

Zdzisław Gosiewski, Arkadiusz Mystkowski

¹⁾ Politechnika Białostocka, Wydział Mechaniczny, Wiejska 45C 15-351 Białystok,
e-mail: mystek@pb.bialystok.pl

Dobór funkcji wagowych w układzie sterowania odpornego aktywnym zawieszeniem magnetycznym

W artykule dokonano analizy doboru funkcji wagowych w układzie sterowania odpornego aktywnym zawieszeniem magnetycznym. Obiektem sterowania jest masa zawieszona w polu magnetycznym posiadająca jeden stopień swobody. Na sygnał sterujący, uchybu i wyjściowy zostały nałożone ograniczające je funkcje wagowe. Dla tak zdefiniowanego obiektu zaprojektowano regulator odporny H_∞ . Zbadano wpływ postaci funkcji wagowych na właściwości układu zamkniętego, takie jak: odporność, stabilność oraz szerokość pasma przenoszenia. Określono także wpływ współczynników wzmocnień wagowych na dynamikę układu zamkniętego.

Słowa kluczowe: wzmocnienie wagowe δ , współczynnik gamma-iteracji γ , obiekt rozbudowany, model LFT.

The Choice of Weight Functions in Robust Control System of Magnetic Suspension

The paper described the choosing algorithm of weight functions in Robust Control of active magnetic suspension system. The control plant is the mass supported in magnetic field. The supported mass has one degree of freedom. The control signal, error signal and output signal are limited by particularly weight functions. For the augmented plant the robust controller was designed. The influence of weight functions form and weight gains for performances of H_∞ closed-loop system was investigated.

Keywords: weight gain δ , γ -iteration, augmented plant, LFT model.

1. WPROWADZENIE

Sterownie odporne (ang. *Robust Control*) pozwala na uwzględnienie zmian parametrów obiektu w czasie jego eksploatacji oraz na uwzględnienie ograniczeń nakładanych na dowolne sygnały występujące w układzie sterowania. Zmianę parametrów uwzględnia się w modelu niepewności obiektu. Ograniczenie sygnałów uzyskuje się przez Wprowadzenie funkcji wagowych. Regulator odporny wyznaczony jest na podstawie kryterium normy $\|H\|_\infty$ i projektowany na bazie obiektu nominalnego, rozbudowanego o model niepewności i funkcje wagowe. Dynamika funkcji wagowych decyduje o

stabilnej odporności układu zamkniętego oraz pozwala na ograniczenie wpływu sygnałów zakłóceńowych.

W układach sterowania odpornego największym problemem jest właściwe dobranie funkcji wagowych [2]. Właściwości standardowego układu regulacji określa się za pomocą funkcji: wrażliwości $S(s)$, komplementarnej wrażliwości $T(s)$ oraz sterowania $R(s)$ [5]. Funkcje wagowe pozwalają na kształtowanie funkcji: $S(s)$, $T(s)$ i $R(s)$ [1]. Odpowiednie ukształtowanie funkcji $S(s)$ pozwala ograniczyć wpływ zakłóceń sygnału pomiarowego na dynamikę układu. Funkcję $S(s)$ kształtujemy przy pomocy funkcji wagowej uchybu $W_e(s)$. W podobny sposób możemy kształtować funkcje $T(s)$ i $R(s)$ przy pomocy innych funkcji wagowych.

2. MODEL ROZSZERZONEGO OBIEKTU STEROWANIA

Obiektem sterowania jest masa zawieszona w aktywnym polu elektromagnetycznym generowanym przez dwie przeciwsoodne cewki. Model liniowy dla danych: $k_i = 280$ [N/A], $k_s = 2,3 \cdot 10^6$ [N/m] i $m = 22$ [kg] jest opisany następującą transmitancją [6]:

$$G_0(s) = \frac{2k_i}{ms^2 - 2k_s} = \frac{560}{40s^2 - 4.6 \cdot 10^6}, \quad (1)$$

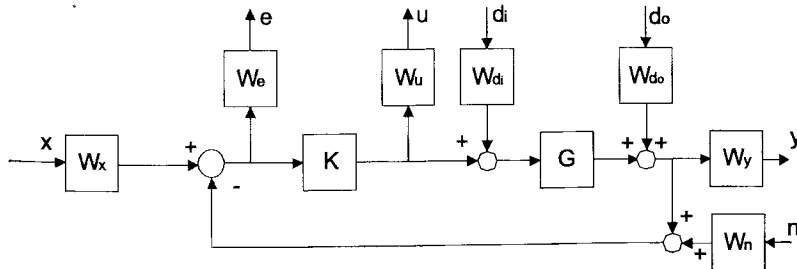
gdzie: k_i – sztywność prądowa [N/A], k_s – sztywność przemieszczeniowa [N/m], m – masa [kg].

Model (1) traktujemy jako nominalny i dla tego modelu budujemy regulator nominalny typu PID.

Właściwości zamkniętego układu regulacji są określane za pomocą następujących funkcji:

- funkcja wrażliwości $S(s) = (I + L(s))^{-1} = \frac{Y(s)}{d(s)}$,
- funkcja komplementarnej wrażliwości $T(s) = L(s)(I + L(s))^{-1} = \frac{Y(s)}{r(s)}$,
- funkcja sterowania $R(s) = K(s)(I + L(s))^{-1} = \frac{U(s)}{Y(s)}$.

Na rys. 1 przedstawiono ogólną konfigurację układu zamkniętego ze wszystkimi możliwymi funkcjami wagowymi nałożonymi na sygnały wejściowe i wyjściowe układu.

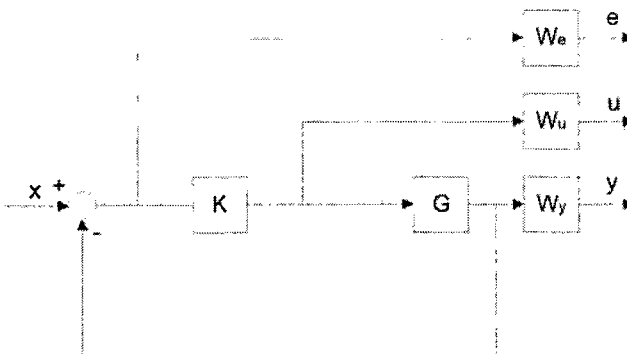


2.1. Dobór funkcji wagowych w układzie sterowania odporne H_∞

Dla obiektu nominalnego $G_0(s)$ dobrano regulator PID. W rozważanym przez nas obiekcie występują następujące ograniczenia:

- sygnał uchybu ograniczony jest pasmem przenoszenia regulatora,
- sygnał sterujący ograniczony jest zjawiskiem nasycenia członów wykonawczych,
- sygnał wyjściowy ograniczony jest pasmem przenoszenia czujnika pomiarowego.

Ze względu na powyższe ograniczenia zostały wybrane funkcje wagowe przedstawione na rys. 2.



Rys. 2. Schemat układu regulacji zawieszenia magnetycznego z funkcjami wagowymi

W układzie zawieszenia magnetycznego zostały zaprojektowane następujące wartości funkcji wagowych:

- $W_e(s) = \delta_1 \frac{(s+100)}{(s+1)}$
- $W_u(s) = \delta_2 \frac{100(s+1250)}{(s+10000000)}$
- $W_y(s) = \delta_3 \frac{100(s+20)}{(s+10000)}$

Parametry: δ_1 , δ_2 , δ_3 są odpowiednimi wzmocnieniami wagowymi, których wartości należy dobrać.

Właściwe dobranie wartości wzmocnień wagowych δ_1 , δ_2 i δ_3 decyduje o odpornej stabilności regulatora. W naszym przypadku założono wejściowe wartości wzmocnień, a następnie w drodze iteracji znaleziono optymalne wartości wzmocnień. Pozwalają one na osiągnięcie najlepszych właściwości układu określonych przez normę $\min \|F_l(P, K)\|_\infty$ [1].

W celu osiągnięcia regulatora odpornie stabilnego funkcje: $S(s)$, $R(s)$ i $T(s)$ muszą być ważone za pośrednictwem odpowiednich funkcji wagowych: $W_e(s)$, $W_u(s)$ i $W_y(s)$. Następujące warunki muszą być spełnione [3]:

$$\begin{bmatrix} \|S(s)W_e(s)\| \\ \|R(s)W_u(s)\| \\ \|T(s)W_y(s)\| \end{bmatrix}_\infty \leq 1. \quad (2)$$

Optymalne wartości wzmoceń wagowych są następujące: $[\delta_1, \delta_2, \delta_3] = [0.01, 0.01, 0.01]$. Dla optymalnych wartości wzmoceń wagowych wartości normy (2) są uzyskane przy pomocy procedury *hinfnorm Robust Toolbox Matlab* i wynoszą:

$$\begin{aligned} 0.881 &< \|S(s)W_e(s)\|_\infty < 0.882 \\ 0.883 &< \|R(s)W_u(s)\|_\infty < 0.884 \\ 0.253 &< \|T(s)W_y(s)\|_\infty < 0.254 \end{aligned} \quad (3)$$

3. PROJEKTOWANIE REGULATORA H_∞

Problem wyznaczenia regulatora H_∞ może być sformułowany następująco: wyznaczyć taki regulator K , który zapewni stabilność zamkniętego układu regulacji $F_l(P, K)$, przy minimalizacji następującej normy [1]:

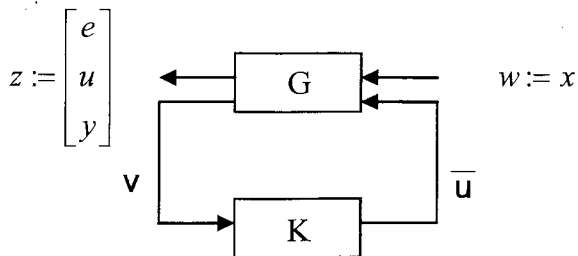
$$\min \|F_l(P, K)\|_\infty. \quad (4)$$

Wyznaczony regulator K jest regulatorem optymalnym. Jednak w wielu przypadkach nieuzasadnione jest wyznaczanie regulatora optymalnego ze względu na trudność i czasochłonność procesu poszukiwania. Wtedy wyznacza się regulator podoptymalny, który zapewnia podobne właściwości układu regulacji. Problem wyznaczenia regulatora podoptymalnego opisany jest następującą normą [1]:

$$\|F_l(P, K)\|_\infty < \gamma, \quad (5)$$

gdzie: γ jest współczynnikiem kosztów. Dla standardowego regulatora H_∞ przyjmuje się $\gamma=1$.

Model *LFT* układu zamkniętego regulacji z regulatorem H_∞ przedstawiono na rys. 3.



Rys. 3. *LFT* model układu zamkniętego

Na podstawie rys. 2 i 3 związki pomiędzy sygnałami wejścia i wyjścia obiektu rozbudowanego są następujące:

$$G(s) : \begin{bmatrix} e \\ u \\ y \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_e & -G_0 W_e \\ 0 & W_u \\ 0 & -G_0 W_y \\ 1 & -G_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \bar{u} \end{bmatrix} \quad (6)$$

lub

$$G(s) : \begin{bmatrix} z \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \bar{u} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

gdzie: $G_{11}(s)$, $G_{12}(s)$, $G_{21}(s)$, $G_{22}(s)$ reprezentują odpowiednie funkcje przejścia pomiędzy sygnałami $x \rightarrow z$, $\bar{u} \rightarrow z$, $x \rightarrow v$, $\bar{u} \rightarrow v$.

Zgodnie z formalizmem *LFT* transmitancje te zapisane są w następującej postaci:

$$G_{11} = \left[\begin{array}{c|c} A & B_1 \\ \hline C_1 & 0 \end{array} \right], \quad G_{12} = \left[\begin{array}{c|c} A & B_2 \\ \hline C_1 & D_{12} \end{array} \right], \quad G_{21} = \left[\begin{array}{c|c} A & B_1 \\ \hline C_2 & D_{21} \end{array} \right], \quad G_{22} = \left[\begin{array}{c|c} A & B_2 \\ \hline C_2 & 0 \end{array} \right]. \quad (8)$$

Procedura wyznaczenia regulatora odpornego jest prawidłowa w przypadku spełnienia następujących warunków:

1. (A, B_1) jest sterowalna i (C_1, A) jest obserwowalna oraz (A, B_2) jest stabilna i (C_2, A) jest wykrywalna.

2. $D_{12}^* D_{12} > 0$ i $D_{21}^* D_{21} > 0$.

3. $\begin{bmatrix} A - j\omega I & B_2 \\ C_1 & D_{12} \end{bmatrix}$ oraz $\begin{bmatrix} A - j\omega I & B_1 \\ C_2 & D_{21} \end{bmatrix}$ posiadają pełny rząd kolumn dla wszystkich

częstotliwości ω .

Transmitancja układu zamkniętego modelu *LFT* wynosi:

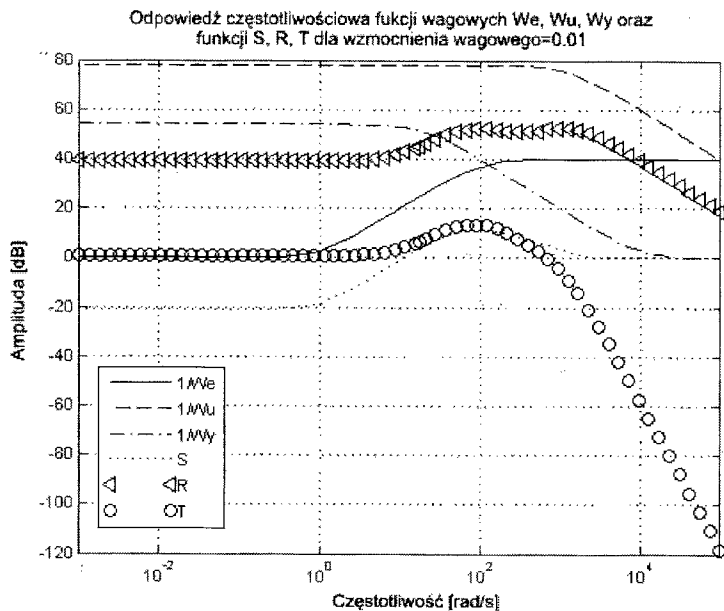
$$F_l(G, K) = G_{11} + G_{12} K (I + G_{22} K)^{-1} G_{21}. \quad (9)$$

Oprogramowanie *Matlab* i przybornik *Robust Control* pozwalają na zaprojektowanie regulatora odpornego kilkoma metodami [3,4]. Postać wyznaczonego regulatora H_∞ metodą rozwiązania dwóch równań *Riccatiego* opisuje transmitancja:

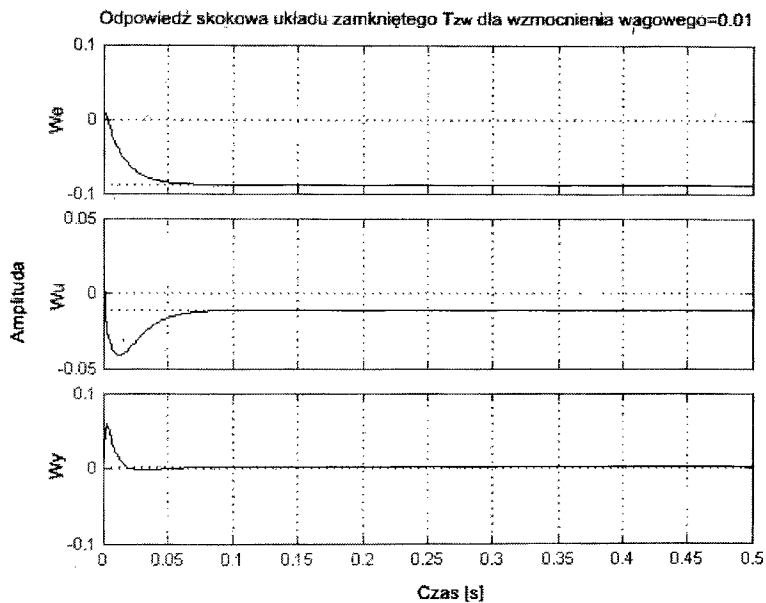
$$K(s) = \frac{5102230.9781(s+1e007)(s+1e004)(s+339.1)(s+9.609)}{(s+5.778e007)(s+1e004)(s+1)(s^2+2708s+2.838e006)} \quad (10)$$

4. WYNIKI BADAŃ SYMULACYJNYCH

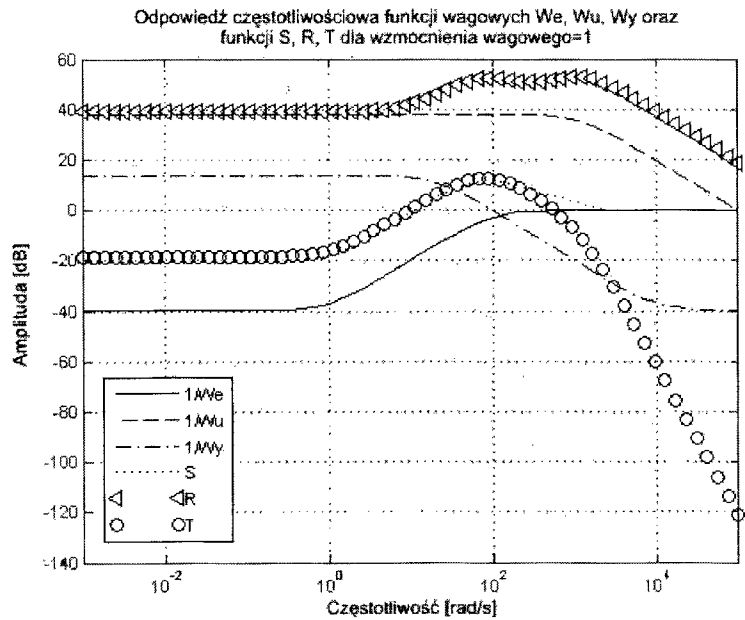
Na rysunkach 4-7 przedstawiono charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe funkcji wagowych W_e , W_w , W_y i funkcji S , R , T oraz charakterystyki skokowe układu zamkniętego T_{zw} z regulatorem H_∞ .



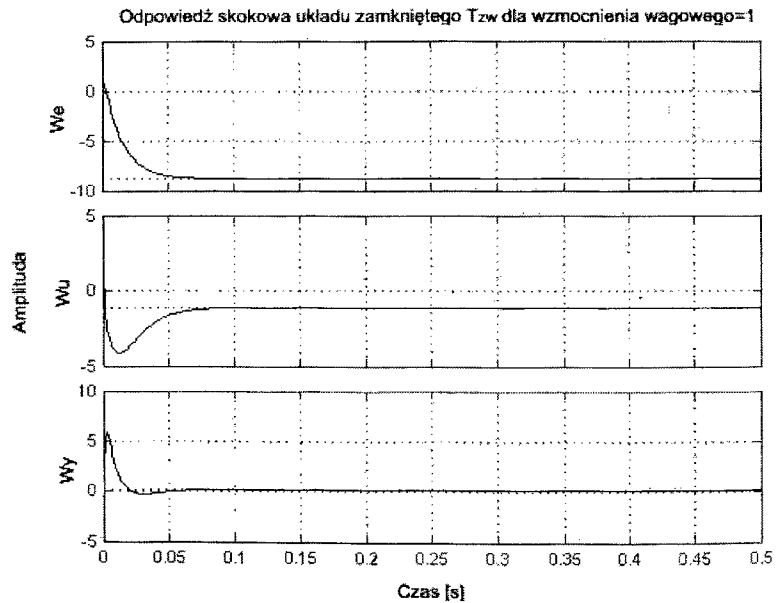
Rys. 4. Odpowiedź częstotliwościowa funkcji wagowych dla $\delta=0.01$



Rys. 5. Odpowiedź skokowa układu zamkniętego T_{zw} z regulatorem H_∞ dla $\delta=0.01$



Rys. 6. Odpowiedź częstotliwościowa funkcji wagowych dla $\delta=1$

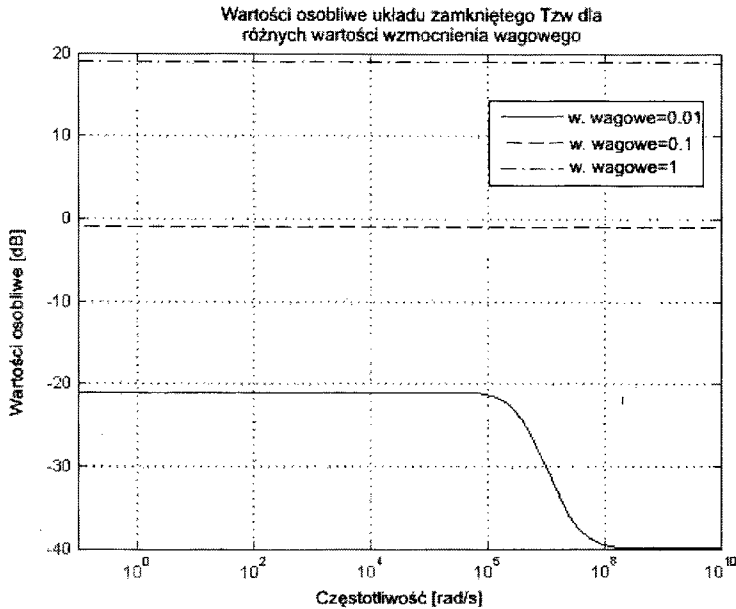


Rys. 7. Odpowiedź skokowa układu zamkniętego T_{zw} z regulatorem H_∞ dla $\delta=1$

Współczynnik δ decyduje o wartości funkcji wagowej i ma wpływ na jej dynamikę. Z przeprowadzonych symulacji wynika, że najlepszą dynamikę układu zamkniętego

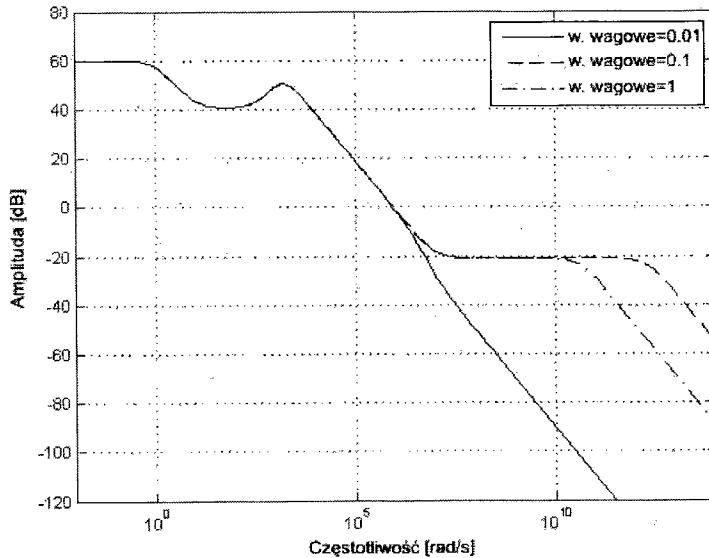
(szerokie pasmo przenoszenia oraz tłumienie wymuszeń) zapewnia układ z wartością $\delta = 0.01$ (rys. 4). Sygnały wyjściowe układu zamkniętego (uchyb, sygnał sterujący i sygnał wyjściowy) w tym przypadku zmieniają się w zakresach ± 0.1 . Natomiast dla $\delta = 1$ układ zamknięty nie spełnia warunku regulatora podoptimalnego $\|F_l(P, K)\|_\infty < 1$ (rys. 6).

Rysunki 8-9 przedstawiają wpływ δ na wartości T_{zw} z regulatorem H_∞ oraz charakterystykę amplitudowo-częstotliwościową regulatora H_∞ . Współczynnik kosztów γ jest bezpośrednio zależny od δ . Dla rosnącego δ otrzymujemy coraz to większe wartości parametru γ .



Rys. 8. Wartości osobliwe funkcji układu zamkniętego T_{zw} dla $\delta=0.01, 0.1$ i 1

Odpowiedź częstotliwościowa regulatora H_{inf} dla różnych wartości wzmocnienia wagowego



Rys. 9. Odpowiedź częstotliwościowa regulatora H_{∞} dla $\delta=0.01, 0.1$ i 1

5. WNIOSKI

W układach sterowania H_{∞} dobór odpowiednich funkcji wagowych jest zadaniem kluczowym. Wartość funkcji wagowych decyduje o dynamice całego układu regulacji. Szczególnie wartość współczynnika wzmocnienia dynamicznego δ wpływa na szerokość pasma przenoszenia sygnałów układu zamkniętego. Zakres odporności układu regulacji zwiększa się, jeżeli ograniczymy wpływ sygnałów zakłócenia na sygnały wyjściowe układu zamkniętego. Najlepsze tłumienie osiąga się dla współczynnika $\gamma < 1$. Zapas stabilności regulatora odpornego jest szczególnie widoczny przy większych częstotliwościach (powyżej pasma przenoszenia $\omega_0=1000$ Hz) i zależy od wartości γ . Wyznaczony regulator odporny H_{∞} będzie zawsze większego rzędu niż regulator np. PID. Jest to związane z tym, że regulator odporny budowany jest dla obiektu *rozbudowanego* posiadającego włączone funkcje wagowe. Należy pamiętać, aby rząd funkcji wagowych był możliwie jak najmniejszy.

LITERATURA

1. Kemin Zhou, John C. Doyle.: *Essentials of Robust Control*, Prentice Hall, 1997.
2. S.H. Kim et. all.: *Robust Force Control For A Magnetically Levitated Manipulator Using Flux Density Measured*, Control Eng. Practice, Vol. 4, No. 7, pp. 957-967, 1996.

3. Doyle, J.C., K. Glover, P. Khargonekar, and B. Francis.: *State-space solutions to standard H_2 and H_∞ control problems*, IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 34, no. 8, pp. 831-847, August 1989.
4. Glover, K., and J.C. Doyle.: *State-space formulae for all stabilizing controllers that satisfy an H_∞ norm bound and relations to risk sensitivity*, Systems and Control Letters, vol. 11, pp. 167-172, 1988.
5. H. Fujiwara, N. Takahashi, M. Ito, O. Matsushita: *Evaluation of Stability Margin for Active Magnetic Bearing using Sensitivity Function*, ISCORMA-3, Cleveland, Ohio, 19-23 September 2005.
6. Z. Gosiewski, K. Falkowski.: *Wielofunkcyjne łożyska magnetyczne*, Biblioteka Naukowa Instytutu Lotnictwa, Warszawa 2003.