

doc. dr inż. ANDRZEJ SERWACH

Przemysłowy Instytut Automatyki
i Pomiarów MERA-PIAP

Warszawa

PROSTY MODEL TERMICZNY BUDYNKU

W artykule opisano prosty model termiczny budynku przydatny do programowania sterowników mikroprocesorowych dla węzłów centralnego ogrzewania. Podany jest również sposób eksperymentalnego określania parametrów modelu.

Prosty model matematyczny budynku pozwalający na obliczanie średniej temperatury wewnątrz pomieszczeń jako funkcji temperatury zewnętrznej i temperatury zasilania instalacji centralnego ogrzewania, otrzymano z równań bilansu energetycznego. To podejście wyraźnie podkreśla fenomenologiczne źródło modelu. Jest on wyprowadzony przy następujących głównych założeniach:

- wpływ wentylacji (przewietrzania) na temperaturę średnią wewnątrz pomieszczeń jest pomijalny;
- pomija się strumienie ciepła od promieniowania słonecznego, ze źródeł dodatkowych, poza instalacją centralnego ogrzewania,
- strumień ciepła odbierany od czynnika grzejącego równa się strumieniowi ciepła przekazywanego przez grzejniki do pomieszczeń przy czym zgodnie z wcześniejszym uzasadnieniem [1] ten ostatni jest proporcjonalny do różnicy między temperaturą powrotną z c.o. i temperaturą pomieszczeń;
- strumień ciepła akumulowanego w budynku równa się różnicy między strumieniem ciepła przekazywanego przez grzejniki do pomieszczeń i strumieniem ciepła rozpraszanego z pomieszczeń do otoczenia, przy czym ciepło jest akumulowane przede wszystkim w przegrodach wewnętrznych i zewnętrznych, a akumulowanie ciepła w powietrzu wewnątrz budynku jest pomijalne.

Zgodnie z tymi założeniami, model termiczny budynku jest opisany następującym układem równań:

$$\rho V c_w Q_{co} (T_{we} - T_{wy}) = K_g (T_{wy} - T_p) \quad (1)$$

/1/

$$\rho_s c_s V_s \frac{dT_p}{dt} = K_g (T_{wy} - T_p) - q_b V_b (T_p - T_z)$$

z warunkiem początkowym — $T_p = T_{po} \quad \forall \quad t = 0$

gdzie:

c_s — ciepło właściwe materiału budowlanego,

c_w — ciepło właściwe wody,

K_g — współczynnik wydajności cieplnej instalacji wewnętrznej c.o.,

q_b — współczynnik strat ciepłych budynku,

Q_{co} — przepływ objętościowy przez instalację wewnętrzną c.o.,

t — czas

T_p — średnia temperatura w pomieszczeniach budynku,

T_{we} — temperatura na wlocie instalacji wewnętrznej c.o.,

T_{wy} — temperatura powrotna z instalacji wewnętrznej c.o.,

T_z — temperatura zewnętrzna,

V_b — kubatura budynku,

V_s — objętość przegród wewnętrznych i zewnętrznych budynku,

ρ_s — gęstość materiału budowlanego,

ρ_w — gęstość wody.

Po przekształceniach układ /1/ można przedstawić jako liniowe równanie różniczkowe zwyczajne pierwszego rzędu będące ostateczną formą poszukiwanego modelu termicznego budynku.

$$\tau \frac{dT_p}{dt} + (1 + \chi) T_p = \chi T_{we} + T_z$$

z warunkiem początkowym $T_p = T_{po} \quad \forall \quad t = 0$

/2/

gdzie:

χ — współczynnik skuteczności ogrzania

$$\chi = \frac{\rho_w c_w Q_{co} K_g}{q_b V_b (\rho_w c_w Q_{co} + K_g)}$$

/3/

τ — stała czasowa budynku

$$\tau = \frac{\rho_s c_s V_s}{q_b V_b}$$

/4/

Możliwość określania parametrów χ i τ z zależności fenomenologicznych /3/ i /4/ nie ma praktycznego znaczenia, gdyż nie znane są z reguły wartości odpowiednich współczynników, a ponadto, jak wykazały eksperymenty, model o postaci /2/ może ujmować również efekty pominięte w zależnościach /3/ i /4/ np. akumulację ciepła w powietrzu wewnątrz budynku. Faktycznie właściwe wartości parametrów χ i τ mogą i powinny być estymowane z danych eksperymentalnych. Parametr χ można określić z zależności:

$$\chi = \frac{T_{pust} - T_{zust}}{T_{weust} - T_{pust}}$$

/5/

gdzie: T_{pust} , T_{weust} , T_{zust} — wartości odpowiednich zmiennych pomierzone w stanie quasi—ustalonym, a więc wówczas, gdy zmiany T_z i T_{we} przez dłuższy (kilkna do kilkunastu godzin) okres czasu są niewielkie i można je zaniedbać. W przybliżeniu parametr χ można określić wstawiając do zależności /5/ obliczeniowe wartości zmiennych. W typowych przypadkach $\chi \in (0,475; 0,575)$.

Stałą czasową τ można określić na podstawie pomiarów średniego spadku temperatury w pomieszczeniach budynku w czasie jego studzenia tzn. po całkowitym odłączeniu instalacji c.o. od zasilania.

Przez odłączenie rozumie się odcięcie przepływu do i z instalacji wewnętrznej c.o. w budynku. Wówczas $\chi = 0$ i równanie /2/ upraszcza się do postaci:

$$\tau = \frac{dT_p}{dt} + T_p = T_z \quad /6/$$

z warunkiem początkowym $T_p = T_{po} \quad \forall \quad t = 0$

Jeżeli ponadto okres studzenia wybierze się tak, że w czasie jego trwania można przyjąć $T_z \approx \text{const}$, to rozwiązanie równania /6/ jest prostą funkcją wykładniczą

$$T_p = T_{po} e^{-\frac{t}{\tau}} + T_z (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad /7/$$

Funkcja /7/ ma dwie interesujące własności:

- wartość bezwzględna pochodnej dla $t = 0$ jest ilorzem stałej czasowej przez różnicę między warunkiem początkowym i stałą temperaturą zewnętrzną,
- w początkowym okresie studzenia, gdy spadek temperatury w pomieszczeniach nie przekracza kilkunastu procent różnicy między warunkiem początkowym i temperaturą zewnętrzną, przebieg funkcji praktycznie pokrywa się ze styczną do niej w punkcie $t = 0$.

Korzystając z tych dwóch własności, można podać łatwy sposób określania stałej czasowej budynku z proporcji:

$$\tau = t_s \cdot \frac{T_{po} - T_z}{T_{po} - T_{pk}} \quad /8/$$

gdzie:

T_{po} – średnia temperatura pomieszczeń na początku studzenia (warunek początkowy w równaniu /6/),

T_{pk} – średnia temperatura pomieszczeń po czasie t_s ,

t_s – czas studzenia,

T_z – średnia temperatura zewnętrzna w okresie studzenia (wymuszenie zewnętrzne w równaniu /6/).

Zależność /8/ jest słuszna pod warunkiem, że czas studzenia jest mniej więcej o rząd krótszy od wartości stałej czasowej, tak aby mogła być wykorzystana druga z ww. własności funkcji /7/. Normalnie czas studzenia nie powinien przekraczać ośmiu godzin, co jest zresztą wymuszane również innymi względami praktycznymi.

Posługując się wyżej opisanym sposobem i wykorzystując wyniki badań przeprowadzonych w Białymstoku [2] określono stałe czasowe budynków wielorodzinnych wykonanych w dwóch odmianach technologii wielkopłytowej. Otrzymano dla technologii OTW-67 stałą czasową $\tau = 60$ h, a dla technologii OTW-75 $\tau = 82$ h. Dokładność oszacowania w obu przypadkach wynosiła $\pm 15\%$, co można uznać za wystarczające dla przewidywanych zastosowań tego modelu do programowania sterowników mikroprocesorowych dla węzłów t.o.

Stała czasowa zależy wyraźnie od technologii wykonania budynku. Współczesne budownictwo wielorodzinne jest wykonywane ograniczoną liczbą technologii przemysłowych. Dlatego możliwe jest przeprowadzenie odpowiedniego cyklu badań dla różnych wariantów budownictwa i sporządzenie tabel orientacyjnych wartości stałych czasowych budynków. Trzeba jednak podkreślić, że dokładne określenie stałej czasowej danego obiektu wymaga przeprowadzenia eksperymentu właśnie na nim.

Literatura

- [1] Jabłkowski J., Serwach A.: Koncepcja regulatorów mikroprocesorowych dla węzłów ciepłych w budownictwie mieszkalnym wielorodzinnym. Opracowanie MERA-PIAP, nr rej. 5122, Warszawa, grudzień 1983 r.
- [2] Król W., Pierkowski K., Stempniak A., Zbrowski J.B.: Określenie charakterystyk ciepłych budynków wykonanych w technologiach wielkopłytowych stosowanych na terenie całej Polski. Raport Zakładu Ciepłownictwa, Ogrzewnictwa i Wentylacji Instytutu Budownictwa Lądowego Politechniki Białostockiej, Białystok 1983 r.