

prof. dr hab. inż. JERZY OWCZAREK

Instytut Maszyn Elektrycznych

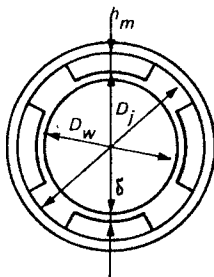
Politechnika Warszawska

Warszawa

OPTYMALNE WYKORZYSTANIE MAGNESÓW TRWAŁYCH W MASZYNACH ELEKTRYCZNYCH

Artykuł zawiera opracowanie artykułu G.A. Borisowa [3].
W artykule udowodniono, że rozpowszechnione mniemanie o optymalności doboru punktu pracy magnesu trwałego zgodnego z punktem maksymalnej energii magnesu nie jest słuszne w przypadku maszyn elektrycznych o wzbudzeniu magnetoelektrycznym. Ponadto podano sposób określenia celowości zamiany wzbudzenia elektromagnetycznego wzbudzeniem magnetoelektrycznym w maszynie o danym gabarycie.

Maszyna elektryczna z trwałymi magnesami może mieć minimalną objętość przy nie maksymalnym współczynniku energetycznego wykorzystania magnesu.



Rys. 1. Maszyna elektryczna z magnesami trwałymi usytuowanymi promieniowo w stojanie.

Rozpatrzmy przypadek maszyny elektrycznej z magnesami trwałymi usytuowanymi promieniowo w stojanie, jak na rys. 1. Proces przetwarzania energii w maszynie elektrycznej określa ilościowo moc elektromagnetyczna:

$$P_{em} = \frac{\pi^2}{60} \alpha \cdot n \cdot B_{\delta} \cdot A_w \cdot D_w^2 \cdot I_w \quad /1/$$

gdzie:

α — współczynnik wypełnienia podziałki biegunowej,

- n – prędkość obrotowa w obr/min,
 B_{δ} – indukcja w szczeliny,
 A_w – okład prądu wirnika,
 D_w i l_w – średnica zewnętrzna i idealna długość wirnika

Wykorzystanie maszyny jest tym lepsze im większa jest wartość P_{em} . Dla zapewnienia możliwości porównania wykorzystania maszyny z wykorzystaniem jej trwałych magnesów, należy powiązać P_{em} z wymiarem magnesu decydującym o sile magnetomotorycznej biegunów. Dla biegunów promieniotwórczych takim wymiarem jest h_m .

Analizę optymalnego wykorzystania magnesu jest wygodnie przeprowadzić przy wykorzystaniu wartości względnych jej wymiarów odniesionych do wymiaru ustalonej wartości wewnętrznej średnicy jarzma, $D_j = \text{const}$.

Zewnętrzną średnicę wirnika można wyrazić jako:

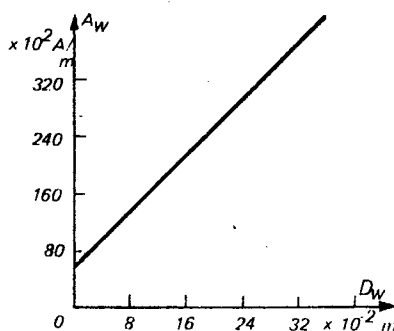
$$D_w = \frac{D_j}{(1 + 2\delta + 2h'_m)} \quad /2/$$

gdzie: $\delta' = \frac{\delta}{D_w}$, $h'_m = \frac{h}{D_w}$ wartości względne wielkości szczeliny i wysokości promieniowego magnesu.

Analizując zależności wykorzystania maszyny od wymiaru h_m możemy ustalić wartość l_w ze wzoru /1/. Przy zmianach wartości h_m i stałej wartości odniesienia D_j , średnica zewnętrzna wirnika D_w staje się wartością zmienną. Z doświadczeń omówionych w [3] wynika, że zależność okładu prądu A_w od średnicy D_w ujmuje przybliżony wzór:

$$A_w = 52 \cdot 10^3 + 9,61 \cdot 10^4 \cdot D_w \quad \text{A/m} \quad /3/$$

ilustrowany zależnością dla serii maszyn pokazaną na rys.2.



Rys. 2. Zależność okładu prądu A_w od średnicy D_w

Podstawiając wyrażenia /2/ i /3/ do /1/ można po przekształceniach otrzymać wyrażenie w postaci:

$$P_{em} = C \cdot f(h'_m) \quad /4/$$

gdzie: C — stała niezależna od parametrów magnesów trwałych.

W rozwinięciu:

$$P_{em} = \frac{\pi^2}{60} \alpha n l_w D_i^3 \left(\frac{52 \cdot 10^2}{D_j} + \frac{9,61 \cdot 10^4}{1 + 2\delta' + 2h'_m} \right) \frac{B_\delta}{(1 + 2\delta' + 2h'_m)^2} \quad /5/$$

Wzór /5/ wyraża zależność mocy elektromagnetycznej od podstawowego wymiaru h'_m magnesów promieniowych. Wartość B_δ wchodząca do wzoru jest również funkcją parametru względnego h'_m . Na podstawie [1] można otrzymać następujące równanie dla obliczania obwodów magnetycznych z trwałymi magnesami stabilizowanymi działaniem rozmagnesowującym końców biegunów:

$$\pi(1 - \epsilon_s) \epsilon_0 B_\delta^2 - \left[(1 - \epsilon_s) \epsilon_0 u + g'v \right] \frac{(1 - \epsilon_s) \epsilon_0 u + g'v}{\epsilon_0 u + g'v} B_\delta + uv \left[\frac{(1 - \epsilon_s) \epsilon_0 u + g'v}{\epsilon_0 u + g'v} \right]^2 = 0 \quad /6/$$

gdzie:

π , ϵ_0 , ϵ_s odpowiednio współczynniki wypukłości krzywej magnesowania, rozproszenia i stabilizacji magnesów trwałych,

g' — względny współczynnik powrotu;

u , v składowe o wymiarze indukcji wiążące charakterystyki magnetyczne trwałych magnesów z geometrycznymi i fizycznymi parametrami obwodu magnetycznego.

Dla maszyn o promieniowych magnesach:

$$u = \mu_0 \cdot H_c \left(\frac{h'_m}{k_n} - k_\delta \delta' \right) \quad /6a/$$

$$v = B_r (1 + 2\delta') \left(-\frac{l'_m}{l_w} \right) \quad /6b/$$

gdzie:

H_c , B_r siła koercji i indukcja remanencji magnesów trwałych,

$\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$ H/m przenikalność magnetyczna próżni,

l_m — długość wzdłuż osi maszyny promieniowego magnesu,

l'_m , l'_w odpowiednie wartości względne odniesione do D_w ,

k_n , k_δ — współczynniki nasycenia i szczeliny powietrznej.

Wzory dla określenia ϵ_0 i ϵ_s są podane w [2]. Jak wynika z /4/ maksimum P_{em} otrzymuje się przy maksimum $f(h'_m)$. Dla określenia tego maksimum należy poszukiwać ekstremalnych wartości w układzie równań /5/, /6/, /6a/, /6b/ z uwzględnieniem rozwiniętych wzorów na ϵ_0 i ϵ_s .

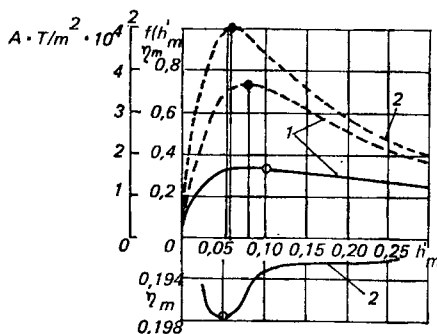
Jednakże ze względu na znaczne skomplikowanie takiego postępowania charakter funkcji $f(h'_m)$ wyjaśnimy na konkretnym przykładzie rozpatrzenia celowości zastąpienia wzbudzenia elektromagnetycznego seryjnej maszyny prądu stałego T161 o wzbudzeniu promieniowymi magnesami trwałymi ze stołu OHK35T5 o parametrach: $H_c = 110000$ A/m, $B_r = 0,75$ T; $\pi = 0,735$; $g \approx 1$; $\alpha = 0,745$.

Przy czym zamiana wzbudzenia zakłada się przy zachowaniu gabarytów maszyny T161:

$$D_i = 35,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}; \quad l_w = 10,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}.$$

Na rysunku 3 pokazano krzywe 1 wykresu funkcji $f(h'_m)$ otrzymane dla rozpatrywanego przypadku silnika z równań /5/, /6/, /6a/, /6b/ i wyrażeń określających ϵ_0 i ϵ_s . Uwzględniając dane maszyny

Π61 wartości poszczególnych parametrów potrzebnych do obliczeń określono jako: $\alpha = 0,65$; $2p = 4$; $\delta' = 0,008$; $k_n \cdot k_\delta = 1,5$; $l'_m = l'_m = (1 + 2\delta' + 2 h'_m) \frac{w}{D_j} = 0,296 (1,016 + 2 h'_m)$.



Rys. 3. Krzywe wykresu funkcji: $f = f(h'_m)$ — krzywa 1; $\eta = f(h'_m)$ — krzywe 2; — dla magnesów stabilizowanych; --- dla magnesów niestabilizowanych (we wzorze (6) wartość $\zeta_s = 0$).

Krzywe 2 na rys. 3 ilustrują zależność współczynnika wykorzystania promieniowych magnesów od ich stosunkowej wysokości. Współczynnik wykorzystania magnesów przyjęto równy:

$$\eta_m = \frac{H'_m B'_m}{(H' B')_{\max}} \quad (7)$$

gdzie współrzędne H'_m , B'_m punktu pracy magnesu określono jako: $H'_m = \frac{B_\delta}{u}$, $B'_m = \frac{\zeta_0 B_\delta}{v}$;

$(H' B')_{\max}$ iloczyn współrzędnych punktu o absolutnym maksimum energii, dla materiału ЮНбК35Т5 wartość $(H' B')_{\max} = 0,436$.

Z rysunku 3 wynika, że przy zmianach wysokości względnej magnesów promieniowych przy stałej wartości średnicy wewnętrznej jarzma maszyny, funkcja $f(h'_m)$, a tym samym moc elektromagnetyczna wykazują maksimum zarówno w przypadku niestabilizowanych, jak i stabilizowanych magnesów.

W rozpatrywanym przypadku, przy wzbudzeniu maszyny stabilizowanymi magnesami, maksimum występuje przy wysokości względnej 0,1; niestabilizowanymi — 0,08.

Z rysunku 3 wynika również, że przy obydwu stanach pracy magnesu — niestabilizowanych i stabilizowanych — maksimum funkcji $f(h'_m)$ i krzywych wykorzystania magnesów nie występują jednocześnie (przy tym samym h'_m): dla stabilizowanych maksima te wypadają dla h'_m wynoszących odpowiednio 0,1 i 0,05 (krzywa pod osią odciętych); dla niestabilizowanych — 0,08 i 0,0575. Tak więc, w obydwu przypadkach rozpatrywanego przykładu maksymalną moc elektromagnetyczną otrzymuje się nie przy maksymalnym wykorzystaniu trwałych magnesów.

Z krzywej $f(h'_m)$ można wnioskować o celowości zamiany wzbudzenia elektromagnetycznego maszyny na magnetoelektryczne, mającej miejsce wtedy, gdy moc elektromagnetyczna odpowiadająca maksimum funkcji $f(h'_m)$ jest równa lub większa od mocy elektromagnetycznej przy wzbudzeniu elektromagnetycznym.

W przypadku przykładowego silnika ТГ61 maksymalna moc elektromagnetyczna przy wzbudzeniu stabilizowanymi promieniowymi magnesami o wysokości względnej $h'_m = 0,1$ wynosi 12,5 kW. Moc elektromagnetyczna przy wzbudzeniu elektromagnetycznym — 11,7 kW. Zamiana wzbudzenia jest więc celowa. Wartości parametrów konstrukcyjnych i obliczeniowych przy obydwu rodzajach wzbudzenia są następujące:

Jednakowe: $D_j = 35,5 \cdot 10^{-2}$ m; $l_w = 10,5 \cdot 10^{-2}$ m; $n = 1500 \text{ min}^{-1}$; $2p = 4$; $\alpha = 0,65$.

Różne:

	Wzbudzenie	
	elektromagnetyczne	magnetoelektryczne
D_w [m]	$19,5 \cdot 10^{-2}$	$29,2 \cdot 10^{-2}$
h_m [m]	$7,85 \cdot 10^{-2}$	$2,92 \cdot 10^{-2}$
S [m]	$0,15 \cdot 10^{-2}$	$0,23 \cdot 10^{-2}$
A_w [$\frac{A}{m}$]	23700	33260
B [T]	0,77	0,262
P_{em} [W]	11700	12450

Gdyby do wzbudzenia tej maszyny udało się wykorzystać niestabilizowane promieniowe magnesy, to z gabarytu silnika ТГ61 można byłoby uzyskać moc magnetoelektryczną 27350 W, a więc przewyższającą 2,34 krotnie moc przy wzbudzeniu elektromagnetycznym. Tej mocy odpowiada względna wysokość magnesów 0,0575.

Przykład obliczenia P_{em} w załączniku.

Wnioski

1. W maszynach elektrycznych o promieniowych magnesach trwałych istnieje optymalna wartość względnej wysokości magnesów zapewniająca uzyskanie maksimum mocy elektromagnetycznej.
2. Dla najlepszego wykorzystania magnesów trwałych w maszynach elektrycznych nie zawsze jest celowe dążenie do pracy przy $(BH)_{max}$ — maksymalnej energii magnetycznej magnesu.

Załącznik

Obliczanie maksymalnej mocy elektromagnetycznej maszyny z promieniowymi magnesami trwałymi.

Dane wyjściowe: $D_j = 35,5 \cdot 10^{-2}$ m; $l_w = 10,5 \cdot 10^{-2}$ m; $2p = 4$; $\alpha = 0,65$; $k_n \cdot k_\delta = 1,5$;

$\delta = 0,008$; magnesy z ЮНДК35Т5 o charakterystykach $H_c = 110000 \text{ A/m}$; $B_r = 0,75 \text{ T}$; $\gamma = 0,735$;

$\delta' = 0,265$. Zakłada się szereg wartości wysokości względnej magnesu h'_m : 0,025; 0,05; 0,075; 0,1;

0,15; 0,2; 0,3 i dla każdej oblicza się wartość funkcji $f(h'_m)$. Rozpatrzymy obliczenie tej funkcji dla $h'_m = 0,1$, względna długość (rdzenia) wirnika odpowiadająca $h'_m = 0,1$:

$$l'_m = l'_m = (1 + 2\delta' + 2h'_m) \frac{l_w}{D_j} = (1 + 2 \cdot 0,008 + 2 \cdot 0,1) \frac{10,5 \cdot 10^{-2}}{35,5 \cdot 10^{-2}} = 0,36$$

współczynnik rozproszenia zgodnie z [2]

$$\zeta_0 = 1 + \frac{4p \cdot k_n \cdot k_g \cdot \delta'}{\pi \alpha l'_w} \left[\frac{2}{\pi} l_m - \frac{\alpha}{p} (1 + 2\delta' + h'_m) \right] = 1 + \frac{4 \cdot 2 \cdot 1,5 \cdot 0,008}{\pi 0,65 \cdot 0,36} \left[\frac{2}{\pi} 0,36 + \right. \\ \left. + \frac{0,65}{2} (1 + 2 \cdot 0,008 + 0,1) \right] = 1,077$$

współczynnik stabilizacji

$$\zeta_s = \frac{1}{\zeta_0} \left(1 - \frac{4p \cdot k_n \cdot k_g \cdot \delta'}{\pi \alpha} \cdot \frac{l'_m}{l'_w} k_\lambda \right) = \frac{1}{1,077} \left(1 - \frac{4 \cdot 2 \cdot 1,5 \cdot 0,008}{\pi 0,65} \cdot \frac{0,36}{0,36} \cdot 1,034 \right) = 0,883$$

zgodnie z [2] przy $2p = 4$ $k_\lambda = 1,034$

składowe T

$$u = \mu_0 \cdot H_c \cdot \frac{h'_m}{k_n \cdot k_g \cdot \delta'} = 4\pi 10^{-7} \cdot 110000 \cdot \frac{0,1}{1,5 \cdot 0,008} = 1,15$$

$$v = B_r (1 + 2\delta') \cdot \frac{l'_m}{l'_w} = 0,75 (1 + 2 \cdot 0,008) \cdot \frac{0,36}{0,36} = 0,762$$

na podstawie równania /6/ określamy wartość indukcji w szczeliny powietrznej

$$0,735 (1 - 0,883) \cdot 1,077 B_s^2 - \left[(1 - 0,883) \cdot 1,077 \cdot 1,15 + 0,762 \right] \cdot \frac{(1 - 0,883) \cdot 1,077 \cdot 1,15 + 0,625 \cdot 0,762}{2 \cdot 1,077 \cdot 1,15 + 0,265 \cdot 0,762} \\ B_s + 1,15 \cdot 0,762 \cdot \left[\frac{(1 - 0,883) \cdot 1,077 \cdot 1,15 + 0,265 \cdot 0,762}{1,077 \cdot 1,15 + 0,265 \cdot 0,762} \right] = 0$$

z tego równania $B_s = 0,262$ T

na podstawie równań /4/ i /5/ obliczamy wartość funkcji $f(h'_m)$ w $A \cdot T/m^2$

$$f(h'_m) = \left(\frac{52 \cdot 10^{-2}}{35,5 \cdot 10^{-2}} + \frac{9,61 \cdot 10^4}{1 + 2 \cdot 0,008 + 2 \cdot 0,1} \right) \cdot \frac{0,262}{(1 + 2 \cdot 0,008 + 2 \cdot 0,1)^2} = \\ = 1,66 \cdot 10^4 \text{ A} \cdot T/m^2$$

Dla podanych wyżej wartości h'_m otrzymuje się wartości $f(h'_m)$ odpowiednio: $1,212 \cdot 10^4$; $1,515 \cdot 10^4$; $1,632 \cdot 10^4$; $1,66 \cdot 10^4$; $1,625 \cdot 10^4$; $1,526 \cdot 10^4$; $1,282 \cdot 10^4$ $A \cdot T/m^2$ stanowiące podstawę wykreślenia ciągłej linii 1 na rys. 3, wg której określa się maksimum $f(h'_m)$ i odpowiadającą jej wartość wysokości magnesu h'_m . Z rysunku 3 wynika $f(h'_m)_{\max} = 1,66 \cdot 10^4$ $A \cdot T/m^2$ i odpowiednio $h'_m = 0,1$ zewnętrzna średnica wirnika przy optymalnej wysokości magnesu $h'_m = 0,1$

$$D_w = \frac{D_j}{1 + 2\delta' + 2h'_m} = \frac{35,5 \cdot 10^{-2}}{1 + 2 \cdot 0,008 + 2 \cdot 0,1} = 29,2 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

optymalna wysokość promieniowego magnesu:

$$h_m = h'_m \cdot D_w = 0,1 \cdot 29,2 \cdot 10^{-2} = 2,92 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

jednostronna szczelina powietrzna:

$$\delta = \delta' D_w = 0,08 \cdot 29,2 \cdot 10^{-2} = 0,23 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

przy uwzględnieniu wzoru /3/ obład prądu wirnika A/m

$$A_w = 5,2 \cdot 10^3 + 9,61 \cdot 10^4 \cdot 29,2 \cdot 10^{-2} = 33260 \text{ A/m}$$

maksymalna moc elektromagnetyczna

$$P_{em(max)} = \frac{\pi^2}{60} \alpha_n \cdot I_w \cdot D_j^3 f(h'_m)_{max} = \frac{\pi^2}{60} 0,65 \cdot 1500 \cdot 10,5 \cdot 10^{-2} \cdot (35,5 \cdot 10^{-2})^3$$

$$1,66 \cdot 10^4 \approx 12500 \text{ W}$$

współrzędne punktu pracy promieniowego magnesu przy maksymalnej mocy elektromagnetycznej:

$$H'_m = \frac{B_\delta}{u} = \frac{0,262}{1,15} = 0,228$$

$$B'_m = \epsilon_0 \frac{B_\delta}{v} = 1,077 \cdot \frac{0,262}{0,762} = 0,37$$

Literatura

- [1] Bertinow A.I.: Awiacionnyje elektriceskije generatory. Oborongiz 1959.
- [2] Borisow G.A.: O rasczotie elektriceskich maszin s magnitami stabilizowanymi razmagnicziwajuszczim dejstwijem koncow polusow. Elektromaszinnnye elementy awtomatiki. LIAP, 1977.
- [3] Borisow G.A.: Optimalnoje ispolzowanije postojannyh magnitow w elektriceskich maszinach, Elektrotehnika, nr 8, 1981.