

ZAAWANSOWANE METODY OPTYMALNEGO STEROWANIA PROCESÓW CYKLICZNYCH

Krystyn Styczeń
Instytut Cybernetyki Technicznej
Politechniki Wrocławskiej

Problematyka projektu dotyczy problemów optymalnego sterowania procesów cyklicznych, które wyłaniają się m.in. w systemach produkcyjnych przemysłu chemicznego, biochemicznego i biotechnologicznego, a także w systemach ekologicznych, ekonomicznych i medycznych [1-9, 13, 19-22, 26].

Procesy cykliczne, zachodzące we wspomnianych systemach, dzielą się ogólnie na:

- ciągle (długotrwałe) procesy cykliczne, wśród których można wyróżnić:
 - procesy autonomiczne o cykliczności wymuszonej przez wybór cyklicznego sterowania i odpowiadającej mu cyklicznej trajektorii stanu procesu,
 - procesy nieautonomiczne o cykliczności narzuconej przez oddziaływanie cyklicznego zakłócenia.
- nieciągle procesy cykliczne, których cykliczność jest wynikiem powtarzalnego charakteru procesu i których stany początkowy i końcowy mogą być powiązane warunkiem tzw. pseudookresowości.

Szczególną rolę w optymalizacji procesów cyklicznych odgrywa sterowanie okresowe. Pozwala ono z jednej strony uzyskać dla szeregu procesów znaczną poprawę średnich wartości wskaźników jakości w porównaniu z optymalnym sterowaniem statycznym, z drugiej zaś strony wykazuje istotne zalety praktyczne – jego obliczanie, reprezentacja i realizacja mogą być ograniczone do jednego cyklu procesu, którego długość jest mała w stosunku do całego horyzontu czasowego optymalizacji procesu. Specyficzną cechą takiego sterowania jest możliwość wyboru w pewnym zakresie długości jego okresu, która ma zwykle duży wpływ na własności procesu sterowania.

Podsumowanie opisanych w literaturze badań nad własnościami i zastosowaniami sterowania cyklicznego, a także szereg nowych rezultatów w tej dziedzinie przedstawiono w pracy [13]. Z podsumowania tego wynika, że do charakterystycznych zagadnień rozwojowych problematyki zaliczyć można:

1. Nowe sformułowania problemów optymalnego sterowania cyklicznego uwzględniające ich polioptymalizacyjny charakter i obejmujące nowe dokładniejsze modele procesów, nowe ogólniejsze klasy modeli (systemy o strukturze złożonej, systemy o parametrach rozłożonych, systemy z opóźnieniami zmiennych stanu i sterowania), oraz nowe rozszerzone klasy sterowań cyklicznych (sterowania quasi-okresowe i prawie okresowe).

2. Badanie warunków dominacji rozszerzonej klasy procesów sterowania cyklicznego nad rozwiązaniem optymalnym w zawężonej klasie procesów sterowania cyklicznego (porównanie własności optymalizacyjnych sterowań statycznych, okresowych, quasi-okresowych i prawie okresowych).
3. Doskonalenie algorytmów wyznaczania lokalnie i globalnie optymalnych procesów sterowania cyklicznego bazujących m.in. na metodach spadkowych, warunkach optymalności oraz ideach genetycznych i pozwalających wydzielić klasy modeli, dla których sterowanie cykliczne zapewnia znaczną poprawę wskaźnika jakości.
4. Doskonalenie metod projektowania układów regulacji cyklicznej zapewniających stabilność i odporność procesów sterowania cyklicznego w warunkach fluktuacji parametrów.

Celem projektu jest opracowanie zagadnień wymienionych powyżej w p. 1-4. Metody badawcze stosowane do tego celu można scharakteryzować następująco:

Poliptymalizacyjne ujęcie problemów optymalnego sterowania cyklicznego realizowane jest za pomocą metody punktu pożądanego wymagającej rozwiązania zestawu problemów optymalizacji jednowskaźnikowej i minimalizacji kwadratowej miary odchylenia aktualnego rozwiązania od punktu pożądanego. Podejście to daje się zastosować za pomocą opisanych w [13] modeli z wyróżnionym wektorem y wskaźników charakterystycznych procesu i funkcją celu w postaci kwadratowej miary odchylenia $F_0(y) = \|y - y_0\|^2$, gdzie $y^T = (y_{01}, \dots, y_{0q})$ jest punktem pożądanym, zaś y_{op} są optymalnymi wartościami wskaźników dla optymalizacji skalarnej.

Wśród nowych aspektów modelowania cyklicznych procesów sterowania wymienić należy metodę równoważnych równań całkowych sprowadzających problem optymalnego sterowania okresowego do poszukiwania punktu stałego pełnociągłego operatora całkowego określonego w przestrzeni funkcji ciągłych (trajektorii stanu) i zależnego parametrycznie od funkcji mierzałnej (sterowania). Podejście to pozwala wykorzystać teorię pełnociągłych pól wektorowych do badania istnienia rozwiązań okresowych, ich liczby, a także istnienia optymalnych rozwiązań okresowych. Jest ono również przydatne do celów obliczeniowych ze względu na prawie skończoną wymiarowość operatora procesu i możliwość jego dobrej macierzowej aproksymacji przy dyskretnej reprezentacji trajektorii stanu w bazie dachówkowej a sterowania w bazie schodkowej. Omawiana metoda jest szczególnie użyteczna do modelowania i sterowania procesów cyklicznych z opóźnieniami. Istnieje tu możliwość redukcji problemu do jednego okresu z zachowaniem pełnociągłości operatora procesu za pomocą tzw. operatora przesuwania opóźnienia. Ułatwia to wykorzystanie metody Newtona do wyznaczania cyklicznych procesów z opóźnieniami i upraszcza stosowanie metod optymalizacyjnych, co potwierdzają eksperymenty obliczeniowe [12].

Analiza szeregu posiadających duże znaczenie praktyczne procesów złożonych ze sprzężeniem zwrotnym (chemiczne procesy kaskadowe z recykłami, wielofazowe procesy rozwojowe populacji mikrobiologicznych z podziałem ostatniej fazy, biochemiczne procesy enzymatycznej syntezy wewnątrzkomórkowej

z inhibicją [26]) wykazuje, że pojawianie się cyklicznie zmiennych trajektorii stanu tych procesów jest zjawiskiem typowym. Wskazuje to na duże potencjalne możliwości optymalizacji cyklicznej wymienionej klasy procesów złożonych. W projekcie proponowany jest model tej klasy procesów obejmujący charakterystyczne przypadki szczególne (procesy kaskadowe z globalnym sterowaniem, ze sterowaniami lokalnymi, z jedną pętlą sprzężenia zwrotnego, z wieloma pętlami sprzężenia zwrotnego), a równocześnie stwarzający możliwości konstruktywnej analizy własności systemu złożonego.

W charakterze modeli procesów cyklicznych o parametrach rozłożonych, których naturalny opis przybiera postać równań różniczkowych w przestrzeni Banacha z nieograniczonymi operatorami, rozważane są półgrupowe wersje całkowite tych równań z podwójną strukturą przestrzeni półgrupy. Tzw. przestrzeń zanurzona w bazowej przestrzeni półgrupy odgrywa rolę właściwej przestrzeni stanu [28]. Model taki zapewnia silną różniczkowalność operatora procesu i umożliwia stosowanie nieliniowej analizy funkcjonalnej do badania jego własności.

W projekcie podkreśla się znaczenie dalszego badania i uogólniania warunków dominacji rozszerzonej klasy procesów sterowania cyklicznego nad rozwiązaniem optymalnym w zawężonej klasie sterowań na podstawie warunków optymalności rzędu drugiego dla problemów optymalizacji w przestrzeniach Banacha z ograniczeniami typu równościowego, nierównościowego i inkluzyjnego. Wskazuje się na celowość dalszej specyfikacji tych ostatnich warunków z podziałem mnożników Lagrange'a na wewnętrzne – przyporządkowane ograniczeniom rozwikływalnym i na zewnętrzne – przyporządkowane ograniczeniom nierozwikływalnym. Mnożniki wewnętrzne są zawsze normalne, jednoznacznie określone i służą do jawnego wyznaczenia drugich wariacji ograniczeń rozwikływalnych. Mnożniki zewnętrzne mogą być nienormalne i niejednoznacznie określone i służą do charakteryzacji optymalizacyjnych własności problemu. Powyższy podział ograniczeń i mnożników ma na celu redukcję problemu optymalnego sterowania cyklicznego do postaci, w której przestrzeń ograniczeń nierozwikływalnych, a więc i przestrzeń zewnętrznych mnożników Lagrange'a jest możliwie "prostego" rodzaju, np. skończenie wymiarowa, ośrodkowa przestrzeń Hilberta itd. Redukcją ta pozwala uzyskać warunki dominacji przy jak najprostszych wymaganiach co do regularności problemu.

Zapewnienie "łatwych" przestrzeni mnożników Lagrange'a (zarówno zewnętrznych jak i wewnętrznych) jest szczególnie ważne dla uzyskania warunków dominacji sterowań rozszerzonych w przypadku systemów o parametrach rozłożonych. Wspomniane powyżej modele półgrupowe równań procesu z podwójną strukturą przestrzeni półgrupy mają m.in. na celu zagwarantowanie takich łatwych przestrzeni dualnych przez maksymalną redukcję przestrzeni mnożników zewnętrznych i przez zapewnienie hilbertowskiej postaci przestrzeni mnożników wewnętrznych.

W projekcie podejmuje się również kwestię warunków dominacji bifurkacji Hopfa nad optymalnym sterowaniem statycznym i ogólniej kwestię warunków dominacji rozgałęziających się procesów cyklicznych. Praktyczne znaczenie tych warunków polega na wskazaniu sytuacji, w których przy łatwo realizowalnym statycznym sterowaniu uzyskuje się poprawę jakości procesu wskutek samopodtrzymujących się pulsacji procesu.

W projekcie rozpatrywane są zarówno algorytmy bezpośrednie optymalizacji procesów sterowania cyklicznego bazujące na ideach spadku w odpowiednich przestrzeniach funkcyjnych i wykorzystujące teorię przesuwanych funkcjonalów kary, a także uzupełnionych funkcjonalów Lagrange'a, jak i algorytmy pośrednie bazujące na zasadzie maksimum [23–25]. W literaturze podkreślana jest obserwowana w eksperymentach obliczeniowych niestabilność okresowego zagadnienia dwubrzegowego zasady maksimum. Teoretycznym uzasadnieniem tego faktu jest klasyczne twierdzenie Lapunowa-Poincarego mówiące o tym, że liniowy okresowy układ hamiltonowski nie może być asymptotycznie stabilny. Jeśli bowiem układ ten posiada mnożnik co do modułu mniejszy od jedności, to posiada on również mnożnik co do modułu większy od jedności o tej samej krotności. Tak więc pierwsza metoda Lapunowa implikuje strukturalną niestabilność nieliniowego okresowego zagadnienia dwubrzegowego zasady maksimum. Niestabilność ta utrudnia wykorzystanie metod optymalizacji lokalnej procesów sterowania cyklicznego bazujących na zasadzie maksimum i algorytmie strzałów. Metody te mogą być użyteczne w końcowej fazie optymalizacji, gdy znane jest już dostatecznie dobre przybliżenie rozwiązania optymalnego. W projekcie badane jest wzajemne powiązanie algorytmów bezpośrednich i pośrednich optymalizacji procesów sterowania cyklicznego.

Innego podejścia wymaga natomiast optymalizacja procesów sterowania quasi-okresowego i prawie okresowego. Właściwymi metodami są tu metody rzutowania typu Ritza-Galerkina na odpowiednią bazę funkcyjną przestrzeni funkcji quasi- lub prawie okresowych.

Komputerowa implementacja algorytmów dokonywana jest za pomocą procedur systemu programowania Mathematica realizujących operacje symboliczne, operacje algebry liniowej, przybliżone rozwiązywanie równań różniczkowych, minimalizację w kierunku. System Mathematica pozwala na zwarte i dokładne ujęcie wyspecjalizowanych algorytmów o dużym stopniu złożoności.

Przeciwdziałanie pogarszaniu się jakości i stabilności procesu sterowania cyklicznego w warunkach fluktuacji parametrów (odporność procesu sterowania cyklicznego na zaburzenia parametrów) osiągnięta jest przez wprowadzenie do układu regulacji cyklicznej pętli generującej poprawkę cykliczną sterowania i trajektorii stanu w oparciu o funkcję wrażliwości wskaźnika jakości na zmiany charakterystycznych parametrów procesu oraz przez modyfikację stabilizującej pętli sprzężenia zwrotnego po zmianie sterowania i trajektorii stanu odniesienia.

Wyniki uzyskane przez wykonawców projektu w scharakteryzowanym powyżej zakresie są przedmiotem publikacji [10–12, 14–17].

Literatura

- [1] J.E. BAILEY. Periodic operation of chemical reactors: a review. *Chemical Engineering Communication*, vol. 1, 1973, 111–124.

- [2] D. S. BERNSTEIN. Control constraints, abnormality, and improved performance by periodic control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 30, 1985, 367–376.
- [3] D. S. BERNSTEIN, E. G. GILBERT. Optimal periodic control: the π test revisited. *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 25, 1980, 673–684. Moskva, Akademia Nauk, 1954.
- [4] S. BITTANTI, G. FRONZA, G. GUARDABASSI. Periodic control: a frequency domain approach. *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 18, 1973, 33–38.
- [5] F. COLONIUS. Optimal periodic control of quasilinear systems in Hilbert spaces, *Proceedings on Optimal Control of Partial Differential Equations, II*, International Series on Numerical Mathematics, vol. 78, Basel, Birkhauser-Verlag, 1987, 57–66.
- [6] F. COLONIUS. *Optimal periodic control*. Berlin, Springer-Verlag, 1988.
- [7] F. COLONIUS, W. KLIEMANN. Infinite time optimal control and periodicity. *Applied Mathematics and Optimization*, vol. 20, 1989, 113–130.
- [8] J. M. DOUGLAS. *Process Dynamics and Control*. Englewood Cliffs, New Jersey, Prentice Hall, 1972.
- [9] Yu. Sh. MATROS. *Catalytic Processes under Unsteady-State Conditions*. Amsterdam, Elsevier, 1989.
- [10] K. NITKA-STYCZEŃ. Optimal retarded control problems with free initial states: a descent method. *Systems Analysis Modelling Simulation* (w druku).
- [11] K. NITKA-STYCZEŃ. A penalty function approach to optimal cyclic control for retarded systems. *8th International Symposium on System-Modelling-Control*, Zakopane, 1995, Vol. 2. 110–115.
- [12] K. NITKA-STYCZEŃ. Descent methods for optimal periodic hereditary control problems. *17 IFIP TC7 Conference on System Modelling and Optimization*, Prague, Czech Republic, 10–15 July, 1995.
- [13] K. STYCZEŃ. *Optymalne sterowanie cykliczne nieliniowych systemów dynamicznych*, Prace Naukowe Instytutu Cybernetyki Technicznej Politechniki Wrocławskiej Nr 91, Seria: Monografie Nr 23, Wydawnictwo Politechniki Wrocławskiej, Wrocław, 1993.
- [14] K. STYCZEŃ. Zastosowanie sterowania cyklicznego do optymalizacji chemioterapii nowotworów. *Materiały III Krajowej Konferencji Komputery w Medycynie*. Łódź, 1994, tom 2, 204–209.

- [15] K. STYCZEŃ. Optimal cyclic control for a class of closed-loop multicompartmental systems. *8th International Symposium on System-Modelling-Control*, Zakopane, 1995, Vol. 2. 275-280.
- [16] K. STYCZEŃ. Zastosowanie metody triangulacji do optymalnego sterowania cyklicznego procesu chemioterapii nowotworu. *Informatyka Medyczna we wspomaganiu zarządzania, diagnostyce i dokumentowaniu procesu leczniczego*. Materiały konferencyjne. Drukarnia ŚOW, Wrocław, 1995, 114-119.
- [17] K. STYCZEŃ. Proper periodic control for a class of distributed parameter processes. *17 IFIP TC7 Conference on System Modelling and Optimization*, Prague, Czech Republic 10-15 July, 1995.
- [18] F. TROLTZSCH. *Optimality Conditions for Parabolic Control Problems and Applications*. Leipzig, Teubner, 1984
- [19] T. L. VINCENT, C. S. LEE, B. S. GOH. Control targets for the managements of biological systems. *Ecological Modelling*, vol. 3, 1977, 285-300.
- [20] N. WATANABE, H. KURIMOTO, M. MATSUBARA. Periodic control of continuous stirred tank reactors-I. *Chemical Engineering Science*, vol. 36, 1981, 809-818.
- [21] N. WATANABE, H. KURIMOTO, M. MATSUBARA. Periodic control of continuous stirred tank reactors-III. *Chemical Engineering Science*, vol. 39, 1984, 31-36.
- [22] N. WATANABE, H. KURIMOTO, M. MATSUBARA, K. ONOGI. Periodic control of continuous stirred tank reactors-II. *Chemical Engineering Science*, vol. 37, 1982, 745-752.
- [23] A. WIERZBICKI. A penalty function shifting method in constrained static optimization and its convergence properties. *Archiwum Automatyki i Telemechaniki*, vol. 16, 1971, 395-416.
- [24] A. WIERZBICKI. *Models and Sensitivity of Control Systems*. Amsterdam, Elsevier, 1984.
- [25] A. WIERZBICKI, S. KURCYUSZ. Projection on a cone, penalty functionals and duality theory for problems with inequality constraints in Hilbert space. *SIAM Journal Control and Optimization*, vol. 15, 1977, 25-56.
- [26] B. G. ZASLAVSKIJ, R. A. POLUEKTOV. *Upravljenie ekologičeskimi sistemami*. Moskva, Nauka, 1988.