typ zadań podejmowania decyzji uwzględnia tzw. niepewność otoczenia, w którym zachodzi proces podejmowania decyzji. Jest to inny niż probabilistyczny rodzaj indeterminizmu, niepewność reprezentują: cele rozmyte, ograniczenia rozmyte, decyzje rozmyte.

Otoczeniem rozmytym problemu podejmowania decyzji, według (Bellmann i Zadeh, 1970), także (Kacprzyk, 1986), jest uporządkowana czwórka

$$(X, G, C, D), \tag{1}$$

gdzie $X=\{x\}$ jest zbiorem opcji postępowania, G jest celem rozmytym, tzn. zbiorem rozmytym określonym w zbiorze opcji X o funkcji przynależności

$$\mu_G(x) : X \rightarrow [0,1] \tag{2}$$

określającej stopień przynależności poszczególnych opcji x do zbioru celów; C jest ograniczeniem rozmytym, tzn. zbiorem rozmytym określonym w zbiorze opcji X o funkcji przynależności

$$\mu_C(x) : X \rightarrow [0,1] \tag{3}$$

która określa, w jakim stopniu poszczególne opcje x należą do zbioru ograniczeń [5].

Decyzja rozmyta D, jest zbiorem rozmytym określonym w zbiorze opcji X, jako wynik pewnej agregacji * na zbiorach G i C:

$$D=G*C \tag{4}$$

przy czym funkcja przynależności zbioru decyzji spełnia następujące warunki:

$$\mu_D(x): [0,1]x[0,1] \rightarrow [0,1], \tag{5}$$

$$\mu_D(x)= \mu_G(x) * \mu_C(x) \tag{6}$$

dla każdego $x \in X$.

Jest oczywiste, że postać funkcji przynależności zbiorów G i C, określających cel i ograniczenia rozmyte, a także wybór operacji agregującej *, decydują o wynikach, czyli o postaci zbioru decyzji D. Decyzja optymalna maksymalizująca, o ile istnieje, jest to takie $x^* \in X$, że

$$\mu_D(x^*)=\max \mu_D(x) \tag{7}$$

dla wszystkich $x \in X$ (Bellman i Zadeh, 1970), (Kacprzyk, 1986).

3.POZYSKIWANIE WIEDZY Z BAZ DANYCH NUMERYCZNYCH

Podstawą tworzenia modeli decyzyjnych będą dane numeryczne, pochodzące z obserwacji wewnętrznych lub zewnętrznych badanych procesów. Systemy informatyczne wspierające zarządzanie różnorodnych przedsięwzięć, gromadzą na ogół duże ilości danych numerycznych. Są to obserwacje i pomiary dotyczące m. in.:

- parametrów specjalistycznych procesów technologicznych,
- monitoringu środowiska naturalnego,
- indeksów giełdowych, walut, akcji i innych papierów wartościowych,

- parametrów makroekonomicznych gospodarek światowych,
- finansów, wartości produkcji, kosztów i innych parametrów działalności przedsiębiorstw.

W rozdziale tym pokażemy, że zmienne lingwistyczne i odpowiadające im zbiory rozmyte, które występują w zadaniach decyzyjnych formułowanych przez ekspertów mogą być weryfikowane poprzez wykorzystanie danych numerycznych.

3.1. Przetwarzanie numerycznych danych eksperymentalnych

W tworzonych rozmytych modelach decyzyjnych będą wykorzystywane empiryczne rozkłady prawdopodobieństwa obserwowanych zmiennych losowych i procesów stochastycznych.

Niech X będzie obserwowana zmienną losową o r składowych $(X_1, X_2,...,X_r) \in X=R^r$. Zakłada się, że w pewnych rozłącznych przedziałach

$$\Delta x_{i,j_i} = [x_{i,j_i,\min}, x_{i,j_i,\max})\ j_i = 1,2,..., J_i;\ i = 1,2,...,r \tag{8}$$

określonych dla każdej ze zmiennych, prawdopodobieństwo zdarzenia jednoczesnego

$$P\big((X_1 \in \Delta x_{1,j_1}),...,(X_r \in \Delta x_{r,j_r})\big) = P_{X_1,...,X_r}(\Delta x_{1,j_1},...,\Delta x_{r,j_r}) \tag{9}$$

jest stałe i wyraża się jako iloraz

$$P_{X_1,...,X_r}(\Delta x_{1,j_1},...,\Delta x_{r,j_r}) = \frac{n_{j_1,...,j_r}}{N} \tag{10}$$

$$j_i = 1,2,..., J_i;\ i = 1,2,...,r$$

gdzie $n_{j_1,j_2,...,j_r}$ jest liczbą obserwacji zdarzenia jednoczesnego (9), a N jest ogólną liczbą obserwacji. Tak zdefiniowany rozkład r-wymiarowej zmiennej losowej spełnia zależność:

$$\sum_{j_1=1}^{J_1}\sum_{j_2=1}^{J_2}...\sum_{j_r=1}^{J_r}\frac{n_{j_1,j_2,...,j_r}}{N} = 1 \tag{11}$$

W rozkładzie r-wymiarowej zmiennej losowej (10) można wyznaczyć dowolny (r-i+1)D rozkład brzegowy (np. 2D), jako

$$P_{X_1,X_2}(\Delta x_{1,j_1}, \Delta x_{2,j_2}) = \sum_{X_3,...,X_r}\frac{n_{j_1,j_2,...,j_r}}{N} \tag{12}$$

$$j_i = 1,2,..., J_i;\ i = 1,2,...,r$$

oraz rozkłady warunkowe, jak np.

$$P_{X_3,...,X_r/X_1,X_2}(\Delta x_{3,j_3},...,\Delta x_{r,j_r} / \Delta x_{1,j_1}, \Delta x_{2,j_2}) = \frac{P_{X_1,...,X_r}(\Delta x_{1,j_1},...,\Delta x_{r,j_r})}{P_{X_1,X_2}(\Delta x_{1,j_1}, \Delta x_{2,j_2})}$$

$$j_i = 1,2,..., J_i;\ i = 1,2,...,r \tag{13}$$

Niech teraz obserwowany proces X stanowi realizację pewnego wektorowego procesu stochastycznego

$$\{x(t,\omega):\ t \in T,\ x \in X,\ \omega \in \Omega\} \tag{14}$$

gdzie T reprezentuje dziedzinę czasu, X jest dziedzina wartości procesu $X=R^p$ oraz Ω jest przestrzenią zdarzeń elementarnych. Załóżmy, że badany proces jest procesem drugiego rzędu, tzn., że rozkłady prawdopodobieństwa rzędu 2D są wystarczająca charakterystyką procesu. W szczególności, może to oznaczać, że proces spełnia warunki Markowa, czyli dla rozkładów warunkowych ma miejsce zależność:

$$p(x_{t_k} / x_{t_{k-1}},\dots,x_{t_2},x_{t_1}) = p(x_{t_k} / x_{t_{k-1}}) \tag{15}$$

Zbiór obserwacji $\{x_{t_k}\}$ wektora o p- składowych

$$x^T(t)=[x^1(t),\dots,x^p(t)] \tag{16}$$

stanowi macierz wartości wektora (16), obserwowanych w chwilach t_k, $k=1,2,\dots,K$.
W myśl założeń o własnościach Markowa, warunkowy rozkład prawdopodobieństwa (15) stanowi wystarczającą charakterystykę procesu.
Podobnie jak w założeniach dla zmiennej losowej wektorowej, przyjmiemy, że dla rozłącznych przedziałów $a_i=(a^1{}_i,\dots,a^p{}_i)$, $i=1,\dots,I$ określonych w przestrzeni X, wartości prawdopodobieństwa w rozkładach empirycznych par $(x_{t_{k-1}}, x_{t_k})$ w przestrzeni $X\times X$

$$P(x_{t_{k-1}} \in a_i, x_{t_k} \in a_j) = p_{ij}(x_{t_{k-1}}, x_{t_k}),\ i,j=1,2,\dots,I; \tag{17}$$

są stałe i równe ilorazom liczb obserwacji w odpowiednich przedziałach.

Dla poszczególnych zdarzeń $x_{t_{k-1}} \in a_i$, $i=1,\dots,I$ empiryczne brzegowe oraz warunkowe rozkłady prawdopodobieństwa wynoszą:

$$P(x_{t_k} \in a_i) = \sum_{j=1}^{I} p_{ij}(x_{t_{k-1}}, x_{t_k}) = p_{i.}(x_{t_k}),\ i=1,2,\dots,I. \tag{18}$$

$$P(x_{t_k} \in a_j / x_{t_{k-1}} \in a_i) = p_{ij}(x_{t_{k-1}}, x_{t_k}) / p_{i.}(x_{t_{k-1}}) = p_{j/i}(x_{t_k} / x_{t_{k-1}}) \tag{19}$$

$$j=1,2,\dots,I;\ i=const.$$

Zachodzą przy tym następujące relacje, dla wyznaczonych rozkładów empirycznych:

$$\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{I} p_{ij} = 1,\quad \sum_{i=1}^{I} p_{i.} = 1,\quad \sum_{j=1}^{I} p_{j/i} = 1,\ i=const. \tag{20}$$

Należy zwrócić uwagę na fakt, że rozkład brzegowy (18) wektora x_{t_k} jest rozkładem empirycznym w przestrzeni R^p.

3.2. Zmienne lingwistyczne i ich rozkłady prawdopodobieństwa

Zmienne, ograniczenia i cele w modelach decyzyjnych Bellmanna i Zadeha a także Kacprzyka są zbiorami rozmytymi lub terminami (wartościami lingwistycznymi) zmiennych i wyrażeń lingwistycznych. Wykorzystując definicję zmiennej lingwistycznej (Zadeh, 1975), można zdefiniować wektorową zmienną lingwistyczną, a następnie oszacować prawdopodobieństwo wystąpienia poszczególnych jej wartości lingwistycznych.

Zmienną lingwistyczną definiujemy, za: (Zadeh, 1975), (Kacprzyk, 1986) oraz (Nakoula, 1997), jako czwórkę

$$<x_{nazwa}, L(X), X, M> \tag{21}$$

gdzie

X – przestrzeń rozważań (opcji), $X=R^p$;

x_{nazwa} – nazwa wektorowej zmiennej lingwistycznej, np. 'stan procesu', 'stan rynku'; wektorowa zmienna lingwistyczna wyraża się poprzez p zmiennych lingwistycznych: $x_{nazwa}^T = (x_{nazwa}^1, \dots, x_{nazwa}^p)$;

L(X) –zbiór wartości lingwistycznych, które przyjmuje x_{nazwa}, na przykład
L(X) ={bardzo wysoki, wysoki, średni, niski};

M – semantyka, przyporządkowująca każdej wartości lingwistycznej ze zbioru L(X), zbiór rozmyty w przestrzeni $X=R^p$.

Zbiory rozmyte $A_1,..,A_J$ stanowiące numeryczny opis poszczególnych wartości lingwistycznych ze zbioru L(X) są definiowane poprzez odpowiednie funkcje przynależności

$$\mu_{A_j}(x): \quad X \to [0,1], \; j=1,\dots,J \tag{22}$$

w taki sposób, że dla każdej wartości wektora $x \in X$

$$\sum_{j=1}^{J} \mu_{A_j}(x) = 1 . \tag{23}$$

W przypadku, gdy rozważany proces ma charakter losowy, każdy zbiór rozmyty A_j, który reprezentuje wartość lingwistyczną ze zbioru L(X), winien być rozważany jako zdarzenie rozmyte. Jeśli w przestrzeni X każdemu elementowi x przypisano prawdopodobieństwo jego wystąpienia $p(x) \in [0,1]$ to prawdopodobieństwo wystąpienia zdarzenia rozmytego A, jest równe:

$$P(A) = \sum_{x \in X} p(x) \mu_A(x) \tag{24}$$

a funkcja przynależności $\mu_A(x)$ jest mierzalna po borelowsku (Zadeh, 1968). Należy zauważyć, że tak zdefiniowane prawdopodobieństwo zdarzenia rozmytego jest liczbą rzeczywistą i posiada podstawowe właściwości prawdopodobieństwa w znaczeniu klasycznym. Prawdopodobieństwo rozmyte natomiast, według definicji Yagera (Yager, 1979) jest zbiorem rozmytym, określonym na przedziale [0,1].

Dla rozkładów prawdopodobieństwa zmiennej lingwistycznej określonej w przestrzeni R^p istotne jest takie określenie funkcji przynależności, aby odpowiednie rozkłady brzegowe i warunkowe wartości rozmytych spełniały podstawowy warunek sumowania do jedności. Pewne wskazówki na ten temat można znaleźć w książce (Yager i Filev, 1995). W pracach autorskich, np. (Walaszek-Babiszewska, 2004a-b) a także (Walaszek-Babiszewska, 2005a-c) zaprezentowano metodykę wyznaczania rozkładów prawdopodobieństwa zmiennych i wektorów lingwistycznych w oparciu o empiryczne rozkłady prawdopodobieństwa danych numerycznych.

Niech X=R, a Δx_i niech będą rozłącznymi przedziałami, w których założono stałe wartości prawdopodobieństw (10), (12) oraz stałe wartości funkcji przynależności $\mu_{A_j}(\Delta x_i)$, przy czym spełniony jest warunek

$$\sum_{j=1}^{J} \mu_{A_j}(\Delta x_i) = 1 \text{ dla każdego } \Delta x_i \quad i=1,\dots,I \qquad (25)$$

oraz dla wszystkich zbiorów rozmytych A_j, $j=1,2,\dots,J$ określonych w X i reprezentujących zbiór L(X) wartości zmiennej lingwistycznej. Prawdopodobieństwo zdarzenia rozmytego A_j, $j=1,2,\dots,J$ jest równe

$$P(A_j) = \sum_{i=1,\dots,I} p_i(\Delta x_i)\mu_{A_j}(\Delta x_i) \qquad (26)$$

gdzie $p_i(\Delta x_i)$ jest prawdopodobieństwem wyznaczonym empirycznie, w myśl (14).

Można wykazać, że dla zbiorów rozmytych A_j, $j=1,\dots,J$ odpowiadających wartościom lingwistycznym, np. 'x jest wysoki', 'x jest niski' ze zbioru wartości L(X) przyjmowanych przez zmienną lingwistyczną x_{nazwa}, suma wartości prawdopodobieństw wszystkich zdarzeń wynosi 1.

Niech teraz zdarzenia A_j, A_l odpowiadają pewnym wartościom lingwistycznym dwóch różnych zmiennych lingwistycznym o nazwach $x_{1,nazwa}$, $x_{2,nazwa}$ określonych w przestrzeniach X_1, X_2, odpowiednio. Dla każdej zmiennej lingwistycznej został zdefiniowany zbiór jej wartości lingwistycznych $L(X_1)$ oraz $L(X_2)$. Ponadto, załóżmy, że znane są łączne rozkłady empiryczne (10) w $X_1 \times X_2$. Prawdopodobieństwo zdarzenia rozmytego $A_j \cap A_l$ określonego w $L(X_1) \times L(X_2)$ będzie obliczane następująco :

$$P(A_j \cap A_l) = \sum_{m=1,\dots,M} \sum_{i=1,\dots,I} p_{im}(\Delta x_{1,i}, \Delta x_{2,m})\mu_{Aj}(\Delta x_{1,i})\mu_{A_l}(\Delta x_{2,m}) \qquad (27)$$

gdzie indeksy $j=1,2,\dots,J$, $l=1,2,\dots,L$ oznaczają numery zbiorów rozmytych reprezentujących wartości lingwistyczne w $L(X_1)$ i $L(X_2)$, odpowiednio. Można również wykazać, że (27) daje nam empiryczny rozkład prawdopodobieństwa dwóch zmiennych lingwistycznych, których wartości zostały określone w $L(X_1)$ i $L(X_2)$, odpowiednio.

Rozkłady warunkowe zdarzeń rozmytych wyznacza się w oparciu o (26) i (27) :

$$P(A_l / A_j) = \frac{P(A_l \cap A_j)}{P(A_j)}, \ l=1,2,\dots,L, \ j=\text{const}; \ (j=1,2,\dots,J). \qquad (28)$$

Każdy rozkład warunkowy zmiennej lingwistycznej, wyznaczony w oparciu o powyżej sformułowane zasady spełnia warunek

$$\sum_{l=1}^{L} P(A_l / A_j) = 1, \ j=\text{const} \ (j=1,2,\dots,J). \qquad (29)$$

3.3. Proces stochastyczny o rozmytych stanach

Zakładamy teraz, że obserwowany obiekt dynamiczny jest procesem stochastycznym (14) o własnościach Markowa (15). W przestrzeni $X=R^p$ wartości procesu, określamy zbiór stanów rozmytych L(X) oraz odpowiadające im zbiory rozmyte Aj, $j=1,2,\dots,J$ poprzez wprowadzenie funkcji przynależności. Współczynniki przynależności są tak dobrane, aby dla każdego z rozłącznych przedziałów $a^T_i = (a^1_i, \dots, a^p_i)$, $i=1,\dots,I$

określonych w przestrzeni **X**, suma współczynników przynależności do stanów rozmytych była równa jedności. Oznacza to, że dla każdego $x_{t_k} \in a_i$ zachodzi relacja

$$\sum_{j=1,\dots,J} \mu_{A_j}(a_i) = 1; \quad i = 1,\dots,I \tag{30}$$

Prawdopodobieństwo wystąpienia rozmytego stanu A_j procesu stochastycznego (14) można wyznaczyć, stosując definicję prawdopodobieństwa zdarzenia rozmytego i metodykę podaną powyżej.

$$P(X_t \ jest \ A_j) = \sum_i p_{i.}(x_t)\mu_{A_j}(a_i) = P_{A_j}(x_t) \tag{31}$$

gdzie $p_{i.}$ jest prawdopodobieństwem w sensie (18), liczbą rzeczywista z przedziału [0,1] a sumowanie rozciąga się na przedziały a_i, na których określony został rozmyty stan A_j procesu stochastycznego (14). Uwzględniając (30), można wykazać, że dla stanów A_j, j=1,...,J opisujących zbiór wartości lingwistycznych L(X) procesu stochastycznego (14), wzór (31) określa rozkład prawdopodobieństwa rozmytych stanów procesu stochastycznego, czyli

$$\sum_{j=1}^{J} P_{A_j}(x_t) = 1 \tag{32}$$

Rozkład 2D w przestrzeni wartości lingwistycznych procesu L(X)×L(X) można wyznaczyć, obliczając prawdopodobieństwo jednoczesnego wystąpienia stanów A_j i A_k, odpowiednio dla procesu w chwilach *t-1* i *t*. Korzystając z metodyki wspomnianej już powyżej, mamy:

$$\begin{gathered} P((X_{t-1} jestA_j) \cap (X_t jestA_k)) = \\ \sum_m \sum_i p_{im}(x_{t-1}, x_t)\mu_{A_j}(a_i)\mu_{A_k}(a_m) = P_{A_j \cap A_k}(x_t, x_{t-1}) \end{gathered} \tag{33}$$

przy czym sumowanie rozciąga się na wszystkie przedziały a_i, a_m, w których określone zostały stany rozmyte A_j i A_k, a $p_{im}(x_{t-1}, x_t)$ jest rozumianym w sensie (17) prawdopodobieństwem w rozkładach empirycznych par $(x_{t_{k-1}}, x_{t_k})$ w przestrzeni **X×X**.

Prawdopodobieństwo warunkowe wystąpienia w chwili *t* rozmytego stanu A_k, jeśli w chwili *t-1* wystąpił rozmyty stan A_j wyznaczymy w oparciu o formuły (31) i (33):

$$\begin{gathered} P((X_t jestA_k)/(X_{t-1} jestA_j)) = \\ P_{A_k \cap A_j}(x_t, x_{t-1}) / P_{A_j}(x_{t-1}) = P_{A_k / A_j}(x_t / x_{t-1}) \end{gathered} \tag{34}$$

k=1,2,...,J, j=const (j=1,2,...,J).

Rozkłady (33) i (34) spełniają warunek sumowania do jedności.

4.PRZYKŁADOWE MODELE DECYZYJNE

4.1.Ogólna postać modeli

Zagadnienia podejmowania decyzji przy istnieniu niepewności o charakterze rozmytym i probabilistycznym wygodnie jest sprowadzić do postaci reguł:

$$R_i\text{: \{JEŻELI (poprzednik) TO(następnik)\}}_{i=1,2,\ldots,I}.$$

w których poprzednik reguły zawiera zbiór warunków, następnik zawiera wniosek (Yager i Filev, 1995), (Hellendorn i Driankov, eds., 1997).

Wybrana reguła plikowa może mieć postać:

$$R^{(i)}\text{: } w_i(\text{Jeżeli } x \text{ jest } A_i \text{ To } y \text{ jest } M_i) \qquad (35)$$

gdzie:

x,y – zmienne lingwistyczne, odpowiednio wejścia i wyjścia systemu (modelu decyzyjnego),

i – numer reguły plikowej związany z wartością lingwistyczną A_i zmiennej x; $i=1,2,\ldots,I$;

M_i –wiarygodna struktura następnika zawierająca zbiory rozmyte i ich wagi.

Uwzględniając we wzorze (35) strukturę następnika, otrzymujemy dla i-tej reguły plikowej zbiór reguł elementarnych o postaci:

$$\begin{aligned} R^{(i)}\text{: } w_i(&\text{Jeżeli } x \text{ jest } A_i \text{ To } y \text{ jest } B_1 \text{ z wagą } P_{1/i} \\ &\text{Także } y \text{ jest } B_2 \text{ z wagą } P_{2/i} \\ &\ldots\ldots\ldots \\ &\text{Także } y \text{ jest } B_J \text{ z wagą } P_{J/i}) \end{aligned} \qquad (36)$$

Wagi w_i oraz $P_{j/i}$, $i=1,2,\ldots,I$; $j=1,2,\ldots,J$ w sposób istotny poprawiają jakość modelu rozmytego i są ważnym elementem w zadaniu wnioskowania przybliżonego. Wartości wag mogą być nadane przez ekspertów lub też wyznaczone w oparciu o analizę probabilistyczną zbioru danych doświadczalnych.

W podobny sposób można skonstruować rozmyty model systemu dynamicznego uwzględniając X_t, X_{t-1} . Pierwsza z reguł plikowych będzie miała postać:

$$\begin{aligned} R^{(1)}\text{: } w_1(&\text{Jeżeli } x_{t-1} \text{ jest } A_1 \text{ To } x_t \text{ jest } A_1 \text{ z wagą } w_{1/1} \\ &\text{Także } x_t \text{ jest } A_2 \text{ z wagą } w_{2/1} \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &\text{Także } x_t \text{ jest } A_J \text{ z wagą } w_{J/1}) \end{aligned} \qquad (37)$$

gdzie A_1, A_2, ...,A_J są zbiorami rozmytymi w przestrzeni **X** a wagi są wartościami odpowiednich prawdopodobieństw.

Jeżeli $X=R^p$, to model regułowy zawiera zarówno w poprzedniku, jak i w następniku spójniki I, odpowiadające pewnej t-normie, zaś wagi reguł są odpowiednimi prawdopodobieństwami zdarzeń rozmytych w poprzedniku i w następniku:

$$\begin{aligned} R^{(l)}\text{: } w_l\,(&\text{Jeżeli } x^1_{t_{k-1}} \textit{ jest } A^1_l \text{ I} \ldots \text{I } x^p_{t_{k-1}} \textit{ jest } A^p_l \\ &\text{To } x^1_{t_k} \textit{ jest } A^1_1 \text{ I} \ldots \text{I } x^p_{t_k} \textit{ jest } A^p_1 \quad (w_{1/l}) \\ &\text{Także } \ldots\ldots \\ &\text{Także } x^1_{t_k} \textit{ jest } A^1_J \text{ I} \ldots \text{ I } x^p_{t_k} \textit{ jest } A^p_J \quad (w_{J/l})); \end{aligned} \qquad (38)$$

Przy czym, wagi reguł są następującymi prawdopodobieństwami (Walaszek-Babiszewska, 2005b) :

$$w_l = P(x_{t_{k-1}}\, jest\, A_l)$$
$$w_{j/l} = P\left((x_{t_k}\, jest\, A_j)/(x_{t_{k-1}}\, jest\, A_l)\right); \quad j,l = 1,2,...,J. \tag{39}$$

4.1.Przykład wnioskowania

Wnioskowanie, czyli poszukiwanie rozwiązania zadania zamodelowanego w postaci (35) – (38), można przeprowadzić poprzez przetwarzanie lingwistyczne, bądź numeryczne. Załóżmy model dynamiczny SISO i niech $x^*_{t_{k-1}}$ będzie wartością numeryczną obserwacji, należąca do przedziału $a_m \in X$. Znajdźmy prognozowaną numeryczną wartość procesu. Przedział a_m należy do wielu zbiorów rozmytych A_j, $j=1,2,...,J$ z różnymi współczynnikami przynależności, przy czym każdy j-ty zbiór, generuje odpowiednio j-tą regułę $R^{(j)}$. Z następnika tej reguły wyprowadzamy warunkową wartość oczekiwaną

$$E\{X_{t_k} / x_{t_{k-1}} \in A_j\} = \sum_{i=1}^{J} C_i^* w_{i/j} \tag{40}$$

gdzie C_i^* są centroidami zbiorów rozmytych odpowiadających wartościom lingwistycznym następnika, a $w_{i/j}$ prawdopodobieństwami warunkowymi ich wystąpienia w j-tej regule. Prognoza numeryczna, na podstawie wszystkich reguł jest następującą wartością oczekiwaną

$$\overline{x_{t_k}} = \sum_{j=1}^{J} \mu_{A_j}(x^*_{t_{k-1}}) w_j (\sum_{i=1}^{J} C_i^* w_{i/j}) \tag{41}$$

gdzie $\mu_{A_j}(x^*_{t_{k-1}})$ jest poziomem zapłonu j-tej reguły dla zadanej wartości obserwacji numerycznej, a w_j - prawdopodobieństwem wystąpienia zdarzenia rozmytego A_j (wagą j-tej reguły).

Tak wyprowadzona prognoza uwzględnia sposób określania zbiorów rozmytych oraz rozkładów prawdopodobieństwa zmiennych lingwistycznych, omówionych w niniejszym artykule.

4.ZAKOŃCZENIE

W referacie nie podano przykładowych zadań decyzyjnych, które mogą być różnorodne ale przedstawiono głównie możliwości wykorzystania danych numerycznych i ich przetwarzania aby można było przy ich pomocy weryfikować lub rozbudowywać modele lingwistycznego eksperckie, budowane przez człowieka.

LITERATURA

1. Bellman R.E., Zadeh L.A.: Decision making in a fuzzy environment. Management Science, 1970, nr 17, pp. 141-164.

2. Kacprzyk J.: Zbiory rozmyte w analizie systemowej. PWN, Warszawa, 1986.
3. Kacprzyk J.: Wieloetapowe sterowanie rozmyte. WNT, Warszawa, 2001.
4. Nakoula Y., Galichet S., Foulloy L.: Identification of linguistic fuzzy models based on learning, in: Fuzzy Model Identification, (H. Hellendoorn, D. Driankov, eds.), Springer - Verlag, Heidelberg, 1997.
5. Okuda T., Tanaka H., Asai K.: Decision-making and information in fuzzy events. Bull. University Osaka Prefect. 1974 Ser. A, vol. 23 pp.193-202. Bull. University Osaka Prefect. 1974 Ser. A, vol. 23 pp.193-202.
6. Walaszek-Babiszewska A.: Fuzzy probability for modelling of particle preparation processes, in: Intelligence in a Small World; (Selected Papers from IPMM-2003 The Fourth Int. Conf. Intelligent Processing and Manufacturing of Materials, Nanotechnology for the 21st Century. Sendai, Japan, May 2003); Meech J. A., Kawazoe Y., Kumar V., Maguire J. F. (Eds.); pp. 119-129; DEStech Publ. Inc. Lancaster,USA 2005 (+CD-ROM).
7. Walaszek-Babiszewska A.: Zbiory rozmyte jako narzędzie formalizacji wiedzy ekspertów w systemach informatycznych. Zeszyty Naukowe Politechniki Ślaskiej, Organizacja i Zarządzanie. Mat. Krajowej Konferencji Naukowej Wiedza – Informacja – Marketing, Szczyrk 2004a (w druku).
8. Walaszek-Babiszewska A.: Statistical and fuzzy modelling of grain materials sampling and operations. Selected approaches. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Seria Monografie, nr 62, s.118, Gliwice 2004b.
9. Walaszek-Babiszewska A.: Budowa rozmytej bazy wiedzy dla analizy eksperymentalnych danych rynkowych. Rozdział 8, w: Zarządzanie i Technologie Informacyjne, T. 2.: Metody sztucznej inteligencji. Józefowska J. (red.), str.168-178. Wyd. Uniwersytetu Śląskiego, Katowice 2005a.
10. Walaszek-Babiszewska A.: Measurements and expert knowledge for time-dependent stochastic systems. Proc. of IPMM 2005 The Fifth Int. Conf. on Intelligent Processing and Manufacturing of Materials; Meech J. A., Maguire J. F., Kawazoe Y. (Eds.); Monterey, California USA, 2005b (CD-ROM).
11. Walaszek-Babiszewska A.: Applications of Fuzzy and Probabilistic Methods in Financial Market Analyses. In: Issues in Intelligent Systems Models and Techniques; Editors: Dramiński M., Grzegorzewski P., Trojanowski K., Zadrożny S., s.263-271. Problemy Współczesnej Nauki; Teoria i Zastosowania; Informatyka. Akad. Oficyna Wyd. EXIT, Warszawa 2005c.
12. Yager R.R.: A Note on Probabilities of Fuzzy Events, Inf. Sci., 1979, nr 18, pp. 113-129.
13. Yager R.R., Filev D.P.: Podstawy modelowania i sterowania rozmytego. WNT, Warszawa, 1995.
14. Zadeh L.A.: Fuzzy sets. Inform. Contr., 1965 vol. 8, pp.338-353.
15. Zadeh L.A.: Probability measures of fuzzy events. J.Math. Anal. Appl., 1968, vol. 23, pp. 421-427.
16. Zadeh L.A.: The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning, Information Sciences, Part I: 8, 1975, pp. 199-240.
17. Zadeh L.A.: From computing with numbers to computing with words – from manipulation of measurements to manipulation of perceptions. IEEE Trans. on Cercuits and Systems-I: Fundamental Theory and Applications, 1999, nr 1, pp. 105-119.