

O ZASTOSOWANIU TEORII ZBIORÓW ROZMYTYCH DO STEROWANIA

Opisano na podstawie literatury poglądy i rezultaty prac wyjaśniające przyczyny coraz częstszych prób zastosowania teorii zbiorów i algorytmów rozmytych w różnych dziedzinach, a przede wszystkim do sterowania procesami. Podano też przykład zastosowania tej teorii do regulacji. Podstawowe pojęcia i główne definicje zbiorów rozmytych zostały podane w Dodatku do artykułu.

1. Wstęp

Od momentu sformułowania przez L.A.Zadeh'a w latach sześćdziesiątych pojęć, definicji i operacji w zakresie teorii zbiorów i algorytmów rozmytych (fuzzy), wykonano wiele prac teoretycznych i praktycznych zarówno w zakresie rozbudowy teorii jak i jej zastosowania.

Prace te zmierzają w sześciu głównych kierunkach:

- logika rozmyta,
- systemy rozmyte,
- automaty rozmyte,
- języki rozmyte,
- rozmyte podejmowanie decyzji,
- rozmyte grupowanie danych.

Teoria systemów staje się coraz bardziej rozwijającym się kierunkiem. Daje ona bowiem podstawę do opisu głównych zależności i empirycznego świata.

Większość podstawowych pojęć klasycznej teorii systemów, czyli osiągalność, obserwowalność, stabilność itd., może być, z odpowiednimi modyfikacjami, przeniesiona do systemów rozmytych.

We współczesnej, klasycznej teorii systemów używa się metody przestrzeni stanów. Opisać system, to znaczy podać jak zmienia się w czasie jego stan. W systemie deterministycznym stan obecny i wejście określają stan następny i wyjście. System jest niedeterministyczny, jeśli dla każdego stanu i wejścia możemy określić a priori tylko pewne informacje o pojawieniu się nowego stanu. O systemie stochastycznym mówimy jeśli możemy określić jedynie prawdopodobieństwo, że jest generowane dane wyjście, kiedy system otrzyma określone wejście.

Jeśli nie są znane prawdopodobieństwa, a dane są tylko „granice” stanu, to informacja oparta na tych danych może być wyrażona poprzez zbiór możliwych wartości stanu. Następny stan nie jest znany; za wyjątkiem jego funkcji przynależności do danego zbioru. Jeśli zaś przejście z należenia do nienależenia do danego zbioru jest stopniowe a nie nagłe, to mamy do czynienia z systemami rozmytymi.

Programowanie rozmyte i rozmyte sterowanie optymalne mieszczą się w kierunku „podejmowania decyzji”. Decydowanie pojawia się wówczas, kiedy należy wybrać wariant, zwykle przy pewnych zbiorach ograniczeń, mając na uwadze jeden lub kilka celów.

W programowaniu konwencjonalnym dokonujemy analizy matematycznej w terminach zbioru zmiennych decyzyjnych, zbioru ograniczeń limitujących wybór wariantów oraz funkcji, która porządkuje warianty zgodnie z pewnym kryterium ich wartości. Programowanie rozmyte ma tę samą strukturę z tym, że funkcja celu oraz ograniczenia są zbiorami rozmytymi.

W sterowaniu optymalnym rozmytym, również jak w klasycznym, zadanie polega na tym, aby, w oparciu o informacje o prawach dynamiki wiążących wyjście z wejściem, określić tak wejście, by otrzymać z danego systemu wyjście o pewnych określonych charakterystykach.

Już w 1969 roku S.S.L.Chang pokazał jak rozszerzyć konwencjonalne programowanie dynamiczne, wprowadzając rozmytość. B.Gluss, w 1973 roku zastosował programowanie dynamiczne do analizy kilku przykładów regulatorów rozmytych.

Według L.A.Zadeh'a [1] jedną z fundamentalnych zasad współczesnej nauki jest to, że nie można uznać zjawiska za dobrze zrozumiane, dopóki nie może być ono scharakteryzowane w terminach ilościowych. Z tego punktu widzenia, większość tego co tworzy podstawę wiedzy naukowej może być rozpatrywane jako zestaw koncepcji i technik, które mogą być użyte do skonstruowania modeli matematycznych różnych typów systemów i w ten sposób dostarczających informacji ilościowej, opisującej ich zachowanie. Biorąc pod uwagę nasz głęboki szacunek do tego co jest precyzyjne, ścisłe i ilościowe oraz lekceważenie tego co jest rozmyte, nieścisłe i głównie jakościowe, nie jest zaskakujące, że pojawienie się komputerów spowodowało szybką ekspansję zastosowania metod ilościowych w większości dziedzin wiedzy ludzkiej.

Bez wątpienia komputery okazały się bardzo efektywne w badaniach *systemów mechanistycznych*, to znaczy systemów nieożywionych, których zachowanie się jest podporządkowane prawom mechaniki, fizyki, chemii i elektromagnetyzmu. Niestety nie można tego powiedzieć w odniesieniu do badań *systemów humanistycznych*, które dotychczas okazały się co najmniej niepodatne na analizę matematyczną i symulację komputerową.

Przez *system humanistyczny* rozumiemy system, którego zachowanie się jest silnie zależne od ludzkiego wnioskowania, percepcji lub emocji. Przykładami systemów humanistycznych są systemy: ekonomiczne, polityczne, prawne itp. Pojedyncze indywiduum i jego procesy myślowe mogą również być rozpatrywane jako system humanistyczny.

Istnieje przekonanie, że zastosowanie komputerów nie wyjaśniło podstawowych zagadnień powstających w filozofii, psychologii, literaturze, prawie, polityce, socjologii i innych dziedzinach zorientowanych na człowieka. Komputery również nie wniosły nic istotnego do naszej wiedzy o procesach myślenia człowieka, za wyjątkiem, powiedzmy, kilku przypadków z dziedziny sztucznej inteligencji i związanych z nią kierunków badań.

Można wnioskować, że nieefektywność komputerów w dziedzinie badań systemów humanistycznych jest manifestacją tego co może być nazwane *zasadą niezgodności*, zasadą która głosi, że wysoka precyzja jest niezgodna z wysokim stopniem kompleksowości. Bardziej konkretnie, kompleksowość systemu i precyzja, z którą system może być analizowany, są w przybliżeniu w relacji inwersji.

To może być przyczyną, że konwencjonalne techniki analizy systemów i symulacji komputerowej, oparte na precyzyjnym przetwarzaniu danych numerycznych, już z założenia nie są w stanie uchwycić rozmytości humanistycznych procesów myślenia i podejmowania decyzji. Przyjęcie takiej przesłanki sugeruje, że w celu uzyskania istotnych wyników badań zachowania się systemów humanistycznych, może być konieczne zrezygnowanie z wysokich wymagań ścisłości i precyzji, których oczekujemy od matematycznych analiz dobrze zdefiniowanych systemów mechanistycznych i zastosowanie bardziej tolerancyjnego podejścia, z natury rzeczy przybliżonego. Tylko przy zastosowaniu takiego podejścia symulacja komputerowa mogłaby stać się prawdziwie efektywna jako narzędzie do badania systemów, które są zbyt kompleksowe lub zbyt mało ściśle zdefiniowane na to aby do ich analizy można było zastosować konwencjonalne techniki ilościowe.

Przy odchodzeniu od precyzji (wobec przemożnej kompleksowości), naturalne jest badanie zastosowania *zmiennych lingwistycznych*, to jest zmiennych, których wartości nie są liczbami, lecz słowami lub zdaniami w naturalnym lub sztucznym języku. Istotą użycia słów lub zdań zamiast liczb jest to, że opisy lingwistyczne są, ogólnie biorąc, mniej ścisłe niż opisy liczbowe.

Na przykład mówiąc o wieku, kiedy mówimy „jest młody” to jesteśmy mniej precyzyjni niż kiedy mówimy „ma 25 lat”. W tym sensie etykieta „młody” może być traktowana jako *wartość lingwistyczna* zmiennej wieku i gra ona tę samą rolę co wartość numeryczna 15, ale jest mniej precyzyjna a więc mniej informująca.

Jeśli wartości zmiennej numerycznej są przedstawione jako punkty na płaszczyźnie, to wartości zmiennej lingwistycznej mogą być przedstawione jako obszar z rozmytymi granicami. Z racji zastosowania obszarów a nie punktów, zmienne lingwistyczne mogą służyć do opisu zjawisk, które są zbyt kompleksowe lub tak nieścisłe zdefiniowane, że nie można ich opisać w terminach precyzyjnych.

Przy użyciu tak zwanej zasady rozszerzenia, duża część aparatu matematycznego analizy systemów może być adaptowana do przetwarzania zmiennych lingwistycznych. W ten sposób możemy na zmiennych lingwistycznych rozwijać rachunek przybliżony, który może być używany w wielu różnorodnych, praktycznych zastosowaniach.

Niżej omówiono problemy praktycznego zastosowania teorii zbiorów i algorytmów rozmytych do sterowania.

2. Charakterystyka zastosowań teorii zbiorów rozmytych do sterowania

Nowoczesna teoria sterowania została z dużym sukcesem zastosowana w praktyce, w wielu dziedzinach. Można tu jako przykład przytoczyć dziedzinę sterowania pociskami, jak też obiektami kosmicznymi. Sukcesy te osiągnięto również w niektórych przypadkach zastosowań przemysłowych, tam gdzie udało się uzyskać wierny opis obiektu sterowania.

Jednakże, w przypadku wielu kompleksowych procesów przemysłowych, np. chemicznych, cementowych czy stalowniczych okazało się, że automatyczne sterowanie nimi jest niezwykle trudne. Wynika to z tego, że są to obiekty nieliniowe albo mające zmienne w czasie charakterystyki albo też nie można zmierzyć ich parametrów. Naturalnie te trzy rodzaje trudności mogą również występować łącznie. W tych przypadkach, sterowanie automatyczne stosuje się do zmiennych, które mogą być mierzone i sterowane, takich jak na przykład temperatury, ciśnienia, przepływy i poziomy.

Sterowanie obiektami „trudnymi” o zmiennych wyjściowych, takich jak: wielkość produkcji, jakość i wydajność, powierza się ludziom – operatorom. Przyczyną tego stanu rzeczy jest (mimo ogromnego rozwoju teorii sterowania, a w tym i metod identyfikacji) brak dostatecznej wiedzy o obiekcie. Jednakże, mimo braku dokładnego modelu obiektu „trudnego”, posiadamy często a priori znaczną ilość podstawowej informacji o nim, która jest dostępna tylko w formie lingwistycznej. Informacja ta istnieje w takiej postaci, że wnosi niedokładność i nieprecyzyjność, uniemożliwiającą zwykle zastosowanie teorii sterowania. Potrzebna jest więc taka technika, która pozwoliłaby operować informacją jakościową, nieprecyzyjną, wnoszoną w formie lingwistycznej. Taką technikę do dziedziny sterowania procesami „trudnymi” wnosi teoria zbiorów rozmytych.

Drogą do uzyskania informacji nieprecyzyjnej, jakościowej i ilościowej dla sterowania procesami kompleksowymi jest zbadanie strategii sterowania stosowanej przez operatora – człowieka. Strategia ta jest oparta na doświadczeniu i intuicji. Można ją traktować jako zbiór reguł decyzyjnych, heurystycznych. W rezultacie można powiedzieć, że *rozmyte sterowanie jest oparte na rozmytym modelu obiektu, zidentyfikowane go przez człowieka*. W celu włączenia doświadczenia i intuicji operatora – człowieka do sterowania automatycznego niezbędne są metody ich zapisu.

3. Zastosowania teorii zbiorów i algorytmów rozmytych do sterowania

Od czasu wprowadzenia pojęcia zbiorów rozmytych ukazało się (do kwietnia 1977 roku, wg literatury [2]) ponad 500 publikacji związanych z ich zastosowaniami i różnego typu badaniami; w tym ściśle na temat zagadnienia sterowania tylko około 25 pozycji, co świadczy o początkowym stadium zastosowań zbiorów rozmytych w tej dziedzinie. W tej liczbie istnieją interesujące i przekonujące omówienia zastosowań zbiorów rozmytych do regulacji automatycznej.

Do podstawowych problemów zastosowań należą:

- wybór pierwotnych zbiorów rozmytych i reguł heurystycznych do utworzenia algorytmu sterowania,
- wybór zakresu wartości sterowań, wybór poziomów kwantyzacji wejść i wyjść regulatora, oraz wybór okresu próbkowania.

Pierwszym zastosowaniem teorii zbiorów i algorytmów rozmytych do sterowania procesu dynamicznego jest praca omówiona w [3] i [4]. Zrealizowano sterowanie małą, laboratoryjną maszyną parową. Zadanie polegało na regulacji prędkości maszyny oraz ciśnienia pary w kotle, poprzez nastawianie ilości ciepła podawanego do kotła i nastawianie przepustnicy w maszynie. Obiekt sterowania był nieliniowy z szumami, silnie sprzężony skrośnie i trudny do sterowania ręcznego. Rozmyty algorytm sterowania działał lepiej niż dobrze nastrojone konwencjonalne regulatory oraz był mniej czuły na zmiany parametrów procesu.

W.J.M. Kickert i H.R. van Nauta Lemke [5], [6] zrealizowali rozmyty algorytm sterowania eksperymentalną wytwórnią ciepłej wody. Zadanie polegało na regulacji temperatury wody wypływającej ze zbiornika ze stałym wydatkiem, poprzez nastawianie przepływu gorącej wody w wymienniku ciepła znajdującym się wewnątrz zbiornika. Należało również osiągnąć szybką odpowiedź na zmianę skokową wartości zadanej temperatury wody na wyjściu. Obiekt sterowania był nieliniowy, z szumami oraz miał niesymetryczne charakterystyki statyczne, a także czyste opóźnienie.

Rozmyty algorytm sterowania działał lepiej niż optymalny regulator PI a także realizował ponad dwukrotnie szybszą odpowiedź na skok wartości zadanej temperatury wody na wyjściu.

P.J. King i E.H. Mamdani [7] zastosowali algorytm rozmyty do regulacji temperatury w półtechnicznym reaktorze chemicznym. Nastawianie odbywało się poprzez zmianę grzania i chłodzenia reaktora. Obiekt charakteryzował się nieliniowością i zmienną w czasie charakterystyką statyczną oraz czystym opóźnieniem. Osiągnięto dobre rezultaty sterowania, a w innej pracy udowodniono, że działanie regulatora rozmytego jest co najmniej tak dobre, jak regulacja przez człowieka. Po porównaniu wyników okazało się, że regulator PI działał lepiej, lecz był bardziej czuły na zmiany parametrów procesu.

D. Rutherford i G.A. Carter [8] zastosowali rozmyty algorytm do sterowania przenikalnością surowej mieszanki na przemysłowej taśmie spiekalniczej. Nastawianie odbywało się przez zmianę przepływu wody do procesu. Obiekt miał zmienną w czasie, nieliniową charakterystykę statyczną, występowały szumy i czyste opóźnienie.

Algorytm rozmyty działał lepiej niż człowiek — operator, a tak samo dobrze jak konwencjonalny regulator PI. Zaobserwowano także nieczułość algorytmu na zmiany parametrów procesu.

I.I. Østergaard [9] zastosował rozmyty algorytm do sterowania małego wymiennika ciepła. Zadaniem było regulowanie temperatury chłodnej wody na wyjściu oraz temperatury gorącej wody na wejściu, przez zmiany przepływu gorącej wody i zmiany mocy grzejnej używanej do jej podgrzewania. Obiekt charakteryzował się silną nieliniowością i silnym sprzężeniem skrośnym. Regulator rozmyty działał prawie tak dobrze jak regulatory PI w dwóch pętlach.

R.M. Tong [10] zastosował algorytm rozmyty do sterowania ciśnieniowym zbiornikiem płynu. Zadanie polegało na regulacji ciśnienia całkowitego i poziomu w zbiorniku, przez nastawienie przepływu cieczy do zbiornika oraz przepływu powietrza zapewniającego ciśnienie w zbiorniku. Obiekt charakteryzował się nieliniowością, silnym sprzężeniem skrośnym, oraz miał dwie bardzo różniące się stałe czasowe (około 3 s i 3000 s).

Osiągnięto dobrą jakość regulacji chociaż nie tak wysoką jak przy zastosowaniu regulatora zaprojektowanego metodą klasyczną.

Wspólnymi cechami omówionych zastosowań są:

- nieużywanie analitycznego modelu obiektu sterowania,
- ostateczny algorytm rozmyty uzyskiwano po wypróbowaniu kilku rozwiązań,
- regulowano parametry obiektów trudnych.

Algorytmy rozmyte były zrealizowane na różnych maszynach cyfrowych i w różnych językach programowania, a mianowicie:

Mamdani i Assilian używali początkowo assemblera na PDP8 a następnie Fortran na PDP11,

Østergaard stosował APL na IBM 1800,

Rutherford i Carter stosowali Basic na PDP8,

Kickert i van Nauta Lemke oraz Tong stosowali Fortran na PDP11.

Te pierwsze próby zastosowania teorii zbiorów i algorytmów rozmytych do sterowania w przemyśle wykazują, że:

- regulatory rozmyte, mimo że są nieliniowe, łatwo dają się zastosować i zaprogramować na maszynie cyfrowej,
- można sądzić, że działanie ich jest w dużym stopniu niezależne od zmian parametrów obiektu,
- są one również odporne na zakłócenia.

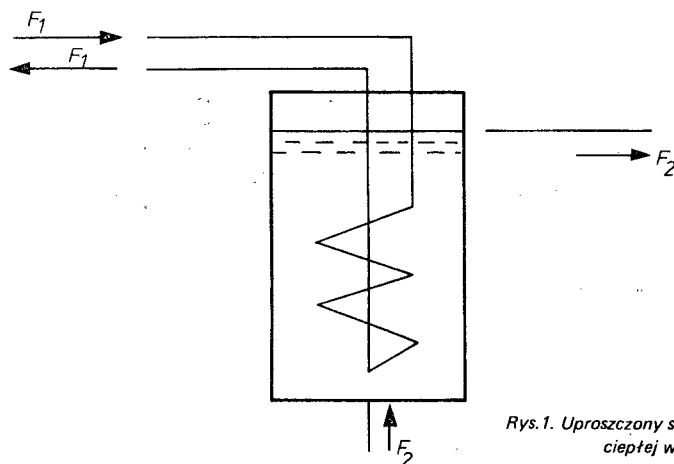
W celu zapewnienia dobrego sterowania przy zastosowaniu reguł heurystycznych, reguły te muszą być sformułowane poprawnie i powinny uwzględniać opóźnienia czasowe, tam gdzie one występują. Projektujący sterowanie rozmyte winien posiadać pewną wiedzę o procesie, np. o opóźnieniach i zakresach wartości, wielkości wejściowych i wyjściowych. Naturalnie konieczna jest tu znajomość jedynie wartości przybliżonych, a ta może być osiągnięta na przykład poprzez praktyczne operowanie procesem.

4. Przykład zastosowania (van Nauta Lemke i W.J.M. Kickert [5], [6])

4.1. Obiekt i zadanie sterowania

Obiektem sterowania jest wytwórnia ciepłej wody, wykonana w skali laboratoryjnej.

Badania wykazały, że obiekt ten ma następujące własności utrudniające regulację: nieliniowość, asymetrię dookoła punktu równowagi, czyste opóźnienie i szumy. Na sterowanie ma tu również wpływ temperatura otoczenia. Na rysunku 1 jest pokazany uproszczony schemat wytwórni.



Rys.1. Uproszczony schemat wytwórni ciepłej wody

Woda nagrzewana przepływa z natężeniem F_2 przez zbiornik w którym znajduje się specjalny przewód z wodą gorącą (ok. 90°C) o natężeniu przepływu F_1 .

Zadaniem sterowania jest regulacja temperatury wody opuszczającej zbiornik dla różnych nastaw, a także dla różnych wartości przepływu F_2 w stanie ustalonym, poprzez dynamiczne zmiany wartości F_1 i F_2 .

Na ogół jest wymagana stała ilość wody o określonej temperaturze, tak że przepływ F_2 winien być utrzymywany jako stały w stanie ustalonym. W czasie zmiany zadanej wartości temperatury, przepływ F_2 może być zmieniany. Głównym sterowaniem jest jednak przepływ wody gorącej F_1 .

Dla oceny działania regulatora rozmytego porównano je z działaniem optymalnie nastrojonego regulatora PI. Mimo że dla potrzeb wytwórni ciepłej wody zapewne należałoby zastosować regulator bardziej skomplikowany niż PI (o algorytmie działania stochastycznym, czy adaptacyjnym), to jednak do celu opracowania użytecznego regulatora rozmytego, porównanie z regulatorem PI jest wystarczające.

4.2. Regulator PI

Regulator zrealizowano w postaci programu bezpośredniego sterowania cyfrowego (DDC). W celu doboru optymalnych nastaw regulatora PI, określono model wytwórni, który zawiera czyste opóźnienie T_d i dwie równe stałe czasowe.

$$H(p) = \frac{K \cdot e^{-pT_d}}{(pT + 1)^2}$$

gdzie:

$$T_d = 10 \text{ s}$$

$$T = 40 \text{ s}$$

$$K = 0,2$$

Znaleziono optymalne nastawy regulatora dla różnych kryteriów jakości regulacji. Struktura regulatora cyfrowego:

$$D(z) = K_p + \frac{K_i}{1-z^{-1}}$$

Optymalne nastawy regulatora:

Kryterium \	I	II	III
Ki	0,018	0,019	0,020
Kp	1,35	3,02	1,94

Okres próbkowania wynosił 1 s.

Jedną z niedogodności stosowania regulatora PI była konieczność zmiany nastaw przy pracy w szerokim zakresie zadanych temperatur.

4.3. Algorytm rozmyty

Rozmyty algorytm sterujący składał się z zestawu rozmytych implikacji z rozmytej odchyłki temperatury do rozmytego przepływu, typu: *jeśli odchyłka temperatury jest „duża” to przepływ jest „średni”*.

Przedstawmy zbiór rozmyty temperatury jako jego funkcję przynależności $\mu(t)$ i zbiór rozmyty przepływu jako $V(fl)$, zestaw implikacji przyporządkowuje sobie wtedy te zbiory.

$$\mu(t) \longrightarrow V(fl)$$

Funkcja przynależności implikacji rozmytej $\mathcal{X}(t, fl)$ może być wyliczona (jak wyjaśniono w Dodatku) jako:

$$\mathcal{X}(t, fl) = \min [\mu(t); V(fl)]$$

Wyjście systemu przy rozmytym wejściu temperatury, powiedzmy $\mu'(t)$ jest:

$$\mathcal{X}(fl) = \max_t \min [\mu'(t); \mu(t); V(fl)]$$

Ponieważ wejściem regulatora jest mierzona dokładnie odchyłka zadanej i mierzonej temperatury wody, to jest to wejście nie rozmyte.

A więc zbiór wejściowy jest zdegenerowanym zbiorem rozmytym. Wyjście więc będzie (patrz Dodatek):

$$\mathcal{X}(fl) = \min [\mu(t_0); V(fl)]$$

Jeśli pewne reguły przyporządkowują podzbiór rozmyty przepływu, jako wyjście, rozmytemu podzbiorowi temperatury

$$\mu_i(t) \longrightarrow V_i(fl) \quad i = 1, 2, \dots, l$$

to sterowanie fl_0 może być wyliczone z pomierzonej temperatury t_0 , jak następuje.

Wartości funkcji przynależności dla temperatury t_0 są określone jako:

$$\mu_1(t_0), \mu_2(t_0), \dots, \mu_l(t_0)$$

Odpowiadające im podzbiory rozmyte przepływu fl mogą być wyliczone dla każdej reguły (i) jako:

$$\mathcal{X}_i(fl) = \min [\mu_i(t_0); V_i(fl)]$$

Zbiorczy podzbiór rozmyty przepływu jest określony przez zastosowanie operacji „lub” między regułami jako:

$$\mathcal{X}(fl) = \max_i \min [\mu_i(t_0); V_i(fl)]$$

Ten wyjściowy podzbiór jest zbiorem rozmytym. Jednakże wyjście regulatora nie może być również rozmyte, ponieważ musi ono ustawić zawór sterujący przepływem.

Wybrano procedurę decyzyjną do określenia jakie ma być sterowanie.

Winien być wybrany taki przepływ fl_0 dla którego:

$$\mathcal{L}(f|_0) = \max_{f|} \max_i \min [\mu_i(t_0); V_i(f|)]$$

Na początku algorytmu istnieje możliwość określenia do jakiego rozmytego podzbioru temperatury należy pomiar.

Interpretuje się to jako określenie, w którym podzbiorze rozmytym pomiar posiada najwyższą wartość funkcji przynależności. Pozwala to na znalezienie reguły o numerze i_0 , dla której:

$$\mu_{i_0}(t_0) = \max_i \mu_i(t_0)$$

Po określeniu numeru reguły, odpowiednie obliczenia wykonuje się tylko dla tej reguły.

W rezultacie wartość sterowania $f|_0$ wybiera się tak, aby:

$$\mathcal{L}(f|_0) = \max_{f|} \min [\mu_{i_0}(t_0); V_{i_0}(f|)]$$

Pozwala to na szybsze wykonanie obliczeń, ponieważ nie wszystkie funkcje przynależności należy wyliczać.

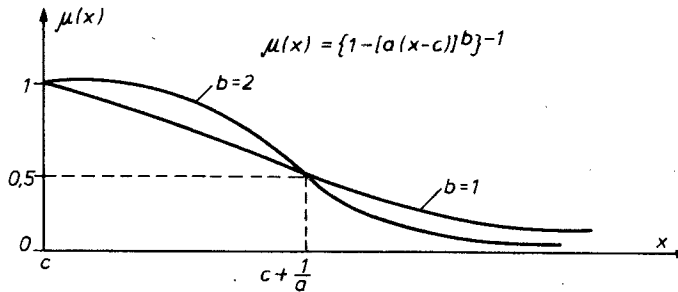
4.4. Zbiory rozmyte

Wszystkie zastosowane zbiory rozmyte miały jednakową ciągłą funkcję przynależności. Na przykład dla odchyłki temperatury x funkcję tę określa wzór:

$$\mu(x) = \{1 + [a(x-c)]^b\}^{-1}$$

gdzie x oznacza zmienną numeryczną.

Przebieg tej funkcji przedstawiono na rys.2.



Rys.2. Przebieg funkcji przynależności

Wybór sterowania uproszczono i aby skrócić czas obliczeń (w stosunku do czasu obliczeń dla przypadku ciągłego) wykonywano je dla przepływu skwantowanego.

Przepływ wody gorącej — F_1 był skwantowany w dwanaście poziomów, zmiana przepływu wody gorącej — ΔF_1 w piętnaście poziomów i przepływ wody zimnej — w osiemnaście poziomów.

W tablicy 1 przedstawiono definicje zbiorów rozmytych.

Nazwa	Zmienna numeryczna	Funkcja przynależności
nie mały	x	$1 - (1 + 0,5x)^{-1}$
mały	x	$(1 + 0,5x)^{-1}$
bardzo mały	x	$(1 + x^4)^{-1}$
prawie mały	x	$(1 + 0,5x)^{-1}$
		dla $x \geq 1$; inaczej 0,5
mały	x	$\{1 + [3(x-1)]^2\}^{-1}$
średnio mały	x	$\{1 + [3(x-0,5)]^2\}^{-1}$
extremalnie mały	x	$[1 + (3x)^2]^{-1}$
mały	Δx	$[1 + (3\Delta x)^2]^{-1}$
średni	Δx	$\{1 + [3(\Delta x - 0,5)]^2\}^{-1}$
duży	Δx	$[1 + (\Delta x - 2)^2]^{-1}$
bardzo duży	F_1	$[1 + 2(F_1 - 12)^2]^{-1}$
bardzo mały	F_1	$(1 + 2F_1^2)^{-1}$
blisko stanu ustalonego	F_1'	$[1 + (3F_1' - 1)^2]^{-1}$
bardzo blisko stanu ustalonego	F_1'	$\{1 + [3(F_1' - 0,5)]^2\}^{-1}$
mały	ΔF_1	$\{1 + [2(\Delta F_1 - 0,2)]^2\}^{-1}$
średni	ΔF_1	$\{1 + [2(\Delta F_1 - 1)]^2\}^{-1}$
duży	ΔF_1	$[1 + (\Delta F_1 - 3)^2]^{-1}$
bardzo duży	F_2	$[1 + 2(F_2 - 18)^2]^{-1}$
bardzo mały	F_2	$[1 + 2(F_2 - 1)^2]^{-1}$

x — odchyłka temperatury

Δx — zmiana odchyłki

F_1 — przepływ wody gorącej

ΔF_1 — zmiana F_1

F_2 — przepływ wody zimnej

4.5. Struktura heurystyczna

Rozmyte reguły sterowania zostały sformułowane w oparciu o doświadczenie operatora prowadzącego proces. Doświadczenie to można opisać w poniższych regułach postępowania:

- 1) W celu szybkiego podniesienia temperatury nastawić przepływ F_1 bardzo duży a przepływ F_2 bardzo mały. Duży przepływ gorącej wody ogrzewa przepływającą wodę zimną o małym przepływie, a więc ogrzewanie wody zimnej jest maksymalne.
- 2) Po osiągnięciu w przybliżeniu zadanej temperatury, zmień przepływ F_1 na bardzo mały tak, aby temperatura ustaliła się blisko pożądanej wartości.
Przepływ F_2 może być już nastawiony w wartości stanu ustalonego, ponieważ nie ma w tej sytuacji dużego wpływu.
- 3) W celu szybkiego zmniejszania temperatury nastawić przepływ F_1 bardzo mały a przepływ F_2 bardzo duży, a wówczas grzanie jest minimalne. Ponieważ spadek temperatury jest znacznie wolniejszy niż wzrost, nie ma potrzeby wprowadzania etapu ustawiania przepływu F_1 na wysokim poziomie. Utrzymuj po prostu przepływ F_1 bardzo mały aż do przybliżonego osiągnięcia żądanej temperatury.

Ostatnie zadanie sterowania — utrzymywanie temperatury dokładnie w stanie ustalonym jest bardzo trudne dla operatora, ponieważ wyjątkowo trudno jest uniknąć małych fluktuacji tej temperatury. Z tego względu wypróbowano kilka wariantów rozmytych reguł sterowania dla stanu „bliskiego ustalonemu”.

4.6. Reguły sterowania

Pierwszy wariant reguł (dla temperatur mniejszych od zadanych, dodatnich x , temperatury rosnącej) zawierał:

- jeśli x „nie małe” to F_1 „bardzo duże” a F_2 „bardzo małe”
- jeśli x „małe” to F_1 „bardzo małe” a F_2 w stanie ustalonym
- jeśli x „bardzo małe” to F_2 w stanie ustalonym

oraz

- jeśli wzrost x „mały” to obniżenie F_1 „małe”
- jeśli wzrost x „średni” to obniżenie F_1 „średnie”
- jeśli wzrost x „duży” to obniżenie F_1 „duże”.

Drugi wariant reguł zawierał:

- jeśli x „nie małe” to F_1 „bardzo duże” a F_2 „bardzo małe”
- jeśli x „prawie małe” to F_1 „bardzo małe” a F_2 w stanie ustalonym
- jeśli x „małe” to wzrost F_1 „duży” a F_2 w stanie ustalonym
- jeśli x „średnio małe” to wzrost F_1 „średni” a F_2 w stanie ustalonym
- jeśli x „extremalnie małe” to wzrost F_1 „mały” a F_2 w stanie ustalonym

Ten wariant wymagał modyfikacji definicji zbiorów rozmytych w rejonie „mały”.

Trzeci wariant reguł zawierał:

- jeśli x „nie małe” to F_1 „bardzo duże” a F_2 „bardzo małe”
- jeśli x „małe” to F_1 „blisko stanu ustalonego” a F_2 w stanie ustalonym
- jeśli x „bardzo małe” to F_1 „bardzo blisko stanu ustalonego” a F_2 w stanie ustalonym

Wprowadzono tutaj dodatkową informację, a mianowicie wartość przepływu w stanie ustalonym dla danej temperatury.

Ponieważ charakterystyka statyczna przepływ — temperatura była bardzo czuła na wpływ otoczenia, zapewniono jej zmiany.

4.7. Rezultaty

Wyniki działania omówionych trzech typów regulatorów rozmytych, w porównaniu z wynikami działania wspomnianego regulatora PI są zestawione w tabl.2.

Tablica 2

Wyniki działania regulatora PI i trzech wariantów regulatorów rozmytych (badanie odpowiedzi na skok jednostkowy wartości zadanej 10°C)

Regulator	Czas narastania (min)	Przeregulowanie ($^{\circ}\text{C}$)	Wahania temperatury ($^{\circ}\text{C}$)
Klasyczny PI optymalnie nastawiony	0,7	1,5	0,4
Rozmyty 1 wariant	0,3	mniej niż wahania	1,5
Rozmyty 2 wariant	0,3	mniej niż wahania	1,5
Rozmyty 3 wariant	0,3	mniej niż wahania	0,5

Dwa pierwsze rodzaje regulatorów działały tak jak operator, były mało dokładne, bowiem występowały oscylacje $1,5^{\circ}\text{C}$ dookoła wartości zadanej (gdy regulator PI dawał $0,4^{\circ}\text{C}$).

Trzeci wariant regulatora dał wyniki najlepsze, bowiem (tak jak dwa poprzednie warianty) miał bardzo krótki czas odpowiedzi na skok jednostkowy (0,3 min, podczas gdy regulator PI – 0,7 min) i łączył to z dużą dokładnością taką samą jak regulator PI.

5. Zagadnienia do rozwiązania i kierunki przyszłych badań

W przyszłości prawdopodobnie zostanie rozwiązany problem automatycznej syntezy sterowania opartego na lingwistycznym opisie pożądanych właściwości regulatora.

W zakresie sterowania obiektami istnieją między innymi następujące problemy, które należałoby rozwiązać [2]:

- ☐ W jaki sposób najlepiej wykorzystać informację jakościową a priori, do sterowania z użyciem teorii zbiorów i algorytmów rozmytych?
- ☐ Jak na algorytm rozmyty wpływa wybór wejść i wyjść?
- ☐ Czy do sterowania należy stosować odchyłkę, jej przyrost oraz przyrost sterowania, czy też inne wielkości?
- ☐ Jakie powinny być: optymalna liczba poziomów kwantyzacji oraz wzmocnienie i okres próbkowania, przy wdrażaniu algorytmów rozmytych?
- ☐ Jak najefektywniej programować regulator rozmyty, w celu minimalizacji zajętości pamięci i maksymalizacji szybkości działania?

Według R.M.Tonga [2] istnieją cztery podstawowe kierunki rozwoju przyszłych badań teoretycznych nad teorią systemów rozmytych. Badania te będą też musiały być oparte o większą liczbę prób zastosowania teorii w praktyce.

Pierwszym kierunkiem badań jest ogólna synteza regulatorów rozmytych, a w szczególności dążenie do spełniania przez nie określonych warunków działania.

Drugim kierunkiem jest tworzenie rozmytych modeli obiektów sterowania. Rozmyty model można stworzyć w oparciu o bezpośrednie badanie danych wyjście—wejście, przez badanie procesu decyzyjnego operatora lub poprzez oba badania łącznie. Model taki jest podstawowym elementem praktycznego zastosowania teorii sterowania rozmytego.

Trzecim kierunkiem jest rozmyty opis zintegrowanych systemów: maszyny cyfrowej i człowieka oraz podział między nie zadań, z punktu widzenia wyników sterowania obiektem.

Czwartym kierunkiem badań jest rozważenie układu sterowania, który zawiera możliwości poznawania procesu sterowanego w celu usprawnienia sterowania.

Z przedstawionych tu koncepcji i rezultatów zastosowań można wysnuć wniosek, że z jednej strony teoria zbiorów i algorytmów rozmytych ma znaczne, potencjalne możliwości zastosowania, a z drugiej strony teoria ta znajduje się obecnie na początkowym etapie rozwoju i że w przyszłości należy jeszcze przeprowadzić wiele badań zarówno teoretycznych jak i praktycznych.

Dodatek

Zbiory rozmyte, wprowadzenie: definicje i zastosowanie do systemów rozmytych (wg H.R.van Nauta Lemke i W.J.M.Kickert)

Definicje

Definicje w teorii zbiorów rozmytych są rozszerzeniem odpowiednich pojęć zwykłej teorii zbiorów.

Wszystkie definicje teorii zbiorów rozmytych są zgodne z definicjami zwykłej teorii zbiorów jeśli funkcja przynależności jest zredukowana do binarnej funkcji charakterystycznej.

Zbiór rozmyty pusty

Zbiór rozmyty w przestrzeni X jest pusty wtedy i tylko wtedy, kiedy jego funkcja przynależności jest równa zeru wszędzie w X :

$A = \emptyset$ wtedy i tylko wtedy, gdy $\mu_A(x) = 0; x \in X$

$\emptyset$ — jest zbiorem pustym

Zbiory rozmyte równe

Zbiory rozmyte A i B w X są równe wtedy i tylko wtedy, gdy ich funkcje przynależności są równe wszędzie w X :

$A = B$ wtedy i tylko wtedy, gdy $\mu_A(x) = \mu_B(x); x \in X$

Inkluzja

Zbiór rozmyty A jest zawarty w B (podzbiór B) wtedy i tylko wtedy, gdy jego funkcja przynależności jest mniejsza lub równa funkcji przynależności B wszędzie w X .

$A \subset B$ wtedy i tylko wtedy, gdy $\mu_A(x) \leq \mu_B(x); x \in X$

Dopełnienie

Dopełnienie $\bar{A}$ lub $\neg A$ zbioru rozmytego A w X jest zdefiniowane przez:

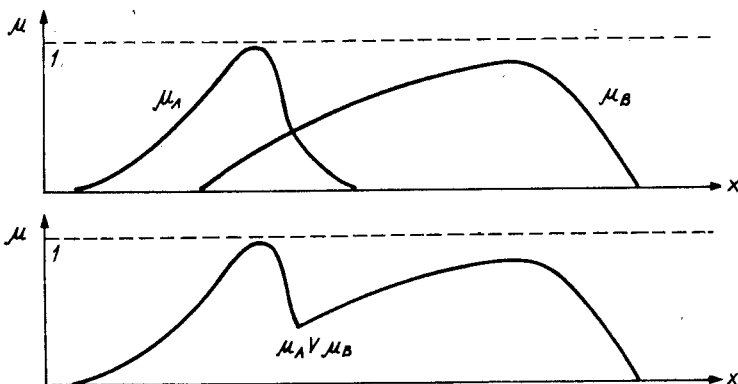
$$\mu_{\neg A}(x) = 1 - \mu_A(x); x \in X$$

Dopełnienie odpowiada negacji „nie”,

Suma zbiorów

Suma dwóch zbiorów rozmytych A i B w X , oznaczona $A \cup B$, jest zdefiniowana przez:

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max[\mu_A(x); \mu_B(x)]; \quad x \in X$$

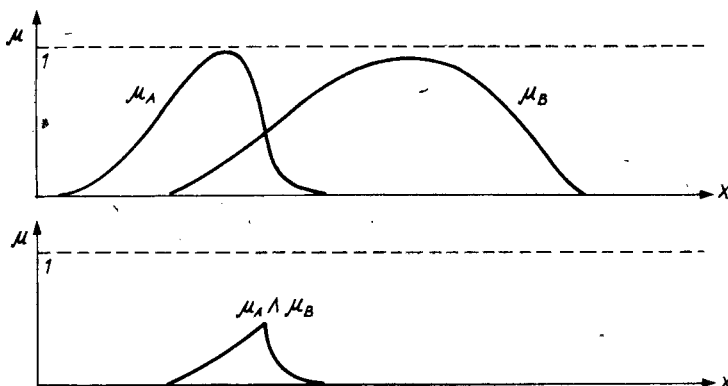


Połączenie odpowiada alternatywie „lub”.

Iloczyn zbiorów

Iloczyn dwóch zbiorów rozmytych A i B w X , oznaczony $A \cap B$, jest zdefiniowany przez:

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min[\mu_A(x); \mu_B(x)]; \quad x \in X$$



Iloczyn odpowiada koniunkcji „i”.

Na ogół operatory $\max$ i $\min$ są oznaczone odpowiednio przez $\vee$ i $\wedge$:

$$\mu_{A \cup B} = \mu_A \vee \mu_B$$

$$\mu_{A \cap B} = \mu_A \wedge \mu_B$$

Działania na zbiorach rozmytych

Łatwo jest sprawdzić, że wiele własności działań na zbiorach zwykłych obowiązuje i w odniesieniu do zbiorów rozmytych, na przykład:

Własność przemienności	$A \cap B = B \cap A$ $A \cup B = B \cup A$
Własność łączności	$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$ $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$
Własność rozdzielności	$C \cup (A \cap B) = (C \cup A) \cap (C \cup B)$ $C \cap (A \cup B) = (C \cap A) \cup (C \cap B)$
Prawa de Morgana	$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$ $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$

Jednak nie wszystkie własności zwykłej teorii zbiorów obowiązują w przypadku zbiorów rozmytych, a mianowicie:

Jeśli A jest zbiorem rozmytym, to ogólnie:

$$\begin{aligned} A \cap \bar{A} &\neq \emptyset \\ A \cup \bar{A} &\neq I \end{aligned}$$

gdzie:

$\emptyset$ jest zbiorem pustym z jego funkcją przynależności równą zero

I jest zbiorem pełnym z wartością jego funkcji przynależności równą jeden wszędzie w X

Ten fakt nie jest zaskakujący jeśli zdamy sobie sprawę, że $A \cap \bar{A} = 0$ wyraża *prawo wyłączonego środka*, które jest podstawą logiki dwuwartościowej. Aczkolwiek można pokazać, że wybór operatorów max i min nie jest tak arbitralny jak się to może wydawać, operatory te mogą być zastąpione przez odpowiednie inne, takie jak suma algebraiczna lub iloczyn (także zredukowane do teoretycznych definicji zbiorów klasycznych). Po takim zastąpieniu nie obowiązują jednak pewne użyteczne własności algebraiczne. Istnieje wiele matematycznych rozszerzeń teorii zbiorów rozmytych. Tutaj przytaczamy tylko te części tej teorii, które są interesujące ze względu na ich zastosowanie w sterowaniu, a w szczególności dla ich użycia w projektowaniu „rozmytego” regulatora procesu ogrzewania wody, który był badany.

Przy sterowaniu systemów mamy do czynienia z różnymi zmiennymi, wejściami, wyjściami, stanami, zależnościami skrośnymi oraz z częściami lub podsystemami, które muszą być łączone. Z punktu widzenia matematyki oznacza to konieczność stosowania pojęć takich, jak: relacje, odwzorowania, reguły i złożenia. Pojęcia te są tutaj rozważane dla zbiorów rozmytych. Ze względu na ważność odwzorowania w teorii systemów, jest położony nacisk na rozmycie tych pojęć.

Relacja rozmyta

Niech X i Y będą zwyczajnymi zbiorami. Iloczynem kartezjańskim $X \cdot Y$ jest zbiór uporządkowanych par (x, y) ; $x \in X, y \in Y$.

Dwuwartościową relacją rozmytą R ze zbioru X do zbioru Y jest podzbiór rozmyty $X \cdot Y$ i jest on scharakteryzowany przez dwuparametrową funkcję przynależności $\mu_R(x, y)$ w przedziale $[0, 1]$. Jest to bezpośrednie rozszerzenie pojęcia relacji zwyczajnej, zdefiniowanej jako podzbiór iloczynu kartezjańskiego X i Y .

Złożenie relacji rozmytych

Niech R_1 będzie relacją rozmytą z X do Y , a R_2 relacją rozmytą z Y do Z . Złożoną relacją rozmytą C z X do Z jest relacja zapisana jako: $C = R_1 \circ R_2$ i zdefiniowana przez funkcję przynależności^{*)}:

^{*)} Kiedy zmienne x, y, z są elementami zbiorów skończonych, relacje te mogą być zapisane w formie macierzy, a złożenie $C = R_1 \circ R_2$ może być traktowane jako „iloczyn” dwóch macierzy, gdzie sumowanie i mnożenie są zastąpione przez operacje maximum i minimum.

$$\mu_C(x,z) = \max_y \min [\mu_R(x,y) ; \mu_S(y,z)]$$

lub krócej:

$$\mu_C = \bigvee_y (\mu_R \wedge \mu_S) \quad \begin{array}{l} x \in X \\ y \in Y \\ z \in Z \end{array}$$

Iloczyn kartezjański zbiorów rozmytych

Niech A będzie zbiorem rozmytym w X , a B w Y ; wówczas iloczyn kartezjański A i B jest zdefiniowany przez jego funkcję przynależności

$$\mu_{A \cdot B} = \min [\mu_A(x) ; \mu_B(y)]$$

przy czym

$$X \cdot Y = \{(x,y) ; x \in X, y \in Y\}$$

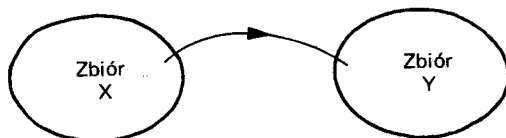
jest klasyczną definicją iloczynu kartezjańskiego.

Zauważmy, że przeciwieństwo definicji iloczynu rozmytego, ta definicja dotyczy dwóch różnych przestrzeni — zbiorów, w których są zawarte zbiory rozmyte.

Odwzorowanie

Odwzorowanie F w zwykłej teorii zbiorów jest zdefiniowane jako szczególny rodzaj relacji, a mianowicie relacji $F \subset X \cdot Y$, gdzie każdemu $x \in X$ jest przyporządkowany jeden $y \in Y$ z $(x,y) \in F$, zapisywanej:

$$F: X \longrightarrow Y \quad \text{lub} \quad F(x) = y$$



Definicja odwzorowania nie może być rozszerzona bezpośrednio w sensie rozmytym, w zbiorach rozmytych nie można bowiem przypisać do $x \in X$ dokładnie jednego $y \in Y$. Jest to immanentna cecha zbiorów rozmytych.

Jedną z form rozszerzenia może być zdefiniowana jako rodzaj „zwykłego odwzorowania na zbiorach rozmytych”, gdzie samo odwzorowanie pozostaje klasyczne:

Niech F będzie zwykłym odwzorowaniem ze zbioru X do zbioru Y , zapisanym jako $F(x) = y$, $x \in X$ i $y \in Y$.

Niech $\mu_A(x)$ będzie funkcją przynależności zbioru rozmytego A w X .

Wówczas odwzorowanie F przyporządkowuje zbiorowi rozmytemu A zbiór rozmyty B w Y w następujący sposób:

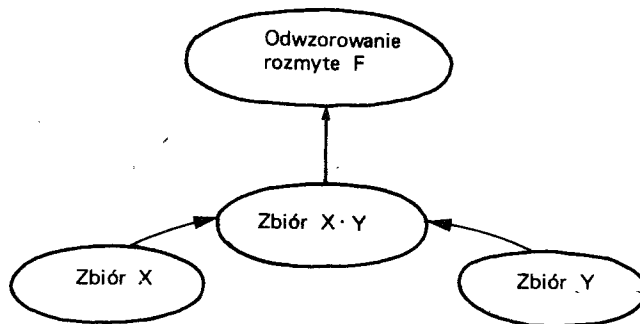
$$\mu_B(y) = \max \mu_A(x)$$

$$x = F^{-1}(y)$$



Naturalnie nie jest to definicja odwzorowania w pełni rozmytego.

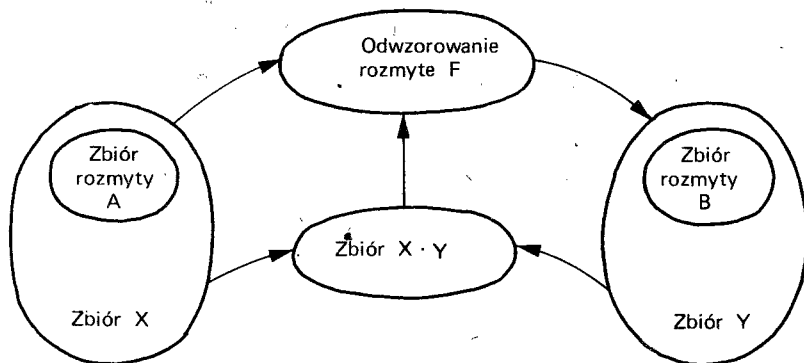
Inną formą rozszerzenia na odwzorowanie rozmyte jest zdefiniowanie rozmytego odwzorowania na zbiorach zwykłych będącego rozmytym podzbiorem F na iloczynie kartezjańskim $X \cdot Y$ z funkcją przynależności zależną od dwóch zmiennych $\mu_F(x, y)$. Odpowiada to definicji relacji rozmytej.



Następny krok winien być definicją rozmytego odwzorowania na zbiorach rozmytych.

Niech zbiór rozmyty A w X indukuje zbiór rozmyty B w Y . Tak więc zbiór rozmyty B w Y jest rozmytym odwzorowaniem rozmytego zbioru A w X ; funkcja przynależności $\mu_B(y)$ jest zdefiniowana jako:

$$\mu_B(y) = \mu_{F(A)}(y) = \max_{x \in X} \min [\mu_A(x); \mu_F(x, y)]$$



Równanie to może być interpretowane jako definicja odpowiedzi systemu rozmytego; podczas gdy biwariantna funkcja przynależności opisuje transformację systemu, to ostatnie równanie definiuje wyjście przy określonym wejściu rozmytym.

Implikacja rozmyta

Alternatywne rozumowanie dla odwzorowania rozmytego jest następujące:

Odwzorowanie jest formalizmem dla zdań warunkowych.

Jeśli $x = x_0$ to $y = y_0$ przy odwzorowaniu F .

Zgodnie z tym, rozmyte odwzorowanie jest rozmytym zdaniem warunkowym. Dlatego też rozmyte odwzorowanie może być zastąpione przez pojęcie rozmytej implikacji w formie: *jeśli A to B*, gdzie A jest zbiorem rozmytym w przestrzeni X , a B zbiorem rozmytym w przestrzeni Y rozmytego odwzorowania F .

Definicja rozmytej implikacji S gdzie A indukuje B jest dana przez jej funkcję przynależności jako ^{*)}:

S : jeśli A to B

$$\mu_S(y, x) = \min[\mu_A(x); \mu_B(y)]$$

System rozmyty

Takie pojęcie implikacji rozmytej pozwala sformalizować przejście systemu rozmytego.

Nie jest konieczne definiowanie bezpośrednie funkcji przynależności relacji przejścia, natomiast można

^{*)} Należy zauważyć, że definicja implikacji rozmytej jest różna od definicji, której można by oczekiwać z punktu widzenia zwykłej definicji implikacji logicznej.

W logice implikacja

$$A \supset B$$

zwykle wyrażana: jeśli A to B , jest zdefiniowana przez tablicę prawdziwości. Jak wiadomo, ekwiwalentem funkcjonalnym prawdziwości jest:

$$(\neg A) \vee B$$

Jeśli uznać taką definicję jako podstawę do rozszerzenia to można by zdefiniować implikację rozmytą podobnie, jako:

$$\mu_S(y, x) = \max[1 - \mu_A(x); \mu_B(y)]$$

Jednakże ta definicja nie ma tutaj praktycznego zastosowania

otrzymać taką zależność w oparciu o stosowane podstawowe zbiory rozmyte czyli A i B . Na ogół system nie może być opisany za pomocą tylko jednej implikacji. Jest on zwykle opisywany przez zestaw implikacji rozmytych.

W efekcie system jest traktowany jako suma wszystkich tych implikacji, np. w przypadku dwóch implikacji:

jeśli A_1 to B_1

lub

jeśli A_2 to B_2

Złożona, ostateczna implikacja S jest wyznaczona przez zastosowanie „lub” (suma) jako operacja maximum, a funkcja przynależności jest:

$$\mu_S(y, x) = \max \{ \min [\mu_{A_1}(x); \mu_{B_1}(y)] ; \min [\mu_{A_2}(x); \mu_{B_2}(y)] \}$$

Łatwo uogólnić to wyrażenie na przypadki z większą liczbą implikacji.

W ten sposób opisany został system rozmyty.

Nasuwa się teraz pytanie: Jak, mając taki system rozmyty, opisany przez jego implikację rozmytą, znaleźć jego odpowiedź lub wyjście przy określonym rozmytym wejściu?

Lub też postawmy to pytanie inaczej: Jaki jest, przy zadanej implikacji S : jeśli A to B oraz wejściowym zbiorze rozmytym A' , wynikający wyjściowy zbiór rozmyty B' ?

(A i A' są zbiorami rozmytymi w X , a B i B' zbiorami rozmytymi w Y).

Wyjściowy zbiór rozmyty, B' jest zdefiniowany przez:

$$\mu_{B'}(y) = \max_x \min [\mu_{A'}(x); \mu_S(y, x)]$$

Zasada ta jest zwana złożeniową zasadą wnioskowania^{*)}.

Wejście nierozmyte

Wejście do systemu, w szczególnym przypadku zastosowania do sterowania, jest mierzone jako dobrze określona wartość numeryczna i dlatego nie jest rozmyte. Ponieważ wejście to nie jest rozmyte, funkcja przynależności redukuje się do binarnej funkcji charakterystycznej.

^{*)} Można zauważyć pewną analogię tej zasady z teorią prawdopodobieństwa: przedstawmy implikację rozmytą jako warunkowy zbiór rozmyty S w Y , warunkowany przez X . Napiszmy to jako:

$$\mu_{S(y/x)}$$

Wówczas w pełnej analogii do warunkowej funkcji gęstości prawdopodobieństwa, zbiór B' w Y , który jest indukowany przez zbiór rozmyty A' w X jest zdefiniowany jako:

$$\mu_{B'}(y) = \max \min [\mu_{S(y/x)}; \mu_{A'}(x)]$$

(Wystarczy zastąpić max i min odpowiednio przez sumę i iloczyn oraz funkcję przynależności przez funkcję gęstości prawdopodobieństwa).

Zbiór wejściowy posiada funkcję przynależności, która jest równa zero **wszędzie**, za wyjątkiem zamierzonej wartości x_0 , gdzie jej wartością jest jeden:

$$\mu_{A'}(x) = \begin{cases} 1 & \text{dla } x = x_0 \\ 0 & \text{dla } x \neq x_0 \end{cases}$$

Zasada złożenia wnioskowania redukuje się do:

$$\mu_{B'}(y) = \max_x \min[\mu_{A'}(x); \mu_S(y, x)] = \mu_S(y, x_0)$$

Wyjście nierozmyte

Wyjściem systemu jest zbiór rozmyty B' . W badanym zastosowaniu do sterowania systemu, wyjście systemu również nie może być rozmyte. Musi być ono wartością deterministyczną dla ustawienia zaworu. Musi być więc wybrana procedura decyzyjna, jakie konkretne wyjście ma być wzięte z rozmytego zbioru wyjścia.

Zgodnie z najprostszą zasadą decyzji bierze się tę wartość y_0 , dla której funkcja przynależności zbioru rozmytego wyjścia $\mu_{B'}(y)$ jest maksymalna i ta wartość stanowi deterministyczne wyjście systemu. Należy wybrać takie y_0 , przy którym:

$$\mu_{B'}(y_0) = \max_y \mu_{B'}(y) = \max_y \mu_S(y, x_0) = \max_y \max_i \min[\mu_{A_i}(x_0); \mu_{B_i}(y)]$$

Te zależności zastosowano przy projektowaniu rozmytego regulatora procesu.*)

*)

Dla uproszczenia opisano przypadek jednego wejścia i jednego wyjścia. W przypadku dwóch wejść i jednego wyjścia implikacja przyjmuje formę:

S: jeśli A to (jeśli B to C),

która jest rozwinięciem wyrażenia dla przypadku jednego wejścia i jednego wyjścia

$$\mu_S(x, y, z) = \min \{ \mu_A(x); [\min \mu_B(y); \mu_C(z)] \} = \min [\mu_A(x); \mu_B(y); \mu_C(z)]$$

Literatura

- [1] Zadeh L.A.: The Concept of a Linguistic Variable and its Application to Approximate Reasoning. Learning Systems and Intelligent Robots N.York 1974 Plenum Press.
- [2] Tong R.M.: A Control Engineering Review of Fuzzy Systems. Automatica 1977, vol.13, nr 6, s.559-569.
- [3] Mamdani E.H.: Application of Fuzzy Algorithms for Control of Simple Dynamic Plant.Proc. IEE 1974, 212, s.1585-1588.
- [4] Mamdani E.H., Assilian S.: A Fuzzy Logic Controller for a Dynamic Plant.International Journal of Man-Machine Studies 1975, 7 s.1-13.
- [5] Kickert W.J.M., Van Nauta Lemke: Application of Fuzzy Controller in a Warm Water Plant. Automatica 1976 vol.12.
- [6] Van Nauta Lemke, Kickert W.J.M.: The Application of Fuzzy Set Theory to Control a Warm Water Process. Quarterly Journal of Automatic Control A, 1976 vol.17, nr 8-18.
- [7] King P.J., Mamdani E.H.: The Application of Fuzzy Control Systems to Industrial Processes. Automatica 1977 vol.19, s.235-242.
- [8] Rutherford D.A., Carter G.A.: A Heuristic Adaptive Controller for a Sinter Plant.Proc.2-nd IFAC Symp.Automation in Mining, Mineral and Metal Processing. Johannesburg 1976.
- [9] Østergaard I.I.: Fuzzy Logic Control of a Heat Exchanger Process. Internal Report Tech.Univ. Denmark, Electric Power Eng.Dept.1976, nr 7601.
- [10] Tong R.M.: Some Problems with the Design and Implementation of Fuzzy Controllers. Report CUEDF (CAMS) TR127.