

Zbigniew PIETRUSIŃSKI
Przemysłowy Instytut
Automatyki i Pomiarów PIAP
W a r s z a w a

KONCEPCJA REALIZACJI ALGORYTMU SAMOSTROJENIA I ADAPTACJI PARAMETRÓW DYNAMICZNYCH REGULATORÓW MIKROPROCESOROWYCH NA PODSTAWIE ANALIZY CHARAKTERYSTYKI CZĘSTOTLIWOŚCIOWEJ SYGNAŁU ODCHYLENIA REGULACJI

W ostatnich latach samostrojenie i adaptacja stały się niemal powszechne w nowych opracowaniach regulatorów mikroprocesorowych automatyki przemysłowej. Samostrojenie polega na jednorazowym lub okresowym określaniu nastaw regulatora w wyniku eksperymentu obiektowego, inicjowanego przez operatora. W adaptacji mamy do czynienia z ciągłym wyznaczaniem nastaw regulatora.

1. STOSOWANE ALGORYTMY

W przemysłowych rozwiązaniach regulatorów mikroprocesorowych stosowane są następujące metody samostrojenia i adaptacji: metody odpowiedzi skokowej, cyklu granicznego, identyfikacji rekurencyjnej oraz metody korelacyjne. Opisy tych metod można znaleźć w literaturze [1]...[5]. Ogólnie biorąc, sprowadzają się one do identyfikacji charakterystyki obiektu regulacji drogą analizy odpowiedzi obiektu na sygnał sterujący: naturalny lub wymuszony na potrzeby eksperymentu. Następnie w oparciu o znajomość parametrów obiektu i pożądany rodzaj wskaźnika jakości regulacji, wyznacza się optymalne nastawy regulatora.

Główną wadą takiego podejścia jest nieuwzględnianie niemierzalnych zakłóceń oddziałujących na obiekt regulacji w innych miejscach, niż sygnał sterujący. Zakłócenia te umożliwiają poprawną identyfikację obiektu, a z uwagi na to, że są one niemierzalne, nie są również uwzględnione przy doborze optymalnych nastaw. W algorytmach z wymuszonym eksperymentem, eksperyment staje się źródłem dodatkowych zakłóceń. Nastawy prawidłowo dostrojonego regulatora powinny uwzględniać nie tylko charakterystykę obiektu ale i rodzaj oddziałujących na niego zakłóceń. Zalecane wartości optymalnych nastaw regulatora są inne np. dla zakłócenia skokowego na wejściu obiektu, a inne dla zakłócenia na wejściu regulatora [6].

Głównym zadaniem regulatora jest maksymalne tłumienie zakłóceń oddziałujących na obiekt regulacji. Tłumienie to jest największe, jeśli nastawy dobrane są zarówno do charakterystyki obiektu jak i do charakterystyki zakłóceń na niego oddziałujących.

2. KONCEPCJA ALGORYTMU ADAPTACJI W OPARCIU O RÓWNOWAGĘ ZAKŁÓCEŃ W WIDMIE SYGNAŁU REGULOWANEGO.

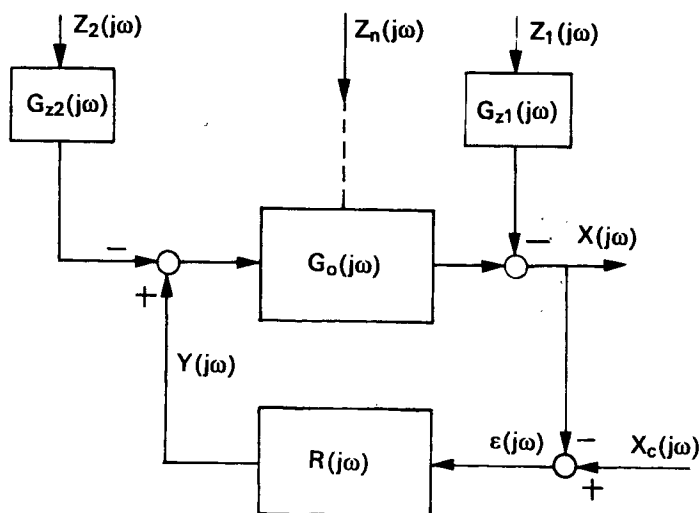
Koncepcja adaptacji opracowana w PIAP-ZAE [7] oparta jest na potraktowaniu zamkniętego układu regulacji automatycznej jako filtra środkowo-przepustowego, strojonego za pomocą odpowiedniego doboru nastaw parametrów regulatora tak, aby zakłócenia o danej charakterystyce częstotliwościowej były możliwie silnie tłumione. Zmiana dowolnego parametru w regulatorze powoduje poprawę tłumienia zakłóceń w jednym obszarze częstotliwości oraz pogorszenia tłumienia w innym (lub innych). Układ adaptacyjny powinien tak dobrać wartości parametrów, aby zapewnić maksymalne, sumaryczne dla wszystkich zakresów częstotliwości, tłumienie rzeczywistych zakłóceń oddziałujących na obiekt.

Głównymi zaletami algorytmu są:

- brak zewnętrznego eksperymentu do identyfikacji parametrów obiektu,
- ciągła adaptacja parametrów regulatora przeprowadzana jedynie w oparciu o analizę sygnału odchyłki regulacji (wymagana jest oczywiście ogólna znajomość struktury regulatora i obiektu),
- regulator dostraja się nie tylko do wartości i ewentualnych zmian parametrów obiektu, ale także do charakterystyki sygnałów zakłócających.

Zasadę realizacji proponowanego algorytmu autostrojenia wraz z jej uzasadnieniem matematycznym przedstawiono poniżej:

Załóżmy, że mamy zamknięty liniowy układ regulacji o transmitancji zakłócenia $G_z(j\omega) = f(P_{o1}, \dots, P_{om}, P_{r1}, \dots, P_{rn}, w)$ będącej funkcją częstotliwości ω , parametrów obiektu P_{o1}, \dots, P_{om} oraz parametrów regulatora P_{r1}, \dots, P_{rn} . Na układ oddziałują zapewne zakłócenia o nieznanym bliżej charakterystyce częstotliwości $Z(j\omega)$. Transformata Fouriera odchyłki regulacji wywołanego tymi zakłóceniami wynosi:



Rys. 1

$$\varepsilon(j\omega) = G_z(j\omega) \cdot Z(j\omega)$$

Jako zakłócenia $Z(j\omega)$ traktowane są przy tym różne rodzaje sygnałów zakłócających oddziaływujących na obiekt regulacji, jak i wymagane w układzie zmiany wartości zadanej.

Rozpatrzmy np. układ regulacji przedstawiony na rys. 1.

Transformata Fouriera odchyłki regulacji wyraża się wzorem:

$$\varepsilon(j\omega) = \frac{1}{1 + G_o(j\omega) \cdot R(j\omega)} \cdot \left[X_o(j\omega) + Z_1(j\omega)G_{z1}(j\omega) + z_2(j\omega)G_{z2}(j\omega)G_o(j\omega) + \dots + Z_n(j\omega)G_{zn}(j\omega) \right] = G_z(j\omega) \cdot Z(j\omega) \quad ;$$

gdzie:

$$G_z(j\omega) = \frac{1}{1 + G_o(j\omega)R(j\omega)}$$

$$Z(j\omega) = X_o(j\omega) + Z_1(j\omega)G_{z1}(j\omega) + z_2(j\omega)G_{z2}(j\omega)G_o(j\omega) + \dots + z_n(j\omega) \cdot G_{zn}(j\omega)$$

Przy czym $G_z(j\omega)$ jest transmitancją zakłóceńiową układu regulacji, a $Z(j\omega)$ stanowi uogólnione zakłócenia oddziaływujące na układ regulacji.

Załóżmy, że zakłócenia $Z(j\omega)$ oddziałują na obiekt w ograniczonym czasie:

$$Z(t) = \begin{cases} Z_T(t) & \text{dla } -T \leq t \leq T \\ 0 & \text{dla } -T > t > T \end{cases}$$

Jako wskaźnik jakości regulacji przyjmijmy całkę z kwadratu odchyłki regulacji:

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} \varepsilon^2(t) dt$$

Warunkiem koniecznym istnienia całki jest $\varepsilon(t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0$, co jest możliwe do spełnienia z uwagi na ograniczony czas trwania zakłóceń $Z(t)$.

Stosując twierdzenie Parsewała otrzymujemy:

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} \varepsilon^2(t) dt = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \|\varepsilon(j\omega)\|^2 d\omega \quad (1)$$

gdzie $\varepsilon(j\omega)$ jest transformatą Fouriera funkcji $\varepsilon(t)$:

$$\varepsilon(j\omega) = F[\varepsilon(t)]$$

Regulator jest optymalnie dostrójony do obiektu i charakteru zakłóceń $Z(t)$, jeśli parametry dynamiczne regulatora $P_{r1} \dots P_{rm}$ są tak dobrane, że spełniony jest układ równań:

$$\frac{\partial l}{\partial P_{r1}} = \Phi_1[Z(t), P_{o1} \dots P_{om}, P_{r1} \dots P_{rm}] = 0$$

$$\frac{\partial l}{\partial P_{r2}} = \Phi_2[Z(t), P_{o1} \dots P_{om}, P_{r1} \dots P_{rm}] = 0$$

$$\frac{\partial l}{\partial P_{rm}} = \Phi_n[Z(t), P_{o1} \dots P_{om}, P_{r1} \dots P_{rm}] = 0$$

(2)

Zasadniczą ideą proponowanego sposobu adaptacji jest synteza układu, który na podstawie przebiegu odchyłki regulacji $\varepsilon(t)$ wytwarzałby sygnały elektryczne bezpośrednio równe lub przynajmniej proporcjonalne do ww. pochodnych cząstkowych. Przeanalizujemy dostrójenie k -tego parametru regulatora. Z równań (1) i (2) wynika:

$$\begin{aligned} \frac{\partial l}{\partial P_{rk}} &= \frac{\partial}{\partial P_{rk}} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \varepsilon^2(t) dt \right] = \frac{1}{\pi} \frac{\partial}{\partial P_{rk}} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \|\varepsilon(j\omega)\|^2 d\omega \right] = \\ &= \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\partial}{\partial P_{rk}} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \|Z(j\omega)\|^2 \cdot \|G_z(j\omega)\|^2 d\omega \right] \end{aligned}$$

Zakłócenia $Z(j\omega)$ nie zależą od parametrów regulatora. Parametry regulatora mają jedynie wpływ na transmitancję zamkniętego układu regulacji $G_z(j\omega)$.

Zakładamy, że funkcja $\|G_z(j\omega)\|^2$ jest różniczkowalna względem parametrów $P_{r1} \dots P_{rm}$ regulatora. Możemy wówczas napisać:

$$\frac{\partial l}{\partial P_{rk}} = \frac{1}{\pi} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \|Z(j\omega)\|^2 \cdot \frac{\partial \|G_z(j\omega)\|^2}{\partial P_{rk}} \cdot d\omega$$

Mnożąc i dzieląc wyrażenie podcałkowe przez $\|G_z(j\omega)\|^2$ (przy założeniu, że $\|G_z(j\omega)\|^2 \neq 0 >$ dla dowolnego ω , otrzymujemy:

$$\begin{aligned} \frac{\partial l}{\partial P_{rk}} &= \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \|Z(j\omega)\|^2 \cdot \|G_z(j\omega)\|^2 \cdot \frac{\partial \|G_z(j\omega)\|^2}{\partial P_{rk}} \cdot \frac{1}{\|G_z(j\omega)\|^2} \cdot d\omega \\ \frac{\partial l}{\partial P_{rk}} &= \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \|\varepsilon(j\omega)\|^2 \cdot \frac{\partial \|G_z(j\omega)\|^2}{\partial P_{rk}} \cdot \frac{1}{\|G_z(j\omega)\|^2} \cdot d\omega \end{aligned} \quad (3)$$

Funkcję $\frac{\partial \|G_z(j\omega)\|^2}{\partial P_{rk}} \cdot \frac{1}{\|G_z(j\omega)\|^2}$ daje się czasami wyrazić w postaci sumy algebraicznej kwadratów modułów liniowych transmitancji $G_{ki}(j\omega)$:

$$f_{rk}(\omega) = \frac{\partial \|G_z(j\omega)\|^2}{\partial P_{rk}} \cdot \frac{1}{\|G_z(j\omega)\|^2} = \sum_{i=1}^l a_{ki} \|G_{ki}(j\omega)\|^2 \quad (4)$$

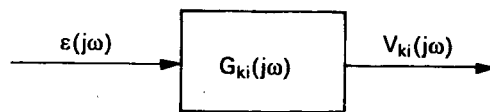
W bardziej skomplikowanych przypadkach np. obiektów z opóźnieniem należy z równania (4) korzystać jako z zależności przybliżonej, która, jeśli obowiązuje w dostatecznie szerokim zakresie częstotliwości, powinna dać zadawalająco dobre wyniki. Transmitancje $G_{ki}(j\omega)$ powinny być łatwe do fizycznej realizacji, najlepiej typu:

$$G_{ki}(j\omega) = \frac{a_L s^L + \dots + a_0}{b_K s^K + \dots + b_0}$$

Podstawiając wzór (4) do równania (3) otrzymujemy:

$$\begin{aligned} \frac{\partial I}{\partial P_{rk}} &= \frac{1}{\pi} \int \|\varepsilon(j\omega)\|^2 \left(\sum_{i=1}^l a_{ki} \|G_{ki}(j\omega)\|^2 \right) d\omega \\ \frac{\partial I}{\partial P_{rk}} &= \sum_{i=1}^l a_{ki} \left[\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \|\varepsilon(j\omega)\|^2 \cdot \|G_{ki}(j\omega)\|^2 d\omega \right] \end{aligned} \quad (5)$$

Wprowadźmy oznaczenie $V_{ki}(j\omega) = \varepsilon(j\omega) \cdot G_{ki}(j\omega)$, przy czym $V_{ki}(j\omega)$ jest transmitancją widmową sygnału wyjściowego układu o transmitancji $G_{ki}(j\omega)$, na którego wejście wprowadzono sygnał odchyłki regulacji $\varepsilon(j\omega)$ — rys. 2.



Rys. 2

Wstawiając powyższe oznaczenie do (5) otrzymujemy:

$$\frac{\partial I}{\partial P_{rk}} = \sum_{i=1}^l a_{ki} \left(\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \|V_{ki}(j\omega)\|^2 d\omega \right)$$

Stosujemy ponownie twierdzenie Parsevala i mamy:

$$\frac{\partial l}{\partial P_{rk}} = \sum_{i=1}^l a_{ki} \int_{-\infty}^{+\infty} V_{ki}^2(t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\sum_{i=1}^l a_{ki} V_{ki}^2(t) \right) dt \quad (6)$$

gdzie:

$$V_{ki}(t) = F^{-1}[V_{ki}(j\omega)]$$

Z uwagi na założenia przyjęte odnośnie ograniczonego czasu oddziaływania zakłóceń na układ regulacji, dla dużych wartości T , znacznie większych od stałych czasowych transmitancji $G_z(j\omega)$ i $G_{ki}(j\omega)$, obowiązuje przybliżona zależność:

$$\frac{\partial l}{\partial P_{rk}} \cong \int_{-T}^{+T} \sum_{i=1}^l a_{ki} V_{ki}^2(t) dt \quad (7)$$

Napiszmy wzór na wartość średnią wyrażenia podcałkowego w równaniu (7):

$$\begin{aligned} \overline{r_k(t)} &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} \left(\sum_{i=1}^l a_{ki} V_{ki}^2(t) \right) dt = \sum_{i=1}^l a_{ki} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} V_{ki}^2(t) dt \\ \overline{r_k(t)} &= \sum_{i=1}^l a_{ki} \overline{V_{ki}^2(t)} \end{aligned} \quad (8)$$

przy czym $\overline{V_{ki}^2(t)}$ oznacza wartość średniokwadratową sygnału $V_{ki}(t)$:

$$\overline{V_{ki}^2(t)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} \left(\sum_{i=1}^l a_{ki} V_{ki}^2(t) \right) dt$$

Jeśli T jest bardzo duże, tzn. $T \rightarrow \infty$ lecz jednocześnie $T \ll c < \infty$, obowiązuje zależność:

$$2T \overline{r_k(t)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^{+T} \left(\sum_{i=1}^l a_{ki} V_{ki}^2(t) \right) dt \quad (9)$$

Z porównania (7) i (9) otrzymujemy ostatecznie:

$$\frac{\partial l}{\partial P_{rk}} \cong 2T \overline{r_k(t)} = 2T \sum_{i=1}^l a_{ki} \overline{V_{ki}^2(t)} \quad (10)$$

Reasumując:

Warunkiem optymalnego dostrójenia k -ego parametru regulatora jest spełnienie równania:

$$\frac{\partial l}{\partial P_{rk}} = 0$$

Odpowiada to warunkowi:

$$\overline{r_k(t)} = \sum_{i=1}^I a_{ki} \overline{V_{ki}^2(t)} = 0$$

gdzie $\overline{V_{ki}^2(t)}$ są wartościami średniokwadratowymi w czasie $-T < t < T$ przebiegów $V_{ki}(t)$, przy czym:

$$V_{ki}(t) = F^{-1} \left[G_{ki}(j\omega) \varepsilon(j\omega) \right]$$

gdzie transmitancje $G_{ki}(j\omega)$ wybrane są tak, aby spełniały równania:

$$\frac{\partial \|G_z(j\omega)\|^2}{\partial P_{rk}} \frac{1}{\|G_z(j\omega)\|^2} = \sum_{i=1}^I a_{ki} \|G_{ki}(j\omega)\|^2$$

a_{ki} — liczby rzeczywiste

Jeśli warunek na $\overline{r_k(t)}$ nie jest spełniony, powinna nastąpić w układzie zmiana wartości parametru P_{rk} oddziałująca w kierunku zmniejszenia wartości wskaźnika jakości regulacji oraz przywrócenia stanu $r_k(t) = 0$.

Działanie układu adaptacyjnego powinno być takie, aby:

- przy $\overline{r_k(t)} > 0$ wartość parametru P_{rk} uległa zmniejszeniu,
- przy $\overline{r_k(t)} = 0$ wartość parametru P_{rk} nie powinna ulegać zmianie,
- przy $\overline{r_k(t)} < 0$ wartość parametru P_{rk} powinna rosnąć.

Wynika to bezpośrednio z równania (10), mamy bowiem:

$$\Delta I = 2T \cdot \overline{r_k(t)} \Delta P_{rk} < 0$$

skąd

$$\text{sgn } \overline{r_k(t)} = -\text{sgn } \Delta P_{rk} \quad (11)$$

Algorytm działania układu adaptacyjnego można zapisać np. w postaci:

$$\Delta P_{rk} = -C \int \frac{1}{\overline{r_k(t)}} dt \quad (12)$$

gdzie:

C — stały współczynnik proporcjonalny.

3. REALIZACJA ZŁOŻONYCH UKŁADÓW ADAPTACYJNYCH

Zasadniczym celem pracy jest analiza możliwości adaptacji parametrów dynamicznych w konwencjonalnych układach regulacji z zastosowaniem regulatorów typu PID. Transmitancja układu zamkniętego $G_z(j\omega)$ jest w praktycznych układach regulacji na tyle skomplikowana, że warunek wyrażony równaniem (4) można spełnić jedynie w przybliżeniu, przy założeniu realnej komplikacji układu adaptacyjnego, nadającej się do praktycznego wykorzystania w zastosowaniach przemysłowych.

Ze względów praktycznych transmitancje $G_{ki}(j\omega)$ w wyrażeniu (4) należy wybrać ten sposób, aby zminimalizować ich liczbę niezbędną do modelowania w układzie adaptacyjnym.

Załóżmy, że warunek (4) można spełnić przy dodatkowym założeniu:

$$G_{1i}(j\omega) = G_{2i}(j\omega) = \dots G_{ni}(j\omega) = G_i(j\omega) \quad (13)$$

Warunek (4) przy założeniu (13) rozpisany dla układu n-parametrów regulatora przedstawia się następująco:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \|G_z(j\omega)\|^2}{\partial P_{r1}} \cdot \frac{1}{\|G_z(j\omega)\|^2} &= \sum_{i=1}^n a_{1i} \|G_i(j\omega)\|^2 \\ \dots &\dots \\ \frac{\partial \|G_z(j\omega)\|^2}{\partial P_{rk}} \cdot \frac{1}{\|G_z(j\omega)\|^2} &= \sum_{i=1}^n a_{ki} \|G_i(j\omega)\|^2 \\ \dots &\dots \\ \frac{\partial \|G_z(j\omega)\|^2}{\partial P_m} \cdot \frac{1}{\|G_z(j\omega)\|^2} &= \sum_{i=1}^n a_{ni} \|G_i(j\omega)\|^2 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Warunek ten powinien być spełniony dla użytecznego pasma częstotliwości $0 \leq \omega \leq \omega_g$.

Zgodnie z poprzednimi rozważaniami wprowadźmy oznaczenia:

$$V_i(j\omega) = \varepsilon(j\omega) \cdot G_i(j\omega)$$

oraz

$$r_k(t) = \sum_{i=1}^n a_{ki} V_i^2(t)$$

Warunkiem optymalnego dostrojenia regulatora do obiektu regulacji, przy danych zakłócenia działających na układ regulacji, jest spełnienie układu równań:

$$\begin{array}{l}
 \overline{r_1(t)} = a_{11}\overline{V_1^2(t)} + a_{12}\overline{V_2^2(t)} \dots + a_{1n}\overline{V_n^2(t)} = 0 \\
 \overline{r_2(t)} = a_{21}\overline{V_1^2(t)} + a_{22}\overline{V_2^2(t)} + \dots + a_{2n}\overline{V_n^2(t)} = 0 \\
 \dots \\
 \overline{r_n(t)} = a_{n1}\overline{V_1^2(t)} + a_{n2}\overline{V_2^2(t)} + \dots + a_{nn}\overline{V_n^2(t)} = 0
 \end{array} \quad (15)$$

Potraktujemy w powyższym układzie równań jako niewiadome funkcje:

$$\overline{V_i^2(t)}; \quad i=1,2 \dots l$$

Przy $n=L$ oraz wyznaczniku charakterystycznym różnym od zera $\|A\| \neq 0$ układ ma jedno zerowe rozwiązanie.

Przy $n > L$ jedynym możliwym rozwiązaniem jest $\overline{V_i^2(t)} = 0$ dla $i = 1 \dots l$.

Z fizycznego punktu widzenia koniecznym jest, aby układ miał nieskończenie wiele rozwiązań. Gdyby bowiem istniało tylko jedno, choćby niezerowe rozwiązanie, oznaczałoby to, że niezależnie od amplitudy i charakterystyki częstotliwościowej zakłóceń, $Z(j\omega)$, średnie wartości $\overline{V_i^2(t)}$ przebiegów $V_i(t)$ pozostają stałe.

Przy przybliżaniu pochodnych $\frac{\partial}{\partial r_k} \|G_z(j\omega)\|^2 \frac{1}{\|G_z(j\omega)\|^2}$ za pomocą transmitancji $G_i(j\omega)$ $i=1 \dots l$ należy w przypadku adaptacji n - parametrów regulatora spełnić warunek:

$$l > n$$

tzn. liczba niezależnych liniowo transmitancji $G_i(j\omega)$ powinna być większa, niż liczba parametrów regulatora podlegających adaptacji.

Jeśli warunek optymalnego dostrojenia nie jest spełniony, tzn.:

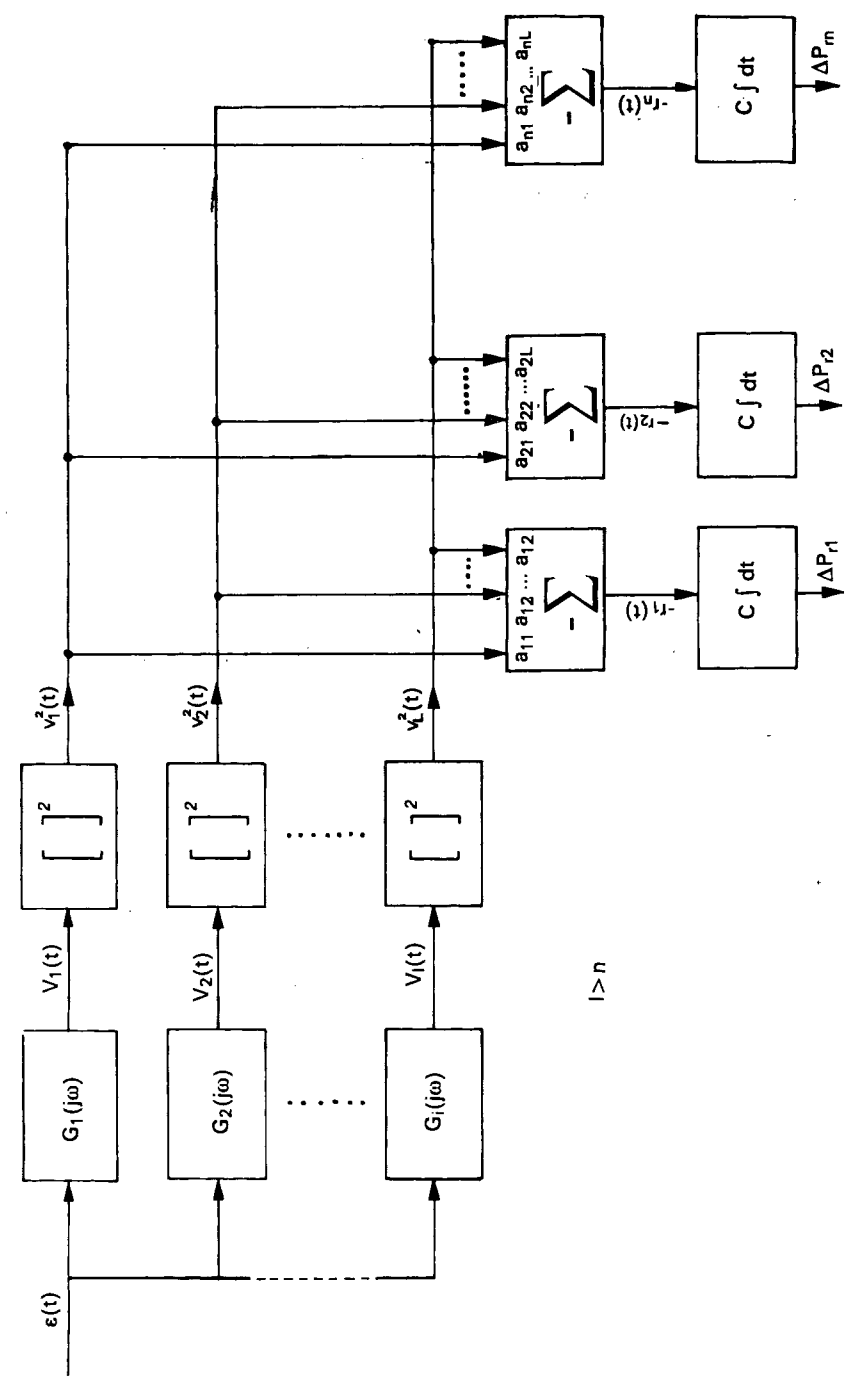
$$\overline{r_k(t)} \neq 0 \text{ dla } k = 1,2 \dots n$$

układ adaptacyjny powinien dokonywać zmian parametrów regulatora np. zgodnie z zależnością (12):

$$\Delta P_{rk} = -C \int \overline{r_k(t)} dt$$

Schemat układu adaptacyjnego zbudowanego wg powyższej zasady przedstawiony jest na rys. 3.

Zadaniem układu adaptacyjnego jest wytwarzanie sygnałów zmian parametrów regulatora ΔP_{rk} , oddziałujących w kierunku minimalizacji wskaźnika jakości



Rys. 3

regulacji I. Przy ustalonych zakłóceniach $Z(j\omega)$ zmiany Δp_{rk} wpływają, poprzez charakterystykę częstotliwościową układu regulacji $G_z(j\omega)$ na przebieg odchyłki regulacji $\varepsilon(t)$ i dalej na funkcje $V_i(t)$. Zmiany parametrów P_{rk} zachodzą aż do momentu, kiedy zostanie spełniony układ równań (15).

4. WYBÓR TRANSMITANCJI APROKSYMUJĄCYCH $G_i(j\omega)$

Stosunkowo dogodnymi do obliczeń i realizacji technicznej sposobem przybliżenia przebiegu funkcji $\frac{\partial \|G_z(j\omega)\|^2}{\partial P_{rk}} \cdot \frac{1}{\|G_z(j\omega)\|^2}$ w wymaganym paśmie częstotliwości $0 < \omega < \omega_g$ jest użycie szeregu potęgowego typu:

$$1; (T\omega)^2; (T\omega)^4; (T\omega)^6 \dots$$

Jednakże wadą powyższej propozycji jest fakt, że przy $\omega \rightarrow \infty$ poszczególne wyrazy szeregu dążą również do nieskończoności, z chwilą gdy pożądanym byłoby, aby poza użytecznym pasmem częstotliwości, tzn. dla $\omega > \omega_g$, poszczególne wyrazy szeregu dążyłyby do zera przy $\omega \rightarrow \infty$ lub przynajmniej nie wzrastały. Warunek ten można stosunkowo łatwo spełnić np. wykorzystując kaskadowe połączenie członów oscylacyjnych jako transmitancje aproksymujące $G_i(j\omega)$.

Przy współczynnikach tłumienia $\zeta = 0,5 \dots 0,7$ otrzymuje się stosunkowo płaskie przebiegi charakterystyk częstotliwościowych dla niskich częstotliwości oraz stosunkowo strome załamanie charakterystyki dla częstotliwości wyższej od rezonansowej.

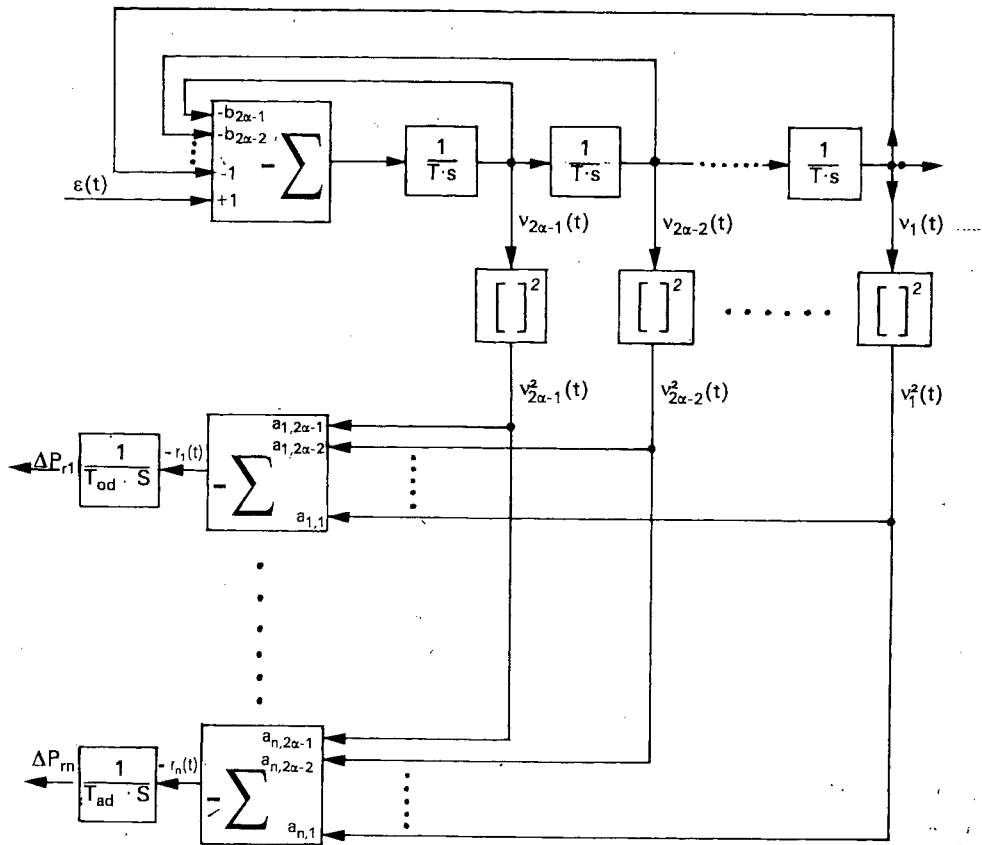
Jeśli do aproksymacji użyjemy np. α — członów oscylacyjnych o identycznych transmitancjach, warunek (14) można zapisać następująco:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \|G_z(j\omega)\|^2}{\partial P_{rk}} \cdot \frac{1}{\|G_z(j\omega)\|^2} &= \frac{a_{k1} + a_{k2}(\omega T)^2 + \dots + a_{k(\alpha-1)}(\omega T)^{4\alpha-2}}{\|1 + 2\xi T j\omega + T^2(j\omega)^2\|^{2\alpha}} \\ &= \frac{a_{k1} + a_{k2}(\omega T)^2 + \dots + a_{k(2\alpha-1)}(\omega T)^{4\alpha-2}}{1 + b_1(\omega T)^2 + \dots + b_{2\alpha-1}(\omega T)^{4\alpha-2} + (\omega T)^{4\alpha}} \end{aligned} \quad (17)$$

lub zapisując w formie skróconej:

$$\frac{\partial \|G_z(j\omega)\|^2}{\partial P_{rk}} \cdot \frac{1}{\|G_z(j\omega)\|^2} \approx \frac{\sum_{i=1}^{2\alpha} a_{ki}(\omega T)^{2i-2}}{1 + \left(\sum_{i=1}^{2\alpha-1} b_i(\omega T)^{2i} \right) + (T\omega)^{4\alpha}} \quad (18)$$

Schemat ideowy realizacji układu adaptacyjnego, przy zastosowaniu tego typu aproksymacji, pokazany jest na rys. 4.



Rys. 4

Wszystkie transmitancje $G_i(j\omega)$ zostały zamodelowane łącznie przy użyciu 2α członów całkujących. Transmitancja liniowego członu w układzie adaptacyjnym wyraża się wzorem:

$$G_s(s) = \frac{1}{(1 + 2\zeta Ts + T^2 s^2)^\alpha} = \frac{1}{1 + \sum C_i (ts)^i + (Ts)^{2\alpha}} \quad (19)$$

Związek między współczynnikami c_i i b_i w wyrażeniach (18) i (19) łatwo określić rozpisując wzór na $\|G_s(j\omega)\|^2$ i porównując współczynniki przy jednakowych potęgach zmiennej (ωT) w mianowniku wyrażenia na $\|G_s(j\omega)\|^2$ i w mianowniku wyrażenia (18).

5. OSZACOWANIE STRAT WYNIKŁYCH Z NIEDOSTROJENIA REGULATORA DO OBIEKTU I CHARAKTERU ZAKŁÓCEŃ

Jeśli parametry regulatora nie są dostrojone optymalnie do obiektu i charakteru zakłóceń, wskaźnik jakości regulacji I , liczony za czas $t \in [-T, +T]$, nie przyjmuje wartości minimalnej lecz wartość większą o ΔI . Załóżmy, że wartości parametrów regulatora wynoszą $P_{r1}^*, P_{r2}^* \dots P_{rm}^*$, podczas gdy optymalne dostrojenie następuje przy parametrach $P_{r1}^{\circ}, P_{r2}^{\circ} \dots P_{rm}^{\circ}$.

Przy parametrach P_{rk}° układ adaptacji wytwarza sygnały $\overline{r_k(t)} \neq 0$.

Zgodnie z równaniem (10) mamy:

$$\frac{\partial I}{\partial P_{rk}} = 2T \overline{r_k}$$

skąd dla małych odchyłeń parametrów regulatora od parametrów optymalnych obowiązuje przybliżona zależność:

$$\Delta_k I = 2T \overline{r_k} \Delta P_{rk} \quad (20)$$

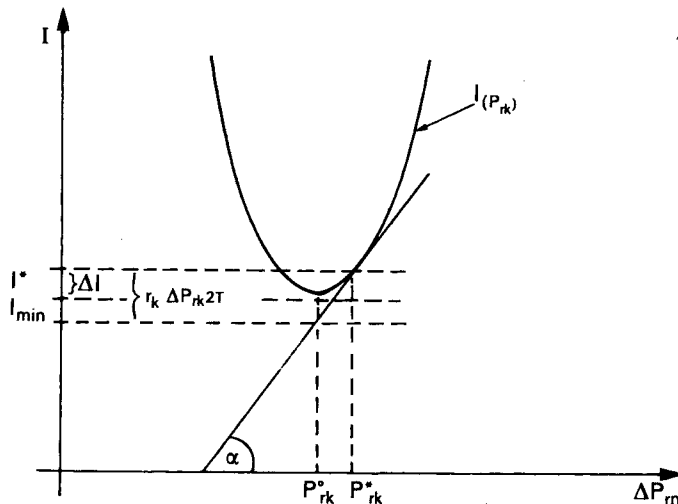
gdzie: $\Delta_k I$ — straty spowodowane niedostrojeniem parametru P_{rk}

ΔP_{rk} — odchylenie parametru P_{rk} od wartości optymalnej: $\Delta P_{rk} = P_{rk}^* - P_{rk}^{\circ}$

Całkowite straty z powodu niedostrojenia wynoszą:

$$\Delta I = 2T \sum \overline{r_k} \Delta P_{rk} \quad (21)$$

Z rys. 5 wynika jednak, że tego typu oszacowanie będzie jednak miało na ogół charakter zawyżony.



Rys. 5

Sytuacja komplikuje się nieco jeśli założymy, że niedokładne dostrojenie regulatora spowodowane jest niedokładną aproksymacją przebiegu funkcji $f_{rk}(w)$ (wyrażenie (4)), która w rzeczywistości ma przebieg $f_{rk}(w)$, a aproksymowana jest przebiegiem $f_{rk}^*(w)$.

Układ adaptacyjny powoduje dostrajanie parametrów regulatora w ten sposób, że charakterystyka zamkniętego układu regulacji $G^*(j\omega)$, odpowiadająca parametrom regulatora $P_{r1}^* \dots P_{rn}^*$, spełnia zgodnie z (3) układ równań:

$$\int \|Z(j\omega)\|^2 \cdot \|G_z^*(j\omega)\|^2 \cdot f_{rk}^*(\omega) \cdot d\omega = 0 \text{ dla } k=1 \dots n \quad (22)$$

Minimalny wskaźnik jakości regulacji I_{\min} odpowiada natomiast parametrom regulatora $P_{r1}^* \dots P_{rn}^*$ i charakterystyce zamkniętego układu regulacji $G_z^*(j\omega)$ spełniającej równania:

$$\int \|Z(j\omega)\|^2 \cdot \|G_z^*(j\omega)\|^2 \cdot f_{rk}(\omega) \cdot d\omega = 0 \text{ dla } k=1 \dots n \quad (23)$$

Zgodnie z (20) straty z powodu niedostrojenia regulatora można oszacować jako:

$$\Delta I = 2T \sum_{k=1}^n \bar{r}_k \Delta P_{rk}$$

W wyrażeniu tym wartości \bar{r}_k powinny być obliczone jako hipotetyczne wartości występujące w układzie adaptacyjnym o charakterystyce f_{rk}^* , w którym nastawy regulatora wynosiłyby $P_{r1}^* \dots P_{rn}^*$ tzn.:

$$\bar{r}_k = \frac{1}{2T\pi} \int \|Z(j\omega)\|^2 \cdot \|G_z^*(j\omega)\|^2 \cdot f_{rk}^*(\omega) \cdot d\omega; k=1 \dots n \quad (24)$$

Oznaczmy różnicę między charakterystykami $f_{prk}^*(\omega)$, $f_{prk}(\omega)$ przez $\eta_{rk}(w)$:

$$\eta_{rk}(\omega) = f_{prk}^*(\omega) - f_{prk}(\omega) \quad (25)$$

Podstawiając (25) do (24) i uwzględniając (22) otrzymujemy:

$$\bar{r}_k = \frac{1}{2T\pi} \int \|Z(j\omega)\|^2 \|G_z^*(j\omega)\|^2 \cdot \eta_{rk}(\omega) \cdot d\omega = \frac{1}{2T\pi} \int \|\varepsilon^*(j\omega)\|^2 \cdot \eta_{rk} \cdot d\omega$$

i ostatecznie:

$$\Delta I \cong \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{\pi} \int \|\varepsilon^*(j\omega)\|^2 \eta_{rk}(\omega) d\omega \right) \Delta P_{rk} \quad (26)$$

Z wyrażenia (26) wynika bardzo zgrubne oszacowanie strat od góry:

$$\Delta I < I^* \sum \Delta P_{rk} \max_{0 \leq \omega \leq \omega_g} |\eta_{rk}(\omega)| \quad (27)$$

Rzeczywiste straty będą jednak co najmniej kilkakrotnie mniejsze.

6. STROJENIE MODELU ADAPTACJI. ADAPTACJA DO ZMIAN PARAMETRÓW OBIEKTU

Funkcje $f_{rk}(\omega)$, $k=1\dots n$ są funkcjami nie tylko zmiennej ω , ale także funkcjami parametrów obiektu $P_{o1}\dots P_{om}$ oraz parametrów regulatora $p_{r1}\dots P_{rk}$. Układ adaptacyjny działa poprawnie jeśli rzeczywisty przebieg funkcji $f_{rk}(\omega)$, zamodelowany w układzie adaptacyjnym, nie różni się zbytnio od przebiegu idealnego $f_{rk}^*(\omega)$ odpowiadającego aktualnym, rzeczywistym wartościom parametrów regulatora i obiektu regulacji.

Jeśli zadaniem układu adaptacyjnego jest optymalne strojenie regulatora do charakteru zakłóceń oddziaływujących na obiekt regulacji, przy założeniu stałości parametrów obiektu, wówczas układ adaptacji pracuje poprawnie, gdy zmiany parametrów regulatora w wymaganym zakresie pracy nie wywołują zbyt dużych zmian teoretycznych przebieganych funkcji $f_{rk}^*(\omega)$, $k=1\dots n$, w stosunku do przebiegów rzeczywistych $f_{rk}(\omega)$, $k=1\dots n$.

Jeśli układ adaptacji ma zapewnić również optymalne dostrojenie regulatora do zmiennych parametrów obiektu, funkcje $f_{rk}^*(\omega)$ nie powinny odbiegać zbytnio od $f_{rk}(\omega)$ w całym założonym zakresie zmian parametrów obiektu i regulatora. W wielu przypadkach spełnienie powyższego warunku wymaga odpowiedniego przestrajania modelu adaptacji w funkcji pewnych sygnałów umożliwiających identyfikację charakterystyki częstotliwościowej zamkniętego układu regulacji, której przebieg jest funkcją zarówno parametrów obiektu jak i regulatora. Najwygodniej jest stosować do tego celu, o ile jest to możliwe, bezpośrednio sygnały zmian parametrów dynamicznych regulatora, wytwarzane w układzie adaptacji. Poprawny przebieg funkcji $f_{rk}^*(\omega)$

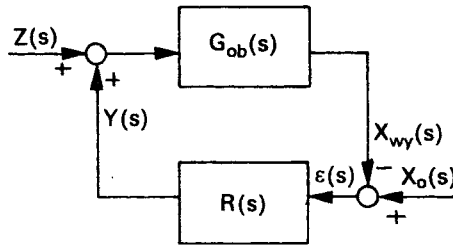
wymagany jest dla stanu ustalonego, tzn. dla $r_k(t)=0$; $k=1\dots n$. W stanach przejściowych różnice charakterystyk rzeczywistej $f_{rk}^*(\omega)$ i idealnej $f_{rk}(\omega)$ nie mają wpływu na końcowy efekt dostrojenia regulatorów, oddziałują jedynie na szybkość dostrajania parametrów.

7. ADAPTACJA PARAMETRÓW W UKŁADACH Z REGULATOREM PID

Rozważmy przykład regulacji przedstawiony na rys. 7, złożony z obiektu o transmitancji $G_{ob}(s)$ i regulatora PID o transmitancji:

$$R(s) = k_r \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$$

Transmitancja zakłóceniewa układu regulacji wyraża się wzorem:



Rys. 6

$$G_z(s) = \frac{G_{ob}(s)}{1 + G_{ob}(s) R(s)}$$

Kwadrat modulu charakterystyki układu zamkniętego można wyrazić jako:

$$\|G_z(j\omega)\|^2 = \frac{\|G_{ob}(j\omega)\|^2}{1 + 2k_r P(\omega) - 2k_r Q(\omega)X(\omega) + k_r^2 \|G_{ob}(j\omega)\|^2 (X^2(\omega) + 1)} \quad (28)$$

gdzie: $X(\omega) = \left(\omega T_d - \frac{1}{\omega T_i} \right)$
 $G_z(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega)$

W celu łatwiejszego porównania przebiegów funkcji $f_k(\omega)$, wygodnie jest operować zmianami parametrów dynamicznych regulatora $\frac{\Delta P_r}{P_r}$. Z (23) wynika, że pomnożenie lub podzielenie funkcji $f_k(\omega)$ przez stałą wartość nie ma wpływu na dokładność dostrojenia regulatora — równanie (23) pozostaje bowiem zawsze spełnione.

Z wyrażenia (28) łatwo można wyznaczyć funkcje $f_k(\omega)$ jako:

$$f_{k_r} = \frac{\partial \|G_z\|^2}{\partial k_r} \frac{k_r}{\|G_z\|^2} = - \frac{2k_r [P - QX + k_r \|G_{ob}\|^2 (X^2 + 1)]}{1 + 2k_r P - 2k_r QX + k_r^2 \|G_{ob}\|^2 (X^2 + 1)} \quad (29)$$

$$f_{T_i} = \frac{\partial \|G_z\|^2}{\partial T_i} \frac{T_i}{\|G_z\|^2} = -2 \cdot \frac{1}{\omega T} \cdot \frac{k_r^2 \|G_{ob}\|^2 X - k_r Q}{1 + 2k_r P - 2k_r QX + k_r^2 \|G_{ob}\|^2 (X^2 + 1)} \quad (30)$$

$$f_{T_d} = \frac{\partial \|G_z\|^2}{\partial T_d} \frac{T_d}{\|G_z\|^2} = -2\omega T_d \frac{k_r^2 \|G_{ob}\|^2 X - k_r Q}{1 + 2k_r P - 2k_r QX + k_r^2 \|G_{ob}\|^2 (X^2 + 1)} \quad (31)$$

Z wyrażenia (30) i (31) wynika ogólny związek:

$$f_{\tau_i} = \frac{1}{\omega^2 T_i T_p} \cdot f_{\tau_d} \quad (32)$$

Łatwo również stwierdzić, że:

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{\omega \rightarrow 0} f_{k_r}(\omega) = 2 \\ \lim_{\omega \rightarrow 0} f_{\tau_i}(\omega) = -2 \\ \lim_{\omega \rightarrow 0} f_{\tau_d}(\omega) = 0 \end{array} \right\} \quad (33)$$

Na rysunku 7 pokazano przykładowe przebiegi funkcji $\|G_d(j\omega)\|^2$, $\|G_z(j\omega)\|^2$, $f_k(\omega)$, $f_r(\omega)$, $f_p(\omega)$ dla obiektu o stosunkowo dużym czasie opóźnienia $\frac{\tau}{T} = 0.6$ oraz dla nastaw regulatora zbliżonych do optymalnych (wg zaleceń Cypkina), przy wskaźniku jakości w postaci całki z kwadratu uchybu regulacji. Na osi odciętej podano pulsację ω oraz odpowiadające jej opóźnienie fazowe φ w stopniach, wnoszone przez człon opóźniający e^{-sT} w obiekcie regulacji ($\varphi = \omega T$). Z przebiegów funkcji $\|G_z(j\omega)\|^2$ i $G_{ob}(j\omega)^2$ wynika, że użyteczny zakres pulsacji wynosi ok. $0 < \omega < 3,5$ ($\varphi = 0 \dots 210^\circ$). W zakresie tym charakterystyka $\|G_z(j\omega)\|^2$ różni się wyraźnie od $\|G_{ob}(j\omega)\|^2$, a jej przebieg wyraźnie zależy od nastaw parametrów regulatora.

Dla pulsacji $\omega > 3,5$ charakterystyki $\|G_z\|^2$ i $\|G_{ob}\|^2$ różnią się nieznacznie, a przy tym tłumienie zakłóceń jest już bardzo duże. W użytecznym zakresie pulsacji ω można wyodrębnić trzy podstawowe podzakresy częstotliwości:

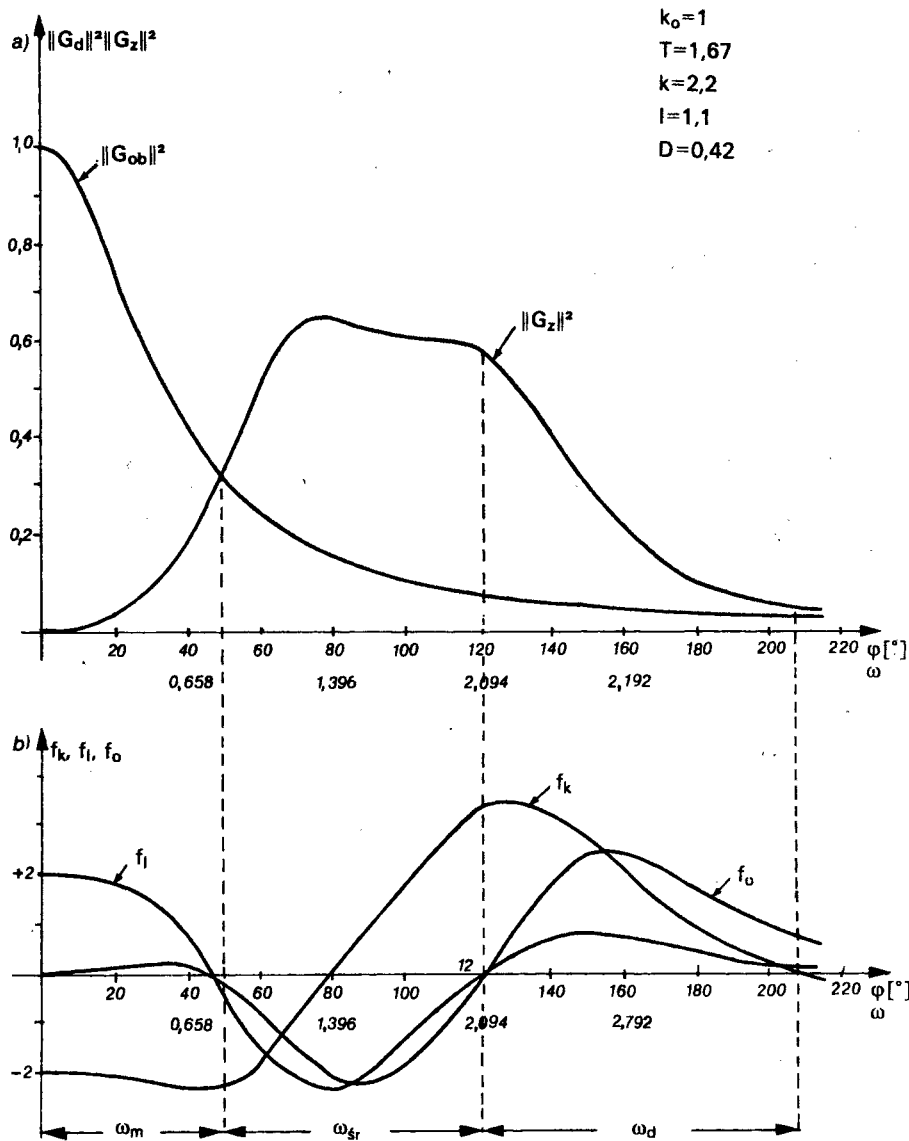
- podzakres małych częstotliwości $0 < \omega < \text{ok. } 0.9$
- podzakres średnich częstotliwości ok. $0.9 < \omega < \text{ok. } 2$
- podzakres dużych częstotliwości ok. $2 < \omega < \text{ok. } 3,5$

Działanie regulatora powoduje poprawę przebiegu charakterystyki układu zamkniętego w zakresie częstotliwości niskich i dolnym paśmie częstotliwości średnich, a jednocześnie pogorszenie przebiegu charakterystyki w zakresie częstotliwości wysokich i w górnym paśmie częstotliwości średnich.

2. Zwiększenie stałej czasowej zdwojenia (tj. zmniejszenia skuteczności działania całkującego) powoduje pogorszenie przebiegu charakterystyki w zakresie częstotliwości niskich i wysokich oraz polepszenie w zakresie częstotliwości średnich,

3. Zwiększenie stałej czasowej wyprzedzenia powoduje poprawę w zakresie częstotliwości średnich i pogorszenie przebiegu w zakresie częstotliwości wysokich, nie ma natomiast praktycznie wpływu na zakres częstotliwości niskich.

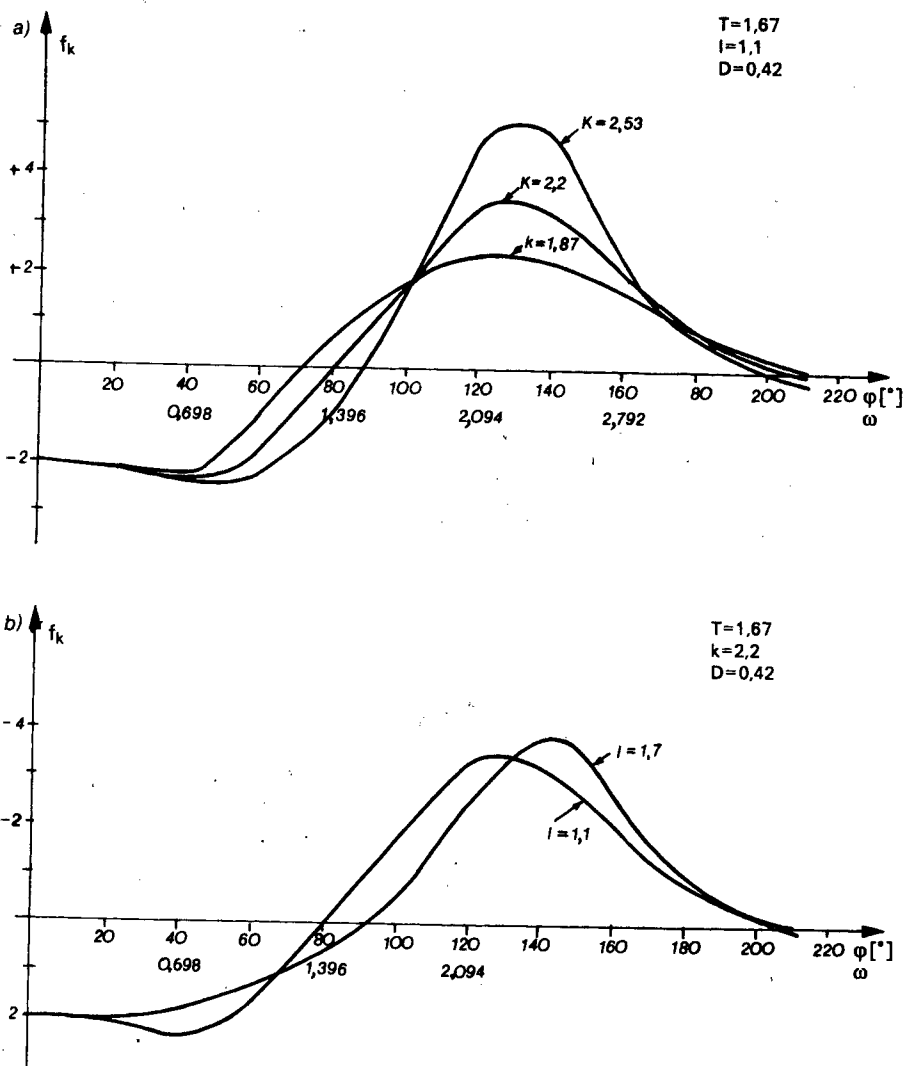
Działanie układu adaptacyjnego polega na ciągłym szacowaniu na podstawie przebiegów funkcji $f_k(\omega)$, $f_d(\omega)$, $f_i(\omega)$, oraz na podstawie charakterystyki częstotliwościowej uchybu regulacji $\varepsilon(j\omega)$ (ściślej na podstawie przebiegu $\varepsilon^2(j\omega)$) czy zmiana danego parametru regulatora dałaby globalnie pogorszenie czy też polepszenie



Rys. 7

tłumienności zakłóceń, w sensie przyjętego wskaźnika jakości w postaci całki z kwadratu uchybu regulacji.

Na rys. 8 pokazany jest wpływ parametrów dynamicznych regulatora na aktualny przebieg charakterystyki $f_k(j\omega)$. Zmiany parametrów dynamicznych wpływają głównie na przebieg charakterystyki $f_k(\omega)$ w zakresie średnich i dużych częstotliwości, przy



Rys. 8

czym wpływ zmiany współczynnika wzmocnienia k jest znacznie większy niż wpływ zmiany czasu zdwojenia l . Wynika to stąd, że optymalna nastawa wzmocnienia regulatora, przy wskaźniku jakości w postaci całki z kwadratu uchybu regulacji jest stosunkowo mało odległa od granicy stabilności zamkniętego układu regulacji. Jeśli układ regulacji byłby niestabilny (przy aktualnych nastawach), to w charakterystyce

częstotliwościowej odchyłki regulacji dominowałyby częstotliwości duże i średnie, co w konsekwencji doprowadziłoby, zgodnie z przebiegiem charakterystyk $f_k(\omega)$, do odpowiedniego zmniejszenia wzmocnienia i odpowiedniej korekty nastaw pozostałych parametrów dynamicznych, zgodnie z przebiegiem charakterystyk $f_i(\omega)$ i $f_d(\omega)$.

8. WYBÓR TRANSMITANCJI I APROKSYMUJĄCYCH PRZEBIEGI CHARAKTERYSTYK $f_k(\omega)$, $f_d(\omega)$, $f_i(\omega)$

Stosunkowo prosto można wyznaczyć transmitancje aproksymujące przebiegi charakterystyk $f_k(\omega)$ i $f_i(\omega)$, jeśli skorzysta się z aproksymacji Pade'go dla funkcji $e^{-\zeta}$ typu:

$$e^{-\zeta} = \frac{1 - \frac{1}{2}\zeta + \frac{1}{12}\zeta^2}{1 + \frac{1}{2}\zeta + \frac{1}{12}\zeta^2} \quad (38)$$

Transmitancja zamkniętego układu regulacji wyraża się wówczas przybliżonym wzorem:

$$G_z(\zeta) \cong G_z^*(\zeta) = \frac{k\zeta(1 + \frac{1}{2}\zeta + \frac{1}{12}\zeta^2)}{(1 + \frac{1}{2}\zeta + \frac{1}{12}\zeta^2)(1 + T\zeta) + k(1 - \frac{1}{2}\zeta + \frac{1}{12}\zeta^2)(1 + l\zeta + Dl\zeta^2)} \quad (39)$$

Kwadrat modułu charakterystyki częstotliwościowej $G^*(j\omega)^2$ oraz funkcje $f_k^*(\omega)$, $f_d^*(\omega)$, $f_i(\omega)$ można zapisać następująco:

$$\|G_z^*(j\omega)\|^2 = \frac{l^2\omega^2 \left[\left(1 - \frac{1}{12}\omega^2\right)^2 + \frac{1}{4}\omega^2 \right]}{P^2(\omega) + Q^2(\omega)} \quad (40)$$

$$f_k^*(\omega) = -2k \frac{P(\omega) \left[1 - \left(\frac{1}{12} - \frac{1}{2}|+lD\right)\omega^2 + \frac{1}{12}lD\omega^4 \right] + Q(\omega) \left[\left(1 - \frac{1}{2}\right)\omega - \left(\frac{1}{12} - \frac{1}{2}lD\right)\omega^3 \right]}{P^2(\omega) + Q^2(\omega)} \quad (41)$$

$$f_i^*(\omega) = -\frac{2k}{\omega^2} \frac{P(\omega) (-\omega^2 + \frac{1}{12}\omega^4) + \frac{1}{2}Q(\omega)\omega^3}{P^2(\omega) + Q^2(\omega)} \quad (42)$$

$$f_d^*(\omega) = -2DIk \frac{P(\omega) \left[-\omega^2 + \frac{1}{2}\omega^4 \right] + \frac{1}{2}Q(\omega) \omega^3}{P^2(\omega) + Q^2(\omega)} \quad (43)$$

gdzie:

$$\left. \begin{aligned} P(\omega) &= k - \left(\frac{1}{2}I + IT + \frac{1}{12}k - \frac{1}{2}kID \right) \omega^2 + \frac{1}{12}(IT+kID)\omega^4 \\ Q(\omega) &= \left(I - \frac{1}{2}k+kI \right) \omega - \left(\frac{1}{12}I + \frac{1}{2}IT + \frac{1}{12}kI - \frac{1}{2}kID \right) \omega^3 \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

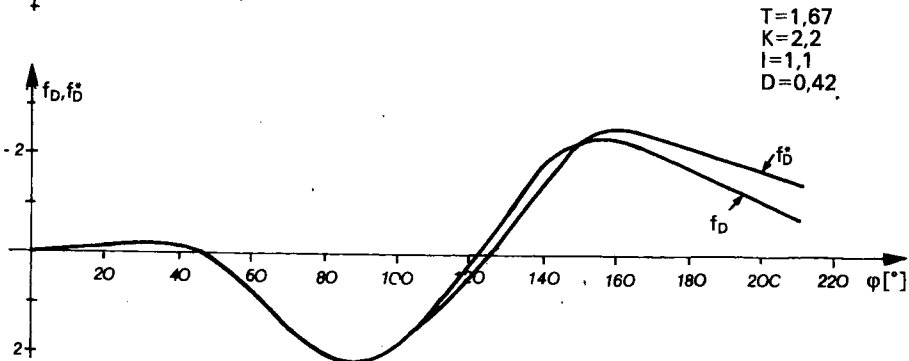
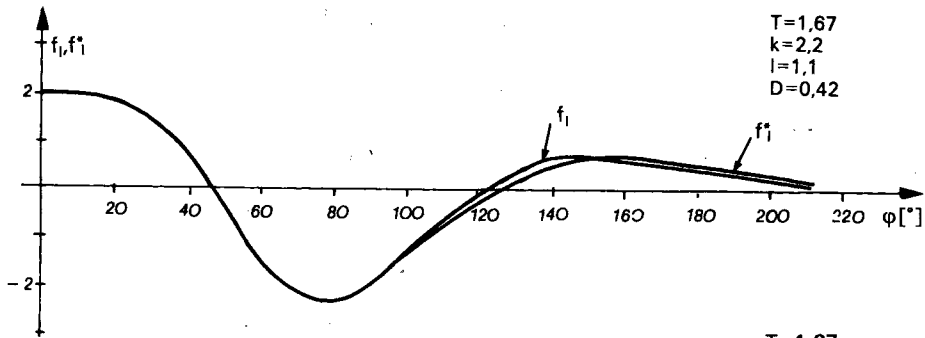
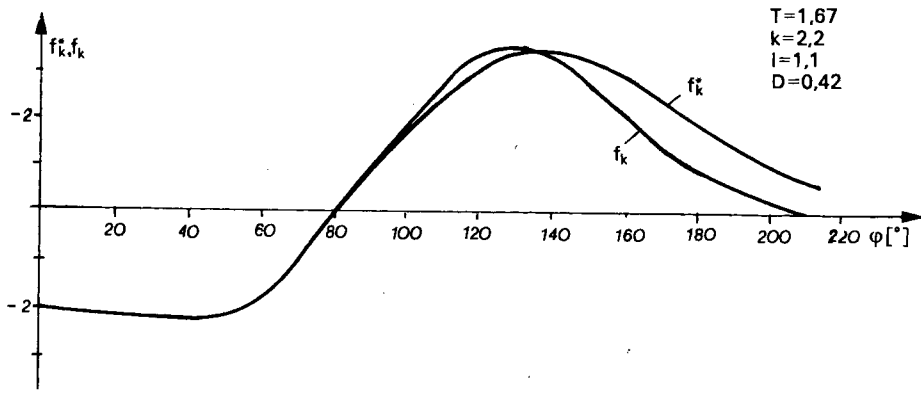
Rząd mianownika funkcji $f_k^*(\omega)$, $f_i(\omega)$, $f_d^*(\omega)$ wskazuje, że dla zamodelowania części liniowej układu adaptacyjnego należy użyć czterech członów całkujących. W układzie adaptacyjnym opisanym równaniami (41)...(44) będzie oczywiście spełniony warunek (16), gdyż z części liniowej układu możemy otrzymać 5 niezależnych liniowo transmitancji aproksymujących $G_i(j\omega)$:

$$\left. \begin{aligned} G_1(j\omega) &= \frac{1}{P(\omega) + jQ(\omega)} \\ G_2(j\omega) &= \frac{j\omega}{P(\omega) + jQ(\omega)} \\ \text{-----} \\ G_5(j\omega) &= \frac{(j\omega)^4}{P(\omega) + jQ(\omega)} \end{aligned} \right\} \quad (45)$$

podczas gdy ilość parametrów regulatora podlegających adaptacji wynosi 3.

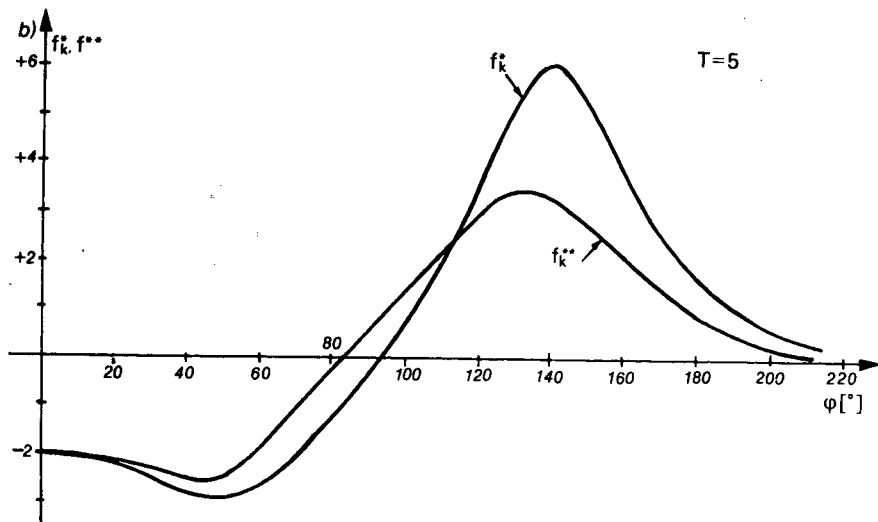
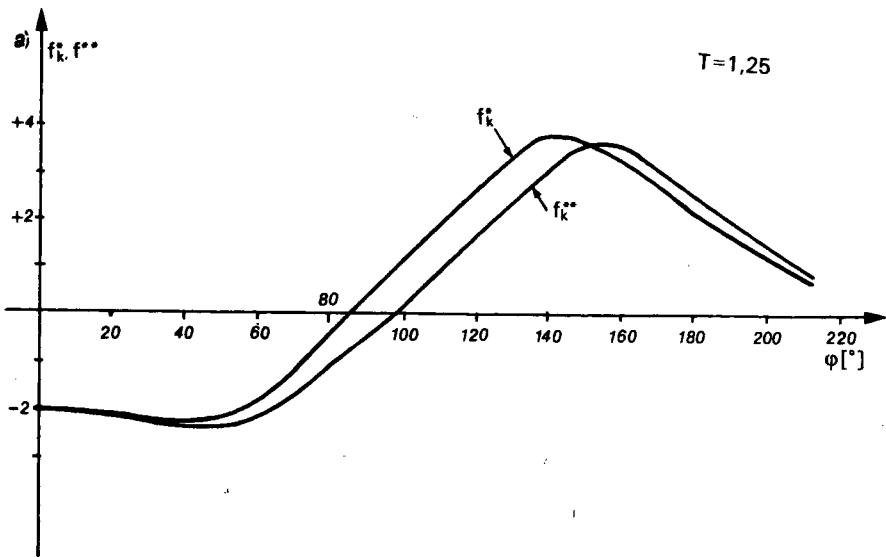
Na rys. 9 pokazane są rzeczywiste przebiegi funkcji $f_k(\omega)$, $f_i(\omega)$, $f_d(\omega)$ oraz przebiegi $f_k^*(\omega)$, $f_i(\omega)$, $f_d^*(\omega)$ wykreślone na podstawie wyrażień (41)...(44). Z rysunku wynika, że aproksymacja Padego daje dosyć dobre przybliżenie funkcji $f_k(\omega)$, $f_i(\omega)$ i $f_d(\omega)$, szczególnie w zakresie małych i średnich częstotliwości, a więc w zakresie, w którym należy oczekiwać stosunkowo największych wartości charakterystyki częstotliwościowej odchyłki regulacji. Najlepiej aproksymowany jest przebieg funkcji $f_i(\omega)$, a stosunkowo najmniej dokładnie przebieg $f_k(\omega)$.

Podstawiając do wyrażień (41)...(44) wartości zaleconych optymalnych nastaw regulatorów dla różnych stałych T obiektu, można obliczyć pożądane współczynniki nastaw parametrów układu adaptacyjnego z zależności od parametrów obiektu. W zasadzie charakterystyki $f_k(\omega)$, $f_d(\omega)$ w stosunkowo niewielkim stopniu zależą od stałej T obiektu, a zasadniczy problem polega na konieczności dokonywania zmian skali czasu w funkcji opóźnienia obiektu τ . Z uwagi na fakt, że zalecana nastawa stałej zdwojenia T_d jest dość dokładnie proporcjonalna do czasu opóźnienia obiektu



Rys. 9

$\tau (T_d=0,5\tau)$ nasuwa się wniosek, że do przestrajania modelu można wykorzystać bezpośrednio sygnał zmian ΔT_d stałej czasowej zdwojenia wytwarzany w układzie adaptacyjnym. Obliczając średnie wartości poszczególnych współczynników w wyrażeniach (41), których wartość jest funkcją stałej czasowej T (dla zakresu $T=1 \dots 10$), przy wykorzystaniu zalecanych optymalnych nastaw wg Cypkina, otrzymano wyrażenie na funkcję $f_k^*(\omega)$, w którym uwzględniono możliwość liniowego przestrajania modelu w funkcji stałej czasowej wyprzedzania regulatora T_d .



Rys. 10

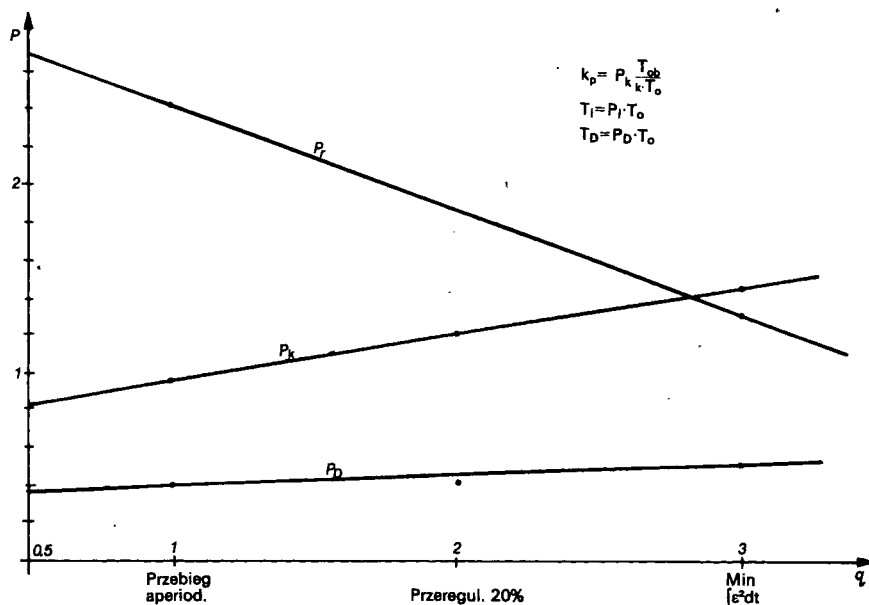
$$f_k^*(\omega) = -2 \frac{1 - 1,1T_a^2\omega^2 + 1,65T_a^4\omega^4 - 2,5T_a^6\omega^6 + 0,41T_a^8\omega^8}{[1 - 3,25T_a^2\omega^2 + T_a^4\omega^4]^2 + (1,9T_a\omega - 1,5T_a^3\omega^3)^2} \quad (46)$$

gdzie: $T_a = 1,28 T_d$

Przyjęcie tego typu przybliżenia jest dość dogodne z uwagi na fakt, że nastawa parametrów modelu matematycznego w układzie adaptacyjnym sprowadza się praktycznie jedynie do nastawy stałej czasowej T_a zgodnie z zależnością $T_a = 1,28 T_D$. Na rys. 10 wykreślono przebiegi funkcji $f_k^*(\omega)$ oraz przebiegi $f_k^*(\omega)$ otrzymane przy zastosowaniu aproksymacji zgodnie z wzorem (41).

9. UOGÓLNIONY WSKAŹNIK JAKOŚCI REGULACJI

Istotną cechą przemysłowych rozwiązań algorytmów autostrojenia i adaptacji jest zapewnienie użytkownikowi możliwości wyboru rodzaju wskaźnika jakości regulacji. Opisana powyżej koncepcja realizacji algorytmu adaptacji opiera się zasadniczo na wskaźniku jakości w postaci minimum całki z kwadratu odchyłki regulacji. Rozszerzenie zakresu pracy algorytmu adaptacji na inne rodzaje wskaźników jakości regulacji wymaga wprowadzenia pewnych modyfikacji w działaniu algorytmu. Analiza powszechnie znanych wskaźników jakości regulacji (6) wskazuje, że określają one, ogólnie biorąc, pewien stopień progresji działania regulatorów i związane z tym zalecane nastawy parametrów regulacji. I tak np. wskaźnik jakości w postaci całki z kwadratu odchyłki regulacji odpowiada bardzo silnemu działaniu regulacyjnemu. Związane są z nim nastawy zapewniające silne oddziaływanie



Rys. 11

regulatora na zmiany odchyłki regulacji, a więc duże wzmocnienie k_p i duża wartość stałej czasowej różniczkowania T_D oraz stosunkowo mała wartość stałej czasowej całkowania T_I . Niejako na przeciwnym krańcu znajduje się wskaźnik jakości odpowiadający minimalnemu czasowi ustalania się sygnału, przy jednoczesnym zapewnieniu przebiegu aperiodycznego. Wskaźnik ten wymaga łagodnych nastaw parametrów dynamicznych: stosunkowo małego wzmocnienia i nieco mniejszej wartości nastawy stałej czasowej różniczkowania, dużej wartości nastawy stałej czasowej całkowania.

Na potrzeby opracowywanego algorytmu adaptacji zostanie wprowadzony tzw. uogólniony wskaźnik jakości $q=0,5 \div 3,2$, przy czym:

- dla $q = 1$ wartości nastaw parametrów regulacyjnych k_p , T_D i T_I odpowiadają kryterium minimalnego czasu regulacji przy przebiegu aperiodycznym,
- dla $q = 3$ nastawy przyjmują wartości zgodne ze wskaźnikiem zapewniającym minimalną wartość całki z kwadratu odchyłki regulacji,
- dla pozostałych wartości q nastawy znajdują się na prostych przechodzących przez określone powyżej wartości dla $q=1$ i $q=3$.

Przebiegi wartości nastaw parametrów regulacyjnych w funkcji wartości wskaźnika q podano na rys. 11. Zaproponowane ograniczenie zakresu nastaw uogólnionego wskaźnika jakości q wynika stąd, że regulator dla $q < 0,5$ już zbyt wolno zregulowuje sygnały zakłócające, a dla $q > 3,2$ zbyt niebezpiecznie zbliża się do granicy stabilności zamkniętego układu regulacji. Z przebiegów przedstawionych na rys. 11 widać, że wartości nastaw parametrów dla wskaźnika regulacji w postaci minimalnego czasu regulacji przy przeregulowaniu równym 20% odpowiadają wskaźnikowi $q \cong 2$.

Z analizy przebiegów przejściowych w zamkniętym układzie regulacji, przy nastawach parametrów regulacyjnych odpowiadających różnym wskaźnikom jakości wynika, że skrócenie czasu regulacji wiąże się nieuchronnie z dopuszczeniem większej amplitudy przeregulowań występujących w układzie. Wskazuje to na kierunek modyfikacji algorytmu adaptacji pod kątem dostosowania go do różnych wskaźników jakości. Przy określeniu współczynników w strukturze algorytmu, opartej na rozwiązaniach przedstawionych na rys. 4, należy:

- przypisać większe wartości współczynnikom wagi sygnałów związanym z dużymi częstotliwościami (sygnał $vk_{2\alpha-1}(f)$ na rys. 4) dla wskaźników jakości wymagających łagodnego działania regulacyjnego ($q < 1,5$);
- przypisać większe wartości współczynnikom wagi sygnałów związanym z zakresem częstotliwości (sygnał $vk_1(t)$ na rys. 4) dla wskaźników jakości wymagających silnego działania regulacyjnego ($q > 2,5$).

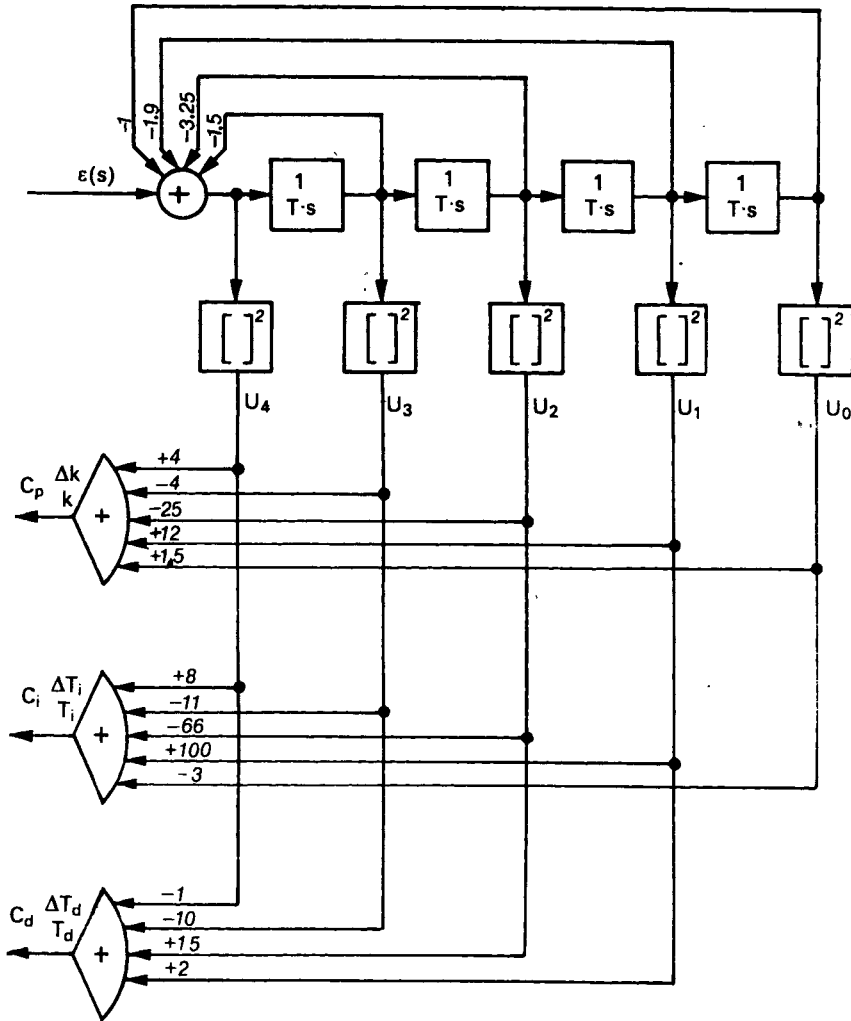
Określenie wartości tych współczynników oraz sposobu ich zmiany w funkcji wartości uogólnionego wskaźnika jakości regulacji q zostało przeprowadzone w sposób eksperymentalny w trakcie badań symulacyjnych.

10. WYNIKI BADAŃ SYMULACYJNYCH

Badania symulacyjne zostały przeprowadzone na komputerze PC-386 opierając się na programach napisanych w języku C. programy te umożliwiły symulację regulatora, obiektu oraz zakłóceń na niego oddziaływujących.

Zgodnie z założeniami przyjęto obiekt o transmitancji typu:

$$\frac{K_{ob}}{1+sT_{ob}} e^{-sT_o}$$



Rys. 12

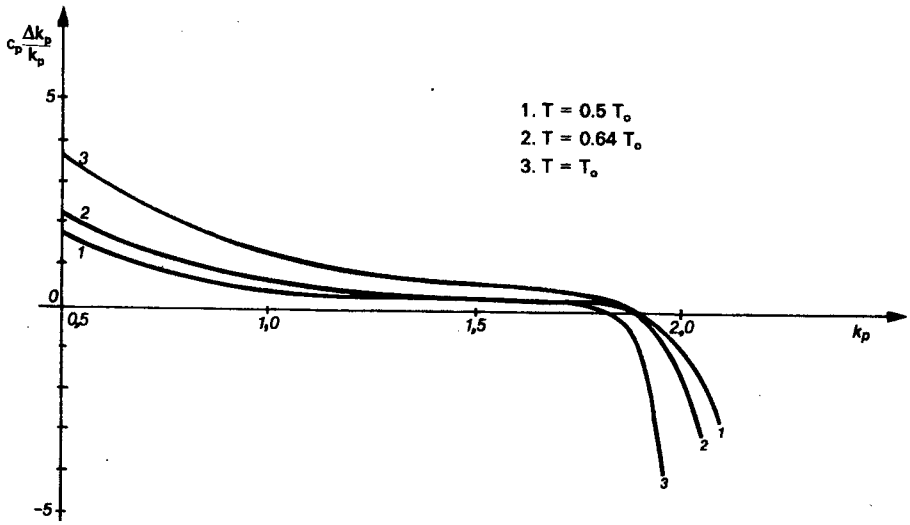
Program algorytmu regulatora ciągłego umożliwiał nastawę, a także przestrajanie wszystkich istotnych parametrów, tj.:

- wartości zadanej WZ,
- wzmocnienia proporcjonalnego K_p ,
- stałej czasowej całkowania T_I ,
- stałej czasowej różniczkowania T_D ,
- stałej czasowej filtracji sygnału różniczki T_{FP} .

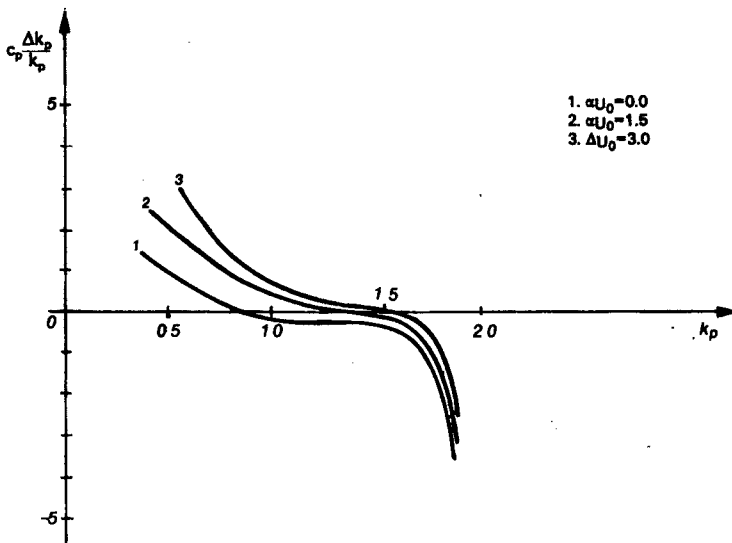
Wyniki badań były zapisywane do zbioru dyskowego po każdym kolejnym eksperymencie. Oprogramowanie zapewniało możliwość prezentacji wyników na ekranie bądź drukarce. Istniała możliwość prezentacji wszystkich charakterystycznych sygnałów w układzie regulacji, takich jak: sygnał wejściowy, odchyłka regulacji, sygnał regulowany, a także wartości parametrów regulacji przed i po samostrojeniu, wskaźnik jakości regulacji, wybrane charakterystyczne sygnały autostrojenia. Algorytm samostrojenia został zrealizowany w oparciu o szeregowo połączenie czterech członów całkujących, o tej samej stałej czasowej całkowania - tak jak to pokazano na rys. 12. Układ ten pozwala na dobre przybliżenie pożądanych przebiegów charakterystyk przestrajania poszczególnych parametrów regulatora: $f_k(\omega)$, $f_i(\omega)$, $f_D(\omega)$. Charakterystyki te, w układzie z rys. 12, mogą być w dużym zakresie modelowane (zmieniane) drogą odpowiedniego doboru współczynników wagi dla odpowiednich sygnałów, przed ich wprowadzeniem na węzły sumacyjne.

Głównym zadaniem badań algorytmów było sprawdzenie charakterystyk strojenia poszczególnych parametrów regulatora: K_p , T_I i T_D . Badania wykonano podając zakłócenie skokowe na wyjście obiektu regulacji oraz mierząc wartość, wyliczonych przez algorytm wskaźników, pożądanych zmian parametrów dla tego typu zakłócenia. Pożądane dostrojenie regulatora do parametrów obiektu i charakterystyki zakłóceń powinno odpowiadać wskaźnikowi minimalizacji całki z kwadratu odchyłki regulacji.

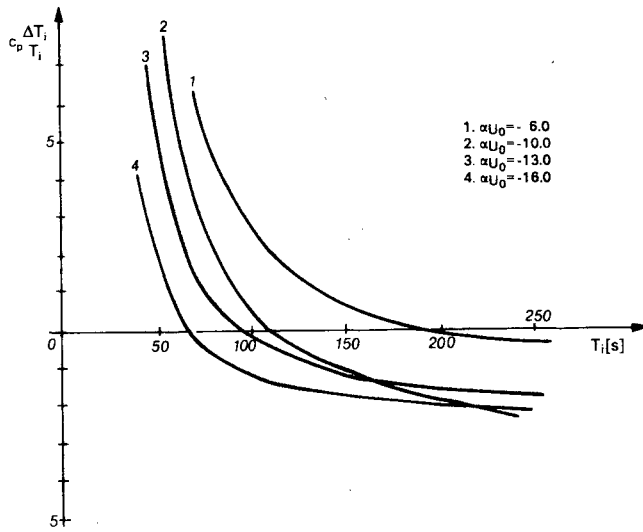
Współczynniki sumacyjne dla poszczególnych sumatorów z rys. 12 zostały określone w oparciu o wzór (46), a następnie zmodyfikowane w trakcie badań symulacyjnych. Przy określaniu wartości współczynników w torach strojenia T_I i T_D zostały wykorzystane wzory analogiczne do (46) opisujące funkcje $f_i(\omega)$ i $f_d(\omega)$. Wyniki istotnych badań przedstawione są na rys. 13÷17. Na rys. 13 przedstawiono wyniki badania wrażliwości algorytmu przy niedokładnym dostrojeniu stałej T szeregowego połączenia członów całkujących stanowiących podstawę określenia pasm częstotliwościowych algorytmu (rys. 12). Optymalna wartość stałej T wynosi $T=0.64 T_0$ (krzywa 2 na rys. 13), a jej przybliżoną wartość w procesie strojenia przyjmuje się równą $T=1,28T_0$. Przebieg krzywych 1, 2 i 3 na rys. 13 wskazuje, że nawet przy dość dużych niedokładnościach szacowania wartości stałej T, krzywe przechodzą przez wartość równą 0 mniej więcej w tym samym miejscu, a więc dobór nastawy k_p pozostaje prawidłowy. Na rys. 14, 15 i 16 przedstawiono wpływ zmiany wartości współczynników sumarycznych w torach strojenia poszczególnych parametrów (wg schematu z rys. 12) na przebieg charakterystyk strojenia. Ze względu na to, że najsilniejsze oddziaływanie dotyczy zmian współczynników związanych



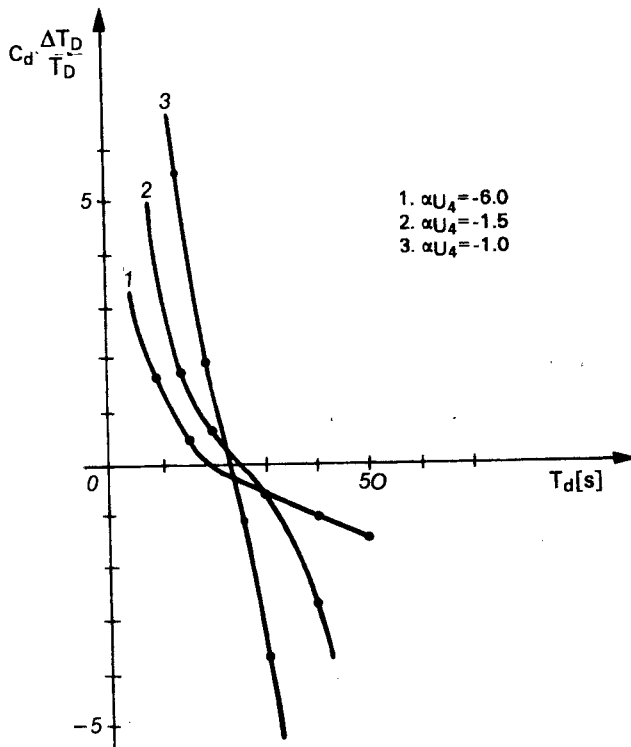
Rys. 13



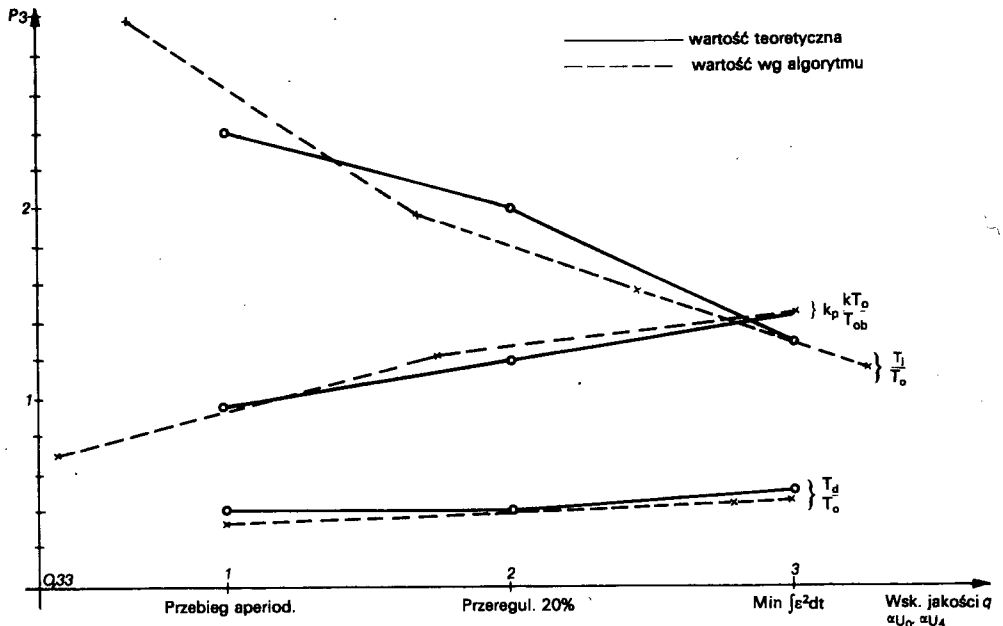
Rys. 14



Rys. 15



Rys. 16



Rys. 17

z sygnałami małej i dużej częstotliwości, ilość prób w tym zakresie można było znacznie ograniczyć. Ustalono, że stosunkowo najprostszym, a chyba i najskuteczniejszym, sposobem dostosowania charakterystyk strojenia poszczególnych parametrów do wymaganej wartości współczynnika jakości q jest:

- przeprowadzenie modyfikacji charakterystyki $f_k^{**}(\omega)$ drogą zmiany współczynnika αU_0 przy sygnale U_0 odpowiedzialnym za zakres małych częstotliwości;
- w analogiczny sposób, lecz w nieco innym zakresie zmian, przeprowadzenie modyfikacji charakterystyki $f_1^{**}(\omega)$ drogą dobrania wartości współczynnika αU_0 w torze strojenia stałej T_i ;
- modyfikacja charakterystyki $f_D^{**}(\omega)$ przeprowadzana jest drogą zmiany współczynnika αU_4 w torze strojenia stałej T_D , bowiem sygnał U_0 nie jest wykorzystywany w sumatorze toru strojenia T_D .

Charakterystyki przedstawione na rys. 14, 15 i 16 wskazują, że zaproponowane modyfikacje nieznacznie wpływają na kształt krzywych strojenia parametrów. Powodują one głównie przesunięcie strojonej charakterystyki tak, że zmienia się punkt przecięcia z osią strojonego parametru. Wyniki pomiarów wskazują, że można z pewnym przybliżeniem założyć liniową zależność pomiędzy wartością parametru, do której dostraja się algorytm, a wartością odpowiedniego współczynnika αU_0 lub αU_{k4} w torze strojenia danego parametru.

Tabela 1

Wskaźnik jakości	Parametr	Wartości współczynników sumacyjnych sygnałów $U_0 \dots U_4$ dla poszczególnych torów strojenia parametrów (wg rys. 12)				
		U_0	U_1	U_2	U_3	U_4
Przebieg aperiodyczny o minimalnym czasie ustalania $q=1$	K_p T_i T_d	0,6 -7,5 —	tak jak dla wersji 3			-6
Minimalny czas regulacji przy przeregulowaniu 20% $q=2$	K_p T_i T_d	1,8 -11,2 —	tak jak dla wersji 3			-3,5
Minimum całki z kwadratu $q=3$	K_p T_i T_d	3,0 -15 —	+12 +100 2	-25 -66 +15	-4 -11 -10	+4 +8 -1

Tabela2

Dobór parametrów regulatora w oparciu o uogólniony wskaźnik jakości q

Strojony parametr	Wartość współczynnika αU_0 lub αU_4	Wartość parametru, do której dostraja się regulator
K_p	$\alpha U_0 = 1,2q - 0,6$	$K_p = (0,24q + 0,68) \cdot \frac{T_{ob}}{K_{ob} \cdot T_0}$
T_i	$\alpha U_0 = -3,75q - 3,75$	$T_i = (-0,67q + 3,35) \cdot T_0$
T_D	$\alpha U_4 = 2,5q - 8,5$	$T_D = (0,05q + 0,33) \cdot T_0$

Na rys. 17 przedstawiono charakterystyki przedstawiające zależność wartości parametrów, do których dostraja się algorytm, od wartości współczynników αU_4 oraz w celach porównawczych pożądaną charakterystykę zmian nastaw w funkcji wskaźnika jakości q . Z rysunku wynika, że przy odpowiednim doborze skali (przez określenie właściwego zakresu zmian współczynników αU_0 i αU_4) charakterystyki $P=f(\alpha U_0, \alpha U_4)$ dość dobrze odpowiadają teoretycznym pożądanym wartościom parametrów zgodnie z wybranym współczynnikiem jakości q .

W tabeli 1 zestawiono wartości poszczególnych współczynników sumacyjnych do różnych wskaźników jakości regulacji. Tabela 2 zawiera wzory umożliwiające

wyznaczenie wartości współczynników αU_0 i αU_4 w zależności od wybranej wartości wskaźnika jakości q oraz wzory pozwalające na określenie wartości parametru k_p , T_i i T_d , do której algorytm będzie się dostrajał.

11. WNIOSKI

Wyniki badań symulacyjnych pozwalają na wyciągnięcie następujących wniosków:

1. Zaproponowana koncepcja realizowania autostrojzenia jest poprawna. Wskaźniki pożądanych zmian parametrów regulatora oddziałują w kierunku dojścia do stanu ustalonego, odpowiadającemu w przybliżeniu nastawom optymalnym dla danego typu zakłócenia i danych parametrów obiektu regulacji. Przebieg wskaźników jest monotoniczny w funkcji wartości parametru strojonego a przejście przez wartość zerową odpowiada w przybliżeniu nastawom optymalnym.
2. Praca algorytmu jest poprawna przy różnych wartościach parametrów obiektu regulacji.
3. Algorytm pozwala na stosunkowo prostą realizację funkcji wyboru rodzaju wskaźnika jakości regulacji.

Procedura wprowadzania zmian parametrów wymaga odrębnych badań. Ogólnie można jedynie stwierdzić, że:

- algorytm adaptacji powinien być włączony tylko wówczas, gdy wartość odchyłki regulacji wyraźnie różni się od poziomu szumów w sygnale mierzonym;
- przestrajanie parametrów powinno odbywać się cyklicznie, przy czym okres zbierania informacji, przed przeprowadzeniem strojenia, powinien być wyraźnie większy od czasu ustalania się przebiegu przejściowego w zamkniętym układzie regulacji przy pobudzeniu skokowym;
- przy szacowaniu wielkości zmiany parametrów, na podstawie obliczonych wskaźników strojenia, należy uwzględnić ogólny poziom wartości sygnału odchyłki regulacji tak, aby przy dużych wartościach amplitud sygnału odchyłki nie następowały zbyt duże przestrojenia parametrów; można to osiągnąć np. dzieląc wskaźnik strojenia przez całkę z kwadratu odchyłki regulacji;
- jednorazowa zmiana wartości parametrów w kierunku nastaw bardziej progresywnych nie powinna przekraczać różnicy między nastawami odpowiadającymi granicy stabilności a nastawami dla danego wskaźnika regulacji;
- ważne jest, aby punkt startowy algorytmu adaptacji nie był zbyt odległy od nastaw optymalnych oraz aby znajdował się w zakresie pracy stabilnej układu regulacji.

Do wyznaczania punktu startowego można posłużyć się jakąkolwiek ze znanych procedur strojenia na żądanie operatora.

LITERATURA

- [1] Åström K.J., Hägglund T.: "Automatic Tuning of PID Controllers". Instrument Society of America 1988.
- [2] Åström K.J., Wittenmark B.: "Adaptive control". Reading 1989 Addison Wesley.
- [3] Corripio A.B.: "Tuning of industrial control systems". Instrument Society of America 1990.
- [4] Niederliński A.: "Systemy komputerowe automatyki przemysłowej". Warszawa 1985 WNT.
- [5] Trybus L.: "Regulatory wielofunkcyjne". Warszawa 1992 WNT.
- [6] Findeisen W. (red.): "Poradnik inżyniera. Automatyka". Warszawa 1974 WNT.
- [7] Pietrusiński Z. i in.: "Algorytmy autostrojzenia regulatorów". Sprawozdania z prac PIAP 1991-1992 nr 6851, 6882, 6902.