

PRÓBA SYNTEZY KONSTRUKCJI DWUFAZOWEGO KUBKOWEGO SILNIKA WYKONAWCZEGO PRZY ZASTOSOWANIU METOD PLANOWANEGO EKSPERYMENTU

W artykule rozpatrzono trzy zagadnienia: obiekt, synteza konstrukcji i planowany eksperyment. Obiektem badań jest dwufazowy kubkowy silnik wykonawczy, a właściwie jego model matematyczny. Pod pojęciem syntezy konstrukcji rozumiane jest wyznaczenie najlepszych cech konstrukcyjnych silnika spełniającego wymagane właściwości dynamiczne i ograniczenia technologiczne. Celem planowanego eksperymentu jest znalezienie modelu matematycznego rozpatrywanego silnika.

1. Wstęp

Artykuł jest próbą syntezy konstrukcji dwufazowego kubkowego silnika wykonawczego przy zastosowaniu metod planowanego eksperymentu. W temacie tym można wyróżnić trzy zagadnienia — obiekt, synteza konstrukcji, planowany eksperyment.

Obiektem badań jest dwufazowy kubkowy silnik wykonawczy (DKSW), a właściwie jego model matematyczny. Prowadzenie bowiem badań w procesie projektowania na obiekcie rzeczywistym DKSW jest praktycznie niemożliwe i nieekonomiczne, gdyż wiąże się z koniecznością wykonania dużej liczby prototypowych egzemplarzy DKSW różniących się z góry zadanymi cechami konstrukcyjnymi, koniecznością posiadania specjalnego oprzyrządowania oraz dużą czasochłonnością badań. Model fizyczny i matematyczny obiektu przedstawiony zostanie w dalszej części artykułu.

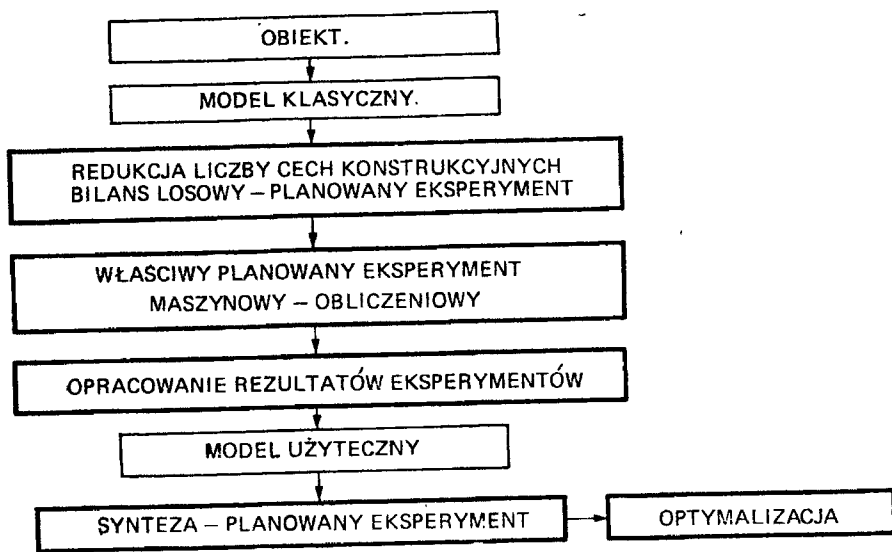
Poprzez synteze konstrukcji silnika rozumiane jest wyznaczenie najlepszych według pewnego kryterium cech konstrukcyjnych silnika, który spełnia wymagane właściwości dynamiczne i ograniczenia technologiczne. Trudność rozwiązania zadania syntezy konstrukcji silnika o zadanych właściwościach dynamicznych leży w obiektywnej złożoności związków właściwości dynamicznych z cechami konstrukcyjnymi silnika. Związki te są opisane układem nieliniowych równań różniczkowych przydatnych jedynie do analizy procesów dynamicznych. Znalezienie za pomocą tych równań cech konstrukcyjnych odpowiadających dla danej właściwości dynamicznej jest praktycznie niemożliwe. W istotny sposób można uprościć synteze stosując metody planowania eksperymentów.

Celem planowanego eksperymentu jest znalezienie modelu matematycznego DKSW w dogodnej do syntezy konstrukcji postaci. Schemat przekształceń modelu za pomocą planowanego eksperymentu przedstawiono na rys. 1.

Synteza konstrukcji DKSW obejmuje:

- 1) Modelowanie matematyczne DKSW — składają się na nie model fizyczny i matematyczny DKSW,
- 2) Przekształcenie modelu matematycznego DKSW drogą planowanego eksperymentu maszynowego do postaci przydatnej do celów syntezy — model matematyczny przydatny do celów syntezy nazwano modelem użytecznym,

- Poszukiwanie konstrukcji DKSW poprawnej, czyli realizującej zadane właściwości dynamiczne lub optymalnej, czyli realizującej ekstremum wybranej właściwości dynamicznej w oparciu o modele użyteczne.



Rys. 1.

2. Modelowanie użyteczne DKSW

Spośród znanych w literaturze modeli matematycznych DKSW wybrano jako wyjściowy (nazywamy modelem klasycznym) model zaproponowany przez Haligera [1]. Po przyjęciu założeń upraszczających, z których podstawowe to: liniowość w sensie stałości parametrów silnika i sinusoidalny rozkład indukcji w szczelinie silnika, i na podstawie schematu ideowego DKSW po przekształceniu Stanley'a powstał wykorzystany w dalszej części badań model matematyczny DKSW

$$M = J \frac{d}{dt} \omega^r + p \left(L_b^{sr} i_d^r i_q^s - L_a^{sr} i_q^r i_d^s \right)$$

$$\begin{bmatrix} V_d^s \\ V_q^s \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_a^s + L_a^s \frac{d}{dt} & 0 & L_a^{sr} \frac{d}{dt} & 0 \\ 0 & R_b^s + L_b^s \frac{d}{dt} & 0 & L_b^{sr} \frac{d}{dt} \\ L_a^{sr} \frac{d}{dt} & L_b^{sr} p \omega^r & R^r + L^r \frac{d}{dt} & L^r p \omega^r \\ -L_a^{sr} p \omega^r & L_b^{sr} \frac{d}{dt} & -L^r p \omega^r & R^r + L^r \frac{d}{dt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d^s \\ i_q^s \\ i_d^r \\ i_q^r \end{bmatrix}$$

Model ten tworzy układ pięciu równań różniczkowych stacjonarnych opisujących związki między napięciami, prądami, prędkością kątową silnika, parametrami R , L (s — stojana, r — wirnika); liczbą par biegunów (p) i momentem bezwładności kubka DKSW. Koniecznym jest wyróżnienie i uzależnienie cech konstrukcyjnych DKSW i parametrów modelu klasycznego. Na podstawie analizy schematu DKSW kubka DKSW, przyjętego do analizy uzwojenia stojana oraz po uwzględnieniu materiału kubka, cech drutu nawojowego, liczby żłobków, par biegunów, zwojów w uzwojeniach, wyróżniono 24 cechy konstrukcyjne DKSW. Do określenia związków między cechami konstrukcyjnymi, a parametrami posłużono się wzorami z literatury [1, 2, 3]. Wartość parametru modelu od wartości cech konstrukcyjnych, ze względu na złożoność ich zależności, obliczono wykorzystując maszynę cyfrową.

Rozwiązanie zadania syntezy konstrukcji DKSW na modelu klasycznym, przy uwzględnieniu związków między parametrami równań, a cechami konstrukcyjnymi jest nadal praktycznie niemożliwe, ponieważ wielkościami wejściowymi dla celów syntezy są własności dynamiczne silnika, a wyjściowymi cechy konstrukcyjne silnika. W celu przeprowadzenia efektywnej syntezy konstrukcji niezbędne jest dalsze uproszczenie modelu i zmniejszenie wymiarowości zadania.

3. Przekształcenie modelu matematycznego DKSW do postaci modelu użytecznego drogą planowego eksperymentu maszynowego

W części o modelowaniu matematycznym został wykonany pierwszy etap przekształcenia klasycznego modelu matematycznego silnika. Wielkościami wejściowymi tego modelu są cechy konstrukcyjne silnika, a wielkościami wyjściowymi — właściwości dynamiczne silnika.

Celem ostatecznym jest uzyskanie bezpośredniego związku między właściwościami dynamicznymi — wejściem, a cechami konstrukcyjnymi DKSW — wyjściem.

Prowadzenie badań nad zmniejszeniem wymiarowości modelu i przekształceniem modelu do postaci użytecznej oparto o metodę planowanego eksperymentu [4, 5]. Metoda ta zapewnia uzyskanie poszukiwanego modelu o założonej z góry postaci i adekwatnego przy minimalnej liczbie eksperymentów. Jest to czynnik niezwykle istotny, ponieważ eksperymenty obliczeniowe są czasochłonne i drogie.

Badania na obiekcie rzeczywistym w procesie projektowania DKSW są praktycznie niemożliwe, a na pewno nieekonomiczne. Przeprowadzono więc eksperyment maszynowy. Posłużono się przy tym językiem X3AB.

Do badań (maszyna bazowa) przyjęto DKSW typu SAK—2A, którego dokumentację i badania techniczne otrzymano od producenta. Do określenia poziomu zmian cech konstrukcyjnych, czyli przyjętych w badaniach przedziałów zmian cech konstrukcyjnych posłużono się wynikami wstępnego rozpoznania pracy silnika na modelu analogowym, obliczeniami i wskazówkami konstruktorów silnika. Eksperyment wykonano zasilając uzwojenie wzbudzenia napięciem

$$v_q^s = V_{mq}^s \sin \omega t$$

a napięcie sterowania

$$v_d^s = V_{md}^s \cos (\omega t + \varphi)$$

włączając w chwili, gdy prąd i_q^s w uzwojeniu wzbudzenia w stanie ustalonym osiąga wartość max.

Uwzględniono również losowe zmiany amplitudy napięć w sieci, częstotliwości i rezystywności stojana i wirnika. Właściwe badania silnika poprzedziły eksperymenty prowadzące do zmniejszenia wymiarowości modelu. Chcąc bowiem ocenić i opisać wpływ wszystkich wyróżnionych cech konstrukcyjnych na wybrane właściwości dynamiczne należałoby wykonać przy przyjętym planie 2^n i 24 cechach

konstrukcyjnych $2^{24} = 16\,772\,216$ eksperymentów. Przyjęto więc wymiary i liczbę żłobków, przekrój i materiał uzwojeń, stałe materiałowe kubka oraz liczbę par biegunów, przekładnię, poskok, średnicę wałka i grubość dna kubka za stałe w konstrukcji silnika.

Eliminację dalszych z ośmiu pozostałych cech konstrukcyjnych, których wpływ należałoby zaliczyć do pola szumów przeprowadzono metodą bilansu losowego [5]. Z liczby ośmiu cech konstrukcyjnych (c.k.) poddanych badaniu metodą bilansu losowego wybrano cztery mające dominujący wpływ na właściwości dynamiczne: d - grubość kubka, z_a^s - liczba zwojów stojana, δ - długość szczeliny, l^s - długość stojana.

Badano wpływ cech konstrukcyjnych na następujące właściwości dynamiczne: ω_{ust}^r - wartość ω^r różniącą się o 3% od wartości ustalonej uzyskiwanej z wystarczającą dokładnością po czasie 1 s od momentu włączenia napięcia sterowania, t_{ust} - czas, po którym wirnik osiągnął prędkość ω_{ust}^r ,

$\frac{\omega_{ust}^r}{t_{ust}}$, M_{em} - maksymalna wartość momentu rozruchowego (moment uderowy).

Po przeprowadzeniu wstępnych eksperymentów, bilansu losowego i wyborze dominujących cech konstrukcyjnych wykonano eksperyment właściwy.

O wyborze planu eksperymentu typu 2^n zdecydowały:

- prosta postać funkcji regresji otrzymanej po opracowaniu rezultatów eksperymentu, a tym samym prosta postać modelu użytecznego

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^k b_i x_i + \sum_{i < j} b_i b_j x_i x_j + \dots$$

- mała w porównaniu z innym typem planu liczba eksperymentów,
- prosty aparat matematyczny do opracowania rezultatów eksperymentów.

Niezbędnym jest oczywiście badanie adekwatności uzyskanego modelu regresyjnego. W przypadku, gdy model okazałby się nieadekwatny należałoby zmniejszyć badany obszar, bądź zmienić plan eksperymentu na eksperyment wyższego rzędu.

Podstawowym aparatem matematycznym stosowanym do wyznaczania modeli regresyjnych jest statystyka matematyczna. Przygotowane i wykorzystane programy opracowania rezultatów eksperymentów pozwalają na sprawdzenie:

- powtarzalności eksperymentów (test Cochra),
- istotność współczynników równania regresji (test Studenta),
- adekwatność modelu (test F - Fishera-Snedecora)

Otrzymano następujący model użyteczny DKS.W.

$$\omega_{ust}^r = 1383,53 - 574480d - 2333,3l^s - 1,0667z_a^s - 345000\delta + 1146dz_a^s + 375000000d\delta \text{ [rad/s]}$$

$$t_{ust} = 1,903 - 182,8d - 83,63l^s - 0,00244z_a^s - 1778,02\delta + 0,1046l^s z_a^s + 67786,6l^s \delta + 2,294z_a^s \delta \text{ [s]}$$

$$\frac{\omega_{ust}^r}{t_{ust}} = 19635,9 + 13055033d - 3433,3l^s - 4618z_a^s - 15684400\delta - 95933333dl^s - 13566,6dz_a^s - 4934000000d\delta + 40380z_a^s \delta \text{ [rad s}^{-2}\text{]}$$

Wyrazy wolne w równaniach równe są wartościom właściwości dynamicznych dla maszyny bazowej. Test adekwatności potwierdził adekwatność modelu użytecznego.

4. Poszukiwanie konstrukcji DKSW poprawnej lub optymalnej w oparciu o model użyteczny

Obliczone z modelu użytecznego wartości właściwości dynamicznych mogą być bezpośrednio wykorzystane do syntezy konstrukcji DKSW.

Tablica 1

Lp.	z_1	z_2	z_3	z_4	$\frac{\omega_{ust}^r}{t_{ust}} \left[\text{rad/s}^2 \right]$		
					z eksperymentu		z wielomianu
					1	2	
1	-	-	-	-	3081	3078	3059
2	+	-	-	-	3543	3624	3597
3	-	+	-	-	2831	2811	2842
4	+	+	-	-	3270	3401	3321
5	-	-	+	-	1987	1995	2024
6	+	-	+	-	2356	2394	2397
7	-	+	+	-	1853	1824	1808
8	+	+	+	-	2161	2120	2121
9	-	-	-	+	2475	2572	2506
10	+	-	-	+	2958	2977	2944
11	-	+	-	+	2266	2278	2288
12	+	+	-	+	2616	2669	2668
13	-	-	+	+	1715	1699	1711
14	+	-	+	+	1973	2021	1986
15	-	+	+	+	1505	1486	1493
16	+	+	+	+	1691	1710	1710
17	0	0	0	0	2426		2405

Dla wymaganej wartości właściwości dynamicznych można odczytać odpowiednie wartości c.k. W 17 wierszu są podane wartości dla maszyny bazowej. Wyniki eksperymentalne dla pewnych parametrów zebrano w tabl.1, gdzie z_i oznaczają standaryzowane zmienne — cechy konstrukcyjne, które mogą przyjmować wartości +1 lub -1 i odpowiadają $z_1 \hat{=} d$, $z_2 \hat{=} l^s$, $z_3 \hat{=} z_a^s$, $z_4 \hat{=} \delta$.

Tablica 2

Właściwość dynamiki	Maszyna bazowa	Ekstremum	Wartości z_i w punkcie ekstremum			
			z_1	z_2	z_3	z_4
ω_{ust}^r	737	min. 691	—	+	+	+
		max. 772	+	—	—	—
t_{ust}	0,324	min. 0,213	+	—	—	—
		max. 0,461	—	+	+	+
$\frac{\omega_{ust}^r}{t_{ust}}$	2405,5	min. 1493,4	—	+	+	+
		max. 3597,2	+	—	—	—
M_{em}	0,01675	min. 0,0111	—	+	+	+
		max. 0,0237	+	—	—	—

Analizując model użyteczny można określić jakościowy wpływ c.k. na właściwości dynamiczne. Poszukiwanie konstrukcji optymalnej DKSW polega na znalezieniu takiego zestawu c.k., który realizuje optimum wybranej właściwości dynamicznej przy istnieniu bądź nie istnieniu ograniczeń na inne właściwości dynamiczne.

Dla zilustrowania przydatności modelu użytecznego do celów optymalizacji wykorzystano:

- metodę badań obszaru k —wymiarowego, która pozwala na wyznaczenie ekstremum badanej funkcji przy braku ograniczeń na wartości innej funkcji.

Można tu bezpośrednio wykorzystać wartości funkcji otrzymanej z modelu użytecznego obliczone w punktach referencji pokrywających się z wierzchołkami bryły.

- metodę "stref istnienia", która pozwala na znalezienie wartości c.k. przy zadanych ograniczeniach na właściwości dynamiczne,
- metodę pochodnych cząstkowych,
- metodę współczynników Lagrange'a.

Wartości c.k. dla znalezionych metodą pochodnych cząstkowych i współczynników Lagrange'a ekstremów funkcji o ile istnieją, to leżą poza dopuszczalnym obszarem zmian tych cech.

5. Wnioski

Uzyskały drogą planowanego eksperymentu maszynowego model użyteczny wiążący właściwości dynamiczne c.k. można wykorzystać do celów syntezy konstrukcji DKSW o wymaganych lub najlepszych właściwościach dynamicznych, gdyż:

- ☐ podaje bezpośrednio, w postaci wielomianu związku między właściwościami dynamicznymi, a c.k.,
- ☐ jest prosty,
- ☐ wartości wielkości wejściowych — właściwości dynamicznych, uzyskane z modelu klasycznego i wartości tych wielkości obliczone z modelu użytecznego różnią się nieznacznie, a badania statystyczne wykazują adekwatność modelu użytecznego,
- ☐ model użyteczny stanowi najbardziej prawdopodobne i proste przybliżenia nieznanej funkcji,
- ☐ model użyteczny jest przydatny do celów syntezy i jednocześnie określa jakościowy wpływ względnych zmian c.k. na wybraną wielkość wyjściową.

W celu analizy uzyskanych wyników porównano wartości wybranych właściwości dynamicznych przy optymalnym c.k. z wartościami silnika bazowego.

Dzięki zmianom konstrukcyjnym uzyskuje się jednocześnie poprawienie w stosunku do silnika bazowe-

go ω_{ust} , t_{ust} , M_{em}
 t_{ust}

Literatura

- [1] Habiger E.: Silniki dwufazowe wykonawcze. Warszawa 1977, WNT.
- [2] Lopuchina E.M., Somichina G.S.: Projektowanie asynchronnych mikromaszyn s połym rotorom, Moskwa 1968. Energiija.
- [3] Lopuchina E.M., Somichina G.S.: Rasczot asynchronnych mikrodwigatielej adnofazowego i trjehfazowego toka. Moskwa 1961. Goseniergoizdat.
- [4] Kacprzyński B.: Planowanie eksperymentów. Podstawy matematyczne. Warszawa 1974, WNT.
- [5] Nalimow W.W., Czernowa N.A.: Statystyczne metody planowania doświadczzeń ekstremalnych, Warszawa 1967, WNT.