

DYNAMIKA SILNIKA SKOKOWEGO TYPU EDS W ZAKRESIE POJEDYNCZEGO SKOKU

W artykule przeanalizowano wpływ niestabilnych stanów elektrycznych w uzwojeniach silnika skokowego typu EDS na wartość momentu rozwijanego przez silnik podczas pracy w zakresie pojedynczego skoku.

Jednym z zastosowań napędów z silnikami skokowymi w mechanizmach precyzyjnych jest praca w zakresie małych przesunięć kątowych, charakteryzująca się wykonywaniem przez silnik jednego lub kilku skoków. Właśnie możliwość wykorzystania nominalnego skoku silnika dla uzyskania małego ruchu kątowego, bez konieczności stosowania przekładni, przy możliwości cyfrowego sterowania jest jedną z zalet napędu z silnikiem skokowym. W reluktancyjnych reduktorowych silnikach skokowych można uzyskać skok nominalny rzędu kilku stopni, co umożliwia stosowanie ich w mechanizmach pozycjonujących, pracujących w zakresie małych przesunięć. Przy zastosowaniu w urządzeniach peryferyjnych EMC oraz urządzeniach techniki biurowej szczególnie interesujące są silniki reluktancyjne, mające większą odporność na czynniki zewnętrzne oraz trwałość niż silniki z magnesami trwałymi [3].

Charakterystyczną cechą pracy start-stopowej silnika skokowego są drgania wirnika po wykonaniu skoku. Silniki reluktancyjne charakteryzują się dużą wartością stosunku momentu synchronizującego do momentu bezwładności wirnika, co umożliwia uzyskiwanie dużych przyspieszeń. Czas wykonania skoku jest krótki, jednak pozycjonowaniu towarzyszą silne drgania. W silnikach typu EDS drgania te trwają nawet kilkakrotnie dłużej niż ruch wirnika do położenia równowagi stabilnej. Wyeliminowanie drgań układu skracza czas pozycjonowania, określany zwykle w mechanizmach pracujących start-stopowo, jako suma czasu ruchu i czasu wytłumienia drgań po ruchu do określonej wartości amplitudy. Duże znaczenie przy eliminacji drgań ma optymalizacja parametrów konstrukcyjnych układu mechanicznego obciążającego silnik. Często jednak istnieje konieczność tłumienia drgań. Obok znanych mechanicznych metod tłumienia drgań, powodujących wzrost momentu bezwładności obciążenia, niekorzystny przy wymaganym dla silników skokowych znamionowym momencie bezwładności obciążenia równym połowie momentu bezwładności wirnika [4], istnieją metody tłumienia drgań przez specjalne sterowanie pracą silnika. Jedną z nich jest hamowanie wirnika przez włączenie poprzednio zasilanej fazy. Przy pracy silnika w zakresie dwóch lub kilku skoków, jedną z prostszych metod jest odpowiednie ustalenie odstępu czasu między dwoma ostatnimi impulsami sterującymi [1]. Ta ostatnia metoda jest szczególnie wygodna, gdyż nie wymaga specjalnego sterownika.

Przy zastosowaniu w napędzie silników typu EDS powstają jednak znaczne trudności z wykorzystaniem powyższych metod w otwartych układach sterowania, ze względu na małą powtarzalność parametrów ruchu w różnych fazach cyklu komutacji. W praktycznych rozwiązaniach przy trudnościach w teoretycznym wyznaczeniu parametrów ruchu w zakresie pojedynczego skoku, konieczne jest przeprowadzanie badań.

Jednostojanowe reluktancyjne reduktorowe silniki typu EDS mają rozłożone w żłobkach uzwojenie czterofazowe. Uzwojenia każdej z faz zasilane prądem stałym wytwarzają symetrycznie na obwodzie maszyny dwa różnoimienne bieguny magnetyczne. Uzwojenia kolejnych faz A, B, C i D położone

obok siebie wytwarzają jednoimienne bieguny magnetyczne. Równania opisujące stan dynamiczny układu napędzanego silnikiem skokowym mają następującą postać:

$$u_k = R_k i_k(t) + \frac{d(\psi_k)}{dt}$$

$$I \ddot{\theta} + M_{ob} = M_{em}(t)$$

/ 1 /

gdzie:

u_k — wartość napięcia na fazie k ($u_k = U$ lub $u_k = 0$),

R_k — rezystancja k -tej fazy, zakładamy $R_k = R$ dla każdej z faz,

$i_k(t)$ — wartość chwilowa prądu w k -tej fazie,

ψ_k — strumień skojarzony k -tej fazy,

I — suma momentu bezwładności wirnika i zredukowanego na wał wirnika momentu bezwładności obciążenia,

M_{ob} — moment obciążenia,

$M_{em}(t)$ — wartość chwilowa momentu elektromagnetycznego,

θ — elektryczny kąt niezgodności położenia wirnika względem stojana,

Przy nienasyconym obwodzie magnetycznym oraz przy zaniedbaniu zależności indukcyjności od wartości chwilowych prądu — można traktować strumienie skojarzone uzwojeń fazowych, jako liniowe funkcje prądów [2], wtedy:

$$\psi_k(\theta, i_k, i_j) = L_{kk}(\theta) i_k + \sum_{\substack{j=1 \\ k \neq j}}^m L_{kj}(\theta) i_j$$

/ 2 /

gdzie:

L_{kk} — indukcyjność własna k -tej fazy,

L_{jk} — indukcyjność wzajemna faz j i k ,

m — liczba faz.

Zaniedbując ferromagnetyczne części obwodu magnetycznego i permeancje dróg rozpręśnienia, permeancja dla strumienia wzbudzonego przez uzwojenie n -tej cewki fazowej jest funkcją sinusoidalną i po odrzuceniu wyższych harmonicznych otrzymujemy:

$$\Lambda_n = \Lambda_0 + \Lambda_1 \cos\left[\theta - \left(\frac{\pi}{m}\right)(n-1)\right]$$

/ 3 /

gdzie:

Λ_0 — składowa stała permeancji

Λ_1 — amplituda podstawowej harmonicznej permeancji

Jeżeli każda z cewek, z których składa się uzwojenie fazy [5], ma w zwojów, to zgodnie z wyrażeniami na indukcyjności własne i wzajemne uzwojeń, których cewki obejmują określone strefy fazowe [2], wyrażenia na indukcyjności faz są następujące:

$$L_{k,k} = L_0 + L_1 \cos\left[\theta - (2k-1)\frac{\pi}{4}\right]$$

$$L_{k,k+1} = L_{k+1,k} = L_2 + L_3 \cos\left(\theta - k\frac{\pi}{2}\right)$$

$$L_{k,k+2} = L_{k+2,k} = 0$$

$$L_{k,k+3} = L_{k+3,k} = L_2 - L_3 \cos\left(\theta - k\frac{\pi}{2}\right)$$

/ 4 /

$$L_0 = 12 \Lambda_0 w^2$$

$$L_1 = 4 \Lambda_1 \left(2 + \cos\frac{\pi}{4}\right) w^2$$

$$L_2 = 2 \Lambda_0 w^2$$

$$L_3 = 2 \Lambda_1 w^2$$

Moment elektromagnetyczny można wyznaczyć z następujących wyrażen [2] :

$$M_{em} = z \frac{dW_e}{d\theta} \quad /5/$$

$$W_e = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^m \psi_k^i k \quad /6/$$

gdzie:

W_e — energia elektromagnetyczna układu

z — liczba zębów wirnika

Przy zasilaniu silnika ze sterownika zalecanego przez producenta można stwierdzić, że czas narastania prądów w uzwojeniach fazowych, przy wykonywaniu pojedynczego skoku można porównać z czasem uzyskania przez wirnik maksymalnego wychylenia po przekroczeniu położenia równowagi stabilnej (przy małym obciążeniu silnika). Układ równań /1/ można rozwiązać, przy określonych parametrach układu obciążającego wirnik, w sposób przybliżony metodami numerycznymi. W przypadku ogólnym zachowanie układu można przeanalizować rozważając trzy etapy po przełączeniu zasilania uzwojeń w dowolnej fazie cyklu komutacji:

1. Rozruch — wirnik wraz z obciążającym go mechanizmem pozostaje w spoczynku.
2. Ruch do położenia maksymalnego wychylenia po przekroczeniu położenia równowagi stabilnej — wirnik wraz z obciążającym go układem porusza się pod wpływem momentu elektromagnetycznego o wartości wynikającej z chwilowych wartości prądów w czasie tego ruchu.
3. Drgania — wirnik wraz z obciążeniem wykonuje drgania tłumione wokół położenia równowagi stabilnej.

W fazie rozruchu dla ustalonego θ układy równań równowagi elektrycznej nie są identyczne dla kolejnych taktów komutacji. Szacując dla silnika typu EDS $\frac{M}{M_0} = 0,3 \div 0,4$ [2] można, zgodnie z wyrażeniami /4/ zaniedbać podstawową harmoniczną indukcyjności wzajemnej faz, jako wartość znacznie mniejszą od L_0 , L_1 i L_2 . Przyjmując dalej kolejno dla fazy A: $k = 1$, B: $k = 2$ itd., dla θ ustalonego — określonego warunkami początkowymi przed przełączeniem zasilania uzwojeń, rozwiązania układu równań /4/ prowadzi do następujących wyrażań na wartości chwilowe prądów w czasie rozruchu:

$$i_A (CD \nearrow BC) = i_D (AB \nearrow BC) = I [r - (a+b)e + (c-d)f]$$

$$i_B (CD \nearrow BC) = i_C (AB \nearrow BC) = I [1 - s + (a+b)e + (c-d)f]$$

$$i_C (CD \nearrow BC) = i_B (AB \nearrow BC) = I \left(1 + r + \frac{be}{2} + \frac{df}{2} \right)$$

$$i_D (CD \nearrow BC) = i_A (AB \nearrow BC) = I \left(s + \frac{be}{2} - \frac{df}{2} \right)$$

$$i_A (AB \nearrow AD) = i_D (CD \nearrow AD) = I [1 + r - (a+b)e + (c-d)f]$$

$$i_B (AB \nearrow AD) = i_C (CD \nearrow AD) = I [s - (a+b)e - (c-d)f]$$

$$i_C (AB \nearrow AD) = i_B (CD \nearrow AD) = I \left(r + \frac{be}{2} + \frac{df}{2} \right)$$

$$i_D (AB \nearrow AD) = i_A (CD \nearrow AD) = I \left(1 - s - \frac{be}{2} + \frac{df}{2} \right) \quad /7/$$

$$i_A (BC \nearrow AB) = i_D (BC \nearrow CD) = I [1 - s + \frac{be}{2} + (c-d)f]$$

$$i_B (BC \nearrow AB) = i_C (BC \nearrow CD) = I [1 + r + (a+b)e + \frac{df}{2}]$$

$$i_C (BC \nearrow AB) = i_B (BC \nearrow CD) = I [s + (a+b)e - \frac{df}{2}]$$

$$i_D (BC \nearrow AB) = i_A (BC \nearrow CD) = I [-r + \frac{be}{2} - (c-d)f]$$

$$i_A (AD \nearrow AB) = i_D (AD \nearrow CD) = I [1 + r - \frac{be}{2} + (c-d)f]$$

$$i_B (AD \nearrow AB) = i_C (AD \nearrow CD) = I [1 - s - (a+b)e + \frac{df}{2}]$$

$$i_C (AD \nearrow AB) = i_B (AD \nearrow CD) = I \left[-r - (a+b)e - \frac{df}{2} \right]$$

$$i_D (AD \nearrow AB) = i_A (AD \nearrow CD) = I \left[s - \frac{be}{2} + (c-d)f \right]$$

Wprowadzono tu wskaźnik fazy komutacji i tak $CD \nearrow BC$ oznacza przełączenie zasilania z fazy CD na BC, $AB \nearrow BC$ oznacza przełączenie zasilania z fazy AB na BC itd.

$$I = \frac{U}{R}$$

$$a, c = \frac{L_2}{2\sqrt{\frac{L_1^2}{2} \pm \sqrt{2} L_1 L_2 + 2L_2^2}}$$

$$b, d = \frac{L_1}{4\sqrt{\frac{L_1^2}{2} \pm \sqrt{2} L_1 L_2 + 2L_2^2}}$$

$$e = \exp \lambda_1 t - \exp \lambda_2 t$$

$$f = \exp \lambda_3 t - \exp \lambda_4 t$$

$$r, s = \frac{1}{4} (\exp \lambda_1 t + \exp \lambda_2 t \mp \exp \lambda_3 t \mp \exp \lambda_4 t)$$

$$\lambda_1, \lambda_2 = -\frac{R}{L_0} \left(1 \mp \sqrt{\frac{L_1^2}{2L_0^2} + \frac{\sqrt{2} L_1 L_2}{L_0^2} + 2\frac{L_2^2}{L_0^2}} \right)$$

$$\lambda_3, \lambda_4 = -\frac{R}{L_0} \left(1 \mp \sqrt{\frac{L_1^2}{2L_0^2} - \frac{\sqrt{2} L_1 L_2}{L_0^2} + 2\frac{L_2^2}{L_0^2}} \right)$$

Tak więc, w czasie rozruchu, został przeanalizowany wpływ niesymetrii obwodu magnetycznego, związany z konstrukcją silników typu EDS, na chwilowe wartości prądów po przełączeniu zasilania uzwojeń. Uzyskane wyrażenia opisujące wartości chwilowe prądów różnią się dla kolejnych taktów komutacji przy ruchu wirnika w jedną stronę. $\frac{L_1}{L_0}$ Przy oszacowanym wcześniej stosunku $\frac{L_1}{L_0}$ można przyjąć, że $\frac{L_1}{L_0} \approx 0,3$ oraz $\frac{L_2}{L_0} \approx 0,1$, wtedy rozważając ruch układu do nowego położenia równowagi stabilnej, można, zaniedbując sprzężenie magnetyczne między fazami, przeanalizować wpływ ruchu układu na wartości chwilowe prądów. Zakładamy ponadto, że wirnik porusza się w tym etapie pod wpływem momentu o wartości wynikającej z nieustalonych wartości prądów ruchem drgającym o częstotliwości ω .

Przyjmujemy następujące oznaczenia prądów:

i_c – prąd w fazie zasilanej przed i po przełączeniu zasilania uzwojeń

i_o – prąd w fazie nie zasilanej w opisywanym cyklu komutacji

i_z – prąd w fazie zasilanej przed przełączeniem zasilania

i_n – prąd w fazie zasilanej po przełączeniu zasilania

$$\theta = \theta_0 \cos \omega t$$

θ_0 — początkowa amplituda, równa iloczynowi wartości skoku nominalnego silnika i liczby zębów wirnika z

Rozwijając funkcje $\sin$ i $\cos$ w szeregi i uwzględniając tylko pierwsze składniki rozwinięcia otrzymujemy równania opisujące strumienie skojarzone uzwojeń:

$$\frac{d\psi(i_z)}{dt} = -R \frac{\psi(i_z)}{L_0 - \frac{L_1}{\sqrt{2}} + \left(\frac{L_1}{\sqrt{2}}\right)\theta_0 \cos \omega t}$$

$$\frac{d\psi(i_n)}{dt} = -R \frac{\psi(i_n)}{L_0 + \frac{L_1}{\sqrt{2}} - \left(\frac{L_1}{\sqrt{2}}\right)\theta_0 \cos \omega t}$$

$$\frac{d\psi(i_c)}{dt} = -R \frac{\psi(i_c)}{L_0 + \frac{L_1}{\sqrt{2}} + \left(\frac{L_1}{\sqrt{2}}\right)\theta_0 \cos \omega t}$$

$$\frac{d\psi(i_o)}{dt} = -R \frac{\psi(i_o)}{L_0 - \frac{L_1}{\sqrt{2}} - \left(\frac{L_1}{\sqrt{2}}\right)\theta_0 \cos \omega t}$$

Rozwiązanie równań /8/ umożliwia wyznaczenie prądów w czasie ruchu wirnika po przełączeniu zasilania uzwojeń:

$$i_z = I \frac{L_0 - \frac{L_1}{\sqrt{2}} + \left(\frac{L_1}{\sqrt{2}}\right)\theta_0}{L_0 - \frac{L_1}{\sqrt{2}} + \left(\frac{L_1}{2}\right)\theta_0 \cos \omega t}$$

$$\exp \left[-\frac{2R}{\omega} \frac{\arctg \frac{L_0 - \frac{L_1}{\sqrt{2}} - \left(\frac{L_1}{\sqrt{2}}\right)\theta_0}{L_0 - \frac{L_1}{\sqrt{2}} + \left(\frac{L_1}{\sqrt{2}}\right)\theta_0} \cdot \operatorname{tg} \omega \frac{t_z}{2}}{\sqrt{\left(L_0 - \frac{L_1}{\sqrt{2}}\right)^2 - \left[\left(\frac{L_1}{\sqrt{2}}\right)\theta_0\right]^2}} \right]$$

$$\text{Zakładając } \frac{L_0 - \frac{L_1}{\sqrt{2}} - \frac{L_1}{\sqrt{2}} \theta_0}{L_0 - \frac{L_1}{\sqrt{2}} + \frac{L_1}{\sqrt{2}} \theta_0} \approx 1 \text{ oraz uwzględniając pierwszy składnik rozwinięcia w szeregu}$$

funkcji arc tg otrzymuje się:

$$i_z = I \frac{L_0 - \frac{L_1}{\sqrt{2}} + \left(\frac{L_1}{\sqrt{2}}\right) \theta_0}{L_0 - \frac{L_1}{\sqrt{2}} + \left(\frac{L_1}{\sqrt{2}}\right) \theta_0 \cos \omega t} \exp \left[- \frac{Rt}{\sqrt{\left(L_0 - \frac{L_1}{\sqrt{2}}\right)^2 - \left[\left(\frac{L_1}{\sqrt{2}}\right) \theta_0\right]^2}} \right]$$

$$i_n = I \frac{L_0 + \frac{L_1}{\sqrt{2}} - \left(\frac{L_1}{\sqrt{2}}\right) \theta_0}{L_0 + \frac{L_1}{\sqrt{2}} - \left(\frac{L_1}{\sqrt{2}}\right) \theta_0 \cos \omega t} \left\{ 1 - \exp \frac{-Rt}{\left(L_0 + \frac{L_1}{\sqrt{2}}\right)^2 - \left[\left(\frac{L_1}{\sqrt{2}}\right) \theta_0\right]^2} \right\} \quad /10/$$

$$i_c = I \frac{L_0 + \frac{L_1}{\sqrt{2}} + \left(\frac{L_1}{\sqrt{2}}\right) \theta_0}{L_0 + \frac{L_1}{\sqrt{2}} + \left(\frac{L_1}{\sqrt{2}}\right) \theta_0 \cos \omega t}$$

$$i_o = 0$$

Uzyskane wyrażenia opisujące wartości chwilowe prądów umożliwiają wyznaczenie wartości chwilowe go momentu elektromagnetycznego silnika w tym etapie ruchu, są jednak na tyle skomplikowane, że uniemożliwiają obrazową analizę parametrów opisujących ruch układu. Zakładając jednak, że podobnie jak w etapie rozruchu, po oszacowaniu stosunków $\frac{L_1}{L_0}$ oraz $\frac{L_2}{L_0}$ można zaniedbać wyrazy z L_1 i L_2 w wyrażeniach opisujących prądy. Uzyskuje się wówczas następujące wyrażenie na chwilowy moment elektromagnetyczny:

$$M_{em}(t) = M \left[-\sin \theta (1 - e^{-\lambda t}) + 1 \cos \theta e^{-\lambda t} \right] \quad /11/$$

$k = 1$ przy przełączaniu BC/AB, CD/BC, AD/CD, AB/BC, BC/CD, CD/DA,

$$-k = \frac{(L_1 - \sqrt{2}L_3)}{(L_1 + \sqrt{2}L_3)} \text{ przy przełączaniu AB/AD, CD/AD,}$$

$l = 1$ przy BC/AB, CD/BC, AB/AD,

$l = -1$ przy AB/BC, BC/CD, CD/DA,

$$l = \frac{(L_1 - \sqrt{2}L_3)}{(L_1 + 2L_3)} \text{ przy AD/CD,}$$

$$l = -\frac{(L_1 - \sqrt{2}L_3)}{(L_1 + \sqrt{2}L_3)} \text{ przy przełączaniu AD/AB}$$

$$M = \sqrt{2} z^2 l^2 (L_1 + \sqrt{2}L_3)$$

$$\lambda = \frac{R}{L_0}$$

Tak więc, dla analizowanych dwóch etapów po przełączeniu zasilania uzwojeń, można dla silników typu EDS zaniedbać siły elektromotoryczne rotacji, co znane jest z literatury [3], jednak w wyrażeniu (11) zostały uwzględnione przez współczynniki k i l charakterystyczne dla silników typu EDS sprzężenia magnetyczne między fazami i ich wpływ na wartość momentu. Tą inną wartość momentu przy zasilaniu faz A i D można łatwo potwierdzić eksperymentalnie mierząc okres drgań własnych wirnika przy zasilaniu tych faz. Należy również podkreślić to, że wobec występowania w wyrażeniach na chwilową wartość momentu tylko pierwszych harmonicznych indukcyjności własnej i wzajemnej, wpływ tych zróżnicowanych wartości momentu na parametry ruchu układu w zakresie pojedynczego skoku, jest znacznie większy niż ewentualne różnice wartości momentu wynikające z różnic chwilowych wartości prądów w kolejnych taktach komutacji. Uzyskane wyrażenie pozwala również oszacować czas rozruchu układu; zależy on od czasu, po którym dla określonego położenia wirnika ustalonego w poprzednim takcie cyklu komutacji wartość momentu elektromagnetycznego narodzi się do wartości przekraczającej moment obciążenia:

$$M_{em}(t_{\theta=0_{ust}}) > M_{ob} \quad /12/$$

Uśredniając w czasie chwilowe wartości prądów można wyznaczyć średnią wartość chwilowego momentu elektromagnetycznego w czasie ruchu wirnika do uzyskania maksymalnego wychylenia po przekroczeniu położenia równowagi stabilnej, co pozwala obliczyć w przybliżeniu czas dojścia do tego położenia oraz uzyskane położenie.

Trzeci etap ruchu wirnika — drgania wokół położenia równowagi można analizować zaniedbując siły elektromotoryczne indukcji (po określeniu wartości stałych czasowych uzwojeń). Wartość momentu zgodnie z [2] opisuje wtedy wyrażenie:

$$M_{em}(t) = M \sin(z\theta_m) - D \frac{d\theta_m}{dt}$$

gdzie:

$D = \frac{\psi_k^2}{R}$ — współczynnik tłumienia wewnętrznego

ψ_k — amplituda strumienia skojarzonego zasilanych faz

$\theta_m = \frac{\theta}{z}$ — mechaniczny kąt obrotu wirnika

Znając wartość maksymalnej amplitudy jaką uzyska układ po poprzednio analizowanych dwóch etapach, uwzględniając równanie równowagi mechanicznej układu

$$J\ddot{\theta}_m + D\dot{\theta}_m + M_{ob} = M \sin(z\theta_m)$$

i współczynnik przy zasilaniu faz A i D (mniejsza wartość momentu) oraz linearyzując powyższe równanie, można traktować drgania układu wokół położenia równowagi stabilnej jako tłumione drgania liniowe i w prosty sposób wyznaczyć amplitudy i czas trwania drgań.

Literatura

- [1] J. Sołtysiński: Analiza mechanizmu start-stopowego przesuwu nośnika informacji z napędem od elektrycznego silnika skokowego. Praca doktorska. PW 1979.

- [2] M.G.Czilikin i in.: Dyskretne napędy elektryczne z silnikami skokowymi. Warszawa 1975, WNT.
- [3] T.Missala: Elektryczne aparaty wykonawcze. Warszawa 1974, WNT.
- [4] BN-70-3016-10. Maszyny elektryczne małej mocy. Silniki skokowe. Ogólne wymagania i badania.
- [5] G.Pindera: Przyczyny powstawania systematycznego błędu pozycyjnego w reluktancyjnych silnikach skokowych. PAK 1979, nr 12.