

dr inż. JERZY NAZARKO

Instytut Telekomunikacji i Elektrotechniki

Akademia Techniczno-Rolnicza

Bydgoszcz

doc. dr inż. MICHAŁ TALL

Instytut Układów Elektromaszynowych

Politechnika Wrocławska

Wrocław

ZAGADNIENIE OPISU MATEMATYCZNEGO MAŁYCH LINIOWYCH SILNIKÓW INDUKCYJNYCH CYLINDRYCZNYCH

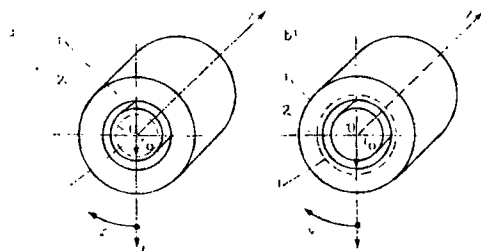
Obliczanie siły ciągu i innych parametrów małych liniowych silników indukcyjnych cylindrycznych z masywną częścią wtórną wymaga m.in. wyboru układu współrzędnych.

W mikromaszynach tego typu z parametrami rozłożonymi warto stosować układ współrzędnych cylindrycznych, gdyż analiza jest wtedy bardziej pełna – pozwala na właściwe uwzględnienie np. rezystancji w obwodzie prądu wtórnego, rozrzedzenie lub zagęszczenie pola magnetycznego dążącego w kierunku części wtórnej mikrosilnika.

1. Wstęp

Najbardziej rozpowszechniony spośród silników liniowych indukcyjnych jest silnik płaski jedno lub dwustronny. W opisie matematycznym tego silnika stosuje się prostokątny układ współrzędnych, często stosuje się go także do liniowych silników indukcyjnych cylindrycznych (rys. 1) zakładając, że wartość promienia r_0 pozwala na takie uproszczenie [3]. W przypadku mikromaszyn wartość r_0 jest mała i należy stosować układ współrzędnych cylindrycznych, co zapewnia bardziej głęboką analizę zjawisk i obliczeń.

Część wtórna rozpatrywanych mikrosilników jest jednowarstwowa.



Rys. 1. Liniowe silniki indukcyjne, a) typu działa Birkelanda, b) wg pat. nr 76866; 1 – induktor (uzwojona część pierwotna), 2 – część wtórna i jej promień powierzchni czynnej r_0 , l – długość czynna średnia "zwoju" części wtórnej

2. Siła ciągu

Siłę ciągu mikrosilnika liniowego z rys. 1a i b można opisać równaniem skalarnym zawierającym natężenie pola elektrycznego po osi φ :

$$F = \gamma \iiint_V \frac{E_{m\varphi}^2 \pi}{\omega_1 s \tau} dV \quad /1/$$

gdzie: γ — konduktywność części wtórnej
 V — objętość
 $E_{m\varphi}$ — natężenie pola elektrycznego w części wtórnej
 ω_1 — pulsacja prądu zasilającego
 s — poślizg
 τ — podziałka biegunowa

Problem rozwiązania /1/ sprowadza się zasadniczo do wyznaczenia rozkładu pola elektromagnetycznego w części wtórnej. W tym przypadku E_φ , można przedstawić za pomocą równania Helmholtza

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E}_m = \alpha^2 \vec{E}_m \quad /2/$$

gdzie: $E_m = E e^{j\omega_2 t}$
 $\omega_2 = \omega_1 \cdot s$

Dla mikrosilnika typu działa Birkelanda (rys.1a), aby rozwiązać /2/ tworzy się równanie różniczkowe, które jest jednakowe także dla silnika z rys. 1b:

$$\frac{\partial^2 E_{m\varphi}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E_{m\varphi}}{\partial r} - \frac{E_{m\varphi}}{r^2} + \frac{\partial^2 E_{m\varphi}}{\partial z^2} = \alpha^2 E_{m\varphi} \quad /3/$$

Rozwiązania dla rys. 1a i rys. 1b będą różniły się od siebie funkcjami Bessela. Dla mikrosilnika z rys.1a:

$$E_{m\varphi}(r, \varphi, z) = \sum_v E_{m\varphi s v} \frac{I_1(\lambda_v, r)}{I_1(\lambda_v, r_0)} \cos(\beta_v z) \quad /4/$$

natomiast dla mikrosilnika z rys. 1b:

$$E_{m\varphi}(r, \varphi, z) = \sum_v E_{m\varphi s v} \frac{K_1(\lambda_v, r)}{K_1(\lambda_v, r_0)} \cos(\beta_v z) \quad /5/$$

dla /4/ oraz /5/ jest:

$E_{m\varphi s v} = V_v B_{mrs v}$ — amplituda pola elektrycznego jako wartość styczna na powierzchni części wtórnej dla v — tej harmonicznej (po osi z), przy czym $B_{mrs v}$ jest indukcją normalną określoną na powierzchni części wtórnej, zaś $v_v = \frac{1}{v} \frac{\omega_2 \tau}{2\pi}$ jest prędkością fali w kierunku osi z harmonicznej v .

$\lambda_V^2 = \alpha_V^2 + \beta_V^2$ – współczynnik tłumienia pola i jego składowe:

$$\alpha_V^2 = j \nu \omega_2 \mu_V$$

$$\beta_V^2 = \left(\frac{\nu \tilde{\Gamma}}{\tau} \right)^2$$

W przedstawionych związkach /4/ i /5/ występują zmodyfikowane funkcje Bessela argumentów $\lambda_V r$ oraz $\lambda_V r_0$. Przy czym I_1 jest funkcją Bessela pierwszego rodzaju, natomiast K_1 – drugiego rodzaju. Podstawiając /4/ i /5/ do /1/ otrzymuje się wyrażenie na siłę ciągu:

dla rys. 1a

$$F = \sum_V \frac{B_{mrsV}^2 \cdot \nu_V \cdot 1 \cdot b \cdot \Delta_V}{4 a_{rV}} \cdot k_{IV} \quad /6/$$

dla rys. 1b

$$F = \sum_V \frac{B_{mrsV}^2 \cdot \nu_V \cdot 1 \cdot b \cdot \Delta_V}{4 \cdot a_{rV}} \cdot k_{KV} \quad /7/$$

gdzie:

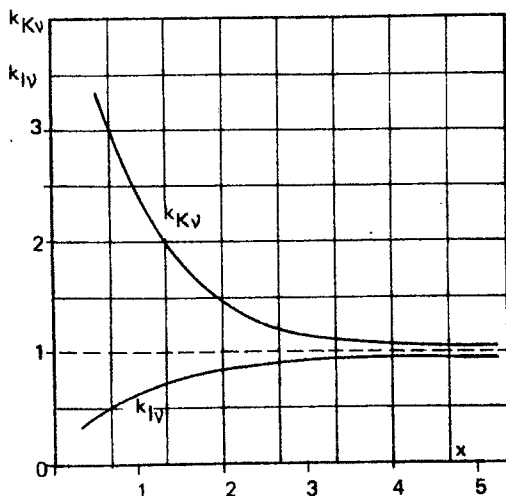
$$1 \approx 2 \tilde{\Gamma} r_0$$

b – czynna długość części wtórnej po osi z

$\Delta_V = \frac{1}{k_V}$ – równoważna głębokość wnikania pola do części wtórnej

a_{rV} – współczynnik korekcyjny rezystancji.

We wzorach /6/ i /7/ występują współczynniki k_{IV} i k_{KV} , których wartość zależy od λ_V oraz r , co pokazano na rys.2



Rys. 2. Krzywe współczynników siły k_{KV} i k_{IV} w funkcji $x = \text{Re} \{ \lambda_V r \}$

3. Wnioski

- 1) Wzory /6/ i /7/ oraz rys.2 wskazują, że siła ciągu F dla mikromaszyn wg rys. 1a i 1b w odmienny sposób zależy od x , gdyż $k_{IV} \leq 1$, zaś $k_{KV} \geq 1$. Przy $x > 3$ nie warto stosować współrzędnych cylindrycznych, ponieważ wtedy $k_{IV} = k_{KV} \approx 1$ co ma miejsce przy stosowaniu układu współrzędnych prostokątnych.
- 2) Rysunek 2 wskazuje, że współczynniki k_{IV} oraz k_{KV} dla $x < 3$ zależą nie tylko od promienia r_0 lecz i od współczynnika tłumienia λ_V , w którego skład wchodzi m.in. wielkości: ω_2, μ oraz δ . Na przykład przy małych poślizgach s wartość $\omega_2 = \omega_1 \cdot s$ także poważnie spada. Przenikalność μ jest funkcją natężenia pola magnetycznego. Znaczne zmiany wartości δ przy części wtórnej ferromagnetycznej lub miedzianej także mają wpływ na λ_V . Uwzględnienie wpływu tych wielkości na siłę ciągu mikrosilnika przy $x < 3$ możliwe jest tylko przy zastosowaniu współrzędnych cylindrycznych r, φ, z .
- 3) Konstrukcja mikrosilnika liniowego indukcyjnego znacznie wpływa na wartość osiąganą przez nie siłę ciągu. Dla małych x mikrosilnik liniowy typu działa Birkelanda (rys.1a), przy tych samych średnicach cewek uzwojenia induktora i jednakowo połączonych, ma kilkakrotnie mniejszą wartość siły ciągu niż mikrosilnik wg patentu nr 76866 (rys.1b), w którym oprócz wartości x korzystniej na siłę ciągu wpływa wartość czynnej długości i "zwoju" części wtórnej, co widać z rys.1 oraz wzorów /6/ i /7/.

Literatura

- [1] Tall M.: Liniowa maszyna asynchroniczna, pat.pol. nr 76866, 1971.
- [2] Tall M.: Asynchronous linear dynamo—electric machine. Engl. pat. nr 1329291, 1972.
- [3] Turowski J.: Obliczenie elektromagnetyczne elementów maszyn i urządzeń elektrycznych, Warszawa 1982, WNT.