

Zagadnienia pomiaru wiskotycznych układów tłumiących w magnetycznych miernikach tachometrycznych

KD:62-752
62-567
681.124
IA:3.2.1.8

Przeanalizowane możliwości i podstawy teoretyczne metod sprawdzania skuteczności działania wiskotycznych układów tłumiących w magnetycznych miernikach tachometrycznych. Zebrany materiał nie przedstawia konkretnych rozwiązań konstrukcyjnych, natomiast umożliwia wybór odpowiednich metod pomiarowych dla określonych warunków i stawianych wymagań odnośnie sprawdzenia skuteczności tłumienia.

1. W s t ę p

Stosowanie układów tłumiących w magnetycznych miernikach tachometrycznych wynika z potrzeby podwyższenia dokładności oraz wygody odczytu mierzonej szybkości kątowej lub liniowej /w przypadku szybkościomierzy/.

Odpowiednia, optymalna intensywność tłumienia zależy od parametrów konstrukcyjnych określonego tachometru [B2]. Obliczone i zaprojektowane dla określonego tachometru układy tłumiące muszą być w procesie wytwarzania oraz odbioru wyrobu gotowego sprawdzone w warunkach uzyskania odpowiedniej intensywności tłumienia.

Wiskotyczne układy tłumiące posiadają charakterystykę odpowiadającą liniowej zależności intensywności tłumienia od chwilowej uogólnionej względnej prędkości tłumionego układu mierniczego. Można to zapisać następująco:

$$P_t = l \dot{x}$$

/1/

gdzie:

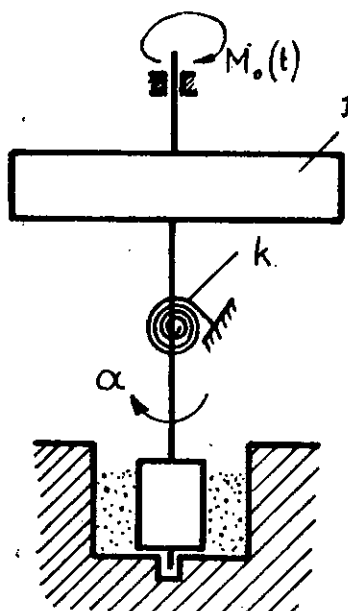
- P_t - uogólniona siła tłumiąca,
- l - współczynnik tłumienia,
- $\dot{x}$ - prędkość uogólniona

Ustalony dla konkretnej konstrukcji współczynnik tłumienia l jest tą wielkością, która powinna być w procesie wytwarzania wyrobu mierzona i sprawdzana. Metody i możliwości jego pomiaru będą stanowiły przedmiot niniejszego artykułu.

2. Analiza i ocena metod sprawdzania układów tłumiących

Rozpatrując w ogólnym przypadku drgający ruch kątowy tłumiony, występujący w miernikach tachometrycznych, którego schemat ideowy przedstawia rys. 1, można napisać równanie tego ruchu, a mianowicie:

$$I\ddot{\alpha} + l\dot{\alpha} + k\alpha = M_o(t) \quad /2/$$



gdzie:

- I - moment bezwładności układu tłumionego
- l - współczynnik tłumienia
- k - stała sprężystości
- $M_o(t)$ - moment wymuszający jako funkcja czasu.

O intensywności tłumienia decyduje drugi człon równania /2/ $l\dot{\alpha}$. Niżej zostaną omówione i przeanalizowane metody umożliwiające dokonanie odpowiedniego pomiaru intensywności tłumienia.

Rys.1.

Metoda stałej amplitudy drgań

Pomiar polega na wyznaczeniu ilości energii potrzebnej do utrzymania układu tłumionego w ciągłych drganiach o stałej amplitudzie. Do układu należy przyłożyć moment wymuszający $M_o(t)$ o odpowiedniej częstotliwości /zgodnej z częstotliwością drgań własnych układu/, wartości i określonym przebiegu. Wówczas energia dostarczona np. w jednym cyklu będzie funkcją współczynnika tłumienia, co ogólnie można zapisać następująco:

$$\int_{-\phi}^{+\phi} M_o(t) d\alpha = f(l) \quad /3/$$

gdzie:

- ϕ - utrzymywana stała amplituda drgań
- $M_o(t)$ - odpowiedni moment wymuszający /podtrzymujący drgania/
- $f(l)$ - energia tracona jako funkcja współczynnika tłumienia.

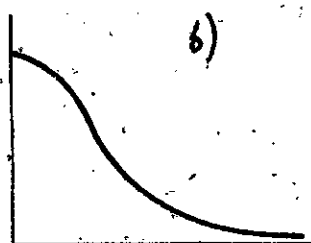
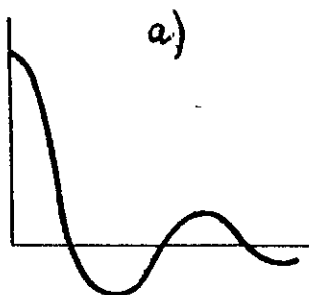
Podana metoda, której ogólny opis matematyczny przedstawia równanie /3/ jest praktycznie trudna do realizacji, a to z następujących powodów:

1. Częstotliwość siły wymuszającej musi być ściśle zgodna z częstotliwością drgań własnych układu.
2. Urządzenie pomiarowe musi posiadać układ sprzężenia zwrotnego dla samoczynnego utrzymania określonej, stałej amplitudy.
3. Urządzenie musi posiadać układ całkujący przebieg siły wymuszającej.

Brak miejsca nie pozwala na bardziej szczegółową analizę technicznej możliwości realizacji podanych wyżej warunków, tym niemniej, nawet przy ocenie powierzchownej, łatwo zauważyć istotne trudności praktycznej realizacji tej metody.

Metoda pomiaru zmian amplitudy

Polega ona na pomiarze zmian amplitudy przy założeniu swobodnych drgań zanikających. W tym przypadku w ogólnym równaniu /2/ człon $M_0/t/=0$. Metoda ta ma jednak ograniczoną stosowność ze względu na to, że przy współczynnikach tłumienia większych niż krytyczne nie uzyskuje się pełnego cyklu drgań. Ilustrują to na rys.2. wykresy a i b.



a/ Wykres drgań zanikających tłumionych o współczynniku tłumienia mniejszym od krytycznego

b/ Wykres drgań zanikających tłumionych o współczynniku tłumienia większym od krytycznego

Ogólny zapis matematyczny ilustrujący tę metodę będzie wyglądał następująco:

$$\phi_n - \phi_{n+1} = f(l) \quad /4/$$

gdzie: ϕ_n, ϕ_{n+1} - określone kolejne wychylenia.

Rozpatrując rzecz od strony praktycznej realizacja tej metody w zasadzie polega na możliwie dokładnym pomiarze amplitud. Konieczne jest również ściśle ustalenie funkcji $f(l)$ we wzorze /4/ co można zrealizować wychodząc z równania /2/ przy założeniu że $M_0/t/=0$.

Wówczas równanie /2/ przybierze znaną postać równania różniczkowego rzędu drugiego ze współczynnikami stałymi:

$$J\ddot{\alpha} + l\dot{\alpha} + k\alpha = 0$$

/5/

Ponieważ intensywność tłumienia w tachometrach jest mniejsza od granicznej [B2], więc równanie /5/ ma dwa pierwiastki zespolone sprzężone i cała ogólna równania da się napisać w postaci:

$$\alpha = e^{-ht} (c_1 \cos \lambda t + c_2 \sin \lambda t)$$

/6/

gdzie: $\lambda = \sqrt{b^2 - h^2}$ przy czym: $b^2 = \frac{k}{J}$, $2h = \frac{l}{J}$

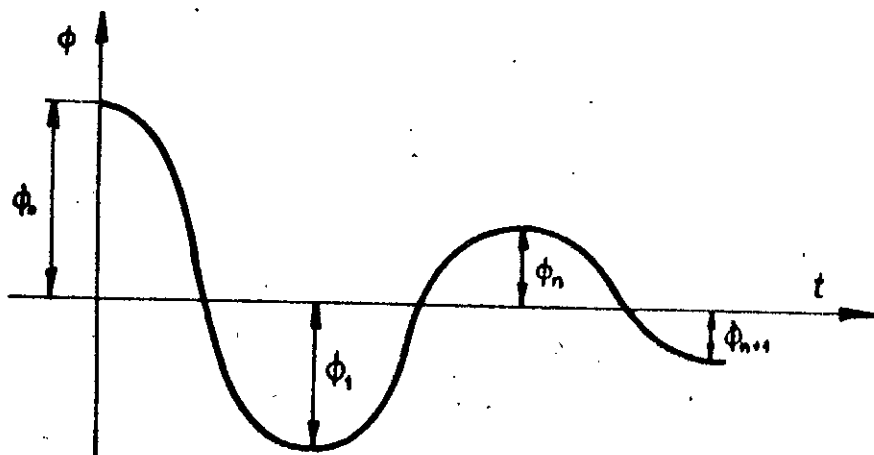
Po wyznaczeniu stałych całkowania z warunku, że w chwili $t = 0$ układ został wychylony z położenia równowagi o wartość ϕ_0 i zwolniony bez nadania prędkości początkowej.

Równanie drgań tłumionych oporem o charakterze wiskotycznym przybierze znaną postać:

$$\alpha = \phi_0 e^{-ht} \left(\cos \lambda t + \frac{h}{\lambda} \sin \lambda t \right)$$

/7/

którą ilustruje wykres przedstawiony na rys.3.



Rys.3.

W celu ustalenia, dla jakich wartości t występują kolejne ekstremalne wychylenia, należy obliczyć funkcję szybkości ruchu. Różniczkując po czasie równanie /10/, po uporządkowaniu otrzymamy:

$$\dot{\alpha} = -\phi_0 \left(\lambda + \frac{h^2}{\lambda} \right) e^{-ht} \sin \lambda t$$

/8/

W położeniach ekstremalnych szybkość ruchu równa się zeru, a zatem po przywróceniu równania /8/ do zera otrzymamy warunek:

$$\sin \lambda t = 0$$

/9/

czyli, że
całkowitych:

$t_n = n$ dla n przybierających wartości liczb

$$t_n = \frac{n\pi}{\lambda} \quad /10/$$

Podstawiając zależność /10/ do równania /7/ można obliczyć kolejne wartości amplitud. A zatem określone wychylenie ϕ_n po n cyklach wyniesie:

$$\phi_n = \phi_0 e^{-\frac{hn\pi}{\lambda}} \quad /11/$$

Ponieważ omawiana metoda pomiaru współczynnika tłumienia ma być sprowadzona do pomiaru zmian amplitud, należy wyznaczyć następne wychylenie

$$t_{n+1} = \frac{n\pi + \pi}{\lambda} = t_n + \frac{\pi}{2} \quad /12/$$

Wobec czego

$$\phi_{n+1} = \phi_0 e^{-h(t_n + \frac{\pi}{2})} (-1) = -e^{-h\frac{\pi}{2}} \phi_n e^{-\frac{hn\pi}{\lambda}} \quad /13/$$

A zatem różnica kolejnych "entych" wychyleń wyniesie:

$$\Delta\phi = \phi_n - \phi_{n+1} = \phi_0 e^{-\frac{hn\pi}{\lambda}} (1 + e^{-h\frac{\pi}{2}}) \quad /14/$$

Zakładając praktyczne warunki stosowania tej metody, polegającej na wychyleniu układu o określony kąt ϕ_0 , następnie zwolnieniu go bez nadania prędkości początkowej i pomiarze pierwszego kolejnego wychylenia, równanie /14/ przybierze postać:

$$\Delta\phi = \phi_0 (1 + e^{-h\frac{\pi}{2}}) \quad /15/$$

ponieważ w tym przypadku $n = 0$.

W rzeczywistych warunkach pomiaru wygodniej jest operować wartością pierwszego swobodnego wychylenia ϕ_1 , zatem przekształcając odpowiednio równanie /15/ otrzymamy:

$$\phi_1 = \phi_0 - \Delta\phi, \quad /16/$$

wobec czego

$$\phi_1 = -\phi_0 e^{-h\frac{\pi}{2}} \quad /17/$$

Po zlogarytmowaniu /20/ otrzymamy:

$$\ln \left| \frac{\phi_0}{\phi_1} \right| = h \frac{T}{2} \quad /18/$$

Ponieważ okres $T = \frac{2\pi}{\sqrt{b^2 - h^2}}$ a wg poprzednio wprowadzonych oznaczeń $h = \frac{1}{2J}$, $b = \sqrt{\frac{k}{J}}$, więc można napisać zależność współczynnika tłumienia jako funkcję pierwszego swobodnego wychylenia ϕ_1 , a mianowicie:

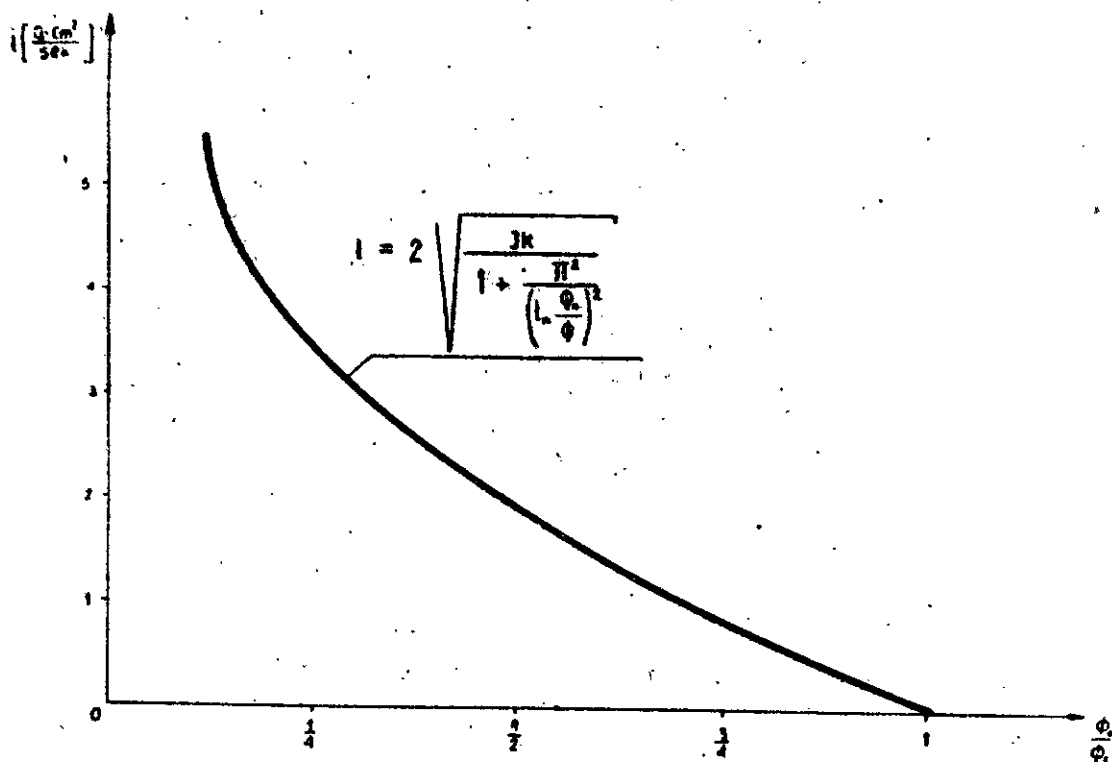
$$\ln \frac{\phi_0}{\phi_1} = \frac{1\pi}{2J\sqrt{\frac{k}{J} - \frac{1}{4J^2}}} = \frac{1\pi}{\sqrt{4Jk - 1^2}} \quad /19/$$

Po przekształceniach i uporządkowaniu współczynnik tłumienia i będzie:

$$l = 2 \sqrt{\frac{Jk}{1 + \frac{\pi^2}{\left(\ln \frac{\phi_0}{\phi_1}\right)^2}}} \quad /20/$$

W wyprowadzonym równaniu /20/, przy określonych warunkach pomiarowych, wszystkie wartości są ściśle określone za wyjątkiem mierzonego

ϕ_1 . Ponieważ postać równania /20/ jest kłopotliwa do obliczeń, więc w praktyce można posługiwać się jego formą graficzną, przedstawioną na rys. 4.



Rys. 4.

Jednym z istotnych warunków wynikających z potrzeby dokonywania pomiaru w warunkach produkcyjnych, powinna być możliwość szybkiego pomiaru amplitudy. Pamiętać jednak należy, że sam pomiar powinien odbywać się bez oddziaływania siłowego lub, ściślej, z takim oddziaływaniem, aby praktycznie nie wpłynęło na dokładność pomiaru. Oczywiście, warunek ten poważnie ogranicza ilość możliwych do zastosowania metod pomiaru. Warto zwrócić tu uwagę na możliwość wykorzystania w pomiarze amplitudy efektu Halla.

Metoda pomiaru oporów ruchu układu tłumionego

Polega na bezpośrednim pomiarze oporów ruchu układu tłumionego dokonywanym w następujących warunkach: układ napędzany jest ze sta-

łą szybkością kątową $\frac{d\alpha}{dt} = \text{const}$, co jest równoznaczne z eliminacją pierwszego członu równania /2/, ponieważ w takich warunkach

$\frac{d^2\alpha}{dt^2} = 0$. Ponadto od układu odłączony jest element sprężysty, co

z kolei jest równoznaczne z eliminacją członu trzeciego równania /2/, ponieważ $k = 0$. Przy tych założeniach otrzyma się bardzo prostą postać równania, a mianowicie:

$$l \dot{\alpha} = M_0(t) \quad /21/$$

Przy $\dot{\alpha} = \text{const}$, co założono wyżej, moment oporów ruchu będzie również stały czyli, że $M_0/t/ = M_t$.

Wobec powyższego, wyznaczenie współczynnika tłumienia l sprowadza się do bardzo prostej zależności, a mianowicie:

$$l = C \cdot M_t \quad /22/$$

gdzie:

C - stała zależna od szybkości napędzania układu /odwrotność ustalonej szybkości kątowej napędu/

M_t - mierzony moment oporów ruchu.

Praktyczne wykorzystanie tej metody sprowadza się do możliwie dokładnego pomiaru momentu oporów ruchu. Może być ona stosowana wyłącznie w warunkach kontroli międzyoperacyjnej. Nie można jej natomiast stosować po zmontowaniu wyrobu, między innymi ze względu na konieczność odłączenia elementu sprężystego, wpływu wzajemnego oddziaływania układu magnes-kapturek, oraz innych istotnych trudności konstrukcyjnych. W warunkach kontroli międzyoperacyjnej ten system pomiaru współczynnika tłumienia uznać można za jeden z prostszych.

Metoda pomiaru okresu

W metodzie tej wykorzystuje się zależność, jaka występuje pomiędzy okresem swobodnych drgań układu nietłumionego i tłumionego.

Mierzyć można pełny okres lub jego określoną część i na tej podstawie wyznaczać współczynnik tłumienia.

Wychodząc ze znanej zależności, jaka występuje pomiędzy okresem w ruchu tłumionym a okresem ruchu nietłumionego i twz. bezwymiarowym współczynnikiem tłumienia, a mianowicie:

$$T = T_0 \frac{1}{\sqrt{1 - \gamma^2}} \quad /23/$$

gdzie:

- T_0 - okres drgań nietłumionych
 γ - bezwymiarowy współczynnik tłumienia

można wyznaczyć współczynnik tłumienia jako funkcję okresu T . Bezwymiarowy współczynnik tłumienia fizycznie przedstawia następującą zależność:

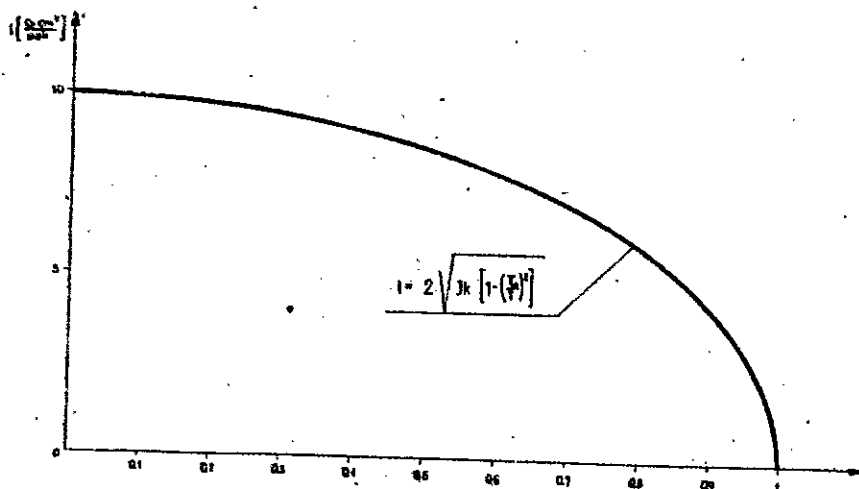
$$\gamma = \frac{l}{2\sqrt{Jk}} \quad /24/$$

Symbole podane we wzorze /24/ podane zostały przy omówieniu wzoru /2/.

Wyznaczając z równania /23/ i /24/ współczynnik tłumienia l otrzymamy:

$$l = 2\sqrt{Jk \left[1 - \left(\frac{T_0}{T}\right)^2\right]} \quad /25/$$

A zatem, mierząc okres drgań tłumionych w konkretnym sprawdzanym układzie, dla którego parametry J , k i T_0 są ustalone, można pomierzyć istniejący współczynnik tłumienia. W warunkach praktycznych można posługiwać się formą graficzną tego równania przedstawioną na rys. 5.



Rys. 5.

Pomiar okresu w warunkach szybkościomierza zmontowanego jest jednak niemożliwy, ponieważ układ wskazujący posiada ogranicznik ruchu uniemożliwiający swobodne jego drgania, a zatem metoda ta może być ewentualnie stosowana w warunkach kontroli międzyoperacyjnej.

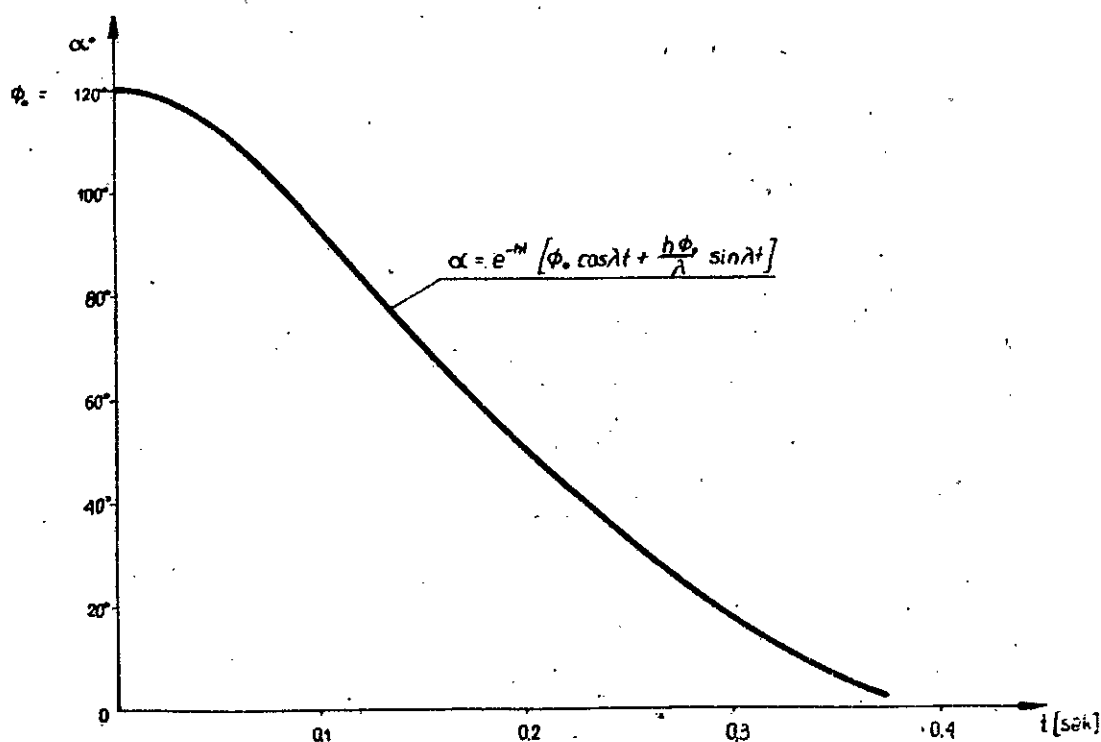
Metoda pomiaru wycinka okresu

Polega ona na pomiarze czasu swobodnego ruchu na określonym wycinku okresu. W warunkach praktycznych dogodną metodą sprawdzenia intensywności tłumienia będzie pomiar czasu swobodnie powracającej wskazówki szybkościomierza po wychyleniu jej o określony kąt i swobodnym zwolnieniu bez nadawania szybkości początkowej.

W celu ustalenia odpowiednich zależności, można posłużyć się wyproszonym już poprzednio podczas rozważania "metody pomiaru zmian amplitudy" równaniem /14/, a mianowicie:

$$\alpha = \phi e^{-ht} \left(\cos \lambda t + \frac{h}{\lambda} \sin \lambda t \right)$$

W praktyce można posługiwać się również formą graficzną tego równania, która została przedstawiona na rys. 6. Wykres przedstawiony na tym rysunku odpowiada nominalnej wartości tłumienia w określonych warunkach konstrukcyjnych. Podając graficznie całą rodzinę takich krzywych, dla określonego przedziału wartości współczynnika tłumienia, można określić istniejący współczynnik tłumienia mierząc czas ustalonego wycinka okresu.



Rys. 6.

3. Uwagi ogólne

Przeprowadzana analiza wybranych metod sprawdzania wiskotycznych układów tłumiących w magnetycznych miernikach tachometrycznych odnosiła się w zasadzie do zagadnień teoretycznych związanych z tym tematem.

Podanie bliższych informacji dotyczących konkretnych rozwiązań konstrukcyjnych wykracza poza zakres niniejszej publikacji. Zdaniem autora, zebrany materiał umożliwi, a w każdym razie w znacznym stopniu ułatwi w konkretnych warunkach produkcji, wybranie takiej metody pomiaru, która dla spełnienia założonych wymagań dokładności pomiaru, szybkości pomiaru, wygody pomiaru oraz innych względów natury ekonomicznej, będzie metodą najwłaściwszą dla określonych warunków.

L i t e r a t u r a

A. Literatura książkowa

1. Bukowski J.: Mechanika płynów. Warszawa, 1959.
2. Wasiljew A.: Izmerenije sil i momentow. 1955.
3. Ziemba S.: Analiza drgań. Warszawa, 1957.

B. Literatura periodyczna

1. Radziejewski W.: Wpływ cieczy tłumiącej na częstotliwość drgań własnych czujnika drgań. "Priborostrojenie", Nr 10/59.
2. Winiecki J.: O niektórych metodach tłumienia drgań elementów wskaźnikowych mierników. "Automatyka Przemysłowa", Nr 17/66.