*STANISŁAW SCHMIDT*
*Warszawa*

# OPTYMALIZACJA SYSTEMU EKONOMICZNO–FINANSOWEGO PRZEDSIĘBIORSTWA PRZEMYSŁOWEGO

*Praca zawiera 6 części. Pierwsze pięć są poświęcone zagadnieniu optymalizacji systemu ekonomiczno–finansowego przedsiębiorstwa przemysłowego. Rozważono w nich zagadnienie wyznaczenia optymalnego miernika jakości pracy przedsiębiorstwa, będącego jednocześnie najkorzystniejszym miernikiem jakości sterowania technicznego przedsiębiorstwa (wydziału, zakładu produkcyjnego). (Np. w latach 70–tych zagadnienie kompleksowej optymalizacji w Janikowskich Zakładach Sodowych było rozwiązywane przy przyjęciu zysku jako kryterium optymalizacji sterowania automatycznego). Wykazano, że takim najkorzystniejszym miernikiem jest produkcja czysta. Jej maksymalizacja zapewnia maksimum funduszu płac.*

*W części szóstej, posługując się wyznaczonym w pierwszych pięciu częściach miernikiem jakości sterowania, rozważono pewne zagadnienia modelowania (łącznie z identyfikacją pewnego, nowego typu modelu matematycznego procesów technologicznych), minimalizacji kosztów produkcyjnych oraz podano metodę maksymalizacji produkcji czystej (a przez to funduszu płac) względem wielkości produkcji przedsiębiorstwa, w czasie jego pracy.*

## CZĘŚĆ I. MAKSYMALIZACJA MIERNIKA WZGLĘDEM WIELKOŚCI PRODUKCJI

Dla olbrzymiej większości przedsiębiorstw przemysłowych istnieje pewna optymalna (ze względu na wartość miernika jakości pracy przedsiębiorstwa, np. zysku lub dochodu) wielkość produkcji. W wyniku przeprowadzonych rozważań, opartych na przedstawionych założeniach upraszczających, wyliczono, że dla krajowego przemysłu w 1982r. traktowanego jako dwa gigantyczne przedsiębiorstwa (skupiające przedsiębiorstwa zarówno o ciągłym jak i nieciągłym procesie przemysłowym) zysk jest maksymalny odpowiednio dla wielkości produkcji równej maksymalnej i równej 96,5% produkcji maksymalnej, zaś dochód jest maksymalny dla przemysłu nieciągłego również dla wielkości produkcji równej wielkości produkcji maksymalnej.

Optymalizacja zysku (dochodu) przedsiębiorstwa nie zawsze zapewnia jednoczesną maksymalizację jego udziału w dochodzie narodowym, więc nie musi pokrywać się z interesem państwa. Opierając się na obliczeniach wykonanych dla krajowego przemysłu w 1982r. dla wielkości produkcji, dla której zysk jest maksymalny, wykazano, że w 1982r. udział przemysłu w dochodzie narodowym był mniejszy od maksymalnego o około 80,5 mld zł.

## 1. Wstęp i założenia

Celem niniejszej pracy jest rozważenie pewnych aspektów optymalizacji systemów ekonomiczno-finansowych przedsębiorstw przemysłowych[1]. Przez system ekonomiczno–finansowy rozumie się tutaj zespół finansowych metod i środków sterowania daną ekonomią (gospodarką) lub działem gospodarki (w pracy rozważa się optymalizację systemu sterowania przemysłem).

Nazwa systemu ekonomiczno–finansowego jest używana również dla układu zależności miernika jakości pracy przedsiębiorstwa (zysk, dochód, produkcja czysta itp) od niektórych zmiennych sterowania gospodarką (ceny, podatki, dotacje). Dalej będzie się używać pojęcia system ekonomiczno–finansowy w obu znaczeniach.

W pracy rozważa się dwa systemy ekonomiczno–finansowe: gdy przedsiębiorstwo maksymalizuje zysk, dochód, produkcję czystą itp. oraz gdy przedsiębiorstwo maksymalizuje swój fundusz płac. Pierwszy system ekonomiczno–finansowy dotyczy w zasadzie gospodarki kapitalistycznej, a w ogólności menadżerskiej, drugi przedsiębiorstw samorządnych i jest systemem charakterystycznym dla gospodarki polskiej. Pierwszy (menadżerski) system ekonomiczno–finansowy jest przedmiotem rozważań w pierwszych czterech częściach pracy. W części I rozważa się zagadnienie optymalizacji miernika jakości pracy przedsiębiorstwa względem wielkości produkcji, w części II – wybór optymalnej metody opodatkowania przedsiębiorstwa, w części III wyznacza się korzystne ceny zbytu produktu oraz korzystny miernik jakości pracy przedsiębiorstwa, zaś w części IV dokonuje się wyboru korzystnej metody dotowania przedsiębiorstwa. W pierwszych trzech częściach pracy będzie osobno rozważać się przypadek, gdy miernik jakości pracy przedsiębiorstwa zależy od kosztów osobowych (miernikami takimi są np. zysk, zysk netto) oraz przypadek, gdy miernik ten nie zależy od kosztów osobowych (miernikami takimi są np. produkcja dodana, dochód, produkcja czysta).

W części V rozpatruje się zasadnicze własności polskiego (samorządowego)systemu ekonomiczno–finansowego. W szczególności wykaże się tam, że optymalne cechy systemu menadżerskiego i systemu samorządowego pokrywają się.

W części VI omawia się związki rozważań z części I – V (o charakterze raczej ekonomicznym) z takimi zagadnieniami technicznymi jak modelowanie procesów technologicznych, maksymalizacja pewnych wielkości (np. funduszu płac) przedsiębiorstwa przemysłowego (przez dobór odpowiedniej wielkości produkcji) i minimalizację kosztów produkcyjnych przedsiębiorstwa.

W niniejszej pracy omawia się przedsiębiorstwa o nieliniowej zależności kosztów produkcji od wielkości produkcji. Przyjmuje się, że w zależności koszt–produkcja wielkość produkcji jest wzięta za względnie długi, lecz na tyle krótki przedział czasu $\Delta T_e$, aby w nim można było przyjąć, że rynek produktu, surowców, półproduktów i nośników energii, uzbrojenie procesu przemysłowego stany magazynów i zakłócenia działające na proces przemysłowy są niezmienne.

W częściach I – IV praca ma następujące cechy charakterystyczne:

- przyjmuje się, że przedsiębiorstwo maksymalizuje swój miernik jakości pracy;
- wnika się dość głęboko w procesy przemysłowe przedsiębiorstw (klasyfikację przedsiębiorstw podano w Aneksie I do niniejszej pracy);
- przyjmuje się nowy model zależności kosztów od wielkości produkcji, przy czym jest to model typu wejście–wyjście (a nie typu wyjście–wejście, jak zwykło się rozważać);
- ilustruje się rozważania teoretyczne wynikami obliczeń wykonanych dla przemysłu krajowego za 1982r., traktowanego jako dwa gigantyczne przedsiębiorstwa. Metodykę tych obliczeń podano w Aneksie III niniejszej pracy;
- odróżnia się interes państwa (mierzony wielkością udziału przedsiębiorstwa w dochodzie narodowym) od interesu przedsiębiorstwa (mierzonego wielkością miernika jakości pracy przedsiębiorstwa – zysku, dochodu itp),

oraz zakłada się, że:

– przedsiębiorstwo wytwarza jeden produkt w jednym gatunku;

– jednostkowa cena zbytu produktu oraz jednostkowe ceny surowców, półproduktów oraz nośników energii nie zależą od wielkości produkcji.

Przyjmuje się, że celem nadrzędnym przedsiębiorstwa (w stosunku do gospodarki narodowej) jest maksymalizacja dochodu narodowego, jakkolwiek, przedsiębiorstwo maksymalizując swój miernik jakości pracy nie zawsze zapewnia maksimum dochodu narodowego. Celem pierwszych trzech części pracy jest dobór takiego miernika jakości pracy przedsiębiorstwa, jego sposobu opodatkowania oraz takiej ceny zbytu produktu, aby zapewnic pokrywanie się optymalnej wielkości produkcji, dla której występuje maksimum miernika jakości pracy przedsiębiorstwa z optymalną wielkością produkcji, dla której występuje maksimum udziału przedsiębiorstwa w dochodzie narodowym.

## 2. Zysk i dochód

W niniejszej pracy za miernik jakości pracy przedsiębiorstwa przyjmuje się zysk lub dochód. Zysk zależy od wielu składników. Dalej uwzględnia się jedynie składniki zysku zależne od wielkości produkcji, tj. wartosć produkcji, koszty bezpośrednie (koszty surowców i nosników energii), koszty zakupu surowców i nośników energii, koszty sprzedaży produktu, koszty osobowe i podatek obrotowy. (Przyjmuje się, że podatek ten jest proporcjonalny do wartości produkcji). Proste rozważania prowadzą do następującego wzoru na zysk:

$$Z = \left[C_b (1 - w) - C_s\right] J - \sum_{i=1}^{l+1} C_i k_i (J) + B \qquad /1/$$

gdzie:

$Z$ – zysk,

$w$ – stopa podatku obrotowego (podatek obrotowy $P$ oblicza się ze wzoru $P = wC_bJ$),

$C_s$ – koszt jednostkowy sprzedaży produktu,

$C_b$ – jednostkowa cena zbytu produktu,

$J$ – wielkość produkcji,

$C_i$ – suma jednostkowej ceny i–tego strumienia materialnego (surowca, półproduktu lub nośnika energii) i jednostkowego kosztu sprzedaży i–tego strumienia materialnego, $i = 1, \dots l$,

$k_i(J)$ – wielkość i–tego strumienia materialnego na wejściu do przedsiębiorstwa, konieczna do wytworzenia $J$ jednostek produktu [2]

$l$ – liczba materialnych strumieni wejściowych do przedsiębiorstwa,

$B$ – składowa stała zysku $Z$ (niezależna od $J$ oraz od $w$).

We wzorze /1/ $(l + 1)$ składowa funkcji kosztów $K(J)$

$$K(J) := \sum_{i=1}^{l+1} C_i k_i(J) \qquad /2/$$

tj. $C_{l+1} k_{l+1}(J)$, przedstawia koszty osobowe.

Oznacza się również:

$$C_a := C_b (1 - w) - C_s$$

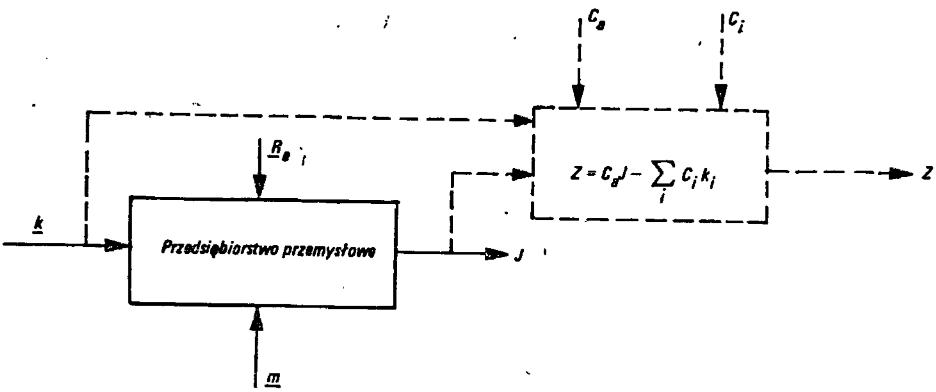
Przez zysk $Z$ w przedziale $\Delta T_e$ rozumie się następującą wielkość

$$\max\left\{\left[Z = C_a J - K(J)\right] : \underline{m} \in \underline{\mathcal{M}}\right\} \qquad /3/$$

gdzie $\underline{m}$ – wektor sterowań procesem przemysłowym rozważanego przedsiębiorstwa, $\underline{\mathcal{M}}$ – obszar, do którego ograniczony jest wektor m, tj. $\underline{m} \in \underline{\mathcal{M}}$. Zysk Z jest funkcją między innymi m oraz pewnego wektora zakłóceń $R_e$, gdzie e – numer przedziału $\Delta T_e$. Przedsiębiorstwo można więc przedstawić tak, jak to pokazano na rys. 1. Wyrażenie /3/ można zapisać w postaci:

$$Z^*(e)=C_a(e)J(e) - \min\left[K(J(e)): \underline{m} \in \underline{\mathcal{M}}\right] = C_a(e)\,J(e) - \sum_{i=1}^{l+1} C_i k_i^*(J(e), e) \qquad /4/$$

gdzie minimum jest osiągane dla pewnego wektora m* $(R_e)$ oraz dla pewnego $k_i^*(J(e), e) := k_i^*(J(e), R_e, e)$, $i = 1, \ldots, l+1$. We wzorze /4/ $Z^*(e)$ jest zyskiem maksymalnym w danym przedziale czasu $\Delta T_e$ względem $\underline{m}$; $C_a(e)$ i $C_i(e)$ są wielkościami odpowiadającymi $C_a$ i $C_i$ w przedziale $\Delta T_e$, zaś $k_i^*(J(e), e)$ jest optymalną wielkością i–tej składowej funkcji kosztów, obowiązującą w e–tym przedziale czasu. Proces wyznaczania $\underline{m}^*(R_e)$ oraz $k_i^*(J(e), e)$ jest częścią procesu sterowania, którego tutaj nie będzie się omawiać.




*Rys. 1.*

Dla uproszczenia zapisu opuszcza się zależność od e dla $C_a$, J oraz $C_i$, jak również gwiazdkę i zależnosc od e dla wielkości Z i $k_i(J)$, należy jednak pamiętac o znaczeniu tych wielkości. Tak więc w dalszym ciągu operuje się wzorem na zysk przedsiębiorstwa w postaci /1/.

Wszystko, co powiedziano o wzorze na zysk jako funkcji e i m obowiązuje również w dalszym ciągu w stosunku do innych mierników jakości pracy przedsiębiorstwa (dochód, produkcja czysta).

Cechą charakterystyczną dochodu [4], w odróżnieniu od zysku jest to, że miernik ten nie zależy od kosztów osobowych. Istnieją również inne mierniki posiadające tę samą cechę, np. produkcja dodana. Z punktu widzenia dalszych rozważań jest obojętne, czy będzie się operować miernikiem produkcji dodanej czy dochodu, ponieważ ze względu na dalsze rozważania istotne są tylko te składowe tych mierników, które zależą od wielkości produkcji i stopy podatku obrotowego, a zależność obu tych mierników od tych wielkości jest identyczna.

Z definicji dochodu $P_d$ oraz ze wzoru na zysk wynika, że wzór na ten miernik można przedstawić w postaci:

$$P_d = (Z)_{zm} + C_{l+1}k_{l+1}(J) + G \qquad /5/$$

gdzie:

$(Z)_{zm}$ – składowa zmienna zysku,

$C_{l+1}k_{l+1}(J)$ – składowa zmienna kosztów osobowych,

G – składowa stała dochodu.

W dalszym ciągu rozróżnia się wzory na dochód dla przedsiębiorstw nieliniowych, quasiliniowych i nieliniowo–quasiliniowych. Jak to wynika z rozważań w Aneksie I dla przedsiębiorstw nieliniowych i nieliniowo–quasiliniowych

$$P_{dn} = \left[C_b\,(1-w) - C_a\right] J - \sum_{i=1}^{I} C_i k_i(J) + G_n \tag{6}$$

W przypadku przedsiębiorstwa quasiliniowego, ze wzoru /5/ wynika, że

$$P_{dk} = \left[C_b\,(1-w)\,C_s\right] J - \sum_{i=1}^{I} C_i k_i(J) + G_k = \tag{7}$$

$$\left[C_b\,(1-w)\,C_s\right] J - \sum_{i=1}^{I} \sigma_i C_i J + G_k \tag{8}$$

gdzie przy przejściu z /7/ do /8/ podstawiono

$$k_i\,(J) = \sigma_i J \tag{9}$$

w zgodzie z wynikami rozważań w Aneksie I. We wzorze /8/ $G_k$ jest składową stałą dochodu $P_{dk}$ przedsiębiorstwa quasiliniowego.

W dalszym ciągu rozważa się tylko składowe zmienne mierników, przyjmując składowe stałe za równą zeru.

### 3. Maksymalizacja zysku względem wielkości produkcji

#### 3.1. Twierdzenie podstawowe

W rozdziale 2 podano wzór na zysk Z, uwzględniający między innymi podatek obrotowy. Lecz w systemie ekonomiczno–finansowym przedsiębiorstwo jest obciążane nie tylko podatkiem obrotowym, ale również podatkiem dochodowym, będącym p–tą częścią zysku Z. Zatem można następująco zdefiniować zysk netto $\mathcal{Z}$, uwzględniający obydwa rodzaje podatków:

$$\mathcal{Z} = (1-p)\,\left[C_a J - K(J)\right] \tag{10}$$

gdzie

$$C_a := C_b\,(1-w) - C_s \tag{11}$$

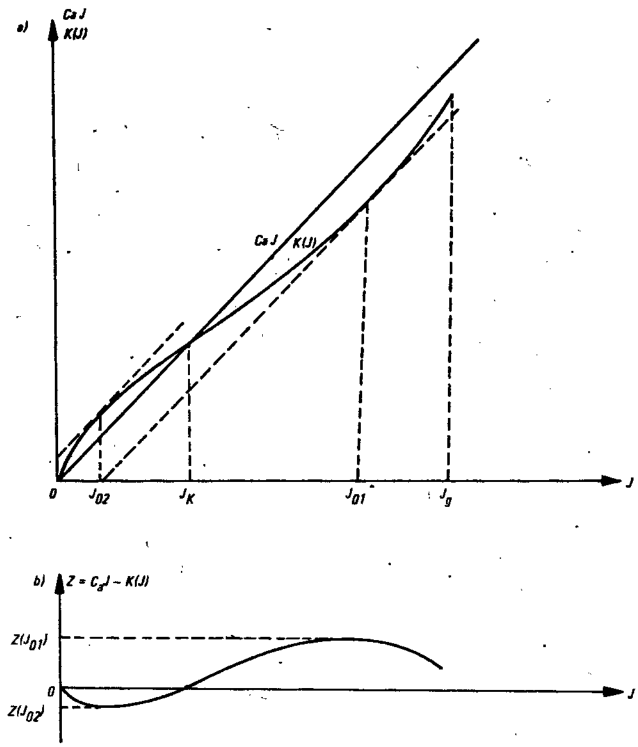
zaś podatek dochodowy $P^{(d)}$ wynosi

$$P^{(d)} = pZ \qquad p \in (0,1) \tag{12}$$

a funkcja kosztów

$$K(J) := \sum_{i=1}^{I+1} C_i k_i(J) \tag{13}$$

Zysk $Z = C_a J - K(J)$ można wykreślić dla różnych $C_a$ i $K(J)$ jako funkcję wielkości produkcji J. Wykresy takie sporządzono na rys. 2, 3 i 4 dla trzech różnych wielkości $C_a$ oraz dla funkcji kosztów $K(J)$ odpowiadającej przedsiębiorstwu nieliniowemu (patrz Aneks I). Wynikające z tych rysunków własności zysku ujmuje następujące twierdzenie:




*Rys. 2. a: zależność $K(J)$ i $C_aJ$ jako funkcji J, dla $C_a$ zawartego w granicach określonych nierównością /14/*

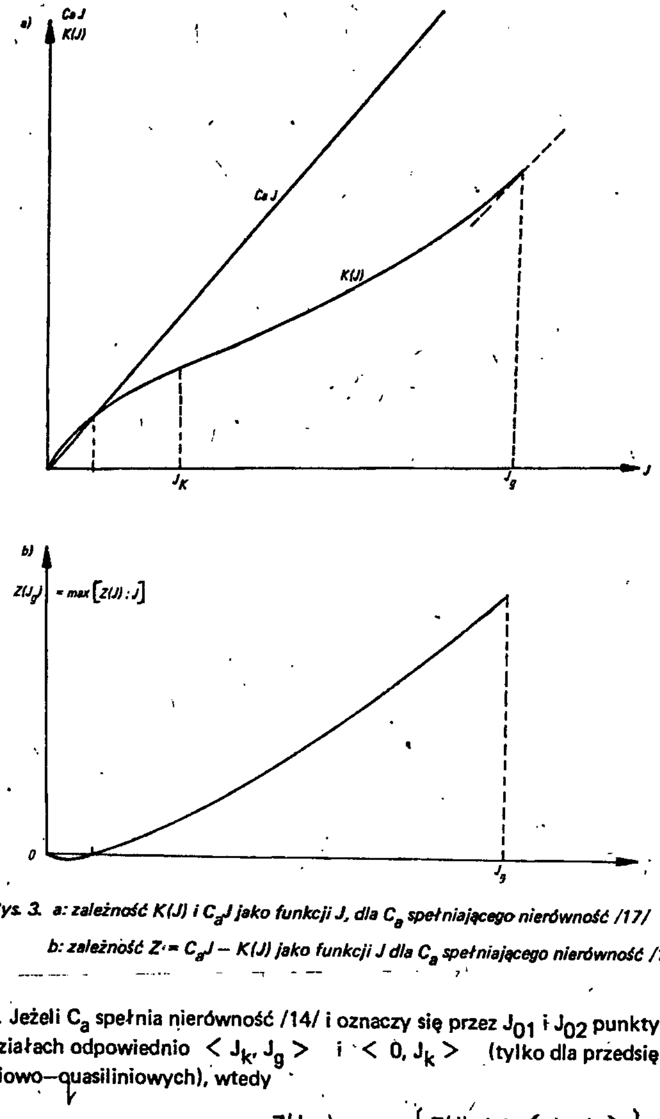
*b: zależność $Z = C_aJ - K(J)$ jako funkcji J dla $C_a$ zawartego w granicach określonych nierównością /14/*

*Twierdzenie 1*

1. Jeżeli cena $C_a$, zdefiniowana przez /11/ spełnia nierówność [3)]

$$\frac{dK(J_k)}{dJ_k} \leqslant C_a \leqslant \frac{dK(J_g)}{dJ_g} \qquad /14/$$

to zysk dla przedsiębiorstwa nieliniowego, quasiliniowego i nieliniowo–quasiliniowego (klasyfikację przedsiębiorstw podano w Aneksie I) posiada jeden punkt stacjonarny [4)] w przedziale $\langle J_k, J_g \rangle$. Dla przedsiębiorstw nieliniowych i nieliniowo–quasiliniowych może istnieć punkt stacjonarny zysku również w przedziale $\langle 0, J_k \rangle$. Oba punkty stacjonarne zysku wypadają dla takich J, dla których koszt krańcowy wynosi $C_a$.




*Rys. 3. a: zależność $K(J)$ i $C_aJ$ jako funkcji $J$, dla $C_a$ spełniającego nierówność /17/*
*b: zależność $Z = C_aJ - K(J)$ jako funkcji $J$ dla $C_a$ spełniającego nierówność /17/*

2. Jeżeli $C_a$ spełnia nierówność /14/ i oznaczy się przez $J_{01}$ i $J_{02}$ punkty stacjonarne zysku w przedziałach odpowiednio $< J_k, J_g >$ i $< 0, J_k >$ (tylko dla przedsiębiorstw nieliniowych i nieliniowo–quasiliniowych), wtedy

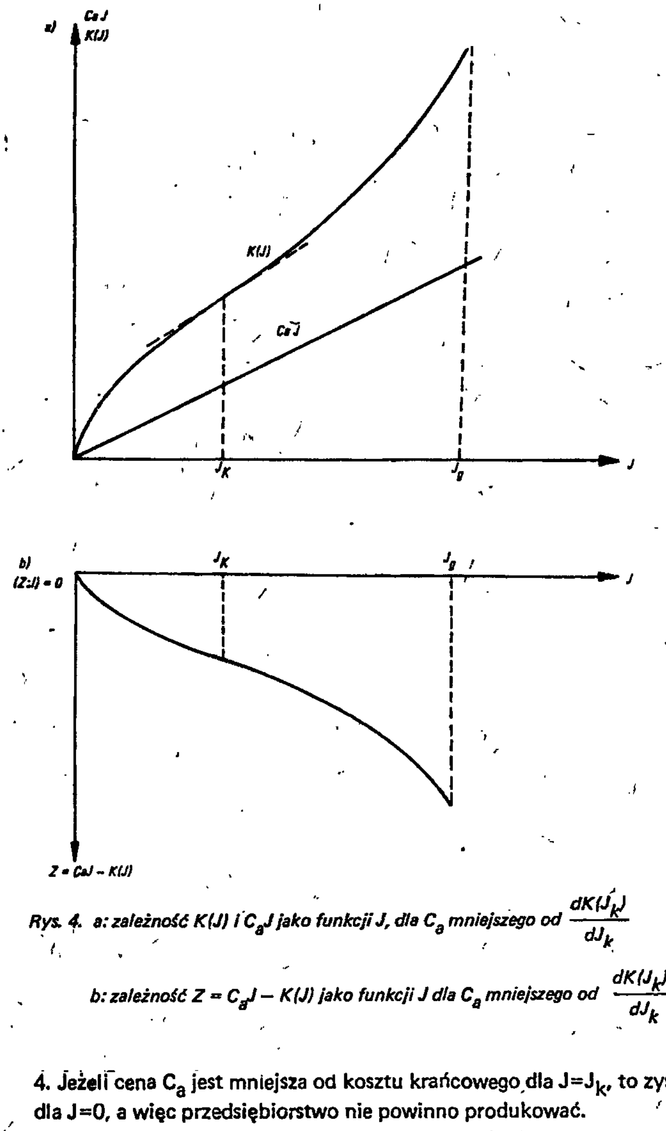
$$Z(J_{01}) = \max \left\{ Z(J): J \in < J_k, J_g > \right\} \qquad /15/$$

$$Z(J_{02}) = \min \left\{ Z(J): J \in < 0, J_k > \right\} \qquad /16/$$

3. Jeżeli cena $C_a$ jest nie mniejsza od kosztu krańcowego [5] dla $J = J_g$

$$C_a \geqslant \frac{dK(J_g)}{dJ_g} \qquad /17/$$

to zysk przyjmuje wartość największą dla $J = J_g$.




*Rys. 4. a: zależność $K(J)$ i $C_aJ$ jako funkcji $J$, dla $C_a$ mniejszego od $\frac{dK(J_k)}{dJ_k}$*

*b: zależność $Z = C_aJ - K(J)$ jako funkcji $J$ dla $C_a$ mniejszego od $\frac{dK(J_k)}{dJ_k}$*

4. Jeżeli cena $C_a$ jest mniejsza od kosztu krańcowego dla $J=J_k$, to zysk przyjmuje wartość największą dla $J=0$, a więc przedsiębiorstwo nie powinno produkować.

Dowód powyższego twierdzenia podano w Aneksie II.

W dalszym ciągu, jeżeli $J_0 < J_g$, to będzie się mówić, że ograniczenie produkcji w przedsiębiorstwie nie jest krytyczne. Jeżeli $J_0 = J_k$, to będzie się mówić, że ograniczenie produkcji jest krytyczne.

Jest oczywiste, że nie dla każdej ceny $C_a > \frac{dK(J_k)}{dJ_k}$ warto produkować. Aby warto było produkować, zysk musi być większy od pewnej wartości minimalnej. W dalszym ciągu zakłada się, że ten zysk minimalny uzyskuje się dla pewnej wielkości produkcji $J^{(k)} \in (J_k, J_g)$, przy czym dla wszystkich wielkości produkcji z przedziału $\langle J^{(k)}, J_g \rangle$ przedsiębiorstwo jest rentowne.

Ważnym wnioskiem z powyższego twierdzenia jest to, że z punktu widzenia interesu przedsiębiorstwa nie zawsze korzystnie jest maksymalizować produkcję przedsiębiorstwa. Twierdzenie podaje również warunek na $C_a$, który musi być spełniony, aby maksymalizacja produkcji była korzystna oraz formułę na wyliczenie optymalnej wielkości produkcji (zapewniającej maksimum Z), gdy ten warunek nie jest spełniony.

Dla krajowego przemysłu nieliniowego w 1982r. jak nietrudno wyliczyć na podstawie [5] i Aneksu III, $J_0 = J_g$, zaś dla krajowego przemysłu nieliniowo–quasiliniowego $J_0 \approx 0{,}965\, J_g$, gdzie $J_g$ jest wielkością produkcji w 1980r.[6]

3.2. Maksimum zysku, a maksimum udziału przedsiębiorstwa w dochodzie narodowym

Powstaje pytanie, czy wielkość produkcji, dla której zysk jest maksymalny, pokrywa się z wielkością produkcji, dla której udział przedsiębiorstwa w wytworzonym dochodzie narodowym jest maksymalny. Udział przedsiębiorstwa w wytworzonym dochodzie narodowym $S_1$ wyraża się wzorem:

$$S_1 = (1-p)\max(Z: J \in \langle J^{(k)}, J_g \rangle) + p\max(Z: J \in \langle J^{(k)}, J_g \rangle) + wC_b J_0^{(1)} + C_{l+1} k_{l+1}(J_0^{(1)}) \qquad /18/$$

gdzie: $J_0^{(1)}$ – optymalna wielkość produkcji, dla której Z przyjmuje maksimum. Podstawiając wzór na maxZ do wzoru na $S_1$, otrzymuje się

$$S_1 = C_a J_0^{(1)} - \sum_{i=1}^{l} C_i k_i (J_0^{(1)} \qquad /19/$$

a zatem $S_1$ jest produkcją czystą przedsiębiorstwa, obliczoną dla wielkości produkcji maksymalizującej zysk.

Wykorzystując dane zawarte w [5] autor wyliczył, że dla przemysłu nieliniowego w 1982r. $J_0^{(1)} = J_g$ i udział w dochodzie narodowym $S_1^{(n)} \approx 628$ mld zł., zaś dla przemysłu nieliniowo–quasiliniowego $J_0^{(1)} = 0{,}965\, J_g$ i udział w dochodzie narodowym dla tego przemysłu $S_1^{(nk)} \approx 2113{,}5$ mld zł. Interesujące jest porównanie $S_1$ z $S_2$, będącym maksymalnym względem wielkości produkcji udziałem w dochodzie narodowym, wyrażonym wzorem

$$S_2 = \max\left\{\left[Z + wC_b J + C_{l+1} k_{l+1}(J)\right] : J \in \langle J^{(k)}, J_g \rangle\right\} \qquad /20/$$

Podstawiając do /20/ wzór /1/ na Z otrzymuje się

$$S_2 = \max\left\{\left[(C_b - C_s)J - \sum_{i=1}^{l} C_i k_i(J)\right] : J \in \langle J^{(k)}, J_g \rangle\right\} \qquad /21/$$

w którym to wzorze wielkość maksymalizowana ma taką samą strukturę jak zysk, a więc można do /21/ zastosować podane wyżej twierdzenie. Po zastosowaniu tego twierdzenia otrzymuje się

$$S_2 = (C_b - C_s)\, J_0^{(2)} - \sum_{i=1}^{l} C_i k_i (J_0^{(2)}) \qquad /22/$$

gdzie $J_0^{(2)}$ jest taką wielkością produkcji, dla której zachodzi maksimum w /21/.

Można wykazać, że $J_0^{(1)} \leqslant J_0^{(2)}$ i $S_1 \leqslant S_2$ (znaki równości zachodzą wtedy, gdy w przedsiębiorstwie ograniczenie produkcji jest krytyczne). Zatem, maksymalizacja zysku jako miernika jakości pracy przedsiębiorstwa jest niekorzystna dla wartości udziału przedsiębiorstwa w wytworzonym dochodzie narodowym, a więc z punktu widzenia interesów państwa. Wykorzystując dane zawarte w [5], autor wyliczył, że $S_2 := S_2^{(n)} + S_2^{(nk)} \approx 2822$ mld zł (gdzie $S_2^{(n)}$ i $S_2^{(nk)}$ są odpowiednimi udziałami w dochodzie narodowym $S_2$ dla przemysłu nieliniowego i nieliniowo–quasiliniowego) i $S_2 - S_1$ wynosi około 80,5 mld zł.

## 4. Maksymalizacja dochodu względem wielkości produkcji

### 4.1. Zależność dochodu od wielkości produkcji

W niniejszym rozdziale rozróżnia się przypadek przedsiębiorstwa nieliniowego i nieliniowo–quasiliniowego od przypadku przedsiębiorstwa quasiliniowego. Na podstawie rozważań z rozdziału 2, wzór na dochód przedsiębiorstwa ma postać

$$P_d = C_a J - K_1 (J) \qquad /23/$$

gdzie

$$C_a := C_b (1-w) - C_s \qquad /24/$$

$$K_1 (J) = \begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{I} C_i k_i (J) & \text{— dla przedsiębiorstwa nieliniowego i nieliniowo quasiliniowego} \\ \sum\limits_{i=1}^{I} C_i \sigma_i J & \text{— dla przedsiębiorstwa quasiliniowego} \end{cases} \qquad /25/$$

Dla przedsiębiorstw nieliniowych i nieliniowo–quasiliniowych obowiązuje twierdzenie analogiczne do twierdzenia 1, w którym zysk zamieniono na dochód $P_d$. Dowód tak zmienionego twierdzenia przebiega analogicznie jak dowód twierdzenia 1.

Dla przedsiębiorstwa quasiliniowego obowiązuje:

*Twierdzenie 2*

Jeżeli spełniona jest nierówność

$$C_a - \sum_{i=1}^{I} \sigma_i C_i > F \qquad /26/$$

(gdzie F jest taką liczbą dodatnią, że $FJ^{(k)}$ jest równe minimalnej wartości dochodu, dla której opłaca się produkować), to dochód przyjmuje wartość największą względem wielkości produkcji zawartej w przedziale $< J^{(k)}, J_g >$ dla $J = J_g$.

Dowód twierdzenia jest oczywisty.

### 4.2. Maksymalizacja dochodu a maksymalizacja udziału przedsiębiorstwa w wytworzonym dochodzie narodowym

Udział przedsiębiorstwa quasiliniowego w wytworzonym dochodzie narodowym $S_3$ wynosi (w przypadku, gdy przedsiębiorstwo nie maksymalizuje dochodu):

$$S_3 = P_d + wC_bJ = (C_b - C_s)\,J - J\sum_{i=1}^{I} \sigma_i C_i = J\Big[C_b - C_s - \sum_{i=1}^{I} \sigma_i C_i\Big]$$

i jest maksymalny dla $J = J_g$ pod warunkiem, że spełniona jest nierówność /26/.

Z kolei należy rozpatrzyć jak kształtują się udziały przemysłu nieliniowego i nieliniowo–quasiliniowego w dochodzie narodowym, gdy przedsiębiorstwa wchodzące w skład tych przemysłów maksymalizują dochód.

W rozważanym przypadku

$$S_3 = \max\,(P_d : J \in \langle J^{(k)}, J_g \rangle) + wC_bJ_0^{(3)} = \qquad /27/$$

$$= (C_b - C_s)\,J_0^{(3)} - \sum_{i=1}^{I} C_i k_i (J_0^{(3)}) \qquad /28/$$

gdzie $S_3$ jest rozważanym udziałem w wytworzonym dochodzie narodowym, zaś $J_0^{(3)}$ jest wielkością produkcji, będącej rozwiązaniem problemu

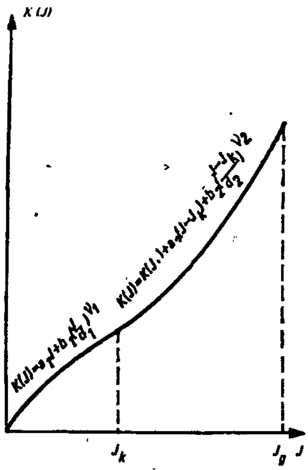
$$\max(P_d : J \in \langle J^{(k)}, J_g \rangle)$$

Dla polskiego przemysłu nieliniowego w 1982r. $S_3^{(n)} = S_1^{(n)}$ (gdzie znaczek (n) przy udziałach $S_3$ i $S_1$ w wytworzonym dochodzie narodowym oznacza, że udziały dotyczą przemysłu nieliniowego), zaś dla polskiego przemysłu nieliniowo–quasiliniowego w 1982r. $S_3^{(nk)} \cong 2194$ mld zł $= S_2^{(nk)}$. Zatem w rozważanym przypadku nie osiąga się wzrostu udziału w wytworzonym dochodzie narodowym w wyniku zamiany zysku jako miernika jakości pracy na dochód.

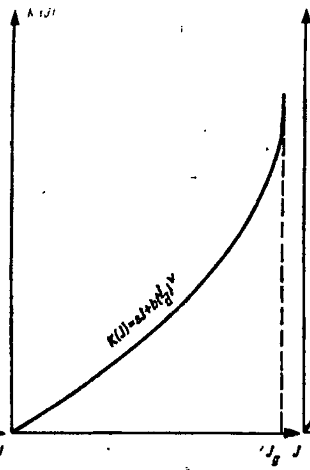
Zasady obliczeń różnych wielkości podano w Aneksie III.

**Aneks I. Klasyfikacja przedsiębiorstw przemysłowych**

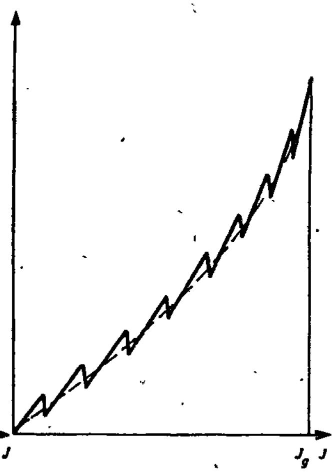
Wszystkie przedsiębiorstwa, w zależności od charakteru przebiegu funkcji kosztów i od wielkości produkcji, można według Deansa [2] podzielić na trzy klasy. Przebiegi koszt – produkcja, odpowiadające tym klasom, podano na rysunkach 5 – 7 (patrz [2] str. 276). Przedsiębiorstwa o zależności koszt – produkcja z rys. 7 nie będą omawiane. Jeżeli przebieg z rys. 7 przybliżyć linią ciągłą, to otrzymuje się przebieg o charakterze jak na rys. 6.




*Rys. 5. Zależność koszt – produkcja dla przedsiębiorstw nieliniowych i nieliniowo–quasiliniowych: $a_1 > 0$, $b_1 > 0, d_1 > 0, 0 < \nu_1 < 1$, $\nu_2 > 1, d_2' > 0, b_2 > 0, d_2 > 0$.*




*Rys. 6. Zależność koszt – produkcja dla przedsiębiorstw quasiliniowych: $a > 0, b > 0, d > 0, \nu > 1$.*




*Rys. 7. Zależność koszt – produkcja dla nierozważanego w pracy (a występującego w praktyce przemysłowej) przedsiębiorstwa*

W dalszych rozważaniach istotną rolę będą odgrywać dwa parametry zależności koszt – produkcja. Są to $J_g$, zaznaczone na rys. 5 i 6, a mające znaczenie maksymalnie możliwej produkcji przedsiębiorstwa, która przy ustalonej aparaturze przemysłowej i ustalonej organizacji pracy nie może byc przekroczona, oraz $J_k$, będące wielkością produkcji, dla której koszt krańcowy w przedziale $\langle 0, J_g \rangle$ jest minimalny. Przed omówieniem zależności z rys. 5 i 6 podaje się następujące definicje:

Definicja AI.1.

Krzywą K(J), ciągłą w punkcie J, łącznie z jej pierwszą i drugą pochodną, nazywa się w tym punkcie krzywą rosnącą szybciej niż liniowo, jeżeli

$$\frac{dK(J)}{dJ} > 0, \qquad \frac{d^2K(J)}{dJ^2} > 0 \qquad /A.I.1/$$

Definicja AI.2.

Krzywą K(J), ciągłą w punkcie J, łącznie z jej pierwszą i drugą pochodną, nazywa się krzywą rosnącą wolniej niż liniowo, jeżeli

$$\frac{dK(J)}{dJ} > 0 \qquad \frac{d^2K(J)}{dJ^2} < 0 \qquad /A.I.2/$$

Krzywa z rys. 5 charakteryzuje się istnieniem punktu $J_k$ na osi odciętych. Punkt ten dzieli krzywą na dwie części: na część rosnącą wolniej niż liniowo (dla $J \in \langle 0, J_k \rangle$) oraz na część rosnącą szybciej niż liniowo (dla $J \in \langle J_k, J_g \rangle$). Jest to punkt przegięcia tej krzywej. (Oczywiście, $J_k$ i $J_g$ są w ogólności różne dla różnych przedziałów czasu $\Delta T_e$).

Krzywa z rys. 6 dla małych J ma przebieg bardzo zbliżony do liniowego, a następnie wzrasta coraz szybciej. Dla tej krzywej mamy $J_k = 0$ i jest to krzywa rosnąca szybciej niż liniowo w całym przedziale $\langle 0, J_g \rangle$.

Dla rozważań analitycznych korzystne będzie przybliżenie pewną funkcją zwykle eksperymentalnie wyznaczonej zależności koszt – produkcja. W dalszym ciągu przyjmuje się, że krzywą K(J) z rys. 5 można w przedziale $\langle 0, J_k \rangle$ (w którym krzywa rośnie wolniej niż liniowo) przybliżyc funkcją

$$K(J) = a_1 J + b_1 \left(\frac{J}{d_1}\right)^{\nu_1} \qquad \forall\ J \in \langle 0, J_k \rangle \qquad /A.\ I.\ 3/$$

gdzie $a_1 > 0$, $b_1 > 0$, $d_1 > 0$ i $0 < \nu_1 < 1$, zaś krzywe z rys. 5 i 6 w przedziale $\langle J_k, J_g \rangle$ (w którym rosną szybciej niż liniowo) funkcją

$$K(J) = K(J_k) + a_2(J-J_k) + b_2\left(\frac{J-J_k}{d_2}\right)^{\nu_2} \qquad /A.I.4/$$

gdzie tutaj również $a_2 > 0$, $b_2 > 0$, $d_2 > 0$, lecz $\nu_2 > 1$. Dla rys. 6 jest $J_k = 0$ oraz $K(J_k) = 0$.

Przybliżenia zależności eksperymentalnej (lub teoretycznej) funkcjami /A.I.3/ i /A.I.4/ można dokonać na przykład metodą najmniejszych kwadratów.

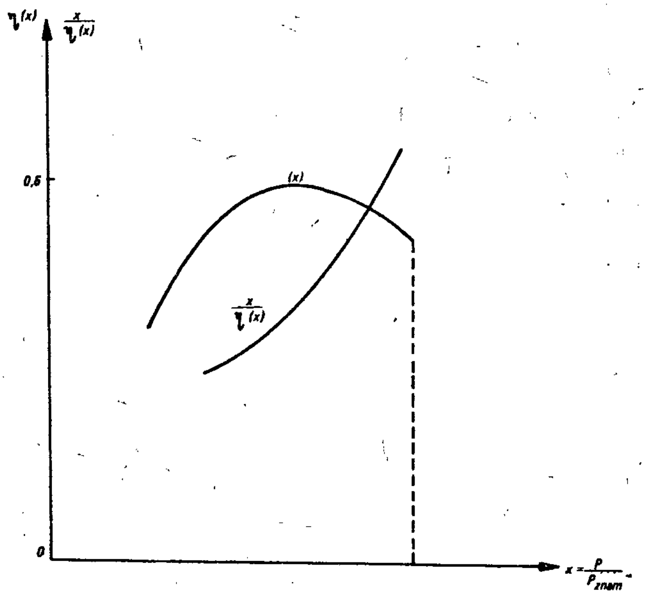
Ze znanych własności zależności przebiegu funkcji /A.I.4/ od $\nu_2$ wynika, że szybkość wzrostu K(J) z J jest tym większa im $\nu_2$ jest większe. Z rys. 5 wynika, że dla K(J) ze wzoru /A.I.4/ $\nu_2$ jest znacznie mniejsze od $\nu$ z rys. 6. Przedsiębiorstwa o zależności koszt – produkcja (rys. 5) w dalszym ciągu nazywa się przedsiębiorstwami nieliniowymi, a przedsiębiorstwa o zależności koszt – produkcja (rys. 6) przedsiębiorstwami quasiliniowymi.

Posługując się wynikami szeregu badań eksperymentalnych, wykonanych nad przedsiębiorstwami przemysłowymi wykaże się, że zależność koszt – produkcja z rys. 5 charakteryzuje przedsiębiorstwa w których zachodzą ciągłe procesy technologiczne. A oto przykładowe wyniki badań eksperymentalnych:

Jak wiadomo (patrz [6], str. 155 – 159) turbiny parowe i elektrownie, w których turbina parowa napędza generator charakteryzuje przebieg kosztów produkcji rosnący szybciej niż liniowo z obciążeniem (w pewnym jego zakresie).

Również kotły parowe cechuje szybszy od liniowego wzrost kosztów produkcji ze wzrostem obciążenia kotła. Własność ta wynika pośrednio stąd, że kocioł wykazuje maksimum sprawności dla pewnego obciążenia (równego około 60 % obciążenia nominalnego $P_{znam}$). Typowy wykres zależności sprawności $\eta_v$ od względnego obciążenia kotła x ($x := P/P_{znam}$, gdzie P – ilość pary w jednostce czasu) podano w pracy Ostrowskiego (patrz [7], str. 169, rys. VII – 4). Z wykresu tego nietrudno już wywnioskować, że koszt produkcji (proporcjonalny do ($\frac{x}{\eta_v}$ – ax), gdzie a < 1) dla kotłów parowych wzrasta szybciej niż liniowo z obciążeniem (patrz rys. 8).

Jak to wynika z pracy Dobkina [3] reaktory chemiczne również charakteryzuje szybszy od liniowego wzrost kosztów produkcji ze wzrostem produkcji. Oczywiście, cecha ta będzie charakteryzować również całe zakłady chemiczne, zawierające obok innych typów aparatów także reaktory chemiczne, gdyż szeregowe i/lub równoległe połączenie aparatów o szybciej niż liniowo rosnących z produkcją kosztach daje w wyniku instalację technologiczną o takiej samej własności.




*Rys. 8. Zależność sprawności $\eta$ (x) i funkcji $\frac{x}{\eta(x)}$ od obciążenia kotła parowego*

Innego typu przedsiębiorstwem przemysłowym jest przedsiębiorstwo quasiliniowe, które charakteryzuje się w początkowym zakresie wielkości produkcji prawie liniowym wzrostem kosztów produkcji, a następnie wzrostem znacznie szybszym. Tego typu zależności kosztów od wielkości produkcji można znaleźć w pracy Deansa [2]. Uzyskano je w drodze badań eksperymentalnych. Zależności takie podano tam dla następujących zakładów:

– zakład trykotarski (patrz [2], rys. górne na wykresach 5.2 i 5.3),
– zakład rymarski (patrz [2], rys. górny na wykresie 5.3),
– zakład meblarski [7].

(zależności nie obejmują kosztów osobowych).

Jak wynika z powyższego wyliczenia, przedsiębiorstwa quasiliniowe charakteryzują się tym, że zachodzą w nich nieciągłe procesy przemysłowe (procesy wytwórcze, surowce i/lub półprodukty w procesie produkcyjnym są poddawane pewnemu ciągowi operacji).

Do grupy przedsiębiorstw nieliniowych należą zakłady chemiczne, niektóre typy przedsiębiorstw przemysłu spożywczego, papierniczego i celuluzowego, cementownie i inne. Do grupy przedsiębiorstw quasiliniowych należą zakłady przemysłu lekkiego, elektromaszynowego itp.

Interesujące jest jakie składniki kosztów produkcji są odpowiedzialne za różnicę w przebiegu kosztów produkcji w zależności od J, dla dużych J, dla przedsiębiorstw nieliniowych (rys. 5) i quasiliniowych (rys. 6). W celu wyjaśnienia tego problemu należy zaznaczyć, że strumienie wejściowe do dowolnego przedsiębiorstwa można podzielić na trzy grupy:

1 – strumienie surowców i półproduktów,
2 – strumienie nośników energii,
3 – strumień kosztów osobowych (to jest $C_{l+1}k_{l+1}(J)$ ).

Należy teraz rozważyć jakie są przebiegi wyżej wymienionych grup strumieni wejściowych do przedsiębiorstw nieliniowych i quasiliniowych.

Dla przedsiębiorstw nieliniowych suma kosztów strumieni z pierwszych dwóch grup, w zależności od J, wykazuje wolny wzrost. Jeśli chodzi o strumień kosztów osobowych, to dla przedsiębiorstw nieliniowych nie zależy on od wielkości produkcji. Rzeczywiście, wzrost produkcji w przedsiębiorstwach nieliniowych (na przykład w większości zakładów chemicznych lub innych o ciągłym procesie technologicznym) odbywa się w drodze intensyfikacji procesu technologicznego, czemu zwykle nie towarzyszy wzrost zatrudnienia w procesie produkcyjnym.

Dla przedsiębiorstw quasiliniowych suma kosztów strumieni grupy pierwszej zależy liniowo od wielkości produkcji. Na przykład w zakładach montujących samochody, suma kosztów podzespołów, blachy, lakierów itp., jest proporcjonalna do liczby wyprodukowanych samochodów. Taka sama zależność występuje dla innych przedsiębiorstw quasiliniowych, na przykład dla zakładów: rymarskiego, trykotarskiego i meblowego, dyskutowanych wyżej w niniejszym punkcie).

Suma kosztów grupy 2 strumieni wejściowych do przedsiębiorstwa quasiliniowego zależy albo liniowo od wielkości produkcji (gdy nośnikiem energii jest prąd elektryczny lub niekiedy para technologiczna), albo wzrasta z wielkością produkcji szybciej niż liniowo, lecz wolno (na przykład gdy nośnikiem energii do elektrociepłowni jest węgiel, koks, mazut lub gaz energetyczny — patrz dyskusja wyżej w tym punkcie, a w niektórych przypadkach — gdy nośnikiem energii jest para). W tym ostatnim przypadku przebieg krzywej kosztów produkcji dla przedsiębiorstwa quasiliniowego będzie w ogólności posiadac tak cechy przedsiębiorstwa nieliniowego ($J_k$ różne od zera, przebieg dla $J \in \langle 0, J_g \rangle$ analogiczny jak dla przedsiębiorstwa nieliniowego), jak również cechy przedsiębiorstwa quasiliniowego (szybki wzrost kosztów produkcji dla dużych J). Takie przedsiębiorstwa będziemy nazywać przedsiębiorstwami nieliniowo–quasiliniowymi. Przedsiębiorstwami nieliniowo–quasiliniowymi są przedsiębiorstwa o nieciągłym procesie przemysłowym (względem surowców i półproduktów), ale posiadające własne elektrociepłownie tak, że koszt nośników energii jest nieliniową funkcją J (a proces przemysłowy względem nośników energii jest ciągły).

Jeśli chodzi o strumień kosztów osobowych dla przedsiębiorstw quasiliniowych (i nieliniowo–quasiliniowych), to właśnie koszt tego strumienia kształtuje przebieg zależności kosztów produkcji od wielkości produkcji ( $\sqrt{}$ duże). Jako przykład można rozważyć zakład montujący samochody: ze wzrostem sumy kosztów strumieni wejściowych (przy stałych cenach jednostkowych poszczególnych strumieni) rośnie proporcjonalnie produkcja (liczba zmontowanych w danym okresie czasu samochodów) i zatrudnienie w procesie produkcyjnym (a więc koszty osobowe), lecz po osiągnięciu pewnego poziomu produkcji nastąpi zahamowanie dalszego wzrostu strumieni materiałowych (wskutek wyczerpania zdolności produkcyjnej — wąskie gardło może występować na przykład w lakierni, tłoczni blach karoseryjnych itp.) i dalszy wzrost produkcji jest możliwy tylko w drodze zmniejszenia liczby braków. Wymaga to znacznego wzrostu zatrudnienia na taśmie produkcyjnej, lecz mimo to wzrost produkcji będzie niewielki. Ponieważ szybki wzrost zatrudnienia ze wzrostem produkcji oznacza szybki wzrost $C_{l+1} k_{l+1}(J)$ ze wzrostem J, więc stąd wynika przebieg funkcji kosztów (dla dużych J) dla przedsiębiorstwa quasiliniowego.

Na zakończenie podaje się funkcje matematyczne, przybliżające funkcje kosztów (składowe zmienne tych kosztów) wszystkich trzech grup przedsiębiorstw przemysłowych:

Przedsiębiorstwo nieliniowe

Funkcja kosztów tego przedsiębiorstwa składa się z kosztów strumieni materiałowych, rosnących liniowo z wielkością produkcji:

$$K^{(1)}(J) = (J - J_k) \sum_i \sigma_i C_i \qquad /A.I.5/$$

gdzie:

$\sigma_i$ — stała charakteryzująca i–ty strumień wejściowy,

$C_i$ — efektywna cena jednostkowa i—tego strumienia materialnego

oraz z kosztów strumieni materialnych i nośników energii, rosnących szybciej niż liniowo.

$$K^2(J) = a_1(J - J_k) + b_1 \left(\frac{J - J_k}{d_1}\right)^{\vartheta_1} \qquad J \in \langle J_k, J_g \rangle \qquad \vartheta_1 > 1 \qquad /A.I.6/$$

A więc funkcja kosztów $K^{(n)}(J)$ dla przedsiębiorstwa nieliniowego ma postać

$$K^{(n)}(J) = K^{(1)}(J) + K^{(2)}(J) = (J-J_k) \sum_i \sigma_i C_i + a_1(J-J_k) + b_1\left(\frac{J-J_k}{d_1}\right)^{\vartheta_1} \qquad /A.I.7/$$

Przedsiębiorstwo quasiliniowe

Funkcja kosztów tego przedsiębiorstwa składa się z kosztów strumieni materiałowych i nosników energii, rosnących liniowo z produkcją

$$K^{(3)}(J) = J\left(\sum_i \sigma_i C_i\right) \qquad /A.I.8/$$

oraz z kosztów osobowych, rosnących szybciej niż liniowo z produkcją

$$K^{(4)}(J) = a_2 J + b_2 \left(\frac{J}{d_2}\right)^{\vartheta_2} \qquad \vartheta_2 > 1 \qquad J \in \langle 0, J_g \rangle \qquad /A.I.9/$$

A więc funkcja kosztów $K^{(k)}(J)$ dla przedsiębiorstwa quasiliniowego ma postać

$$K^{(k)}(J) = K^{(3)}(J) + K^{(4)}(J) = J\left(\sum_i \sigma_i C_i\right) + a_2 J + b_2 \left(\frac{J}{d_2}\right)^{\vartheta_2} \qquad /A.I.10/$$

Przedsiębiorstwo nieliniowo—quasiliniowe

Dla tego przedsiębiorstwa

$$K^{(nk)}(J) = K^{(1)}(J) + K^{(2)}(J) + K^{(4)}(J) = (J-J_k) \sum_i \sigma_i C_i + a_1(J-J_k) + b_1\left(\frac{J-J_k}{d_1}\right)^{\vartheta_1} + a_2(J-J_k) + b_2\left(\frac{J-J_k}{d_2}\right)^{\vartheta_2}$$

$$\vartheta_1 > 1, \; \vartheta_2 > 1 \qquad \vartheta_2 > \vartheta_1 \qquad J \in \langle J_k, J_g \rangle \qquad /A.I.11/$$

**Aneks II – Dowód twierdzenia 1**

Ad. 1. Różniczkując zysk z /1/ względem J i przyrównując pochodną do zera, otrzymuje się równanie

$$\frac{dK(J_0)}{dJ_0} = C_a \qquad /A.II.1/$$

a więc punktami stacjonarności zysku Z są takie punkty $J_0$, dla których koszt krańcowy jest równy $C_a$. Ponieważ dla wszystkich rodzajów przedsiębiorstw funkcja kosztów w przedziale $\langle J_k, J_g \rangle$ jest wypukła, więc w tym przedziale może wystąpić tylko jeden punkt stacjonarny. Nierówność /14/ ogranicza występowanie tego punktu do przedziału $\langle J_k, J_g \rangle$. Dla przedsiębiorstw nieliniowych i nieliniowo–quasiliniowych, dla których funkcje kosztów posiadają część wklęsłą (dla $J \in \langle 0, J_k \rangle$) oraz część wypukłą (dla $J \in \langle J_k, J_g \rangle$), równanie /A.II.1/ może być spełnione również na części wklęsłej krzywej pod warunkiem, że $C_a$ spełnia nie tylko nierówność /14/, lecz również nierówność

$$\left.\frac{dK(J)}{dJ}\right/_{J=0} \geqslant C_a \geqslant \frac{dK(J_k)}{dJ_k} \qquad /A.II.2/$$

Ad. 2. Różniczkując wzór /1/ obustronnie, dwukrotnie względem J, dla $J = J_0$ otrzymuje się

$$\frac{d^2Z}{dJ_0^{\,2}} = -\frac{d^2K(J_0)}{dJ_0^{\,2}}$$

więc ze względu na własności krzywych rosnących szybciej niż liniowo (patrz definicja A I.1 w Aneksie I) dla przedsiębiorstwa nieliniowego i nieliniowo–quasiliniowego:

$$\frac{d^2Z}{dJ_0^{\,2}} > 0 \quad \text{dla } J_0 \in \langle 0, J_k \rangle \text{, a więc minimum} \qquad /A.II.3/$$

oraz dla wszystkich typów przedsiębiorstw

$$\frac{d^2Z}{dJ_0^{\,2}} < 0 \quad \text{dla } J_0 \in \langle J_k, J_g \rangle \text{, a więc maksimum} \qquad /A.II.4/$$

Ze względu na to, że Z(J) jest ciągła dla $J \in \langle J_k, J_g \rangle$ oraz dla $J \in \langle 0, J_k \rangle$, to z twierdzenia Weierstrassa wynika, że w przedziałach tych Z(J) przyjmuje wartość największą i najmniejszą. Rozpatrując zachowanie się Z(J) w przedziale $\langle J_k, J_g \rangle$ nietrudno wykazać, że pochodna Z(J) względem J jest ciągła, a więc Z(J) nie posiada ekstremum typu „ostrze".
Z tego, że Z posiada tylko jeden punkt stacjonarny. dla $J_0 \in \langle J_k, J_g \rangle$ i jest to punkt typu maksimum[8], wynika /15/. Analogicznie dowodzi się /16/.

Ad. 3. Należy dowieść wpierw dwa lematy:

Lemat 1.: Największa wartość zysku, dla $J_0 \in \langle J_k, J_g \rangle$, jest rosnącą funkcją $J_0$.

Dowód lematu: Na podstawie tezy z punktu 1 twierdzenia:

$$\max.\{Z(J): J \in \langle J_k, J_g \rangle\} = C_a J_0 - K(J_0) + B \qquad /A.II.5/$$

gdzie $J_0$ wylicza się z /A.II.1/. Wykorzystując /A.I.4/:

$$K(J) = K(J_k) + a_2(J - J_k) + b_2\left(\frac{J - J_k}{d_2}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad \forall J \in \langle J_k, J_g \rangle$$

dla $J = J_0$ w /A.II.1/, otrzymuje się

$$C_a = a_2 + \frac{\nu_2 b_2}{d_2}\left(\frac{J_0 - J_k}{d_2}\right)^{\nu_2 - 1} \qquad \forall J_0 \in \langle J_k, J_g \rangle \qquad /A.II.6/$$

Podstawiając /A.II.6/ do /A.II.5/, w którym K(J) przybliża funkcja /A.I.4/, otrzymuje się

$$\max.\left\{Z(J): J \in \langle J_k, J_g \rangle\right\} = aJ_k - K(J_k) + (\nu_2 - 1) b_2 \left(\frac{J - J_k}{d_2}\right)^{\nu_2} + \frac{\nu_2 b_2}{d_2} J_k \left(\frac{J_0 - J_k}{d_2}\right)^{\nu_2 - 1} \qquad /A.II.7/$$

Ponieważ $b_2 > 0$, $d_2 > 0$ i $\nu_2 > 1$, więc zależność /A.II.7/ dowodzi lemat 1.

Lemat 2.: $J_0 \in \langle J_k, J_g \rangle$ jest rosnącą funkcją $C_a$.

Dowód lematu: Podstawiając K(J) z /A.I.4/ do /A.II.1/ i rozwiązując otrzymane równanie względem $J_0$, otrzymuje się

$$J_0 = J_k + \left[\frac{(C_a - a_2)\, d_2^{\nu_2}}{\nu_2 b_2}\right]^{\frac{1}{\nu_2 - 1}} \qquad \forall J_0 \in \langle J_k, J_g \rangle \qquad /A.II.8/$$

a ponieważ dla $J_0 \in \langle J_k, J_g \rangle$ jest $\nu_2 > 1$, więc /A.II.8/ dowodzi lemat.

Dowód niniejszej tezy wynika bezpośrednio z lematów 1. i 2. Jeżeli $C_a$ wzrasta na przykład od wielkości

$$\frac{dK(J_k)}{dJ_k}$$

to $J_0$ wzrasta (na podstawie lematu 2) i $\max.\left\{Z(J): J \in \langle J_k, J_g \rangle\right\}$ rośnie (na podstawie lematu 1), aż do osiągnięcia przez $C_a$ wartości

$$C_a = \frac{dK(J_g)}{dJ_g}$$

dla której $J_0 = J_g$. Dalszemu wzrostowi $C_a$ nie towarzyszy już wzrost $J_0$, lecz Z rośnie w dalszym ciągu, ponieważ dla $C_a$ spełniających nierówność /17/ jest

$$Z = C_a J_g - K(J_g) + B$$

Ad. 4. Należy dowieść tezę dla przedsiębiorstwa quasiliniowego, gdyż idea dowodu dla przedsiębiorstwa nieliniowego i nieliniowo–quasiliniowego jest analogiczna. Podstawiając /A.I.3/

$$K(J) = a_1 J + b_1 \left(\frac{J}{d_1}\right)^{\nu_1} \qquad \forall J \in \langle 0, J_k \rangle$$

do /1/, otrzymuje się

$$Z = (C_a - a_1) J - b_1 \left(\frac{J}{d_1}\right)^{\nu_1} + B \qquad /A.II.9/$$

Ponieważ dla przedsiębiorstwa quasiliniowego koszt krańcowy dla $J = J_k = 0$ wynosi $a_1$, więc dla $C_a$ spełniającego nierówność

$$C_a < \left.\frac{dK(J)}{dJ}\right/_{J = 0}$$

pierwsze dwa składniki po prawej stronie /A.II.9/ są ujemne dla $J > 0$, zaś są równe zeru, to jest zysk jest największy dla $J = 0$.

**Aneks III. Metodyka i tok obliczeń ilustrujących rozważania teoretyczne**

**1. Wstęp i założenia**

W zasadniczym tekście części I i II pracy rozważania teoretyczne ilustrowano obliczeniami wykonanymi dla przemysłu krajowego w 1982r., który traktowano jako dwa niezależne, gigantyczne przedsiębiorstwa, reprezentujące przemysł nieliniowy i nieliniowo–quasiliniowy.
Przy wyliczaniu efektów ekonomicznych, cytowanych w częściach I i II pracy, posłużono się danymi zawartymi w Roczniku Statystycznym [5].
Jakkolwiek jest to rocznik wydany w 1984r. to jednak dane w nim zawarte umożliwiają obliczenie efektów ekonomicznych za 1982r. – z powodu braku danych odnośnie do kosztów produkcji dla 1983r.[9]
Przy wyliczaniu efektów ekonomicznych do przemysłu nieliniowego będzie się zaliczać przedsiębiorstwa przemysłu paliw, energetycznego (w 50%), chemicznego, spożywczego (w 50%), materiałów budowlanych (w 50%) i celulozowo–papierniczego.
Do przemysłu nieliniowo–quasiliniowego będzie się zaliczać przedsiębiorstwa innych gałęzi przemysłu (nie wymienionych wyżej) i 50% przedsiębiorstw przemysłu energetycznego, spożywczego i materiałów budowlanych. Niżej, dla uproszczenia rozważań, nie będzie się rozróżniać przedsiębiorstw quasiliniowych i nieliniowo–quasiliniowych przyjmując, że wszystkie przedsiębiorstwa nie będące nieliniowymi, są przedsiębiorstwami nieliniowo–quasiliniowymi, ponieważ nawet takie przedsiębiorstwa, które nie posiadają własnych elektrociepłowni (a więc quasiliniowe), czerpią energię z odpowiednich części przemysłu energetycznego. Dlatego 50% przemysłu energetycznego włączono do przemysłu nieliniowo–quasiliniowego.
Oprócz powyższych przyjęto następujące założenia:

– roczny okres obliczeniowy, który przyjmuje się za okres niezmienności zakłóceń, cen, ilości magazynowanych produktów i materiałów itp. dla obu typów przemysłów;
– $C_a$ i $C_i$ nie są funkcjami wielkości produkcji,
– w 1981r. przemysł produkował maksymalną możliwą wielkość produkcji $J_g$. Założenie to ma następujące uzasadnienie: do końca 1981r. w krajowym przemyśle obowiązywał system nakazowo–rozdzielczy, w którym kryterium jakości pracy przedsiębiorstwa przemysłowego była właśnie wielkość produkcji.

Niestety tak nie było, ponieważ ze względu na ograniczenia importowe przemysł w 1981r. nie dysponował dostateczną ilością surowców, co obniżyło tę produkcję. Dlatego też przyjęto, że $J_g$ osiągnięte w 1980r. wskutek inwestycji, wzrosło do 1982r. o 5%. Ponieważ produkcja w przemyśle w 1980r. była wyższa [10] od tej w 1982r. o około 25%, więc w sumie należy dane odnośnie do wartości produkcji i kosztów produkcyjnych zwiększyć o 30%, tj. pomnożyć o współczynnik 1,3.

**2. Metodyka obliczeń**

Celem rozważań w niniejszym punkcie jest podanie metodyki obliczania optymalnej wielkości produkcji $J_0$ oraz udziału S określonego przemysłu w wytworzonym dochodzie narodowym.
Jeśli chodzi o obliczenie optymalnej wielkości produkcji $J_0$ to określa się ją z warunku $J_0 = J_g$, jeżeli:

$$C_a \geqslant \frac{dK(J_g)}{dJ_g} \quad \text{lub} \quad C_a \geqslant \frac{dK_1(J_g)}{dJ_g}$$

oraz pewne $J_0 < J_g$, jeżeli spełnione są nierówności odwrotne. W tym ostatnim przypadku oblicza się $J_0$, a właściwie wielkość bezwymiarową $\psi := \frac{J_0}{J_g}$, z równania typu

$$C_a = \frac{dK(\psi)}{d\psi} \quad \text{lub} \quad C_a = \frac{dK_1(\psi)}{d\psi} \qquad /A.III.1/$$

przy czym we wszystkich obliczeniach przyjęto $C_a = C_b\,(1-w)$, czyli $C_s = 0$.
Udział S przedsiębiorstwa (przemysłu) w dochodzie narodowym oblicza się ze wzoru:

$$S = (C_b\,J_g)\,\psi - K_1(\psi), \qquad /A.III.2/$$

gdzie $(C_b\,J_g)$ – wartość produkcji danego działu przemysłu.

$K_1(\psi)$ – koszt produkcji (bez kosztu osobowego) jako funkcja bezwymiarowej wielkości $\psi$. Ponieważ $K_1(\psi)$ ma wymiar kosztu, więc jest proporcjonalne do wielkości produkcji $J_g$.
Jak wynika z powyższego, podstawowe znaczenie dla obliczenia interesujących danych posiada znajomość funkcji kosztów $K(\psi)$ i $K_1(\psi)$. Wyprowadzi się teraz wzory na funkcje.
Dla przedsiębiorstwa nieliniowego, na podstawie Aneksu I jest

$$K^{(n)}(\psi) = K^{(1)}(\psi) + K^{(2)}(\psi) = H\left(\psi - \frac{J_k}{J_g}\right) + a_1(\psi J_g - J_k) + b_1\left(\frac{\psi J_g - J_k}{d}\right)^{\nu_1} \qquad /A.III.3/$$

gdzie H – stała (współczynnik proporcjonalności). Przyjmuje się, że dla $\psi = 1$ $(J = J_g)$ składnik pierwszy w /A.III.1/ stanowi połowę wielkości wszystkich trzech składników. Będzie się również przyjmować, że koszty materialne produkcyjne bezpośrednie stanowią 80% kosztów materialnych całkowitych, które będzie się oznaczać przez $K^{(n)}(J_g)$, oraz, że $J_k = 0{,}1\,J_g$. Wtedy:

$$0{,}5 \cdot 0{,}8\,K^{(n)}(J_g) = 0{,}9\,H$$

stąd

$$H = \frac{4}{9}\,K^{(n)}(J_g).$$

zaś

$$0{,}4\,K^{(n)}(J_g) = a\,(J_g - J_k) + b\left(\frac{J_g - J_k}{d_1}\right)^2$$

gdzie przyjęto $\nu'_1 = 2$.
Oznaczając:

$$\frac{b_1\left(\frac{J_g - J_k}{d_1}\right)^2}{a_1(J_g - J_k)} = r_1 \quad \text{oraz} \quad \frac{J_g - J_k}{d_1} = m_1$$

(gdzie pierwsze oznaczenie jest równoważne z przyjęciem stosunku nieliniowej do liniowej części kosztów produkcji dla maksymalnie możliwej wielkości produkcji), otrzymuje się:

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{m_1}{r_1 \cdot d_1}$$

i równanie

$$0{,}4\ K^{(n)}(J_g) = b_1 \frac{m_1}{r_1} m_1 + b_1 (m_1)^2$$

stąd wynikają wzory na $a_1$ i $b_1$:

$$b_1 = \frac{0{,}4\ K^{(n)}(J_g) r_1}{m_1^2 (1 + r_1)} \qquad /A.III.4/$$

$$a_1 = b_1 \frac{m_1}{r_1 d_1} = \frac{0{,}4\ K^{(n)}(J_g)}{m_1 (1+r_1) d_1} \qquad /A.III.5/$$

m = 0,9 (ponieważ $d_1 = J_g$ oraz $J_k = 0{,}1\ J_g$)

Po podstawieniu /A.III.4/ i /A.III.5/ do /A.III.3/ otrzymuje się:

$$K^{(2)}(\psi) = \frac{0{,}4}{0{,}9} \frac{K^{(n)}(J_g)}{1+r_1} (\psi - 0{,}1) + \frac{0{,}4}{(0{,}9)^2} \frac{K^{(n)}(J_g)}{1+r_1} r_1 (\psi_1 - 0{,}1)^2 \qquad /A.III.6/$$

$$K^{(1)}(\psi) = \frac{4}{9} K^{(n)}(J_g) (\psi - 0{,}1) \qquad /A.III.7/$$

Dla przemysłu nieliniowego [11] jest $K^{(n)}(J_g) = 1{,}3 \cdot 1511 = 1964$ mld zł. oraz [12] $(C_b J_g)^{(1)} =$ $= 1{,}3 \cdot 2106 = 2737{,}5$ mld zł.

Przyjmuje się $r_1 = \frac{4}{3}$.

Wyznaczy się teraz wzór na $K^{(nk)}(J)$ – funkcję kosztów dla przemysłu nieliniowo–quasiliniowego.

Na podstawie Aneksu I:

$$K^{(nk)}(J) = K_{nk}^{(1)}(J) + K_{nk}^{(2)}(J) + K^{(4)}(J) \qquad /A.III.8/$$

gdzie

$$K_{nk}^{(1)}(J) = 1{,}3\ H_1 J_g \left(\frac{J - J_k}{J_g}\right) \qquad /A.III.9/$$

$H_1$ – stała (współczynnik)

$$K_{nk}^{(2)}(J) = a(J - J_k) + b\left(\frac{J - J_k}{d}\right) \quad \text{– kosz nośników energii} \qquad /A.III.10/$$

$$K^{(4)}(J) = a_2 J + b_2 \left(\frac{J}{d_2}\right)^2 \quad \text{– koszty osobowe} \qquad /A.III.11/$$

Niech $K^{(4)}(J_g)$ oznacza koszty osobowe dla rozważanego typu przemysłu (tylko pracowników produkcyjnych) dla maksymalnie możliwej wielkości produkcji, zaś $K_{nk}^{(2)}(J_g)$ – koszty nośników energii dla rozważanego typu przemysłu dla $J = J_g$.

Podobnie jak wyżej zakłada się:

$$\frac{J_g}{d_2} = m_1^0, \qquad \frac{b_2\left(\frac{J_g}{d_2}\right)^2}{d_2 J_g} = r_1^0 \qquad d_2 = J_g \qquad /A.III.12/$$

Zakłada się również $\psi_2 = 7$. Postępując analogicznie jak wyżej, otrzymuje się:

$$a_2 = \frac{K^{(4)}(J_g)(1+g)}{(1+r_1^0)m_1^0 d_2} \qquad b_2 = \frac{r_1^0}{(m_1^0)^7} \cdot \frac{K^{(4)}(J_g)(1+g)}{1+r^0} \qquad /A.III.13/$$

(gdzie g — stopa obciążenia funduszu płac wynosząca w 1982r. ≈ 50%)

oraz $K^{(4)}(\psi)$ przyjmuje postać:

$$K^{(4)}(\psi) = \frac{K^{(4)}(J_g)}{1+r_1^0} + \frac{K^{(4)}(J_g)}{1+r_1^0} r_1^0 \psi^2, \qquad \psi := \frac{J}{J_g} \qquad /A.III.14/$$

W obliczeniach będzie się przyjmować $\psi_2 = 7$ oraz $r_1^0 = 0{,}2$. Przy obliczaniu $K^{(4)}(J_g)$ nie uwzględniono zmiany wielkości produkcji, ponieważ zatrudnienie w przemyśle w 1982r. w porównaniu z 1980r. praktycznie nie uległo zmianie. Obliczono [13], że $K^{(4)}(J_g) \cong 558{,}4$ mld zł.

Podane zostaną teraz wzory na $K_{nk}^{(1)}(J)$ oraz $K_{nk}^{(2)}(J)$. $K_{nk}^{(2)}(J)$ określa /A.III.8/. Dla obliczenia tej wielkości przyjmuje się, że cały przemysł zużywał $\frac{1}{3}$ ilości węgla kamiennego, przeznaczonego dla kraju, tj. około 50 mln ton, że koszt tony węgla w 1982r. wynosił średnio 63 dol. USA, zaś przelicznik wynosił 85 zł. za dolara. Wtedy koszt nośnika energii (nie uwzględnia się innych nośników energii jak węgiel brunatny, gaz energetyczny itp.) wynosił 405 mld zł. Przyjmuje się, że koszty nośnika energii dzieli się między przemysł nieliniowy i nieliniowo-quasiliniowy w proporcji do wartości produkcji tych przemysłów. Wtedy na przemysł nieliniowo-quasiliniowy przypadało nośnika energii za około 300 mld zł. Zatem $K_{nk}^{(2)}(J_g) = 390$ mld zł. (po uwzględnieniu zmiany $J_g$). Oznaczając:

$$\frac{J_g - J_k}{d} = m_1^{(m)}, \qquad \frac{b\left(\frac{J_g - J_k}{d}\right)^2}{a\,(J_g - J_k)} = r_1^{(m)}, \qquad \frac{J_k}{J_g} = 0{,}1, \qquad \psi = \frac{J}{J_g}, \qquad d = J_g \qquad /A.III.15/$$

otrzymuje się

$$\frac{b}{a} = \frac{r_1^{(m)} d}{m_1^{(m)}}$$

Uwzględniając założenie, że 20% kosztów stanowiły koszty pośrednio produkcyjne, otrzymuje się postępując jak wyżej.

$$a = \frac{0{,}8\,K_{nk}^{(2)}(J_g)}{m_1^{(m)}(1+r_1^{(m)})}, \qquad b = \frac{0{,}8\,K_{nk}^{(2)}(J_g)}{(m_1^{(m)})} \cdot \frac{r_1^{(m)}}{1+r_1^{(m)}} \qquad /A.III.16/$$

Ostatecznie otrzymuje się następujący wzór na $K_{nk}^{(2)}(\psi)$:

$$K_{nk}^{(2)}(\psi) = \frac{0,8}{0,9}\,\frac{K_{nk}^{(2)}(J_g)}{1+r_1^{(m)}}\,(\psi-0,1) + \frac{0,8}{(0,9)^2}\,\frac{K_{nk}^{(2)}(J_g)r_1^{(m)}}{1+r_1^{(m)}}\,(\psi-0,1)^2 \qquad /A.III.17/$$

gdzie założono $r_1^{(m)} = 0,2$ oraz na $K_{nk}^{(1)}(\psi)$:

$$K_{nk}^{(1)}(\psi) = 1,3 \cdot H_1 J_g(\psi - 0,1) \qquad .A.III.18.$$

gdzie $H_1 J_g$, obliczone z prostego bilansu kosztów materialnych produkcji [14], wynosi:

$$H_1 J_g \cong 3109 \text{ mld zł.}$$

Wartość produkcji przemysłu nieliniowo–quasiliniowego wynosi [15]:

$$(C_b J_g)^{(2)} = 1,3 \cdot 4696 = 6124 \text{ mld zł.}$$

Jeśli chodzi o stopę podatku obrotowego w, to w 1982r. podstawowa wartość tej stopy (dla większości produktów) wynosiła 0,1. Ponieważ jednak niektóre produkty były opodatkowane wyższymi stopami (0,3 i więcej), więc przyjmuje się dla obliczeń wartość w = 0,14.

### 3. Obliczenia liczbowe

Niżej wyliczy się liczby ilustrujące rozważania teoretyczne z części I i II pracy.

Wyliczenia do części I pracy:

Obliczenie $J_0^{(1)}$ dla przemysłu nieliniowego:

$J_0^{(1)}$ oblicza się z równania wynikającego z /A.III.1/

$$(1-w)(C_b J_g)^{(1)} = \frac{dK^{(n)}(\psi)}{d\psi}, \qquad \text{gdzie } \psi := \frac{J_g^{(1)}}{J_g}$$

podstawiając dane z Aneksu III otrzymuje się równanie

$$0,86 \cdot 2737,5 = \frac{0,4}{0,9}\,1964 + \frac{0,4}{0,9} \cdot \frac{3}{7} \cdot 1964 + \frac{2 \cdot 0,4}{(0,9)^2} \cdot \frac{4}{7}\,(\psi - 0,1),$$

z którego otrzymuje się:

$$\psi > 1$$

a więc przyjmuje się $\psi = 1$.

Obliczenie $S_1^{(n)}$:

$S_1^{(n)}$ oblicza się ze wzoru wynikającego z /A.III.2/

$$S_1^{(n)} = (C_bJ_g)^{(1)} \cdot 1 - K^{(n)}(1) = 2190 \cdot 1 - \frac{0,4}{0,9} \cdot 1964 \cdot \frac{3}{7} \cdot 0,9 - \frac{0,4}{(0,9)^2} \cdot 1964 \cdot \frac{4}{7}(0,9)^2 + \frac{4}{9} \cdot 1964 \cdot$$

$$\cdot\, 0,9 = 628 \text{ mld zł.}$$

Obliczenie $J_0^{(1)}$ dla przemysłu nieliniowo–quasiliniowego:

$J_0^{(1)}$ dla przemysłu nieliniowo–quasiliniowego oblicza się z równania wynikającego z /A.III.1/

$$(1 - w)(C_bJ_g)^{(2)} = \frac{dK^{(nk)}(\psi_1)}{d\psi_1}, \text{ gdzie } \psi_1 := \frac{J_0^{(1)}}{J_g}$$

Po podstawieniu liczb otrzymuje się:

$$0,86 \cdot 6124 = 1,3 \cdot 3109 + \frac{0,8 \cdot 390}{0,9 \cdot 1,2} + \frac{0,8}{(0,9)^2} \cdot \frac{390 \cdot 0,2}{1,2} 2(\ 1 - 0,1) + \frac{558,4}{1,2} \cdot 1,5 + \frac{558,4 \cdot 1,5}{1,2} \cdot$$

$$\cdot\, 0,2 \cdot 7\psi_1^{6}$$

lub po wykonaniu działań

$$911,5 = 130\psi_1 + 977,2\psi_1^{6}$$

Rozwiązaniem ostatniego równania jest $\psi_1 \approx 0,965$.

Obliczenie $S_1^{(nk)}$: $S_1^{(nk)}$ oblicza się na podstawie wzorów analogicznych do /A.III.1/ i /A.III.2/ oraz ze wzorów /A.III.9/ i /A.III.10/.

$$S_1^{(nk)} = (C_bJ_g)^{(2)}\psi_1 - K_{nk}^{(2)}(\psi_1) - K_{nk}^{(1)}(\psi_1) = (C_bJ_g)^{(2)}\psi_1 - \frac{0,8}{0,9} \cdot \frac{K_{nk}^{(2)}(J_g)}{1 + r_1^{(m)}}(\psi_1 - 0,1) -$$

$$- \frac{0,8}{(0,9)^2} \cdot \frac{K_{nk}^{(2)}(J_g)r_1^{(m)}}{1 + r_1^{(m)}}(\psi_1 - 0,1)^2 + 1,3\,(H_1J_g)(\psi_1 - 0,1) = 2113,5 \text{ mld zł.}$$

Obliczenie $J_0^{(2)}$ dla przemysłu nieliniowego:

$J_0^{(2)}$ oblicza się z równania analogicznego do /A.III.1/

$$(C_bJ_g)^{(1)} = \frac{dK^{(n)}(\psi_2)}{d\psi_2}, \quad \text{gdzie } \psi_2 = \frac{J_0^{(2)}}{J_g}$$

Podstawiając dane otrzymuje się równanie

$$2737,5 = \frac{0,4}{0,9} \cdot 1964 + \frac{0,4}{0,9} \cdot \frac{3}{7} \cdot 1964 + \frac{2 \cdot 0,4}{(0,9)^2} \cdot \frac{4}{7}(\psi_2 - 0,1)$$

którego rozwiązanie $\psi_2 > 1$, a ponieważ $J_0^{(2)}$ nie może przekroczyć $J_g$, więc

$$\psi_2 = 1 \quad \text{i} \quad J_0^{(2)} = J_g$$

Obliczenie $S_2^{(n)}$: $S_2^{(n)}$ oblicza się na podstawie równania analogicznego do /A.III.1/

$$S_2^{(n)} = (C_b J_g)^{(1)} - K^{(n)}(1) = 2190 - \frac{0,4}{0,9} \cdot \frac{1964}{\frac{7}{3}} 0,9 - \frac{0,4}{(0,9)^2} 1964 \cdot \frac{4}{7} \cdot (0,9)^2 - \frac{4}{9} \cdot 1964 \cdot 0,9 =$$

= 628 mld zł.

Obliczenie $J_0^{(2)}$ dla przemysłu nieliniowo–quasiliniowego.

$J_0^{(2)}$ dla przemysłu nieliniowo–quasiliniowego oblicza się z równania

$$(C_b J_g)^{(2)} = \frac{d}{d\psi_2} K_{nk}^{(1)}(\psi_2) + K_{nk}^{(2)}(\psi_2)$$

wynikającego ze wzoru /A.III.1/, gdzie: $K_{nk}^{(1)}(\psi_2)$ i $K_{nk}^{(2)}(\psi_2)$ są określone przez /A.III.9/ oraz /A.III.10/ lub po podstawieniu wyrażeń i liczb

$$6124 = 1,3 \cdot 3109 + \frac{0,8}{0,9 \cdot 1,2} \cdot 390 + \frac{0,8}{(0,9)^2} \cdot \frac{390 \cdot 0,2}{1,2} \cdot 2\,(\psi_2 - 0,1)$$

Ponieważ z ostatniego równania wynika, że $\psi_2 > 1$, a $J_0^{(2)}$ nie może przekroczyć $J_g$, więc $J_0^{(2)} = J_g$.

Obliczenie $S_2^{(nk)}$ : $S_2^{(nk)}$ oblicza się na podstawie wzoru analogicznego do /A.III.2/

$$S_2^{(nk)} = (C_b J_g)^{(2)} - K_{nk}^{(2)}(1) - K_{nk}^{(1)}(1) = 6124 - \frac{0,8 \cdot 390}{1,2} - \frac{0,8 \cdot 390 \cdot 0,2}{1,2} - 1,3 \cdot 0,9 \cdot$$

$\cdot$ 3109 = 2174 mld zł.

Obliczenie $J_0^{(3)}$ dla przemysłu nieliniowo–quasiliniowego:

$J_0^{(3)}$ dla przemysłu nieliniowo–quasiliniowego oblicza się z równania wynikającego z /A.III.1/

$$(1 - w)(C_b J_g)^{(2)} = \frac{d}{d\psi_3} K_{nk}^{(1)}(\psi_3) + K_{nk}^{(2)}(\psi_3), \quad \text{gdzie } \psi_3 := \frac{J_0^{(3)}}{J_g}$$

lub po podstawieniu odpowiednich wyrażeń i liczb w miejsce wzorów A.III.9 i A.III.10 na odpowiednio $K_{nk}^{(1)}(\psi_3)$ i $K_{nk}^{(2)}(\psi_3)$,

$$0{,}86 \cdot 6124 = 1{,}3 \cdot 3109 + \frac{0{,}8}{0{,}9 \cdot 1{,}2} \cdot 390 + \frac{0{,}8}{(0{,}9)^2} \cdot \frac{390 \cdot 0{,}2}{1{,}2} \cdot 2(\psi_3 - 0{,}1)$$

stąd $\psi_3 > 1$, a więc przyjmuje się $J_0^{(3)} = J_g$.

Obliczenie $S_3^{(nk)}$:

$S_3^{(nk)}$ oblicza się ze wzoru analogicznego do /A.III.2/

$$S_3^{(nk)} = (C_b J_g)^{(2)} - K_{nk}^{(1)}(1) - K_{nk}^{(2)}(1)$$

lub, po podstawieniu odpowiednich wyrażeń i liczb

$$S_3^{(nk)} = 6124 - 1{,}3 \cdot 3109 \cdot 0{,}9 - \frac{0{,}8}{0{,}9 \cdot 1{,}2} \cdot 390 \cdot 0{,}9 - \frac{0{,}8}{(0{,}9)^2} \cdot \frac{390 \cdot 0{,}2}{1{,}2}(0{,}9)^2 = 2194 \text{ mld zł.}$$

Obliczenia ilustrujące rozważania teoretyczne z II części pracy.

Obliczenie $J_0^{(4)}$ dla przemysłu nieliniowego:

$J_0^{(4)}$ jest wielkością produkcji dla przemysłu nieliniowego, dla której zysk jest maksymalny dla w = 0. $J_0^{(4)}$ oblicza się z równania analogicznego do /A.III.1/

$$(C_b J_g)^{(1)} = \frac{dK^{(n)}(\psi_4)}{d\psi_4}, \qquad \text{gdzie } \psi_4 : \frac{J_0^{(4)}}{J_g}$$

Lecz ostatnie równanie jest identyczne z tym dla obliczenia $J_0^{(2)}$ dla przemysłu nieliniowego. Zatem również tutaj

$$J_0^{(4)} = J_g$$

Obliczenie $S_4^{(n)}$:

$S_4^{(n)}$ oblicza się ze wzoru analogicznego do /A.III.2/

$$S_4^{(n)} = (C_b J_g)^{(1)} - K^{(n)}(1)$$

i wzór ten jest identyczny ze wzorem na $S_2^{(n)}$, zatem

$$S_4^{(n)} = 628 \text{ mld zł.}$$

Obliczenie $J_0^{(4)}$ dla przemysłu nieliniowo–quasiliniowego

$J_0^{(4)}$ jest wielkością produkcji maksymalizującej zysk (dla w = 0) dla przemysłu nieliniowo–quasiliniowego. Oblicza się je z równania analogicznego do /A.III.1/:

$$(C_bJ_g)^{(2)} = \frac{dK^{(nk)}(\psi_4)}{d\psi_4}, \quad \text{gdzie}\ \psi_4 := \frac{J_0^{(4)}}{J_g}$$

lub po podstawieniu wyrażeń na $K^{(nk)}(\psi_4)$ (patrz wzór analogiczny do /A.III.8/) i liczb otrzymuje się równanie na $\psi_4$:

$$1325 = 130\psi_4 + 624\psi_4^6$$

Rozwiązaniem tego równania jest pewne $\psi_4 > 1$, a więc, ponieważ: $J_0^{(4)} \leqslant J_g$, zatem $J_0^{(4)} = J_g$.

Obliczenie $S_4^{(nk)}$:

$S_4^{(nk)}$ oblicza się ze wzoru identycznego z wzorem dla $S_2^{(nk)}$, a więc:

$$S_4^{(nk)} = S_2^{(nk)} \cong 2194 \text{ mld zł.}$$

Obliczenie $J_0^{(5)}$ dla przemysłu nieliniowego:

$J_0^{(5)}$ dla przemysłu nieliniowego jest wielkością produkcji maksymalizującej dochód przemysłu nieliniowego $P_d$ dla $w = 0$, tj. $P_c$. $J_0^{(5)}$ wyznacza się z równania:

$$(C_bJ_g)^{(1)} = \frac{dK^{(nk)}(\psi_5)}{d\psi_5}, \quad \text{gdzie}\ \psi_5 := \frac{J_0^{(5)}}{J_g}$$

a więc identycznego z równaniem na $\psi_2$ dla przemysłu nieliniowego. Zatem:

$$J_0^{(5)} = J_g$$

Obliczenie $S_5$ dla przemysłu nieliniowego:

$S_5^{(n)}$ oblicza się ze wzoru na $S_2^{(n)}$, a więc $S_5^{(n)} \cong 628$ mld zł.

Obliczenie $J_0^{(5)}$ dla przemysłu nieliniowo–quasiliniowego:

$J_0^{(5)}$ dla przemysłu nieliniowo–quasiliniowego jest wielkością produkcji maksymalizującej dochód przemysłu nieliniowo–quasiliniowego dla $w = 0$, tzn. $P_c$. $J_0^{(5)}$ wyznacza się z równania identycznego z tym dla $J_0^{(2)}$ dla przemysłu nieliniowo–quasiliniowego, a więc $J_0^{(5)} = J_g$.

Obliczenie $S_5^{(nk)}$:

$S_5^{(nk)}$ oblicza się ze wzoru analogicznego do $S_2^{(nk)}$, a więc $S_5^{(nk)} = S_2^{(nk)} \cong 2194$ mld zł.

## 4. Dyskusja dokładności obliczeń

Z następujących powodów wyliczone w pracy efekty ekonomiczne stanowią ocenę przybliżoną:

– przyjęto stosunek nieliniowej części kosztów do ich części liniowej oraz wykładniki potęgowe w funkcjach kosztów. Nietrudno się przekonać, że zależność wyliczonych efektów od tych zmiennych jest dość słaba. Znacznie bardziej krytyczne są założenia co do udziału części kosztów bezpośrednio produkcyjnych w kosztach całkowitych, założenie co do podziału kosztów surowców i nośników energii przemysłu nieliniowego na koszty rosnące liniowo i szybciej niż liniowo itp. Niestety błędy wynikające z tych założeń jest trudno ocenić:

- przedsiębiorstwa z obu grup przemysłów są traktowane łącznie i poszczególne grupy są rozważane jako wielkie, pojedyncze przedsiębiorstwa, złożone z przedsiębiorstw o własnościach przeciętnych takich jak cała grupa (tj. o proporcjach między poszczególnymi składnikami kosztów, jak również o proporcji między kosztami i wartością produkcji takich jak dla całej grupy). Jeżeli poszczególne przedsiębiorstwa są różne od przedsiębiorstwa przeciętnego, to efekty ekonomiczne, wynikające ze zmiany metody opodatkowania, będą mniejsze niż wyliczono wyżej;
- inna przyczyna, dla której rozpatrywanie osobno poszczególnych przedsiębiorstw daje większe sumaryczne efekty ekonomiczne, wynika stąd, że:

$$\left(\sum_i \psi_i\right)^{\nu} > \sum_i \psi_i^{\nu}$$

gdzie $\psi_i = \frac{J_i}{J_{gi}}$, zaś $\nu > 1$. Oznacza to, że suma kosztów produkcyjnych poszczególnych przedsiębiorstw jest mniejsza od kosztu produkcyjnego łącznego, gigantycznego przedsiębiorstwa.

## Literatura


[1] – K.J.Arrow, S.Karlin, H.Scarf: Studies in the Mathematical Theory of Inventory and Production, Stanford 1958

[2] – I.Deans: Managerial Economics, Englewoods Cliffs, 1953

[3] – W.M.Dobkin: Wybor ekonomiczeskich kriterijew optimizacii reżimnich i konstruktiwnych parametrow reaktorow. Chim. Prom. t. 168, Nr 3 (1968)

[4] – Mała encyklopedia ekonomiczna, Warszawa 1974

[5] – Mały rocznik statystyczny 1984, Warszawa 1984

[6] – H.Fiszel: Teoria efektywności inwestycji i jej zastosowanie, Warszawa 1976

[7] – Kotły parowe, t. I, Warszawa 1956


## Przypisy

1) W dalszej części opuszcza się przymiotnik przemysłowe , ponieważ będą rozważane wyłącznie przedsiębiorstwa przemysłowe.

2) We wstępie do pracy podano, że jej cechą charakterystyczną jest to, że posłużono się w niej modelem typu wejście – wyjście, a nie modelem typu wyjście–wejście, jak to zwykło się rozważać. Model typu wejście–wyjście jest zbiorem związków typu $k_i = k_i(J)$, i = 1, ... I + 1, gdzie $k_i$ – wejście (natężenie strumienia wejściowego), zaś J – wyjście (wielkość produkcji) (patrz wzór /1/). Odpowiadającym temu modelowi modelem typu wyjście–wejście jest związek

$$J = \varphi(\underline{k}),$$

gdzie $\underline{k}$ – wektor natężeń strumieni wejściowych do przedsiębiorstwa, zaś $\varphi(\cdot)$ – funkcja–model matematyczny. Należy podkreślić, że modelem matematycznym typu wejście–wyjście posłużyli się również Arrow, Karlin i Scarf w pracy [1], lecz w związku z innym zagadnieniem (planowania produkcji).

3) Przez $\frac{dk(J_g)}{dJ_g}$ w dalszym ciągu rozumie się pochodną lewostronną funkcji K(J) dla $J=J_0$. Pochodną tę nazywa się kosztem krańcowym dla $J=J_g$.

4) Przez punkt stacjonarny funkcji rozumie się taką wartość zmiennej niezależnej, dla której funkcja ma zerową pochodną.

5) Przez koszt krańcowy rozumie się pochodną funkcji kosztów względem wielkości produkcji.

6) Własność optymalności zysku względem wielkości produkcji wynika z rys. 2; patrz również twierdzenie 1 p. 2, wzór /15/.

7) Rysunek górny na tym wykresie przedstawia zależność przeciętnych kosztów od wielkości produkcji. Wykres jest gałęzią hiperboli, co pozwala stwierdzić, że również dla tego przedsiębiorstwa zależność koszt–produkcja jest liniowa.

8) Może nasunąć się pytanie jak wygląda zagadnienie maksymalizacji np. zysku Z względem wielkości produkcji J dla przypadku, gdy w rozważaniach posłużymy się modelem typu wyjście–wejście. Wtedy Z wyraża się wzorem

$$Z = \left[C_b(1-w) - C_s\right] J(\underline{k}) - \sum_{i=1}^{l+1} C_i k_i,$$

gdzie $k_i$ są składowymi wektora $\underline{k}$ i nie są funkcją J. To zagadnienie maksymalizacyjne jest rozwiązywane dwuetapowo: wpierw wyznacza się optymalne składowe $k_i$ wektora $\underline{k}$, z rozwiązania zagadnienia

$$\max Z = \max \left( \left\{ \left[C_b(1-w) - C_s\right] J(\underline{k}) - \sum_{i=1}^{l+1} C_i k_i \right\} : k_i \geqslant 0 \right) \Rightarrow \underline{k}_0,$$

a następnie, posługując się definicją modelu typu wyjście–wejście, wyznacza się

$$J_0 = \varphi(\underline{k}_0).$$

gdzie $k_0$ – wektor o składowych $k_{i0}$, będących rozwiązaniem zagadnienia maksymalizacyjnego, zaś $\varphi(\cdot)$ – model matematyczny (patrz przypis 3). Oczywiście, zagadnienie to jest bardziej złożone od tego rozważanego w pracy, przy użyciu modelu typu wejście–wyjście.

9) patrz [5], tabl. 6 (199), str. 133

10) patrz [5], tabl. 1 (114), str. 123

11) $K^{(n)}(J_g)$ obliczono w oparciu o [5], tabl. 6 (119), str. 133, rubryka „koszty materialne produkcji globalnej", 1982; współczynnik 1,3 uwzględnia 30% obniżkę wielkości produkcji maksymalnej w 1982 r. w porównaniu z 1980 r.

12) $(C_b J_g)^{(1)}$, tj. wartość produkcji sprzedanej dla przemysłu nieliniowego obliczono na podstawie [5], tabl. 6 (119), str. 133, rubryka „produkcja globalna", 1982 r. współczynnik 1,3 uwzględnia 30% obniżkę wielkości produkcji maksymalnej w 1982r. w porównaniu z 1980 r.

13) $K^{(4)}(J_g)$, tj. koszty osobowe, obliczono na podstawie [5], tabl. 9 (122) ze str. 140 oraz tabl. 13 (126) ze str. 143.

14) Bilans kosztów materialnych dla $J = J_g$: całkowite koszty materialne = koszty materialne przemysłu nieliniowego ($0{,}8\ K^{(n)}(J_g)$) + koszty surowców i półproduktów przemysłu nieliniowo-quasiliniowego ($0{,}9\ H_1 J_g$) + koszty nośników energii dla przemysłu nieliniowo–quasiliniowego ($0{,}8\ K_{nk}^{(2)}(J_g)$) (w równaniu tym koszty materialne całkowite określono na podstawie tabl. 6 (119), str. 155 w [5], po uwzględnianiu współczynników 1,3 i 0,8 ):

$$1{,}3 \cdot 0{,}8 \cdot 4501 = 0{,}8\ K^{(n)}(J_g) + 0{,}9 \cdot 1{,}3\ H_1 J_g + 0{,}8\ K_{nk}^{(2)}(J_g)$$

15) $(C_b J_g)^{(2)}$ odczytano z tabeli 6 (199), str. 133 z [5].

## CZĘŚĆ II. WYBÓR OPTYMALNEJ METODY OPODATKOWANIA

W artykule wykazano, że opodatkowanie przedsiębiorstwa przemysłowego podatkiem obrotowym jest w ogólności niekorzystne ze względu na wielkość udziału przedsiębiorstwa w wytworzonym dochodzie narodowym. Stosowanie takiego podatku obniża ten udział. Należy stosować wyłącznie podatek dochodowy. Wniosek powyższy jest słuszny dla wszytkich typów przedsiębiorstw, gdy miernik jakości pracy zależy od kosztów osobowych (miernikiem takim jest np. zysk) oraz dla przedsiębiorstw o ciągłym procesie przemysłowym w przypadku, gdy miernik ten nie zależy od kosztów osobowych (miernikiem takim jest np. dochód). Gdy w przedsiębiorstwie zachodzą nieciągłe procesy przemysłowe oraz gdy miernik nie zależy od kosztów osobowych, to stosowanie podatku obrotowego nie wpływa na udział przedsiębiorstwa w wytworzonym dochodzie narodowym.

### 1. Wstęp

Celem rozważań w niniejszej pracy jest optymalizacja systemu ekonomiczno–finansowego przedsiębiorstwa przemysłowego [1] względem metody opodatkowania. To zagadnienie nieparametryczne zostanie sprowadzone do zagadnienia parametrycznego – mianowicie do zagadnienia optymalizacji względem stopy podatku obrotowego. Założenia wymienione w [4] obowiązują również tutaj. W niniejszej części pracy będzie się rozważać zysk Z i dochód $P_d$. W [4] podano następujące wzory, na te wielkości:

$$Z = \left[C_b (1 - w) - C_s\right] J - K(J) + B \qquad /1/$$

$$P_d = \left[C_b (1 - w) - C_s\right] J - K_1(J) + G \qquad /2/$$

gdzie: $K(J)$ oraz $K_1(J)$ – funkcje kosztów, zdefiniowane następująco:

$$K(J) := \sum_{i=1}^{l+1} C_i k_i(J)$$

$$K_1(J) := \begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{l} C_i k_i(J) & \text{– dla przedsiębiorstw nieliniowych i nieliniowo–quasiliniowych} \\ \sum\limits_{i=1}^{l} C_i \delta_i J & \text{– dla przedsiębiorstw quasiliniowych} \end{cases}$$

$C_b$ – jednostkowa cena zbytu produktu,

$w$ – stopa podatku obrotowego, przy czym podatek P wyraża się wzorem: $P = wC_bJ$,

$C_s$ – jednostkowy koszt sprzedaży produktu,

J – wielkośc produkcji,

B, G – składowe stałe zysku i dochodu,

$C_i$ – suma ceny jednostkowej i–tego strumienia materialnego na wejściu przedsiębiorstwa i jednostkowego kosztu zakupu tego strumienia,

$k_i(j)$, $i = 1, \ldots, l$ – wielkość i–tego strumienia materialnego, konieczna do wytworzenia J jednostek produktu,

$C_{l+1}k_{l+1}(J)$ – składowa zmienna kosztu osobowego,

$G_i$ – stała charakteryzująca wielkość i–tego strumienia materialnego.

Poza powyższymi oznaczeniami będzie się używać następujących:

$J_k$ – wielkość produkcji, dla której koszt krańcowy jest minimalny [2],

$J_g$ – wielkość produkcji maksymalnej [2]

$J^{(k)} \in \langle J_k, J_g \rangle$ – minimalna wielkość produkcji, dla której przedsiębiorstwo jest jeszcze rentowne.

Będzie się zakładać, że dla wielkości produkcji zawartych w przedziale $\langle (k)\ J_g \rangle$ przedsiębiorstwo jest rentowne.

W dalszym ciągu będzie się rozważać tylko składowe zmienne mierników, przyjmując składowe stałe za równe zeru.

## 2. Optymalizacja systemu ekonomiczno–finansowego przedsiębiorstwa względem podatku obrotowego, gdy miernikiem jest zysk

Jak zdefiniowano w pracy [4] zysk netto $\mathcal{Z}$ wynosi:

$$\mathcal{Z} = (1 - p)\, Z \qquad /3/$$

gdzie p jest stopą podatku dochodowego, $p \in (0,1)$. Jest oczywiste, że ze względu na interes przedsiębiorstwa, a więc ze względu na wielkość zysku, najkorzystniej byłoby, gdyby było $w = 0$ i $p = 0$. Brak podatku jest jednak ze względu na interes państwa nie do przyjęcia. Niżej wykaże się, że jeżeli za miarę interesu państwa przyjąć udział w wytworzonym dochodzie narodowym przedsiębiorstwa, to jest on największy (w pewnych przypadkach) dla $w = 0$ i nie zależy od p.

Dla przedsiębiorstwa produkującego ilość J produktu, nie wyliczoną z warunku maksimum zysku, udział przedsiębiorstwa w wytworzonym dochodzie narodowym wynosi:

$$Z + wC_bJ + C_{l+1}k_{l+1}(J) = \left[C_b(1-w) - C_s\right] J - K_1(J) + wC_bJ = (C_b - C_s)\, J - K_1(J)$$

gdzie:

$$K_1(J) := \sum_{i=1}^{l} C_i k_i(J)$$

i udział przedsiębiorstwa w wytwarzanym dochodzie narodowym nie zależy od stopy podatku obrotowego „w". Gdy przedsiębiorstwo maksymalizuje zysk względem wielkości produkcji, to $J_0 = J_0(w)$ i udział przedsiębiorstwa w wytworzonym dochodzie narodowym zależy od „w". W dalszym ciągu w tym punkcie za miarę jakości pracy przedsiębiorstwa (ze względu na interes państwa) będzie się przyjmować ten udział, oznaczony przez $S_4(w)$ i wyrażony następująco:

$$S_4(w) := \max\left\{Z : J \in \langle J^{(k)}, J_g \rangle\right\} + wC_bJ_0 + C_{l+1}k_{l+1}(J_0). \qquad /4/$$

gdzie: $J_0 = J_0(w)$ jest wielkością produkcji, dla której zysk Z jest maksymalny.

Niżej dowiedzie się, że w pewnych przypadkach $S_4(w)$ osiąga wartość największą $S_4$ względem $w \in \langle 0,1 \rangle$:

$$S_4 = \max\left\{\left[\max\left(Z : J \in \langle J^{(k)}, J_g \rangle\right) + wC_bJ_0 + C_{l+1}k_{l+1}(J_0)\right] : w \in \langle 0,1 \rangle\right\} \qquad /5/$$

Będzie się rozważać przypadki odpowiadające różnym typom przedsiębiorstw. Interesujące własności $S_4(w)$ podaje następujące twierdzenie:

Twierdzenie 1.

1. Jeżeli spełniona jest nierówność

$$\frac{dk(J_k)}{dJ_k} \leqslant C_b(1-w) - C_s \leqslant \frac{dk(J_g)}{dJ_g} \qquad /6/$$

i przedsiębiorstwo dobiera taką wielkość produkcji, aby zysk był największy, to funkcja $S_4(w)$ przyjmuje w punkcie $w = 0$ wartość największą w przedziale $\langle 0,1 \rangle$ :

$$S_4(0) = \max \left\{ S_4(w) : w \in \langle 0,1 \rangle \right\} \qquad /7/$$

2. Jeżeli spełniona jest następująca nierówność:

$$C_b(1-w) - C_s \geqslant \frac{dK(J_g)}{dJ_g} \qquad /8/.$$

i przedsiębiorstwo dobiera taką wielkość produkcji, aby zysk był największy, to $S_4(w)$ nie zależy od wyboru stopy podatkowej w granicach:

$$0 \leqslant w \leqslant w_0$$

gdzie $w_0$ oblicza się z równania:

$$C_b(1-w_0) - C_s = \frac{dK(J_g)}{dJ_g} \qquad /9/$$

W twierdzeniu nie sformułowano tezy o zachowaniu się $S_4(w)$ dla przypadku

$$C_b(1-w) - C_s < \frac{dK(J^{(k)})}{dJ^{(k)}}$$

ponieważ dla takich cen produktu $C_b$ przedsiębiorstwo nie powinno produkować.

Dowód twierdzenia:

Udział $S_4$ w dochodzie narodowym można przedstawić jako sumę dwóch składowych (przy czym w obu maksimum zachodzi w punkcie $w = 0$)

$$S_4^{(1)} := \max \left\{ D(w) : w \in \langle 0,1 \rangle \right\} \qquad /10/$$

gdzie:

$$D(w) := \max\left(Z : J \in \langle J^{(k)}, J_g \rangle\right) + wC_bJ_0 \qquad /11/$$

oraz

$$S_{4.}^{(2)} := \max\left\{E(w) : w \in \langle 0,1\rangle\right\} \quad /12/$$

gdzie:

$$E(w) := C_{l+1} k_{l+1}(J_0) \quad /13/$$

oraz gdzie $J_0 = J_0(w)$ jest rozwiązaniem zagadnienia optymalizacyjnego po prawej stronie /11/ (pierwszy składnik).

Dowód tezy z p.1 sprowadza się zatem do dowodu tego, że D(w) i E(w) przyjmują wartości maksymalne względem w dlą takiej samej wartości w = 0. Dowiedzie się wpierw następujący lemat:

Lemat 1.

Jeżeli spełniona jest nierówność /6/ i przedsiębiorstwo dobiera taką wielkość produkcji, aby zysk był największy, to funkcja D(w) posiada punkt stacjonarny w = 0 i przyjmuje w tym punkcie wartość największą D(0) w przedziale $\langle 0,1\rangle$ :

$$D(0) = \max\left\{D(w) : w \in \langle 0,1\rangle\right\} \quad /14/$$

Dowód lematu:

Jeżeli za Z podstawić do /11/ wzór /1/, to D(w) wynosi:

$$D(w) = \max\left[\left\{\left[C_b(1-w) - C_s\right] J - K(J) + B\right\} : J \in \langle J^{(k)}, J_g\rangle\right] + wC_bJ_0 \quad /15/$$

gdzie, gdy spełniona jest nierówność /6/, to składnik w nawiasach kwadratowych, na podstawie p. 1 twierdzenia 1 z pracy [4], przyjmuje wartość największą dla wielkości produkcji $J_0 = J_0(w)$, która jest obliczana z równania:

$$\frac{dK(J_0)}{dJ_0} = C_b(1-w) - C_s \quad /16/$$

Wyznaczy się teraz punkt stacjonarny funkcji D(w) dla $w \in \langle 0,1\rangle$. Różniczkując D(w) względem w, gdzie D(w), dla $J = J_0$, wyraża się następująco:

$$D(w) = \left[C_b(1-w) - C_s\right] J_0 - K(J_0) + wC_bJ_0 = (C_b - C_s) J_0 - K(J_0) \quad /17/$$

i uwzględniając, że $J_0$ na podstawie /16/ jest funkcją w, otrzymuje się:

$$D'_w(w) = \frac{dJ_0}{dw}\left(C_b - C_s - \frac{dK(J_0)}{dJ_0}\right) = \frac{dJ_0}{dw} w C_b \quad /18/$$

gdzie ostatnia równość wynika z /16/. Dla obliczenia $\frac{dJ_0}{dw}$ należy rozważyć funkcję wynikającą z /16/

$$\varphi = C_b(1-w) - C_s - \frac{dK(J_0)}{dJ_0} = 0$$

Oblicza się teraz $\frac{dJ_0}{dw}$ jako:

$$\frac{dJ_0}{dw} = -\frac{\frac{\partial \varphi}{\partial w}}{\frac{\partial \varphi}{\partial J_0}} = -\frac{C_b}{\frac{d^2K(J_0)}{dJ_0^2}}$$

Ponieważ $J_0 \in \langle J^{(k)}, J_g \rangle$, więc $K(J_0)$ jest funkcją rosnącą szybciej niż liniowo [3] z $J_0$, a więc

$$\frac{d^2K(J_0)}{dJ_0^2} > 0$$

i ponieważ $C_b > 0$, więc

$$\frac{dJ_0}{dw} < 0 \qquad /19/$$

Stąd i z /18/ wynika, że jedynym punktem stacjonarnym funkcji $D(w)$ jest $w = 0$ [4]. Warunek $w \in \langle 0,1 \rangle$ jest więc w tym punkcie spełniony. Druga pochodna $D''_w(w)$ dla $w = 0$ wyraża się wzorem

$$D''_w(w)\Big/_{w=0} = \frac{dJ_0}{dw} C_b$$

i na podstawie /19/ jest ujemna. Zatem dla $w = 0$ $D(w)$ jest stacjonarne, przy czym jest to stacjonarność typu maksimum. Ponieważ $J_0$ jest ciągłą funkcją $w$ dla $w \in \langle 0,1 \rangle$ :

$$C_b(1-w) - C_s = \frac{dK(J_0)}{dJ_0}.$$

(na podstawie definicji A.I.1 [4] $\frac{dK(J_0)}{dJ_0}$ jest ciągłą funkcją $J_0$), więc jak to wynika z /17/, $D(w)$ jest również ciągłą funkcją $w$. Z twierdzenia Weierstrassa wynika więc, że dla $w \in \langle 0,1 \rangle$ $D(w)$ osiąga wartość największą. Nie trudno wykazać, że $D'_w(w)$ jest ciągła, a więc $D'(w)$ nie posiada ekstremum typu „ostrze". Ponieważ w punkcie $w = 0$ $D(w)$ posiada jedyny punkt stacjonarny, przy czym jest to stacjonarność typu maksimum, więc w tym punkcie prawdziwe jest /14/ co kończy dowód.

Dowiedzie się teraz następujący

Lemat 2:

Jeżeli spełniona jest nierówność /6/ i przedsiębiorstwo dobiera taką wielkość produkcji, aby zysk był największy, to funkcja $E(w)$ przyjmuje w punkcie $w = 0$ wartość maksymalną, lub jest wielkością stałą.

Dowód lematu:

Dowód przeprowadzi się osobno dla każdego z trzech rozważanych w pracy typów przedsiębiorstw przemysłowych: [2]

– przedsiębiorstwo nieliniowe:

W tym przypadku $C_{l+1}k_{l+1}(J_0) \equiv 0$, więc lemat 2 jest spełniony;

– przedsiębiorstwo quasiliniowe:

W tym przypadku, na podstawie [4] i równania [2]

$$C_b(1-w) - C_s = \frac{dK^{(k)}(J_0)}{dJ_0}$$

wynikającego z tezy 1 twierdzenia 1 z [4] jest

$$J_0 = \left[\frac{C_b(1-w) - C_s - \sum_{i=1}^{l} \sigma_i c_i - a}{b\gamma} d^{\gamma}\right]^{\frac{1}{\gamma - 1}}$$

Ponieważ $C_{l+1}k_{l+1}(J_0)$ jest rosnącą funkcją $J_0$, więc lemat 2 spełniony dla $w = 0$;

— przedsiębiorstwo nieliniowo–quasiliniowe:

Dowód lematu jest w tym przypadku analogiczny jak dla przedsiębiorstwa quasiliniowego, lecz w miejsce $K^{(k)}(J_0)$ należy podstawić ${}^{(4)}K^{(nk)}(J_0)$.

Podany teraz zostanie dowód tezy z p. 2 twierdzenia 1:

Dowiedzie się wpierw następujący

Lemat 3:

Jeżeli spełniona jest następująca nierówność:

$$C_b(1-w) - C_s \geqslant \frac{dK(J_g)}{dJ_g}$$

i przedsiębiorstwo dobiera taką wielkość produkcji, aby zysk był największy, to D(w) nie zależy od wyboru stopy podatkowej w granicach:

$$0 \leqslant w \leqslant w_0$$

gdzie $w_0$ oblicza się z równania:

$$C_b(1-w_0) - C_s = \frac{dK(J_g)}{dJ_g} \qquad /20/$$

Dowód lematu:

Jeżeli cena $C_b$ spełnia nierówność /8/, to jak wynika z p. 3 twierdzenia 1 z [4], przedsiębiorstwo powinno produkować ilość $J_g$ produktu. Zysk Z wynosi wtedy:

$$Z = \left[C_b(1-w) - C_s\right] J_g - K(J_g)$$

a D wynosi:

$$D = Z + wC_bJ_g = (C_b - C_s)\, J_g - K(J_g)$$

i w pewnym przedziale wartości stopy podatkowej w nie zależy od niej. Rzeczywiście, zwiększając w od zera dochodzi się do takiej wartości $w_0$, dla której spełnione jest następujące równanie

$$C_b(1-w_0) - C_s = \frac{dK(J_g)}{dJ_g}$$

Dalsze zwiększenie w do wartości $w_0 + \sigma$, gdzie $\sigma > 0$, na podstawie lematu 1, spowoduje zmalenie D, które będzie maksymalne dla $w = w_0$, i równe temu dla $0 \leqslant w \leqslant w_0$.

Jeśli chodzi o zależność E(w) od w, to należy zauważyć, że jeżeli cena $C_a$ spełnia nierówność /8/, to $J_0 = J_g$ i $C_{l+1}k_{l+1}(J_0) = C_{l+1}k_{l+1}(J_g) = \text{const}$. Dopiero, gdy $w = w_0 + \sigma$, to $C_{l+1}k_{l+1}(J_0) < C_{l+1}k_{l+1}(J_g)$, ze względu na to, że $J_0$ jest malejącą funkcją w, zaś $C_{l+1}k_{l+1}(J_0)$ jest szybciej niż liniowo rosnącą funkcją $J_0$. To dowodzi p. 2 twierdzenia 1 i całe twierdzenie.

Z twierdzenia 1 wynika, że jeżeli spełniona jest nierówność /6/, to najkorzystniejszą stopą podatkową jest $w = 0$. Stosowanie wtedy stopy $w = 0$ prowadzi do obniżenia udziału przedsiębiorstwa w wytworzonym dochodzie narodowym. Jeżeli spełniona jest nierówność /8/, to zmiana $w$ w przedziale $\langle 0, w_0 \rangle$ nie wpływa na dochód narodowy, pozostawiając go maksymalnym. Wynika stąd, że w tym przypadku można stosować różną od zera stopę podatkową (bez obniżenia dochodu narodowego), pod warunkiem, że spełniona jest nierówność:

$$C_b(1 - w_a) - C_s > \frac{dK(J_g)}{dJ_g}$$

to jest, że $w_a \in \langle 0, w_0 \rangle$. Jeżeli $w_a > w_0$, to następuje obniżenie dochodu narodowego.

Jak to wynika z powyższych rozważań, opodatkowanie podatkiem obrotowym, polegające na tym, że podatek jest proporcjonalny do wielkości produkcji, na ogół nie spełnia swego zadania. Należy raczej stosować opodatkowanie wyniku ekonomicznego w postaci procentu od miernika jakości pracy przedsiębiorstwa (zysku, dochodu itp).

Powyżej przyjmowano, że podatek obrotowy odprowadza do budżetu przedsiębiorstwo przemysłowe. Tymczasem w wielu krajach podatek ten odprowadza do budżetu przedsiębiorstwo handlowe, sprzedające produkt na rynku. Wtedy przedsiębiorstwo handlowe sprzedaje towar (produkt) za cenę jednostkową $C_b$, zaś płaci za produkt przedsiębiorstwu przemysłowemu cenę $C_b(1 - w)$. Różnicę $wC_bJ$ jednostek monetarnych przedsiębiorstwo handlowe odprowadza do skarbu państwa. Jest oczywiste, że powyższe rozważania i wnioski obowiązują również w tym przypadku, gdyż teraz efektywna cena zbytu produktu przez przedsiębiorstwo przemysłowe również wynosi $C_b(1 - w) - C_s$, analogicznie jak w przypadku, gdy podatek obrotowy odprowadza do budżetu przedsiębiorstwo przemysłowe.

Interesujące jest jak wielki jest dochód narodowy dla $w = 0$ (a więc gdy cały podatek jest pobierany w postaci procentu od zysku) w porównaniu z przypadkiem $w = 0{,}14$. Na podstawie danych zawartych w [3] można obliczyć, że gdy $w = 0$, to dla krajowego przemysłu nieliniowego w 1982 r. $S_4^{(n)} \cong 628$ mld zł. zaś optymalna wielkość produkcji wynosiła $J_0^{(n)} = J_g$. Dla polskiego przemysłu nieliniowo–quasiliniowego w 1982 r. mamy odpowiednio $S^{(nk)} \cong 2194$ mld zł oraz $J_0^{(nk)} = J_g$. Suma $S_4^{(n)} + S_4^{(nk)} \cong 2822$ mld zł, a więc jest około 80,5 mld zł większa od $S_1 = S_1^{(n)} + S_1^{(nk)} \cong 2741{,}5$ mld zł., gdzie $S_1$, $S_1^{(n)}$ i $S_1^{(nk)}$ są udziałami w dochodzie narodowym, gdy $w = 0{,}14$ i gdy przedsiębiorstwo maksymalizuję zysk, odpowiednio dla całego przemysłu, dla przemysłu nieliniowego i dla przemysłu nieliniowo–quasiliniowego. Podobne znaczenie mają odpowiednio $S_4$, $S_4^{(n)}$ i $S_4^{(nk)}$.

### 3. Optymalizacja systemu ekonomiczno–finansowego przedsiębiorstwa względem stopy podatku obrotowego, gdy miernikiem jest dochód

Niżej wykaże się, że jeżeli za miarę interesu państwa przyjąć udział w dochodzie narodowym, wytworzony przez przedsiębiorstwo maksymalizujące dochód, to jest on największy (w pewnych przypadkach) dla $w = 0$ i nie zależy od $p$ – stopy podatku dochodowego.

Dla przedsiębiorstwa wytwarzającego ilość $J$ produktu, nie wyliczonej z warunku maksimum dochodu, udział przedsiębiorstwa w wytworzonym dochodzie narodowym wynosi

$$P_d(1 - p) + p_d p + wC_bJ = (C_b - C_s)J - K_1(J)$$

gdzie:

$$K_1(J) := \sum_{i=1}^{I} C_i k_i(J)$$

i nie zależy od stopy podatkowej w. Gdy przedsiębiorstwo maksymalizuje dochód względem wielkości produkcji, to $J = J(w)$ i udział przedsiębiorstwa w wytworzonym dochodzie narodowym zależy od w. W dalszych rozważaniach w tym punkcie za miarę jakości pracy przedsiębiorstwa (ze względu na interes państwa) będzie przyjmować się ten udział, oznaczony dalej przez $S_5(w)$ i wyrażony następująco:

$$S_5(w) := \max\left\{P_d : J \in \langle J^{(k)}, J_g \rangle\right\} + wC_bJ_0 \qquad /21/$$

gdzie $J_0$ jest wielkością produkcji, dla której dochód $P_d$ jest maksymalny.

Niżej dowiedzie się, że w pewnych przypadkach $S_5(w)$ osiąga wartość największą względem $w \in \langle 0,1 \rangle$ :

$$S_5 := \max\left\{\left[\max\{P_d : J \in \langle J^{(k)}, J_g \rangle\} + wC_bJ_0\right] : w \in \langle 0,1 \rangle\right\} \qquad /22/$$

Jest oczywiste, że $S_5(w)$ i $S_5$ są odpowiednimi miernikami jakości pracy przedsiębiorstwa ze względu na interes państwa tylko dla przedsiębiorstwa nieliniowego i nieliniowo–quasiliniowego, dla których $P_d$ posiada punkt stacjonarny (a w nim maksimum) względem J. Dla przedsiębiorstw quasiliniowych udział przedsiębiorstwa w dochodzie narodowym nie zależy od w.

Interesujące własności $S_5(w)$ jako funkcji w, dla przedsiębiorstw nieliniowego i nieliniowo–quasiliniowego podaje następujące twierdzenie:

Twierdzenie 2. (przedsiębiorstwa nieliniowe i nieliniowo–quasiliniowe)

1. Jeżeli spełniona jest następująca nierówność:

$$\frac{dK_1(J^{(k)})}{dJ^{(k)}} \leqslant C_b(1 - w) - C_s \leqslant \frac{dK_1(J_g)}{dJ_g} \qquad /23/$$

i przedsiębiorstwo dobiera taką wielkość produkcji, aby dochód był największy, to funkcja $S_5(w)$ dla $w = 0$ posiada punkt stacjonarny i przyjmuje w tym punkcie wartość największą w przedziale $\langle 0,1 \rangle$ :

$$S_5(0) = \max\left\{S_5(w) : w \in \langle 0,1 \rangle\right\} \qquad /24/$$

2. Jeżeli spełniona jest następująca nierówność:

$$C_b(1 - w) - C_s \geqslant \frac{dK_1(J_g)}{dJ_g} \qquad /25/$$

i przedsiębiorstwo dobiera taką wielkość produkcji J, aby dochód był największy, to $S_5(w)$ nie zależy od wyboru stopy podatkowej w granicach

$$0 \leqslant w \leqslant w_0$$

gdzie $w_0$ oblicza się z równania:

$$C_b(1 - w_0) - C_s = \frac{dK_1(J_g)}{dJ_g}$$

W twierdzeniu nie sformułowano tezy o zachowaniu się $S_5(w)$ dla przypadku odpowiadającego nierówności:

$$C_b(1 - w) - C_s < \frac{dK_1(J^{(k)})}{dJ^{(k)}}$$

ponieważ dla takich cen produktu przedsiębiorstwo nie powinno produkować.

Dowód tego twierdzenia wynika z dowodu twierdzenia 1. Rzeczywiście, ponieważ dla przedsiębiorstw nieliniowych i nieliniowo–quasiliniowych jest $S_5(w) = D(w)$, zaś $S_5 = D$, nietrudno zauważyć, że treść tezy p.1 twierdzenia 2 jest identyczna z lematem 1 dowiedzionym wyżej. Podobnie, treść tezy z p. 2 twierdzenia 2 jest identyczna z treścią lematu 3 dowiedzionego wyżej pod warunkiem, że zysk zamienia się na dochód, a koszt $K(J)$ na $K_1(J)$.

Z twierdzenia 2 wynika, że najkorzystniejszą stopą podatkową ze względu na interes państwa (mierzonego udziałem przedsiębiorstwa w dochodzie narodowym) jest $w = 0$, co należy interpretować w ten sposób, że opodatkowanie podatkiem obrotowym, polegające na tym, że podatek ten jest proporcjonalny do wielkości produkcji, nie spełnia swego zadania. Należy raczej stosować opodatkowanie wyniku ekonomicznego w postaci procentu od miernika jakości pracy przedsiębiorstwa, a więc odpowiednio zwiększony podatek dochodowy.

Należy zauważyć, że dla $w = 0$ $P_d$ jest równe udziałowi przedsiębiorstwa w wytworzonym dochodzie narodowym $S_5(0)$. Nietrudno również zauważyć, że $S_5(0) = S_2$ i jest maksymalną możliwą wielkością udziału w wytworzonym dochodzie narodowym. W szczególności wykorzystując zasady sformułowane w Aneksie III do pracy [4] jest dla obu rodzajów przemysłów krajowych w 1982 r. $J_0 = J_g$ i $S_5(0) \cong 628 + 2194$ mld zł., co oznacza, że w porównaniu z przypadkiem, gdy $w = 0,14$ i miernikiem jest zysk wytworzony dochód narodowy w rozważanym przypadku jest większy o około 80,5 mld zł.

## Literatura


[1] Baka W.: Polska reforma gospodarcza, Warszawa 1982

[2] Mała encyklopedia ekonomiczna, Warszawa 1974

[3] Mały rocznik statystyczny 1984, Warszawa 1984

[4] Schmidt St.: Optymalizacja systemu ekonomiczno–finansowego przedsiębiorstwa przemysłowego. Część I — Maksymalizacja miernika względem wielkości produkcji


## Przypisy

1) W dalszej części opuszcza się przemiotnik przemysłowe , ponieważ będą rozważane wyłącznie przedsiębiorstwa przemysłowe.

2) Patrz Aneks I do [4]

3) Patrz definicja A.I.1 w Aneksie I do [4]

4) Formalnie biorąc jest to stacjonarność prawostronna, a w miejsce pochodnych $D'_w$ i $D''_w$ w punkcie $w = 0$ należałoby operować pochodnymi prawostronnymi.

## CZĘŚĆ III. WYBÓR KORZYSTNEJ CENY ZBYTU PRODUKTU I NAJKORZYSTNIEJSZEGO MIERNIKA JAKOŚCI PRACY PRZEDSIEBIORSTWA

W artykule uzyskano następujące wyniki:

— Udział przedsiębiorstwa w wytworzonym dochodzie narodowym jest maksymalny, jeżeli cena zbytu produktu jest nie mniejsza od ceny zbytu, dla której optymalna wielkość produkcji jest równa wielkości produkcji maksymalnie możliwej. Z wykonanych obliczeń wynika, że dla obu rodzajów przemysłów krajowych (o ciągłym i nieciągłym procesie przemysłowym) w 1982 r. warunek ten był spełniony. Mogą jednakże istnieć poszczególne przedsiębiorstwa, dla których warunek ten nie był spełniony.

— Ze względu na wielkość udziału przedsiębiorstwa w dochodzie narodowym korzystniej jest stosować miernik jakości pracy niezależny od kosztów osobowych (dochód, produkcja dodana itp). a nie miernik zależny od kosztów osobowych (np. zysk). Stosowanie miernika niezależnego od kosztów osobowych, przy braku podatku obrotowego zapewnia, że maksimum tego miernika (a więc interes przedsiębiorstwa) pokrywa się z maksimum udziału przedsiębiorstwa w wytworzonym dochodzie narodowym (a więc z interesem państwa).

### 1. Wstęp

Celem rozważań w niniejszej części pracy jest:

— wybór korzystnej ceny zbytu produktu

oraz

— wybór najkorzystniejszego rodzaju miernika jakości pracy przedsiębiorstwa, zapewniającego maksimum udziału w dochodzie narodowym.

Założenia co do rozważanych przedsiębiorstw przemysłowych [1] wymienione w pracy [2], obowiązują również tutaj.
W niniejszej części pracy będzie się używać pojęcia zysku Z i dochodu $P_d$. W [2] podano następujące wzory na te wielkości:

$$Z = \left[C_b(1-w) - C_s\right] J - K(J) + B$$

$$P_d = \left[C_b(1-w) - C_s\right] J - K_1(J) + G$$

gdzie $K(J)$ i $K_1(J)$ są funkcjami kosztów, zdefiniowanymi następująco:

$$K(J) := \sum_{i=1}^{l+1} C_i k_i(J),$$

$$K_1(J) := \begin{cases} \sum_{i=1}^{l} C_i k_i(J) & \text{— dla przedsiębiorstw nieliniowych i nieliniowo—quasiliniowych} \\ \sum_{i=1}^{l} C_i \sigma_i J & \text{— dla przedsiębiorstw quasiliniowych} \end{cases}$$

$C_b$ – jednostkowa cena zbytu,
w – stopa podatku obrotowego, przy czym podatek obrotowy P wyraża się wzorem $P = wC_bJ$,
$C_s$ – jednostkowy koszt sprzedaży produktu,
J – wielkość produkcji,
B, G – składowe stałe zysku i dochodu,
$C_i$ – suma ceny jednostkowej i–tego strumienia materialnego na wejściu do przedsiębiorstwa i jednostkowego kosztu zakupu tego strumienia materialnego,
$k_i(J)$, i = 1 ... I – wielkość i–tego strumienia materialnego na wejściu do przedsiębiorstwa, konieczna do wytworzenia J jednostek produktu,
$C_{I+1}k_{I+1}(J)$ – składowa zmienna kosztu osobowego,
$\sigma_i$ – stała charakteryzująca wielkość i–tego strumienia na wejściu do przedsiębiorstwa.

Poza powyższymi oznaczeniami będzie się używać następujących:
$J_k$ – wielkość produkcji, dla której koszt krańcowy jest minimalny [2],
$J_g$ – wielkość produkcji maksymalna [2],
$J^{(k)} \in \langle J_k, J_g \rangle$ – minimalna wielkość produkcji, dla której przedsiębiorstwo jest jeszcze rentowne.
Będzie się zakładać, że dla wielkości produkcji zawartych w przedziale $\langle J^{(k)}, J_g \rangle$ przedsiębiorstwo jest rentowne.
W dalszym ciągu będzie się rozważać tylko składowe zmienne mierników, przyjmując składowe stałe za równe zeru.

## 2. Optymalizacja systemu ekonomiczno–finansowego przedsiębiorstwa przemysłowego względem ceny zbytu produktu

Jest oczywiste, że ze względu na interes przedsiębiorstwa cena zbytu produktu powinna być możliwie duża, gdyż taka cena zapewnia duże wielkości miernika jakości pracy przedsiębiorstwa. Zmniejszanie się popytu ze wzrostem ceny stanowi ograniczenie dla jej wielkości. Niżej wykaże się, że ze względu na wielkość udziału w wytworzonym dochodzie narodowym (a więc ze względu na interes państwa) cena zbytu produktu przedsiębiorstwa powinna być nie mniejsza od pewnej wielkości granicznej. Rozważy się dwa przypadki: gdy miernikiem jakości pracy przedsiębiorstwa jest zysk i gdy miernikiem jest dochód.

### 2.1. Wybór korzystnych wielkości ceny zbytu produktu, gdy miernikiem jest zysk.

Niżej będzie się rozważać wielkość:

$$S_6 = Z + wC_bJ + C_{I+1}k_{I+1}(J)$$

$S_6$ jest wypracowanym przez przedsiębiorstwo udziałem w wytworzonym dochodzie narodowym w przypadku, gdy przedsiębiorstwo nie maksymalizuje zysku względem wielkości produkcji. Nietrudno zauważyć, że $S_6$ rośnie liniowo z $C_b$ (ceną zbytu produktu). Rzeczywiście, dla Z wyrażonego wzorem podanym w p. 1 jest

$$S_6 = (C_b - C_s)\,J - \sum_{i=1}^{I} C_i k_i(J) \qquad /1/$$

Nie należy jednak z /1/ wnioskować, że wystarczy powiększyć cenę zbytu (bez zwiększenia walorów użytkowych produktu), aby ten udział powiększyć. W rozważanym przypadku, gdy $S_6$ jest proporcjonalne do $C_b$, udział przedsiębiorstwa w wytworzonym dochodzie narodowym nie wzrasta z $C_b$, gdyż jednocześnie (ze wzrostem $C_b$) maleje proporcjonalnie parytet waluty. Aby udział ten wzrastał z $C_b$, wzrost $S_6$ z $C_b$ musi być szybszy od liniowego. Jak zobaczy się niżej, taka zależność $S_6$ od $C_b$ występuje wtedy, gdy zysk jest maksymalizowany względem wielkości produkcji. Wtedy udział w wytworzonym dochodzie narodowym można wyrazić następująco:

$$S_7 = \max\left\{Z : J \in \langle J^{(k)}, J_g \rangle\right\} + wC_b J_{0r} + C_{l+1}k_{l+1}(J_{0r}) \qquad /2/$$

gdzie oznaczono:

$S_7$ – udział w wytworzonym dochodzie narodowym,

$J_{0r}$ – optymalna wielkość produkcji, wynikająca z rozwiązania zagadnienia

$$\max\left\{Z : J \in \langle J^{(k)}, J_g \rangle\right\}$$

Wykaże się, że $S_7$, jako funkcja $C_b$, rośnie szybciej niż liniowo z $C_b$.
Rzeczywiście, rozwiązaniem zagadnienia

$$\max\left\{Z : J \in \langle J^{(k)}, J_g \rangle\right\}$$

jest $J_{0r}$, spełniające równanie [3)]

$$C_b(1 - w) - C_s = \frac{d}{dJ_{0r}}\left[\sum_{i=1}^{l+1} C_i k_i(J_0)\right] \qquad /3/$$

Zatem w rozważanym przypadku obowiązuje następujący wzór na udział przedsiębiorstwa w wytworzonym dochodzie narodowym:

$$S_7 = (C_b - C_s)J_{0r} - \sum_{i=1}^{l} C_i k_i(J_{0r})$$

Pochodną $S_7$ względem $C_b$ wynosi

$$\frac{dS_7}{dC_b} = J_{0r} + \frac{dJ_{0r}}{dC_b}\left[C_b - C_s - \sum_{i=1}^{l} C_i \frac{dk_i(J_{0r})}{dJ_{0r}}\right] = J_{0r} + \frac{dJ_{0r}}{dC_b}\left\{\frac{d\left[C_{l+1}k_{l+1}(J_{0r})\right]}{dJ_{0r}} + wC_b\right\} \qquad /4/$$

Rozważy się teraz trzy przypadki, odpowiadające trzem typom przedsiębiorstw przemysłowych:
– przedsiębiorstwo nieliniowe.
W tym przypadku [2)] $C_{l+1}k_{l+1}(J) \equiv 0$, więc z /4/ wynika, że

$$\frac{dS_7}{dC_b} = J_{0r} + wC_b\frac{dJ_{0r}}{dC_b}$$

Można łatwo wykazać, że $J_{0r}$ jest rosnącą funkcją $C_b$, do osiągnięcia przez $J_{0r}$ wartości $J_g$. Wynika stąd, że korzystne są takie ceny $C_b$, które są większe od pewnej ceny $C_b^{(P)}$, która to cena spełnia równanie /3/ dla $J_{0r} = J_g$, to jest

$$C_b^{(P)}(1 - w) - C_s = \frac{d}{dJ_g}\left[\sum_{i=1}^{l+1} C_i k_i(J_g)\right] \qquad /5/$$

ponieważ gdy $J = J_g$, to dalszy wzrost $S_7$ z $C_b$ jest liniowy:

$$\frac{dS_7}{dC_b} = \text{const} = J_g$$

i dochód narodowy nie wzrasta z $C_b$.

Jak to wynika z /5/, korzystne wielkości $C_b$ to takie wielkości, dla których ograniczenie produkcji w przedsiębiorstwie jest krytyczne.

– przedsiębiorstwo quasiliniowe

Dla przedsiębiorstwa quasiliniowego jest [2]

$$K(J) := \sum_{i=1}^{l+1} c_i k_i(J) = \sum_{i=1}^{l} c_i \delta_i \cdot J + c_{l+1} k_{l+1}(J) \qquad /6/$$

Pochodną $J_{0r}$ względem $C_b$ oblicza się jako pochodną następującej funkcji uwikłanej:

$$\varphi = C_b'(1 - w) - C_s - \frac{dK(J_{0r})}{dJ_{0r}} = 0$$

Otrzymuje się

$$\frac{dJ_{0r}}{dC_b} = -\frac{\frac{\partial \varphi}{\partial C_b}}{\frac{\partial \varphi}{\partial J_{0r}}} = \frac{1 - w}{\frac{d^2K(J_{0r})}{dJ_{0r}^2}}$$

a więc $\frac{dJ_{0r}}{dC_b} > 0$ (to jest $J_{0r}$ jest rosnącą funkcją $C_b$), ze względu na własności funkcji $K(J)$ (funkcja rosnąca szybciej niż liniowo[4] z $J$). Ponieważ na podstawie /6/

$$\frac{d^2K(J_{0r})}{dJ_{0r}^2} = \frac{d^2\left[c_{l+1}k_{l+1}(J_{0r})\right]}{dJ_{0r}^2}$$

więc na podstawie /4/

$$\frac{dS_7}{dC_b} = J_{0r} + \frac{1 - w}{\frac{d^2\left[c_{l+1}k_{l+1}(J_{0r})\right]}{dJ_{0r}^2}} \left[\frac{d\left[c_{l+1}k_{l+1}(J_{0r})\right]}{dJ_{0r}} + wC_b\right]$$

gdzie [3]

$$c_{l+1}k_{l+1}(J_{0r}) = aJ_{0r} + b\left(\frac{J_{0r}}{d}\right)^{\gamma}$$

Można wykazać, że począwszy od pewnego $C_b$ $\frac{dS_7}{dC_b}$ jest rosnącą funkcją $C_b$, i to do $J_{0r} = J_g$. Przy dalszym wzroście $C_b$ jest $\frac{dS_7}{dC_b}$ = const. A zatem również w rozważanym przypadku korzystne wielkości cen zbytu produktu to takie ceny $C_b$, które są nie mniejsze od $C_b^{(p)}$, gdzie $C_b^{(p)}$ oblicza się z równania /5/.

— przedsiębiorstwo nieliniowo—quasiliniowe

Również dla przedsiębiorstwa nieliniowo—quasiliniowego, dla którego K(J) wyraża się wzorem (A.I.11) [2], korzystną jest, jak można wykazać, cena $C_b$ nie mniejsza od $C_b^{(p)}$, gdzie $C_b^{(p)}$ jest rozwiązaniem równania /5/.

2.2. Wybór korzystnych cen zbytu produktu przedsiębiorstwa, gdy miernikiem jest dochód.

Celem rozważań w niniejszym punkcie jest wyznaczenie korzystnych (ze względu na wielkość udziału przedsiębiorstwa w wytworzonym dochodzie narodowym) wartości jednostkowej ceny zbytu produktu dla przedsiębiorstwa, gdy ono maksymalizuje dochód. Analogiczne zagadnienie dla przedsiębiorstwa maksymalizującego zysk rozważano w p. 2.1. W szczególności prawdziwe pozostają podane tam rozważania odnośnie do zależności udziału przedsiębiorstwa w wytworzonym dochodzie narodowym od ceny zbytu $C_b$ dla przypadku, gdy przedsiębiorstwo nie maksymalizuje swego miernika jakości pracy. Między innymi prawdziwa jest podana tam uwaga, że warunkiem wzrostu z $C_b$ udziału w wytworzonym dochodzie narodowym jest, aby ten wzrastał z $C_b$ szybciej niż liniowo. Taki rodzaj zależności tego udziału $S_8$ występuje w przypadku, gdy przedsiębiorstwo maksymalizuje dochód. $S_8$ wyraża się wtedy wzorem:

$$S_8 := \max\left\{P_d : J \in \langle J^{(k)}, J_g \rangle\right\} + wC_b J_{0w} \qquad /7/$$

gdzie oznaczono:

$J_{0w}$ – optymalna wielkość produkcji, będąca rozwiązaniem zagadnienia

$$\max\left\{P_d : J \in \langle J^{(k)}, J_g \rangle\right\} \qquad /8/$$

Ponieważ:

$$P_d = \left[C_b(1-w) - C_s\right] J - \sum_{i=1}^{I} C_i k_i(J)$$

więc na podstawie twierdzenia 1 z [2], dla przedsiębiorstw nieliniowych i nieliniowo—quasiliniowych, zadanie /8/ posiada rozwiązanie $J_{0w}$, spełniające równanie

$$C_b(1-w) - C_s = \frac{dK_1(J_{0w})}{dJ_{0w}} \qquad /9/$$

gdzie

$$K_1(J) := \sum_{i=1}^{I} C_i k_i(J)$$

Stąd nietrudno obliczyć, że

$$S_8 = (C_b - C_s) J_{0w} - \sum_{i=1}^{I} C_i k_i(J_{0w}) \qquad /10/$$

Wykorzystując /10/ otrzymuje się:

$$\frac{dS_g}{dC_b} = J_{Ow} + \frac{dJ_{Ow}}{dC_b}\left[C_b - C_s - \frac{dK_1(J_{Ow})}{dJ_{Ow}}\right] = J_{Ow} + wC_b\frac{dJ_{Ow}}{dC_b} \qquad /11/$$

gdzie ostatnia równość wynika z /9/. Wykaże się teraz, że $J_{Ow}$ jest rosnącą funkcją $C_b$. Rozważy się w tym celu trzy przypadki, odpowiadające trzem typom przedsiębiorstw:

– przedsiębiorstwo nieliniowe

Dla przedsiębiorstwa nieliniowego jest na podstawie Aneksu I do [2] :

$$K_1(J_{Ow}) = (J_{Ow} - J_k)\sum_i 6_i c_i + a(J_{Ow} - J_k) + b\left(\frac{J_{Ow} - J_k}{d}\right)^{\gamma} \quad \forall\, J_{Ow} \in \langle J_k, J_g \rangle,\ \gamma > 1 \qquad /12/$$

Podstawiając /12/ do /9/ otrzymuje się

$$C_b(1 - w) - C_s = a + \sum_i 6_i c_i + \frac{b\gamma}{d}\left(\frac{J_{Ow} - J_k}{d}\right)^{\gamma - 1} \qquad /13/$$

Podstawiając /13/ do /11/ nietrudno wykazać, że $S_g$ wzrasta szybciej niż liniowo z $C_b$ do pewnego $C_b^{(d)}$, określonego przez równanie

$$C_b^{(d)}(1 - w) - C_s = \frac{dK_1(J_g)}{dJ_g} \qquad /14/$$

pod warunkiem, że

$$C_b(1 - w) - C_s - a - \sum_i 6_i c_i > 0$$

– przedsiębiorstwo nieliniowo–quasiliniowe

Dla tego typu przedsiębiorstwa jest na podstawie Aneksu I do [2]

$$K_1(J_{Ow}) = (J_{Ow} - J_k)\,A + b_1\left(\frac{J_{Ow} - J_k}{d_1}\right)^{\gamma_1} + a_1(J_{Ow} - J_k) \qquad /15/$$

gdzie $\gamma_1 > 1$, A = const. Podstawiając /15/ do /9/, otrzymuje się

$$C_b(1 - w) - C_s = A + \frac{b_1\gamma_1}{d_1}\left(\frac{J_{Ow} - J_k}{d_1}\right)^{\gamma_1 - 1} + a_1 \qquad /16/$$

Z /16/ wynika (ponieważ $d_1 > 0$, $b_1 > 0$, $a_1 > 0$), że $S_g$ jest szybciej niż liniowo rosnącą funkcją $C_b$, do osiągnięcia ceny $C_b^{(d)}$, gdzie $C_b^{(d)}$ wylicza się z równania /14/. Wniosek ten jest słuszny pod warunkiem, że $C_b(1 - w) - C_s - A > 0$.

Wynika stąd, że dla przedsiębiorstw nieliniowych i nieliniowo–quasiliniowych (jeżeli miernikiem jakości pracy przedsiębiorstwa jest dochód) jednostkową ceną zbytu produktu, dla której udział tych przedsiębiorstw w wytworzonym dochodzie narodowym jest maksymalny, jest cena:

$$C_b > C_b^{(d)}$$

gdzie $C_b^{(d)}$ oblicza się z równania /14/.

Wzrost ceny produktu oznacza wzrost cen na rynku i prowadzi do konieczności podniesienia płac. Wynika stąd, że aby zapewnić maksimum udziału przedsiębiorstwa w dochodzie narodowym należy zapewnić pewien minimalny udział kosztów osobowych w kosztach całkowitych przedsiębiorstwa.

– przedsiębiorstwo quasiliniowe

Dla tego typu przedsiębiorstwa jest na podstawie Aneksu I do [2]

$$K_1(J_{0w}) = J_{0w} \cdot A$$

W tym przypadku, na podstawie twierdzenia 2 z pracy [2] jest

$$J_{0w} = J_g$$

pod warunkiem, że spełniona jest nierówność $C_b(1-w) - C_s - A > F$, gdzie F – taka stała, że: $FJ^{(k)} + B$ jest minimalną wartością zysku, dla której jeszcze opłaca się produkować, zaś:

$$A := \sum_{i=1}^{l} \sigma_i c_i$$

Zatem dla tego typu przedsiębiorstwa $J_{0w}$ = const. i zwiększanie $C_b$ nie prowadzi do wzrostu udziału przedsiębiorstwa w wytworzonym dochodzie narodowym.

### 3. Porównanie mierników jakości pracy przedsiębiorstwa

W dotychczasowych rozważaniach (w I, II i niniejszej częściach pracy) rozważano równolegle zagadnienie optymalizacji systemu ekonomiczno–finansowego przedsiębiorstwa przemysłowego, gdy miernikiem jakości pracy przedsiębiorstwa jest zysk oraz gdy tym miernikiem jest dochód. W niniejszym punkcie wykaże się, że dochód jest korzystniejszym miernikiem jakości pracy przedsiębiorstwa niż zysk. Będzie się przy tym porównywać te mierniki pod względem wielkości składowych zmiennych.
Gdy przedsiębiorstwo nie maksymalizuje swego miernika jakości pracy względem wielkości produkcji, to jest obojętne, czy miernikiem tym jest zysk, czy dochód. Rzeczywiście, oznaczając przez $S_9$ i $S_{10}$ składowe zmienne udziałów przedsiębiorstwa w wytworzonym dochodzie narodowym w przypadku, gdy miernikami jakości pracy są odpowiednio zysk i dochód, to

$$S_9 = Z + wC_bJ + C_{l+1}k_{l+1}(J)$$

gdzie w miejsce Z należy podstawić wyrażenie z p. 1, zaś

$$S_{10} = P_d + wC_bJ$$

gdzie wobec tego, że

$$P_d = \left[C_b(1-w) - C_s\right]J - \sum_{i=1}^{l} C_i k_i(J)$$

(patrz p. 1) otrzymuje się $S_9 = S_{10}$. Równość ta nie zawsze zachodzi, gdy przedsiębiorstwo maksymalizuje swój miernik jakości pracy względem wielkości produkcji.
Rzeczywiście, wtedy $S_9$ jest określone wzorem:

$$S_9 = \max\left\{\left[\max\left\{Z : J \in \langle J^{(k)}, J_g \rangle\right\} + wC_bJ_{0r}\right] : w \in \langle 0, 1 \rangle\right\} + C_{l+1}k_{l+1}(J_w) \qquad /17/$$

gdzie:

$J_{0r}$ – optymalna wielkość produkcji z rozwiązania zagadnienia max $\{Z : J \in \langle J^{(k)}, J_g \rangle\}$

$J_w$ – wielkość produkcji $J_{0r}$ dla $w = w_{opt}$ gdzie $w_{opt}$ jest rozwiązaniem zagadnienia maksymalizacyjnego po prawej stronie /17/, $J_w$ jest rozwiązaniem zagadnienia

$$\max\left\{\left[\max\left\{Z : J \in \langle J^{(k)}, J_g\rangle\right\} + wC_bJ_{0r}\right] : w \in \langle 0,1\rangle\right\}$$

a wzór na $S_{10}$ jest następujący:

$$S_{10} = \max\left\{\left[\max\left\{P_d : J \in \langle J^{(k)}, J_g\rangle\right\} + wC_bJ_{0r}\right] : w \in \langle 0,1\rangle\right\}$$

i $S_{10}$ jest w ogólności różne od $S_9$. W niniejszym punkcie porówna się $S_9$ i $S_{10}$ dla pojedynczego przedsiębiorstwa i tym samym dokona się wyboru nakorzystniejszego miernika jakości pracy przedsiębiorstwa ze względu na wielkość udziału w wytworzonym dochodzie narodowym, a więc ze względu na interes państwa.

Dla wszystkich typów przedsiębiorstw jest dla $J \in \langle J^{(k)}, J_g\rangle$

$$S_{10} = (C_b - C_s)\, J_{w2} - \sum_{i=1}^{l} C_ik_i(J_{w2})$$

gdzie $J_{w2}$ oblicza się z równania

$$C_b - C_s = \frac{d}{dJ_{w2}}\left[\sum_{i=1}^{l} C_ik_i(J_{w2})\right] \qquad /18/$$

gdy miernikiem jakości pracy przedsiębiorstwa jest dochód oraz

$$S_9 = (C_b - C_s)\, J_{w1} - \sum_{i=1}^{l} C_ik_i(J_{w1})$$

gdzie $J_{w1}$ oblicza się z równania:

$$C_b - C_s = \frac{d}{dJ_{w1}}\left[\sum_{i=1}^{l+1} C_ik_i(J_{w1})\right] \qquad /19/$$

gdy miernikiem jakości pracy jest zysk.

Porówna się teraz $S_9$ i $S_{10}$ dla trzech typów przedsiębiorstw:

– przedsiębiorstwo nieliniowe

Dla przedsiębiorstwa nieliniowego jest [2] $C_{l+1}k_{l+1}(J) \equiv 0$ i $S_9 = S_{10}$. Zatem, dla przedsiębiorstwa nieliniowego jest obojętne, który z mierników będzie się stosować.

– przedsiębiorstwo nieliniowo–quasiliniowe

Dla tego typu przedsiębiorstwa jest [2]

$$\sum_{i=1}^{l+1} C_ik_i(J_{w1}) = (J_{w1} - J_k)\, A + a_1(J_{w1} - J_k) + b_1\left(\frac{J_{w1} - J_k}{d_1}\right)^{\gamma_1} + a_2(J_{w1} - J_k) +$$

$$+ b_2 \left(\frac{J_{w1} - J_k}{d_2}\right)^{\gamma_2}, \quad J_{w1} \in \langle J^{(k)}, J_g \rangle \qquad /20/$$

oraz

$$\sum_{i=1}^{I} C_i k_i (J_{w2}) = J_{w2} \cdot A + a_1 (J_{w2} - J_k) + b_1 \left(\frac{J_{w2} - J_k}{d_1}\right)^{\gamma_1} \qquad /21/$$

gdzie $\gamma_1 > 1$, $\gamma_2 > 1$, $A = \mathrm{const}$. Podstawiając /20/ i /21/ odpowiednio do /19/ i /18/ otrzymuje się rónania na $J_{w1}$ i $J_{w2}$:

$$C_b - C_s = A + \frac{b_1 \gamma_1}{d_1} \left(\frac{J_{w1} - J_k}{d_1}\right)^{\gamma_1 - 1} + \frac{b_2 \gamma_2}{d_2} \left(\frac{J_{w1} - J_k}{d_2}\right)^{\gamma_2 - 1} + a_1 + a_2 \qquad /22/$$

$$C_b - C_s = A + \frac{b_1 \gamma_1}{d_1} \left(\frac{J_{w2} - J_k}{d_1}\right)^{\gamma_1 - 1} + a_1 \qquad /23/$$

Stąd otrzymuje się:

$$S_9 = (C_b - C_s) J_{w1} - J_{w1} \cdot A - a_1 (J_{w1} - J_k) - b_1 \left(\frac{J_{w1} - J_k}{d_1}\right)^{\gamma_1}$$

gdzie $J_{w1}$ definiuje równanie /22/, zaś

$$S_{10} = (C_b - C_s) J_{w2} - J_{w2} \cdot A - a_1 (J_{w2} - J_k) - b_1 \left(\frac{J_{w2} - J_k}{d_1}\right)^{\gamma_1}$$

gdzie $J_{w2}$ definiuje równanie /23/. Stąd wynika, że

$$S_9 - S_{10} = (J_{w1} - J_{w2}) \left( C_b - C_s - A - a_1 - b_1 \left[ \frac{\left(\frac{J_{w1} - J_k}{d_1}\right)^{\gamma_1} - \left(\frac{J_{w2} - J_k}{d_1}\right)^{\gamma_1}}{J_{w1} - J_{w2}} \right] \right) \qquad /24/$$

Wykorzystując równania /22/ i /23/ można wykazać, że drugi czynnik po prawej stronie /24/ można przedstawić następująco:

$$\frac{b_1 \gamma_1}{d_1} \left(\frac{J_{w2} - J_k}{d_1}\right)^{\gamma_1 - 1} \left(1 - \frac{1}{\gamma_1}\right) + \frac{b_2 \gamma_2}{d_2 \gamma_1} \left(\frac{J_{w1} - J_k}{d_2}\right)^{\gamma_2 - 1} (J_{w1} - J_k) + a_2 (J_{w1} - J_k)$$

i jest zawsze dodatni. Ponieważ z porównania /22/ i /23/ wynika, że $J_{w1} < J_{w2}$ dla każdej ceny $C_b < C_b^{(d)}$, więc dla każdej takiej ceny $C_b$ jest $S_9 - S_{10} < 0$. A więc w rozważanym przypadku, ze względu na udział przedsiębiorstwa w wytworzonym dochodzie narodowym, korzystniej jest przyjmować dochód za miernik jakości pracy przedsiębio rstwa. Z równania /24/ wynika, że $S_9 = S_{10}$ dla $J_{w1} = J_{w2} = J_g$, to jest dla $C_b > C_b^{(d)}$

– przedsiębiorstwo quasiliniowe

W rozważanym przypadku [2)]

$$\sum_{i=1}^{l+1} C_i k_i(J_{w1}) = J_{w1} \cdot A + a_2 J_{w1} + b_2 \left(\frac{J_{w1}}{d_2}\right)^{\gamma_2}, \quad \forall J_{w1} \in \langle 0, J_g \rangle \qquad /25/$$

gdzie $\gamma_2 \geqslant 1$

$$\sum_{i=1}^{l} C_i k_i(J_{w1}) = J_{w1} \cdot A$$

oraz

$$\sum_{i=1}^{l} C_i k_i (J_{w2}) = J_{w2} \cdot A$$

Podstawiając /25/ do /19/ otrzymuje się równanie na $J_{w1}$:

$$C_b - C_s = A + a_2 + \frac{b_2 \gamma_2}{d_2} \left(\frac{J_{w1}}{d_2}\right)^{\gamma_2 - 1}, \quad \forall J_{w1} \in \langle 0, J_g \rangle \qquad /26/$$

oraz wzór na $S_g$

$$S_g = (C_b - S_s) J_{w1} - A \cdot J_{w1}$$

Na podstawie twierdzenia 2 z [2]

$\max(P_d : J_{w2} \in \langle J^{(k)}, J_g \rangle)$ gdzie $P_d = \left[C_b(1 - w) - C_s\right] J_{w2} - J_{w2} A$

zachodzi dla $J_{w2} = J_g$

pod warunkiem, że spełniona jest nierówność $C_b(1 - w) - C_s - A > F$ i wtedy

$$S_{10} = (C_b - C_s) J_g - A \cdot J_g \qquad /27/$$

Ponieważ $J_{w1} \leqslant J_{w2} = J_g$, więc $S_g - S_{10} \leqslant 0$ i w ogólności dla przedsiębiorstwa quasiliniowego miernik jakości pracy przedsiębiorstwa niezależny od kosztów osobowych jest korzystniejszy od miernika zależnego od kosztów osobowych.

## 4. Uwagi końcowe

Z rozważań we wszystkich trzech częściach pracy wynika, że spełnienie nierówności:

$$C_b - C_s \geqslant \frac{dK_1(J_g)}{dJ_g} \qquad /28/$$

dla $w = 0$ i dla $P_d$ jako miernika jakości pracy przedsiębiorstwa:

- zapewnia pokrywanie się interesu państwa z interesem przedsiębiorstwa w tym sensie, że maksimum miernika jakości pracy przedsiębiorstwa zapewnia maksimum udziału przedsiębiorstwa w dochodzie narodowym,
- zapewnia występowanie max S (lub max $P_d$) dla maksymalnej możliwej wielkości produkcji, co stwa-

rza szczególnie korzystne warunki dla zarządzania przemysłem,

– pozwala nie troszczyć się o maksymalizację miernika $P_d$ względem J, gdyż warunek ten jest automatycznie spełniony (maksimum miernika $P_d$ zachodzi dla $J = J_g$).

Można wykazać, że dla zapewnienia powyższych zalet w przypadku $w > 0$ i gdy miernikiem jest zysk, wystarcza dobór takiego $C_b$, aby spełniona była nierówność analogiczna do /28/, ale w rozważanym tutaj przypadku ($w = 0$, miernikiem jest $P_d$) konieczna w tym celu cena zbytu $C_b$ jest najmniejsza.

Wyżej rozważono przypadek, gdy przedsiębiorstwo było oceniane według jednego miernika jakości pracy. W latach 70–tych w tzw. systemie WOG–owskim obowiązywał w kraju system dwumiernikowy: przedsiębiorstwo było oceniane (oraz wysokość funduszu płac określana) przez wartość produkcji dodanej, zaś fundusz premiowy dla kadry kierowniczej przedsiębiorstwa był uzależniony od wielkości zysku netto. Interesująca jest ocena systemu dwumiernikowego.

System dwumiernikowy jest w zasadzie sprzeczny, gdyż w ogólności nie istnieje taka wspólna wielkość produkcji $J_0$, która spełniałaby jednocześnie dwa równania, odpowiadające dwóm rodzajom mierników:

$$C_a = \frac{dK(J_0)}{dJ_0} \qquad C_a = \frac{dK_1(J_0)}{dJ_0}$$

Od tej reguły są dwa wyjątki:

– wspólne $J_0$ istnieje dla przedsiębiorstw nieliniowych, gdyż dla nich składowe zmienne $K(J)$ i $K_1(J)$ są identyczne[2]

– wspólne $J_0$ istnieje dla wszystkich typów przedsiębiorstw jeżeli ograniczenie produkcji jest krytyczne. Tym wspólnym $J_0$ jest wtedy $J_g$.

Na koniec autor pragnie zwrócić uwagę, że zagadnieniem wyboru dochodu na miernik jakości pracy przedsiębiorstwa zajmował się również Dąbrowski (patrz [3] ), lecz używając argumentacji jakościowej.

*Od Redakcji:*

*Część IV, V i VI niniejszej pracy opublikujemy w następnym numerze Biuletynu.*

**Literatura**


[1] Mała encyklopedia ekonomiczna, Warszawa 1974

[2] St. Schmidt: Optymalizacja systemu ekonomiczno–finansowego przedsiębiorstwa przemysłowego, Część I – Optymalizacja miernika względem wielkości produkcji

[3] M. Dąbrowski: Kształtowanie funduszu płac w drodze swobodnego podziału dochodu czystego. Ekonomista, 1981, Nr 3/4.


**Przypisy**

1) W dalszej części opuszcza się przymiotnik „przemysłowy", ponieważ będą rozważane wyłącznie przedsiębiorstwa przemysłowe.

2) patrz Aneks I do [2]

3) Równanie /3/ wynika z tezy 1 twierdzenia 1, podanego w [2]

4) Definicję funkcji rosnącej szybciej niż liniowo podano w Aneksie I do [2]