

Zmodyfikowane zazębienie ewolwentowe do zegarowych przekładni zliczających (1)

Prof. dr hab. inż. Zdzisław Mrugalski
Politechnika Warszawska
Instytut Mikromechaniki i Fotoniki

W artykule przedstawiono propozycję zmodyfikowanego zazębienia ewolwentowego (o podwyższonych głowach i stopach zębów - z dopuszczalnym znacznym podcięciem) - spełniającego wymagania stawiane zazębieniom do zegarowych przekładni zliczających, przy liczbach zębów zębnika napędzającego $z_1 \geq 6$. Podano także wyniki badań teoretycznych i doświadczalnych - uzasadniających celowość praktycznego wykorzystania proponowanego zarysu. Przedstawiono część wyników badań przeprowadzonych w ramach projektu badawczego sfinansowanego przez KBN (Nr 7 7020 91 02)

We współczesnych mechanizmach zegarowych, w których jako oscylator umożliwiający pomiar czasu zastosowany jest rezonator kwarcowy, do przeniesienia napędu z mikrosilnika skokowego do analogowego urządzenia wskazującego służą przekładnie zliczające (rys. 1). Są to kilkustopniowe przekładnie redukcyjne działające najczęściej w sposób przerywany (małymi skokami) i służące do zliczania obrotów mikrosilnika [1, 2]. Przekładnie te przenoszą zwykle jedynie bardzo małe momenty, które wynikają z własnych oporów ruchu przekładni i ewentualnie z oporów ruchu urządzenia wskazującego.

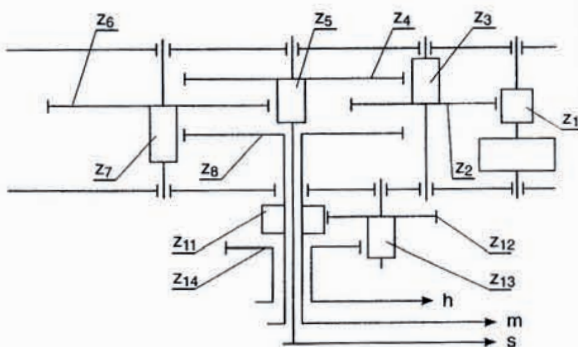
Jedną z pożądanych cech mechanizmów zegarowych są małe ich wymiary, a zatem stosowane w nich przekładnie zębate również powinny być możliwie małe. Ze względów technologicznych i ekonomicznych dąży się do stosowania w tych przekładniach możliwie dużych modułów uzębień, a więc przy zadanym przełożeniu przekładni liczby zębów współpracujących kół muszą być możliwie małe. Przy większej wartości modułu można bowiem zwiększyć odchyłki wykonawcze elementów przekładni.

Od przekładni zliczających nie jest wymagana stałość przełożenia (może ono być cyklicznie zmienne w zakresie jednej podziałki), jednak stosowane w nich zazębienia muszą spełniać inne wymagania, takie jak:

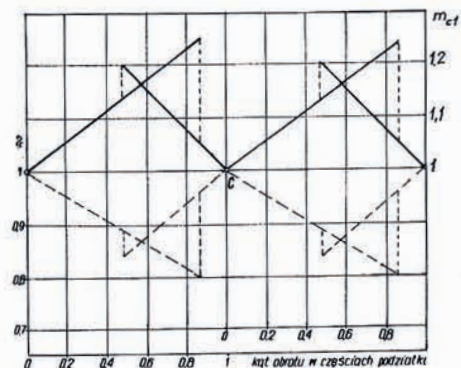
- mała zmienność momentu chwilowego na zębniku napędzającym,
- duża sprawność średnia przekładni,
- mały wpływ zmiany głębokości przenikania uzębień współpracujących kół na sprawność średnią i moment chwilowy na zębniku napędzającym,
- duży luz międzyzębny obwodowy i promieniowy (ze względu na żądaną 100 % zamienność przy montażu).

Dotychczas w przekładniach zliczających stosuje się znormalizowane zazębienie ewolwentowe (np. wg Polskiej Normy [8] lub normy brytyjskiej [6] - o liczbie zębów zębnika $z_1 \geq 8$) lub zmodyfikowane zazębienie cykloidalne (np. „zegarowe szwajcarskie” [7] - o liczbie zębów zębnika $z_1 \geq 6$, jednak jest ono znacznie trudniejsze do wykonania niż zazębienie ewolwentowe).

Problem uzyskania zmodyfikowanego zarysu ewol-



Rys. 1. Schemat kinematyczny przekładni zliczającej w mechanizmie zegarowym z rezonatorem kwarcowym: z_1 - zębnik na wałku wirnika silnika skokowego; z_4 - zębnik zespołu sekundo-wego, z_6 - zębnik zespołu minutowego; z_{14} - koło godzinowe.



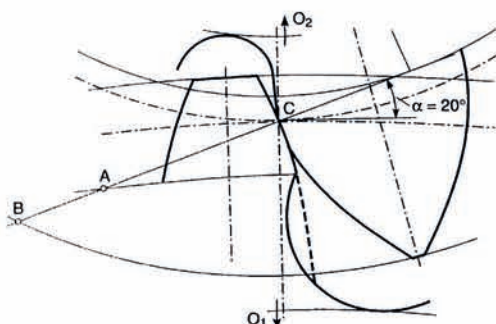
Rys. 2. Wykres wartości sprawności chwilowej η_c (linia przerywana) i wskaźnika momentu chwilowego $m_{c,t}$ (linia ciągła) dla zazębienia ewolwentowego ($z_1 = 8, z_2 = 64$) przy $M_2 = \text{const.}$ i przy założonym współczynniku tarcia $\mu = 0,3$.

wentowego o podwyższonych zębach, który umożliwi wykonywanie zębników o liczbie zębów $z_1 \geq 8$ i który jednocześnie zapewni spełnienie wyżej podanych wymagań, jest niezwykle ważny z tego względu, że przekładnie tego typu są produkowane w skali masowej, przy wymaganej 100 % zamienności elementów przy montażu. Istotnym jest również fakt, że zamiast kół zębatych wykonywanych z mosiądzu i stali metodami tradycyjnymi (np. frezowanie, wykrawanie kół), coraz więcej produkuje się mechanizmów zegarowych z kołami zębatymi z tworzyw sztucznych (odlewanymi wtryskowo), które obciążone są dodatkowymi odchyłkami wymiarowymi (skurcz odlewniczy, zmiana wymiarów pod wpływem zmiany wilgotności, starzenie się tworzywa itp.). Jest to powodem znacznych zmian głębokości przenikania współpracujących zarysów, zwłaszcza ich rozsuwania.

SPRAWNOŚĆ I MOMENT CHWILOWY W ZAZĘBIENIU PRZEKŁADNI ZLICZAJĄCEJ

Najprostszym sposobem uzyskania przebiegu zmian sprawności chwilowej η_c w zazębieniu jest sporządzenie wykresu η_c w funkcji kąta obrotu jednego z kół metodą wykreślno-analityczną [5]. Wykres sprawności chwilowej dla zazębienia ewolwentowego otrzymany tą metodą przedstawiono na rys. 2. Z wykresu tego widać, że w zazębieniu ewolwentowym sprawność chwilowa wzrasta od najmniejszej wartości na początku wżębienia do wartości największej w chwili, gdy punkt przyporu znajduje się na linii środków w punkcie C, a następnie maleje do drugiej najmniejszej wartości na końcu wyzębienia. Jest to spowodowane zmiennym położeniem wypadkowej siły międzyzębnej w miarę przemieszczania się punktu przyporu.

Można wykazać [1, 5], że w zazębieniu ewolwentowym dla poszczególnych położenia punktu przyporu sprawność chwilowa ma tym mniejszą wartość, im



Rys. 3. Zazębienie ewolwentowe z podciętymi zębami zębnika napędzającego. A - początek przyporu, B - początek przyporu przy braku podcięcia

dany punkt przyporu jest bardziej oddalony od punktu biegunowego C leżącego na linii prostej łączącej środki współpracujących kół O_1 i O_2 , przy czym po stronie wżębienia (przed linią O_1O_2) ma ona wartość mniejszą niż po stronie wyzębienia - przy tej samej odległości od punktu C. Po stronie wżębienia, zwłaszcza w początkowym punkcie przyporu, może się więc zdarzyć, że przy znacznym wzroście współczynnika tarcia (np. wskutek zanieczyszczeń) wartość η_c spadnie do zera i nastąpi zakleszczenie przekładni. Po stronie wyzębienia zakleszczenie jest mało prawdopodobne, nawet przy dużych wartościach współczynnika tarcia (np. $\mu = 0,5$). Ponieważ krzywa $\eta_c = f(\varphi)$ dla zazębienia ewolwentowego bardzo mało odbiega od linii prostej, jego *sprawność średnią* można z dostateczną dokładnością obliczyć uwzględniając sumę powierzchni dwóch trapezów, utworzonych pod tą krzywą (dla jednej podziałki).

Bezpośredni pomiar sprawności chwilowej rzeczywistego zazębienia jest bardzo trudny do wykonania, gdyż oprócz pomiaru momentów chwilowych koniecznym byłby jednoczesny pomiar przełożenia chwilowego.

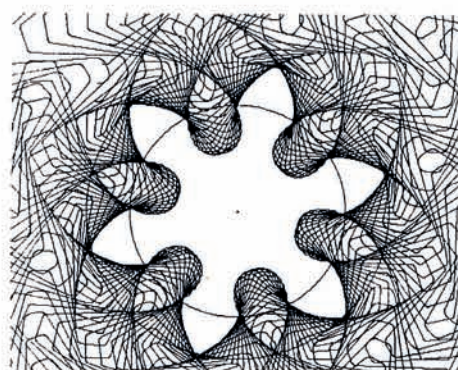
W przekładniach zębatych stosowanych w mechanizmach zegarowych istotną ich cechą jest *zmienność momentu chwilowego* na jednym z kół w funkcji kąta jego obrotu, przy stałej wartości momentu na drugim z kół.

W przekładniach, w których moment na kole napędzanym ma stałą wartość ($M_2 = const.$), moment chwilowy na kole czynnym (napędzającym) wynosi

$$M_{c1} = \frac{M_2}{i_c \cdot \eta_c} = f(\varphi_1) \quad (1)$$

gdzie: i_c , η_c - przełożenie chwilowe i sprawność chwilowa przekładni.

Jako wielkość charakteryzującą względne zmiany momentu chwilowego na kole napędzającym przy



Rys. 4. Zębnik z podciętymi zębami przy liczbie zębów $z_1 = 6$, wysokości głowy zęba $h_a = 1,1$ i współczynnika przesunięcia zarysu $x = 0,1$;

stałym momencie na kole napędzanym można przyjąć *wskaźnik momentu chwilowego* zdefiniowany następująco:

$$m_{c1} = \frac{M_{c1}}{M_1} \quad (2)$$

gdzie: $M_1 = \frac{M_2}{i}$ - moment średni na tym zębniku (bez uwzględnienia tarcia),

przy czym $i = \frac{z_2}{z_1}$ - wartość średnia przełożenia,

Jeśli przełożenie chwilowe zazębienia zastosowanego w przekładni jest stałe ($i_c = i = const.$), to przy $M_2 = const.$ wskaźnik momentu chwilowego jest równoważny odwrotności sprawności chwilowej η_c :

$$m_{c1} = \frac{M_{c1}}{M_2} i = \frac{1}{\eta_c} \quad (2)$$

Można wykazać, że w zazębieniu o stałym przełożeniu (np. w zazębieniu ewolwentowym), w chwili gdy punkt przyporu pokryje się z punktem biegunowym C, moment chwilowy na kole napędzającym wynosi

$$M_{c1} = M_2 \frac{r_2}{r_1} = M_1 \text{ oraz } m_{c1} = 1,$$

natomiast przed i za punktem C

$$M_{c1} > M_1 \text{ oraz } m_{c1} > 1 \quad (3)$$

W przypadku zazębienia ewolwentowego moment, jaki musi być przyłożony na kole czynnym, będzie zmieniać się od największej wartości na początku wżębiania do najmniejszej wartości w chwili gdy punkt przyporu osiągnie linię środków, po czym ponownie będzie wzrastać (rys. 2). W zazębieniu o przełożeniu cyklicznie zmiennym w granicach jednej podziałki, w zależności od położenia punktu przyporu w czasie pracy zazębienia, moment chwilowy M_{c1} może natomiast przybierać wartości większe, równe lub mniejsze od M_1 .

Rzeczywisty przebieg zmian chwilowej wartości momentu na kole napędzającym (przy $M_2 = const.$) w funkcji kąta obrotu jednego z kół zależy od:

- wartości sprawności chwilowej przekładni w danym położeniu kół; wartość ta jest ściśle związana z wartością współczynnika tarcia międzyzębnego μ [1, 5],
- geometrycznego kształtu zarysu zębów (przy założeniu, że $\mu = const.$, różne są przebiegi momentu chwilowego np. dla zarysu ewolwentowego i zarysu zegarowego),
- odchyłek wykonawczych przekładni, zwłaszcza odchyłek kształtu zarysu zębów oraz odchyłek powodujących zmianę głębokości przenikania zarysów (np. odchyłki średnicy użębienia, zmiana odległości osi kół, bicie użębienia itp.).

Wskaźnik momentu chwilowego n -stopniowej przekładni zliczającej (rys. 1) będzie wynosił:

$$m_c = m_1 \cdot m_2 \dots m_n \quad (4)$$

gdzie: m_1, \dots, m_n - wartości wskaźnika momentu chwilowego poszczególnych stopni.

W przekładniach zliczających poruszających się ruchem skokowym i obciążonych stałym momentem na wałku wyjściowym istnieje możliwość takiego jednoczesnego ustawienia się w chwili rozruchu wszystkich współpracujących zarysów, że moment chwilowy na zębnikach poszczególnych par będzie najmniejszy lub największy. Jeżeli np. w 4-stopniowej zegarowej przekładni zliczającej wskaźniki momentu chwilowego m_c poszczególnych stopni będą się zmieniać w granicach od 1 do 1,25, to przy stałym momencie obciążającym wałek wyjściowy wskaźnik momentu chwilowego całej przekładni będzie się zmieniać w zakresie od 1 do 2,44. Oznacza to, że aby zapewnić prawidłowe działanie mechanizmu przy określonej wartości momentu na wałku wyjściowym, moment napędowy na wałku wejściowym musi być prawie 2,5-krotnie większy od wartości nominalnej.

Zagadnienie stałości momentu chwilowego na wałku wejściowym przekładni zliczających mechanizmów zegarowych ma duże znaczenie ze względu na to, że pobór energii przez silnik skokowy jest tym większy, im większy musi być rozwijany przez niego moment rozruchowy, co z kolei wpływa na wymaganą pojemność energetyczną baterii, a tym samym objętość całego mechanizmu.

ZAZĘBIENIE EWOLWENTOWE ZMODYFIKOWANE

Jeśli rozważamy jednostopniową przekładnię zliczającą, w której moment na kole napędzanym ma wartość stałą ($M_2 = const.$), to moment chwilowy na zębniku czynnym M_{c1} będzie odwrotnie proporcjonalny do η_c i będzie tym większy, im sprawność chwilowa η_c w danym punkcie przyporu będzie mniejsza. Wynika stąd, że - aby uniknąć nadmiernego wzrostu wartości momentu chwilowego na zębniku napędzającym - początkowy punkt przyporu powinien być przesunięty możliwie blisko punktu C.

W przekładniach redukcyjnych z zazębieniem ewolwentowym najprostszym sposobem przesunięcia początku przyporu w kierunku punktu biegunowego C jest podcięcie stóp zębów koła napędzającego*)

*) Ten przypadek dotychczas nie był szczegółowo zbadany, dlatego był on przedmiotem ostatnio przeprowadzonych badań [4]. Wcześniej opracowane przez autora inne zmodyfikowane zazębienie ewolwentowe (o różnych kształtach zarysu koła i zębniaka [1]), przeznaczone do zegarowych przekładni chodu, zostało zastosowane m.in. w „minutnikach” i wyłącznikach czasowych produkowanych w Łódzkiej Fabryce Zegarów POLTIK.

przy jednocześnie wysokich głowach zębów, co łatwo można uzyskać przez frezowanie kół o małych liczbach zębów ($z_1 < 8$) przy mniejszym od nominalnego współczynnika przesunięcia zarysu x (rys. 3). W zmodyfikowanym w ten sposób zazębieniu ewolwentowm przełożenie chwilowe nie jest stałe, lecz zmienia się periodycznie w zakresie 1 podziałki. Tylko bowiem w takim zazębieniu położenie rzeczywistego początku przyporu jest ściśle określone [5]. Przez odpowiedni dobór geometrycznych parametrów zazębienia można wtedy uzyskać takie położenie początkowego i końcowego punktu przyporu, że podczas pracy przekładni (przy $M_2 = const.$) wzrosty wartości momentu chwilowego na zębniku napędzającym będą nieznaczne.

Wymagany w zazębieniu luz międzyzębny może być zapewniony przez rozsuniecie współpracujących kół, np. przez przyjęcie jako nominalnej - odległości osi:

$$a_n = a_0 + 0,1 \text{ m}$$

gdzie $a_0 = 0,5 \text{ m}$ ($z_1 + z_2$).

Aby uniknąć zmniejszenia głębokości przenikania współpracujących zarysów, należy wtedy zastosować podwyższone głowy zębów, przyjmując współczynnik wysokości głów np. $y = 1,1$ (rys. 4).

c. d. w następnym numerze PAR

Bibliografia

- [1] Mrugalski Z.: Mechanizmy zegarowe. WNT, Warszawa 1972, s. 69-99
- [2] Mrugalski Z.: Zespoły funkcjonalne urządzeń zegarowych i tachometrycznych. Wyd. Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1991, s. 59-88
- [3] Mrugalski Z., Czerwiec W.: Badania wybranych cech użytkowych drobnomodulowych przekładni zębatych. Pomiary Automatyka Kontrola 1995, z. 11, s. 312-316.
- [4] Mrugalski Z.: Sprawozdanie z wykonania projektu badawczego KBN Nr 7 7020 91 02: Drobnomodulowe przekładnie zliczające o małej zmienności momentu chwilowego. Warszawa 1993
- [5] Tryliński W.: Drobne mechanizmy i przyrządy precyzyjne - Podstawy konstrukcji. WNT, Warszawa 1978, s. 371-440
- [6] BS 978. Fine Pitch Gears. Part 1 (1968). Involute Spur and Helical Gears.
- [7] NHS-56704. Engrénages. Mecanismes de rémontoir et de mise á l'heure. Dentures épicycloïdales corrigées.
- [8] PN-78/M-88530. Przekładnie zębate walcowe i stożkowe drobnomodulowe. Zarys odniesienia.

Abstracts

Modified involute gearing for counting clock gears

Zdzisław Mrugalski p. 18

A proposal of a modified involute gearing with raised tooth point and tooth root and with increased undercut allowed. The gearing meets requirements applied to the gearing of clock counting gears in which the driving pinion has 6 or more teeth. Results of theoretical and experimental investigation are presented. They give ground for practical application of the presented profile.