

O NIECZUŁOŚCI OPTIMALNEGO STEROWANIA ROZDZIAŁEM OBCIĄŻEŃ NA NIEDOKŁADNOŚĆ POMIARÓW PRZY ZASTOSOWANIU PRZYROSTOWEGO ALGORYTMU ROZWIĄZUJĄCEGO

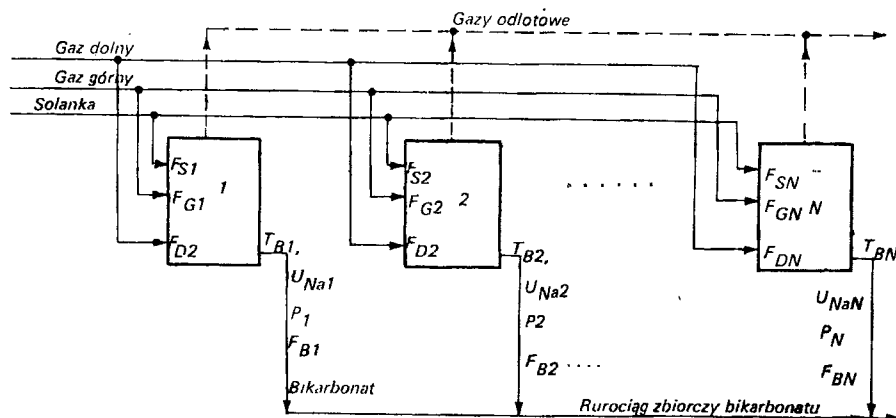
W artykule pokazano, że przy stosowaniu przyrostowego algorytmu rozwiązującego do optymalnego rozdziału obciążeń, wyznaczone sterowanie nie jest zależne od dokładności pomiarów przepływów — sterowań. Właściwość ta wynika z formy wskaźnika jakości zastosowanego do optymalizacji.

1. Wstęp

W przypadku, kiedy w procesie produkcyjnym pracują reaktory chemiczne połączone równolegle, a różniące się między sobą bieżącą wydajnością, aktualne jest zadanie optymalnego rozdziału obciążeń między te reaktory.

Zagadnienie, rozważane poniżej na przykładzie procesu sodowego może odnosić się także do innych procesów z podobnymi połączeniami.

Zadanie optymalnego rozdziału obciążeń rozważa się i rozwiązuje dla zespołu kolumn karbonizacyjnych osadczych (k.k.o.) w procesie produkcyjnym sody [1–3]



Rys. 1. Równoległe połączenie k.k.o. w procesie produkcji sody N —ilość pracujących k.k.o.

Na rysunku 1 jest pokazane równoległe połączenie kolumn karbonizacyjnych osadczych zasilanych

równoległe: gazem dolnym, górnym i solanką, wraz z równoległym odprowadzeniem kwaśnego węglanu sodowego, tzw. bikarbonatu i gazów wylotowych.

K.k.o. różnią się między sobą w czasie cyklu pracy wydajnością jonu sodowego, która określa, jaki procent dostarczonej uo k.k.o. solanki przechodzi w produkt, a więc ile jonów sodu zostało przeprowadzonych do produktu, czyli bikarbonatu.

Zmiana wydajności jonu sodowego — U_{Na} danej k.k.o., która jest funkcją sterowań i zakłóceń k.k.o. w czasie przebiegu, w cyklu jej pracy, może być uwzględniona albo przez jawną zależność U_{Na} od czasu [3] albo przez zmianę współczynników równania [2]. Sterowaniami k.k.o. są przepływy gazu dolnego, górnego i solanki, a stężenia i temperatury tych mediów oraz temperatura bikarbonatu stanowią zakłócenia.

2. Zadanie optymalnego rozdziału obciążeń

Dla procesu sodowego można przyjąć następujące założenia:

1. U_{Na} dla i-tego aparatu może być opisana i zidentyfikowana jako liniowa funkcja parametrów charakteryzujących media podawane do danego aparatu oraz temperatury bikarbonatu.

W [1] podaje się wyrażenie:

$$U_{Na} = g_0 + g_1 \cdot C_{NH_3} - g_2 \cdot T_B + g_3 \cdot F_D + g_4 \cdot F_G + g_5 \cdot C_D + g_6 \cdot C_G - g_7 \cdot F_B,$$

w [2] podaje się wyrażenie:

$$U_{Na}^I = b_1^I + b_2^I \cdot C_{NH_3} + b_3^I \cdot G_D - b_4^I \cdot G_G - b_5^I \cdot F_B - b_6^I \cdot T_B \text{ dla pierwszej połowy cyklu}$$

pracy reaktora jako k.k.o.,

$$\text{oraz } U_{Na}^{II} = b_1^{II} + b_2^{II} \cdot C_{NH_3} + b_3^{II} \cdot G_D - b_4^{II} \cdot G_G - b_5^{II} \cdot F_B - b_6^{II} \cdot T_B, \text{ dla drugiej połowy}$$

cyklu, gdzie $b_i^I \neq b_i^{II}$

Przy zmianie współczynników w równaniu dwukrotnie w cyklu osiąga się błąd nie wyższy niż $\pm 0,7\%$ abs. U_{Na} . Zmiana współczynników jest konieczna ze względu na niestacjonarność, której nieuwzględnianie powoduje błąd średnio kwadratowy do 3% abs. U_{Na} .

W [3] podaje się wyrażenie:

$$U_{Na} = d_0 + d_1 \cdot C_{NH_3} + d_2 \cdot C_D + d_3 \cdot R_S - d_4 \cdot T_B + d_5 \cdot F_D + d_6 \cdot F_G - d_7 \cdot F_S -$$

$$- d_8 \cdot U_{Na0} \cdot \frac{t}{t_c}$$

gdzie:

C_{NH_3} — stężenie amoniaku w solance

T_B — temperatura bikarbonatu

F_D — przepływ gazu dolnego

F_G — przepływ gazu górnego

C_D — stężenie CO_2 w gazie dolnym

C_G — stężenie CO_2 w gazie górnym

F_B — przepływ bikarbonatu

F_S — przepływ solanki

G_D — masowy przepływ 100% CO_2 w gazie dolnym

G_G — masowy przepływ 100% CO_2 w gazie górnym

R_S — stopień karbonizacji solanki

- t — czas w cyklu
 t_c — długość cyklu
 U_{Na_0} — wydajność na początku cyklu

2. Wielkość produkcji P_i , i -tej k.k.o. wyraża się wzorem analitycznym:

$$P_i = A \cdot C_{CL} \cdot U_{Na_i} \cdot F_{S_i}$$

gdzie:

- A — współczynnik liczbowy
 C_{CL} — stężenie chlorków w solance

3. Ograniczeniem równościowym na sterowanie przy optymalnym rozdziale obciążeń jest całkowita ilość gazu dolnego F_o , podawana do N k.k.o.:

$$F_o = \sum_{i=1}^N F_{D_i}$$

4. Zespół k.k.o. może być sterowany albo na maksymalną średnią wydajność jonu sodowego $-U_{Na_{sr}}$, albo na maksymalną produkcję i wówczas wskaźniki jakości sterowania przyjmują następujące postaci:

$$q_1 = \sum_{i=1}^N q_{1i} = U_{Na_{sr}} = \frac{1}{P_o} \cdot \sum_{i=1}^N U_{Na_i} \cdot P_i = \frac{A C_{CL}}{P_o} \cdot \sum_{i=1}^N U_{Na_i}^2 \cdot F_{S_i} =$$

$$A_1 \sum_{i=1}^N U_{Na_i}^2 \cdot F_{S_i}$$

$$q_2 = \sum_{i=1}^N q_{2i} = P = \sum_{i=1}^N P_i = A \cdot C_{CL} \sum_{i=1}^N U_{Na_i} \cdot F_{S_i} = A_2 \sum_{i=1}^N U_{Na_i} \cdot F_{S_i}$$

W praktyce najważniejsze jest zadanie optymalizacji ze wskaźnikiem q_1 . Wskaźnik jakości jest w obu przypadkach addytywny, a ograniczenia na sterowanie rozdzielone między aparatami. Jedynym ograniczeniem wiążącym sterowania różnych k.k.o. jest w/w ograniczenie równościowe na przepływ gazu dolnego.

Do rozwiązania zadania optymalnego rozdziału obciążeń można zastosować algorytm programowania dynamicznego lub też algorytm przyrostowy [1–3].

Jeśli funkcja wskaźnika jakości jest wklęsła, jak przy zastosowaniu równań na U_{Na} , jak w [2] i [3], to wówczas można zastosować prostszy algorytm przyrostowy. Jego działanie polega na tym, że przydziela się na wszystkie k.k.o. minimalne wartości sterowań, na ich dolnych ograniczeniach, a następnie przyrosty tych sterowań przydziela się na te aparaty, dla których przyrost wskaźnika jakości jest największy. Proces obliczeniowy kontynuuje się aż do osiągnięcia ograniczenia. Wyliczone tak sterowania należy ustawić na obiekcie.

W określonym, danym momencie czasowym, podczas rozwiązywania zadania rozdziału optymalnego, mierzone zakłócenia (poza T_B) mają wartości określone i jednakowe dla wszystkich k.k.o. Rozważmy przypadek jak w [3], kiedy k.k.o. różnią się między sobą T_B i czasem przebiegu w cyklu, czyli

$$T_{B_i} \neq T_{B_j} \quad \text{dla } i \neq j$$

oraz

$t_i \neq t_j$

dla $i \neq j$

Wówczas przy określonych zmierzonych zakłóceniach, wyrażenia na U_{Na} dla poszczególnych k.k.o. przyjmują postać:

$$U_{Na_i} = C_i + a_1 \cdot F_G + a_2 \cdot F_D + a_3 \cdot F_S = C_i + a \cdot u_i$$

Istnieją zależności wynikające z praktyki technologicznej redukujące wymiarowość zadania optymalizacji.

$$F_G = k_1 \cdot F_D$$

$$k_2 = \frac{G_C}{G_N} = \frac{\gamma \cdot C_G \cdot F_G + \gamma \cdot C_D \cdot F_D}{\beta_2 \cdot C_{NH_3} \cdot F_S}$$

gdzie: G_C = przepływ masowy 100% CO_2 przez k.k.o.

G_N = przepływ masowy amoniaku przez k.k.o.

β_2 - współczynnik liczbowy

γ - gęstość CO_2

a współczynniki k_1 i k_2 są określone przez technologów. Z powyższych wyrażeń mamy:

$$F_D = F_S \cdot \frac{k_2 \cdot \beta_2 \cdot C_{NH_3}}{\gamma (C_G \cdot k_1 + C_D)}$$

$$F_G = F_S \cdot \frac{k_1 \cdot k_2 \cdot \beta_2 \cdot C_{NH_3}}{\gamma (C_G \cdot k_1 + C_D)}$$

oraz jeśli oznaczyć

$$\alpha_1 = \frac{k_1 \cdot k_2 \cdot \beta_2 \cdot C_{NH_3}}{\gamma (C_G \cdot k_1 + C_D)}$$

$$\text{oraz } \alpha_2 = \frac{k_2 \cdot \beta_2 \cdot C_{NH_3}}{\gamma (C_G \cdot k_1 + C_D)}$$

to

$$F_D = F_S \cdot \alpha_2$$

$$F_G = F_S \cdot \alpha_1$$

a następnie

$$U_{Na_i} = C_i + F_S (a_1 \cdot \alpha_1 + a_2 \cdot \alpha_2 + a_3)$$

Jeśli oznaczyć $a_0 = a_1 \cdot \alpha_1 + a_2 \cdot \alpha_2 + a_3$

to

$$U_{Na_i} = C_i + a_0 \cdot F_{si}$$

gdzie $a_0 < 0$

3. Zagadnienie nieczułości na niedokładność pomiarów

Wskaźnik jakości q_1 z uwzględnieniem powyższego równania na U_{Na_i} przyjmuje postać:

$$q_1 = A_1 \cdot U_{Na_i}^2 \cdot F_{si} = A_1 \cdot (C_i + a_0 \cdot F_{si})^2 \cdot F_{si}$$

Algorytm przyrostowy dokonuje rozdziału resursów dając jednostkowy przyrost sterowania $\Delta F_S = 1$ na i -ty aparat, dzieląc go tam, gdzie przyrost wskaźnika jakości jest największy.

Badanie przyrostów wskaźnika jakości może naturalnie odbywać się przez porównanie przyrostów wielkości:

$$q_i = \frac{q_i}{A_1}$$

$$q_i = (C_i + a_0 U_i)^2 U_i \quad \text{gdzie oznaczono } F_{si} = U_i$$

$$dq_i = \frac{\partial q_i}{\partial U_i} \cdot dU_i \approx \frac{\partial q_i}{\partial U_i} \cdot \Delta U_i = \frac{\partial q_i}{\partial U_i} \cdot 1 = \frac{\partial q_i}{\partial U_i}$$

$$dq_i = \frac{\partial q_i}{\partial U_i} = C_i^2 + 4 C_i \cdot (a_0 U_i) + 3 (a_0 U_i)^2$$

Jak widać z tego wyrażenia, przyrosty wskaźników jakości poszczególnych aparatów są zależne od iloczynów sterowań i współczynników występujących przy tych sterowaniach w równaniach na wydajność jonu sodowego.

Taka sama sytuacja występuje i dla q_2 :

$$q_i = \frac{q_{2i}}{A_2} = U_{Na_i} \cdot F_{si} = (C_i + a_0 U_i) U_i$$

$$\frac{\partial q_i}{\partial U_i} = C_i + 2(a_0 U_i)$$

Wynika z tego wniosek dotyczący niezbędnej dokładności pomiarów sterowań:

jeśli stężenia i temperatury mediów są mierzone z dobrą dokładnością i współczynniki w równaniu regresyjnym na U_{Na} przy tych zmiennych są wyznaczone dokładnie, to rozdział optymalny będzie realizowany poprawnie mimo, że pomiary przepływów mediów — sterowań są obciążone błędem, a współczynniki w równaniu przy tych przepływach wyznaczone są nieprawidłowo.

Inaczej formułując, przy zadaniu rozdziału optymalnego nie jest istotne dokładne mierzenie przepływów — sterowań zarówno podczas identyfikacji jak też przy sterowaniu.

Przykład

Założmy, że pomiary przepływów F_G , F_D i F_S są nieprawidłowe, zawyżone lub zaniżone, a mierzone wartości są równe prawdziwym, oznaczonym gwiazdką, z różnymi współczynnikami tzn.:

$$F_D = \delta_2 \cdot F_D^*; \quad F_G = \delta_1 \cdot F_G^*; \quad F_S = \delta_3 \cdot F_S^*$$

gdzie:

$$\delta_j > 0$$

F_D , F_G , F_S — wartości mierzone

F_D^* , F_G^* , F_S^* — wartości prawdziwe

Założmy, że współczynniki w równaniu na U_{Na} zostały wyznaczone za pomocą zadawania przyrostów poszczególnych przepływów i mierzeniu uzyskanych przyrostów U_{Na} :

$$a_1 = \frac{\Delta U_{Na}}{\Delta F_G} = \frac{\Delta U_{Na}}{\delta_1 \cdot \Delta F_G^*} = \frac{1}{\delta_1} \cdot a_1^*$$

podobnie:

$$a_2 = \frac{1}{\delta_2} \cdot a_2^*$$

$$a_3 = \frac{1}{\delta_3} \cdot a_3^*$$

gdzie: a_1^* , a_2^* , a_3^* "prawdziwe" wartości tych współczynników.

Ponieważ

$$F_D^* = F_S^* \cdot \alpha_2$$

$$F_G^* = F_S^* \cdot \alpha_1$$

bowiem żądamy wartości α_2 i α_1 poprzez określenie k_1 i k_2 , to:

$$\begin{aligned} U_{Na_i} &= C_i + a_1 \cdot F_G + a_2 \cdot F_D + a_3 \cdot F_S = C_i + a_0 \cdot F_{Si} = C_i + a_0 \cdot U_i \\ &= C_i + \frac{1}{\delta_1} \cdot a_1^* \cdot \delta_1 \cdot F_{Gi}^* + \frac{1}{\delta_2} \cdot a_2^* \cdot \delta_2 \cdot F_{Di}^* + \frac{1}{\delta_3} \cdot a_3^* \cdot \delta_3 \cdot F_{Si}^* = \\ &= C_i + a_1^* \cdot F_{Si}^* \cdot \alpha_1 + a_2^* \cdot F_{Si}^* \cdot \alpha_2 + a_3^* \cdot F_{Si}^* = \\ &= C_i + (a_1^* \cdot \alpha_1 + a_2^* \cdot \alpha_2 + a_3^*) F_{Si}^* = C_i + a_0^* \cdot F_{Si}^* = C_i + a_0^* \cdot U_i^* \end{aligned}$$

Z powyższego wynika, że istotnie iloczyny współczynników przy sterowaniach i tych sterowań są równe iloczynom "prawdziwym".

Porównanie między sobą wyliczonych przyrostów wskaźnika jakości będzie więc prawidłowe i rozdział optymalny za pomocą algorytmu przyrostowego będzie dokonany poprawnie.

Można jeszcze rozważać przypadek kiedy współczynniki w równaniu na U_{Na} są wyznaczone poprawnie, natomiast podczas sterowania pomiary są zaniżone lub/i zawyżone i odwrotnie kiedy współczynniki są wyznaczone niepoprawnie, a pomiary podczas sterowania realizowane są poprawnie.

W pierwszym z tych przypadków rozdział optymalny będzie dokonywany również poprawnie, bowiem obliczeń dokonuje się bez związku z istniejącymi przepływami. Całkowity reśurs F_0 jest wyznaczony na podstawie istniejących pomiarów a wprowadzony do obliczeń zostanie rozdzielony zgodnie z pomiarem, a więc i wyznaczone sterowanie optymalne będzie odpowiadać rzeczywistym pomiarom. W drugim z tych przypadków, również rozdział optymalny będzie dokonany poprawnie, bowiem rozdzielona zostanie dobrze zmierzona wielkość reśursu F_0 , a sterowania będą wyznaczone zgodnie z pomiarami.

Zaniżenie lub zawyżenie współczynników jest równoważne zaniżeniu lub zawyżeniu sterowań w samym procesie obliczeniowym, co nie wpływa na poprawność rozdziału.

Literatura

- [1] Opyt primienienija wycislitel'noj tiehniky dlja uprawlenija sodowym proizvodstwom USSR. Kiew, 1970.
- [2] Awtomatizacija processow sodowo proizvodstwa. Izd.Chimia, 1975
- [3] R. Sawwa: Sterowanie optymalne kolumnami karbonizacyjnymi w procesie produkcji sody. 1982. PW.
- [4] E. A. Bierzin.: Optymalnoje raspriedielenie resursow i elementy sintieza sistiem. Moskwa. Sowiet'skoje Radio, 1974.