

IDENTYFIKACJA PRZY OGRANICZONEJ INFORMACJI[†]

Włodzimierz Greblicki[‡]

Instytut Cybernetyki Technicznej, Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska

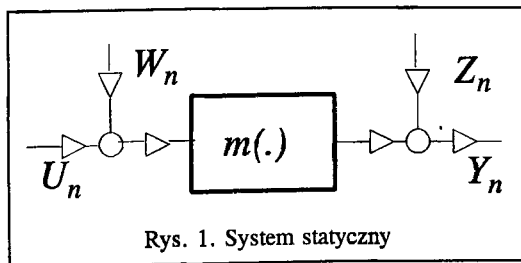
Wybrzeże Wyspiańskiego 27, 50-370 Wrocław

I. WSTĘP

W typowych zadaniach identyfikacji systemów zakłada się, że informacja wstępna o badanym systemie jest natury parametrycznej. Oznacza to, że opis systemu znany jest z dokładnością do skończonej liczby parametrów. Informację innego typu zdobywa się podczas eksperymentu. Przyjmuje się przy tym na ogół, że wszystkie sygnały w systemie dostępne są pomiarowi. Celem identyfikacji jest estymacja nieznanych wartości parametrów na podstawie informacji wstępnej i danych pomiarowych. W poniższej pracy informacja – czy to wstępna, czy to zdobyta podczas eksperymentu – jest uboższa od podanej powyżej. Początkowy brak wiedzy o systemie jest daleko większy, informacja wstępna jest przeważnie nieparametryczna. Bada się przy tym przede wszystkim systemy złożone i przyjmuje, że sygnały łączące poszczególne podsystemy nie są dostępne pomiarowi. Jeśli chodzi o struktury systemów, to badane są nieliniowe systemy statyczne oraz nieliniowe, dynamiczne systemy Hammersteina i Wienera. Główny nacisk położony jest na identyfikację podsystemów nieliniowych, przede wszystkim w złożonych systemach Hammersteina i Wienera.

II. SYSTEMY STATYCZNE

W systemie jak na Rys.1 sygnał wejściowy jest mierzony w obecności zakłóceń. O nieznanej charakterystyce wiadomo jedynie, że jest ona całkowalna z kwadratem, praca [6]. Zauważmy, że klasa wszystkich takich charakterystyk nieliniowych jest tak szeroka, że nie można przedstawić jej w postaci parametrycznej. Nie jest znana, np. jej reprezentacja o postaci $\sum_{i=0}^q \alpha_i \varphi_i(u)$, q



Rys. 1. System statyczny

[†] Projekt badawczy KBN Nr 3 P403 005 07. Przewidywany czas trwania: 1.07.1994 – 30.06.1996.

[‡] Kierownik projektu. Główni wykonawcy: Zygmunt Hasiewicz, Ewaryst Rafajłowicz.

dowolne i znane, gdzie $\{\varphi_i; i = 0, 1, 2, \dots, q\}$ jest dowolnym układem funkcji. Zadanie identyfikacji podsystemu nieliniowego, tzn. wykrycia jego charakterystyki, jest zatem nieparametryczne. Podano algorytmy, które skutecznie ją estymują pomimo tego, że obserwacje zarówno wejścia jak i wyjścia obarczone są błędami. Wykorzystano w nich różne układy funkcji ortogonalnych.

III. SYSTEM HAMMERSTEINA

III.1. Zadanie identyfikacji

Jednym z systemów, któremu poświęca się dużo miejsca jest nieliniowy, dynamiczny system Hammersteina przedstawiony na Rys. 2, prace [2 - 4]. System ten składa się z dwóch części połączonych w kaskadę. Pierwsza z nich jest statyczna, nieliniowa, a druga dynamiczna i liniowa. W pracy [3] sygnał wejściowy ograniczony jest do półprostej $[0, \infty)$, natomiast w [2] i [4] przyjmuje on wartości z odcinka $[-\pi, \pi]$. O nieznannej nieliniowej charakterystyce podsystemu statycznego wiadomo jedynie, że spełnia ona warunek Lipschitza, patrz praca [2], tzn. że dla wszystkich u oraz v z założonego odcinka spełniona jest nierówność

$$|m(u) - m(v)| \leq c |u - v|, \quad (3.1)$$

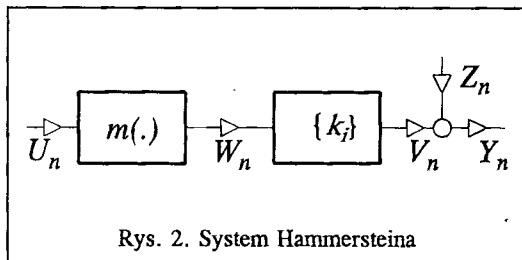
gdzie c jest pewną nieznaną liczbą. Liniowy podsystem opisywany jest równaniami stanu:

$$\begin{aligned} X_{n+1} &= AX_n + bW_n \\ V_n &= c^T X_n + dW_n. \end{aligned}$$

Wiadomo o nim jedynie, że jest asymptotycznie stabilny, jego rząd nie jest znany. Sygnał W_n łączący podsystemy nie jest mierzony. Pomiary wyjścia odbywają się w obecności losowego zakłócenia Z_n , które jest białym szumem o zerowej wartości średniej. Zadanie polega na identyfikacji podsystemu nieliniowego na podstawie pomiarów wejścia i wyjścia całego systemu, tzn. na podstawie

$$(U_1, Y_1), (U_2, Y_2), \dots, (U_n, Y_n). \quad (3.2)$$

Oznacza to, że charakterystykę m należy odtworzyć na podstawie informacji wstępnej zawartej w (3.1) i obserwacji (3.2). Zauważmy przy tym, że klasa wszystkich charakterystyk nieliniowych spełniających (3.1) jest tak szeroka, że nie można przedstawić jej w postaci parametrycznej.



Rys. 2. System Hammersteina

Podobnie jak poprzednio, zadanie identyfikacji podsystemu nieliniowego jest więc nieparametryczne.

Należy tutaj stwierdzić, że ze względu na kaskadową strukturę systemu oraz to, że sygnał łączący podsystemy nie jest mierzony, nie ma możliwości pełnej identyfikacji żadnego z obydwu podsystemów. Jest bowiem oczywiste, że charakterystyka nieliniowa, a także odpowiedź impulsowa mogą być wykryte jedynie z dokładnością do pewnych nieznanych współczynników. Oznacza to, że możemy odtworzyć conajwyżej αm , gdzie α jest nieznana i niemożliwą do wyznaczenia stałą.

Zakładamy, że system jest pobudzany sygnałem losowym o zerowej wartości oczekiwanej.

Sygnał ten posiada gęstość prawdopodobieństwa f taką, że

$$f(u) \geq \epsilon, \quad (3.3)$$

dla wszystkich u należących do założonego odcinka, gdzie ϵ jest dowolną, dodatnią liczbą. Wyjście obserwowane jest w obecności przypadkowych zakłóceń Z_n . Ze względu na to, że sygnały mierzone w systemie mają charakter losowy, zadanie identyfikacji polega zatem na estymacji charakterystyki nieliniowej. Dla prostoty dalszych rozważań przyjmiemy, że charakterystyka ta oznaczona przez m jest funkcją nieparzystą.

3.2. Algorytm identyfikacji

Proponowany algorytm estymacji charakterystyki nieliniowej wychodzi ze spostrzeżenia,

że

$$Y_n = dm(U_n) + Z_n + \xi_n, \quad (3.4)$$

gdzie $\xi_n = \sum_{i=-\infty}^{n-1} k_{n-i} U_i$. Zatem

$$E\{Y_n | U_n = u\} = dm(u). \quad (3.5)$$

Estymując regresję $E\{Y_n | U_n\}$, można więc wykryć dm , tzn. nieliniową charakterystykę z dokładnością do nieznanej liczby d . Zauważmy, że (3.4) oznacza, że dm obserwuje się w obecności zakłócenia $Z_n + \xi_n$. Pierwszy z jego składników jest białym szumem, natomiast drugi jest skorelowany.

Ponieważ charakterystyka m jest ograniczona, to md można rozwinąć w szereg trygonometryczny $\{e^{iku}; k=0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$ ortogonalny na założonym odcinku. Zatem $dm(u) \sim \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{iku}$ gdzie $c_k = (1/2\pi) \int_{-\pi}^{\pi} dm(u) e^{iku} du$. Współczynnik c_k estymuje się nie bezpośrednio z ciągu pomiarowego (3.2), lecz z nowego, w którym obserwacje sygnału wejściowego uporządkowane są w kolejności rosnącej. Ten nowy ciąg ma zatem następującą postać:

$$(U_{(1)}, Y_{[1]}), (U_{(2)}, Y_{[2]}), \dots, (U_{(n)}, Y_{[n]}).$$

W ciągu tym $U_{(1)} < U_{(2)} < \dots < U_{(n)}$. Obserwacje $Y_{[1]}, Y_{[2]}, \dots, Y_{[n]}$ nie są oczywiście uporządkowane, lecz odpowiednio skojarzone z obserwacjami wejścia. Współczynniki rozwinięcia trygonometrycznego estymuje się jak podano poniżej:

$$c_{k,n} = (1/2\pi) \sum_{j=1}^n Y_{[j]} \int_{U_{(j-1)}}^{U_{(j)}} e^{-iku} du,$$

przy czym $U_{(0)} = -\pi$. W celu estymacji $dm(u)$ proponuje się następujący algorytm:

$$\mu_n(u) = \sum_{k=-q(n)}^{q(n)} c_{k,n} e^{iku},$$

gdzie $\{q(n)\}$ jest odpowiednio wybranym ciągiem liczb naturalnych.

3.3. Zbieżność

Punktową jakość algorytmu ocenia się poprzez MSE, natomiast globalny błąd mierzy się jako MISE, gdzie $MSE(\mu_n(u)) = E\{\mu_n(u) - dm(u)\}^2$ oraz $MISE(\mu_n) = E \int_{-\pi}^{\pi} [\mu_n(u) - dm(u)]^2 du$. Można wykazać prawdziwość następującego twierdzenia, patrz [2]:

Twierdzenie 1. Jeśli

$$\lim_{n \rightarrow \infty} q(n) = \infty, \text{ oraz } \lim_{n \rightarrow \infty} q(n)/n^2 = 0, \quad (3.6)$$

to, przy obowiązujących założeniach,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} MSE(\mu_n(u)) = 0$$

w każdym punkcie $u \in (-\pi, \pi)$ oraz

$$\lim_{n \rightarrow \infty} MISE(\mu_n) = 0.$$

Istnieje wiele ciągów, które spełniają warunki (3.6). Jest nim np. ciąg typu $q(n) \sim n^\alpha$, w którym $0 < \alpha < 1/2$.

Interesująca jest odpowiedź na pytanie o szybkość z jaką podany algorytm się zbiega. Można wykazać, że jeśli $q(n) \sim n^{1/3}$, to $MISE(\mu_n) = O(n^{-2/3})$. Należy podkreślić, że szybkość ta nie zależy od kształtu rozkładu prawdopodobieństwa sygnału wejściowego. Cenna ta własność nie jest znana dla innych algorytmów znanych w literaturze. Dla nieregularnych rozkładów sygnału wejściowego, tzn. dla nieregularnych, np. nieciągłych gęstości f zbiegają się one bowiem wolno. Podana szybkość jest znaczna, nawet w porównaniu z algorytmami stosowanymi w zadaniach parametrycznych. Jak bowiem wiadomo, algorytmy parametryczne zbiegają się na ogół z szybkością n^{-1} , a więc jedynie nieznacznie większą. Wydaje się więc, że dodatkowy wysiłek numeryczny wydatkowany na uporządkowanie ciągu obserwacji jest z nawiązką kompensowany przez wspomniane własności algorytmu.

Jakość algorytmu można poprawić, jeśli $q(n)$ uzależni się dodatkowo od danych empirycznych. Przekonują o tym wyniki numerycznych badań symulacyjnych. Analiza teoretyczna jest jednak niezwykle trudna.

Gdy sygnał wejściowy jest skorelowany, problem identyfikacji podsystemu nieliniowego ulega znacznej komplikacji, gdyż skuteczna estymacja jego charakterystyki wymaga rozwiązania trudnego zazwyczaj zadania dekonwolucji. Propozycję postępowania w takiej sytuacji podano w pracy [4].

W pracy [3], w celu identyfikacji podsystemu nieliniowego wykorzystano własności ortogonalnego układu wielomianów Laguerre'a.

IV. SYSTEM WIENERA

4.1. Zadanie identyfikacji

Innym, ważnym systemem, któremu poświęca się także wiele uwagi jest system Wienera przedstawiony na Rys. 3, patrz prace [1, 2]. Zadanie identyfikacji tego systemu jest jednak znacznie trudniejsze niż systemu Hammersteina. Składa się on z liniowej części dynamicznej, oraz nieliniowej, dynamicznej, która opisywana jest przez następujące równanie stanu:

$$\begin{aligned} X_{n+1} &= AX_n + bU_n \\ W_n &= c^T X_n. \end{aligned}$$

Rząd podsystemu nie jest znany. Również ani macierz A ani wektory b i c nie są znane.

Wiadomo jedynie, że podsystem ten jest asymptotycznie stabilny. Część

nieliniowa posiada charakterystykę m .

Zakłada się o niej, że jest ściśle

monotoniczna, i że jej pochodna jest

ograniczona. Sygnał wejściowy

$\{U_n; n = \dots, -1, 0, 1, \dots\}$ jest losowym,

stacjonarnym, białym szumem. Jego

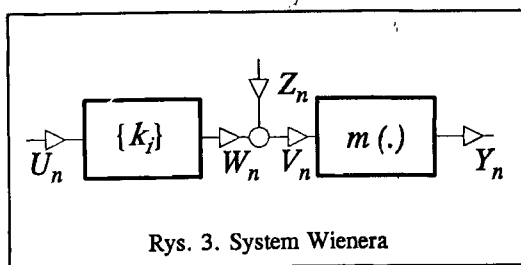
rozkład prawdopodobieństwa jest normalny i posiada zerową wartość oczekiwaną. Zakłócenie Z_n

jest także losowe i ma również zerową wartość oczekiwaną. Cel polega na identyfikacji

podsystemu nieliniowego, tzn. na estymacji jego charakterystyki m . Jest przy tym oczywiste, że

klasa wszystkich ściśle monotonicznych i różniczkowalnych charakterystyk jest tak szeroka, że

nie istnieje parametryczna jej reprezentacja. Problem jej estymacji jest zatem nieparametryczny.



Rys. 3. System Wienera

4.2. Algorytmy identyfikacji i ich zbieżność

Ze względu na kaskadową strukturę systemu charakterystykę m można estymować jedynie z dokładnością do pewnych stałych współczynników. Algorytm zaproponowany w pracy [1] korzysta z obserwacji, że

$$E\{U_{n-1}|Y_n=y\} = \lambda m^{-1}(y), \quad (4.1)$$

gdzie $\lambda = k_1 \text{var}(U_0^2)/\text{var}(V_0^2)$, natomiast m^{-1} jest funkcją odwrotną względem m . Zauważmy, że λ jest stałą niemożliwą ani do wyznaczenia ani oszacowania. Estymacja regresji podanej w (4.1) jest zatem równoważna estymacji odwrotności charakterystyki. Można ją przeprowadzić z dokładnością do pewnej stałej λ . Na podstawie odpowiednio skonstruowanego estymatora tej regresji, oznaczmy go przez $\mu_n(y)$, można następnie estymować charakterystykę m jako taką. Oznaczmy w tym celu przez μ_n^* pseudoinwersję estymatora μ_n . Łatwo zauważyć, że $\mu_n^*(v)$ jest estymatorem $m(v/\lambda)$. Zatem całkowity proces estymacji nieliniowej charakterystyki można przeprowadzić z dokładnością do nieznanego współczynnika skali λ .

Zasada konstrukcji algorytmów ortogonalnych podanych w pracy [1] korzysta z tego, że $\lambda m^{-1}(y) = g(y)/f(y)$, gdzie f jest gęstością prawdopodobieństwa sygnału wyjściowego, a $g(y) = E\{U_{n-1}|Y_n=y\}$. Jak wiadomo, szereg funkcji Hermite'a $\{h_k; k=0,1,2,\dots\}$, gdzie $h_k(y) = (2^k! \pi^{1/2})^{-1/2} H_k(y) \exp(-y^2/2)$, oraz gdzie H_k jest k -tym wielomianem Hermite'a, jest ortonormalny na całej prostej. Wielomiany Hermite'a są przy tym zdefiniowane następująco: $H_0(y) = \exp(y^2)(d^k/dy^k) \exp(-y^2)$. Dla przykładu, $H_0(y) = 1$, $H_1(y) = -2y$, $H_2(y) = 4y^2 - 2$, itd. Rozwijając g i f w szereg otrzymujemy zatem $g(y) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k h_k(y)$ oraz $f(y) = \sum_{k=0}^{\infty} b_k h_k(y)$, gdzie $a_k = E\{U_{n-1} h_k(Y_n)\}$ oraz $b_k = E\{h_k(Y_n)\}$. Jako estymatory $a_{k,n}$ i $b_{k,n}$ współczynników tych rozwinięć można zatem przyjąć $a_{k,n} = n^{-1} \sum_{i=1}^n U_{i-1} h_k(Y_i)$ oraz $b_{k,n} = n^{-1} \sum_{i=1}^n h_k(Y_i)$. Estymator nieznanego $\lambda m^{-1}(y)$ definiujemy ostatecznie następująco

$$\mu_n(y) = \frac{\sum_{k=0}^{q(n)} a_{k,n} h_k(y)}{\sum_{k=0}^{q(n)} b_{k,n} h_k(y)},$$

gdzie $\{q(n)\}$ jest odpowiednio wybranym ciągiem liczb naturalnych. Można wykazać prawdziwość następującego twierdzenia, praca [1]:

Twierdzenie 2. Jeśli

$$\lim_{n \rightarrow \infty} q(n) = \infty \quad \text{oraz} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} q^{5/3}(n)/n = 0,$$

to

$$\mu_n(y) \rightarrow \lambda m^{-1}(y) \quad \text{według prawdopodobieństwa, gdy } n \rightarrow \infty$$

w każdym punkcie y , w którym istnieje $[m^{-1}(y)]''$.

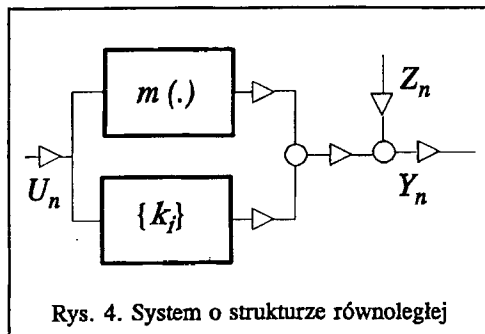
Wybierając $q(n) \sim n^{6/13}$ zapewnia się, że szybkość zbieżności algorytmu nie jest gorsza niż $n^{-3/26}$. Jeśli natomiast m^{-1} jest dwukrotnie różniczkowalna, to algorytm zbiega się z szybkością nie mniejszą niż $n^{-9/38}$, pod warunkiem, że $q(n) \sim n^{6/19}$. Dokładna analiza podana jest w pracy [1].

Decydując się na inne układy funkcji ortogonalnych można otrzymać kolejne wersje zaprezentowanego algorytmu. Algorytm, w którym zastosowano szereg trygonometryczny i Legendre'a podano w pracy [1]. Szereg trygonometryczny, który podano już powyżej jest ortogonalny na odcinku $[-\pi, \pi]$. Z kolei, jak wiadomo, wielomiany Legendre'a definiuje się następująco: $\{p_k(y); k=0,1,2,\dots\}$, gdzie $p_k(y) = (k+1/2)^{1/2} P_k(y)$, przy czym z kolei $P_k(y) = (1/2^k k!) (d^k/dy^k)(y^2-1)^k$. Są ortonormalne na odcinku $[-1,1]$. Jak można przy tym sprawdzić, $P_0(y) = 1$, $P_1(y) = y$, $P_2(y) = 3y^2/2 - 1/2$, itd.

Dobierając odpowiednio układ funkcji można w ten sposób uzyskać lepszą szybkość zbieżności. Jeśli np. wiadomo, że m^{-1} jest ograniczona, to wskazane jest skorzystanie z układu ortogonalnego na odcinku, tzn. np. trygonometrycznego. Algorytm, w którym stosuje się system Legendre'a jest z kolei sprawniejszy pod względem numerycznym.

V. SYSTEM O STRUKTURZE RÓWNOLEGŁEJ

Oprócz omówionej struktury szeregowej, rozpatrzono także równoległą, patrz Rys. 4, prace [2, 3]. Wykazano, że możliwa jest estymacja charakterystyki nieliniowej m oraz przedstawiono następnie odpowiednie algorytmy. W jednym wykorzystano omówioną powyżej metodologię, której istotną cechą jest wykorzystanie statystyk porządkowych. W drugiej zastosowano ortogonalne wielomiany Laguerre'a. Wykazano zbieżność algorytmów, a także przeprowadzono analizę szybkości z jaką się one zbiegają. Odnośnie pierwszego z nich, wykazano, że posiada on zaletę, na którą zwrócono uwagę przy omawianiu systemu Hammersteina. Szybkość jego zbieżności nie pogarsza się przy nieregularnej gęstości prawdopodobieństwa sygnału wejściowego.



Rys. 4. System o strukturze równoległej

VI. INNE WYNIKI

W ramach projektu zaproponowano ponadto nieparametryczny algorytm odtwarzania sygnału o ograniczonym widmie na podstawie zaszumionych obserwacji, praca [5]. Podano dwustopniowe procedury parametrycznej identyfikacji podsystemów w systemach o złożonej strukturze, [9]. Przedstawiono algorytm estymacji nieliniowych charakterystyk w systemach opisywanych równaniami różniczkowymi o pochodnych cząstkowych, który jednocześnie wykrywa pewne cechy jakościowe charakterystyk, takie jak wypukłość lub monotoniczność, [7,8].

VII. UWAGI KOŃCOWE

Cechą charakterystyczną przedstawionych prac jest to, że dotyczą one identyfikacji systemów w sytuacji, gdy wszelka informacja o nich jest niewielka w porównaniu do tej, której dotyczy olbrzymia większość dotychczasowych wyników. Uboższy zakres informacji oznacza, że ograniczona jest znacznie informacja wstępna oraz ograniczone są możliwości pomiarowe sygnałów wewnątrz systemu. Powoduje to, że postawione w ten sposób zadanie identyfikacji jest bliższe sytuacjom praktycznym, kiedy to informacja wstępna o systemie jest często niewielka i trudna do przedstawienia w postaci nadającej się do dalszego posługiwania się nią, tzn. trudna do zapisania w postaci przydatnej do analizy formuły matematycznej.

Druga cecha jest związana z tzw. blokowym podejściem do identyfikacji nieliniowych systemów dynamicznych, patrz [10, 11]. Przyjmuje się w nim, że system składa się ze stosunowo prostych podsystemów, zazwyczaj z nieliniowego, statycznego i liniowego, dynamicznego połączonych zazwyczaj szeregowo. Prowadzi to albo do struktury Hammersteina albo Wienera. Identyfikacja polega wówczas na wnioskowaniu o opisie poszczególnych podsystemów na podstawie pomiarów wejścia i wyjścia całego systemu. Metoda ta okazuje się bardzo skuteczna w zastosowaniach, o czym świadczą coraz liczniejsze prace na ten temat dotyczące zastosowań np. w naukach biologicznych, [12, 14], czy w przemyśle chemicznym, [13].

WYKAZ LITERATURY

Ważniejsze prace wykonane dotychczas w ramach projektu

- [1] W. Greblicki, "Nonparametric identification of Wiener systems by orthogonal series", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 39, str. 2077–2086, 1994.
- [2] W. Greblicki, M. Pawlak, "Dynamic system identification with the help of order statistics", *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 50, str. 1474–1489, 1994.

- [3] W. Greblicki, M. Pawlak, "Nonparametric recovering nonlinearities in block-oriented systems with the help of Laguerre polynomials", *Control - Theory and Advanced Technology*, vol. 10, Part 1, str. 771-791, 1994.
- [4] M. Pawlak, W. Greblicki, "On nonparametric identification of cascade nonlinear systems", *Proceedings of the 33-rd Conference on Decision and Control*, 14-16 grudnia 1994, Lake Buena Vista, Florida, USA, vol. 3, str. 2866-2867, 1994.
- [5] M. Pawlak, E. Rafajłowicz, "On restoring band-limited signals", *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 40, str. 1490-1503, 1994.
- [6] E. Rafajłowicz, "Non-parametric identification with errors in independent variables", *International Journal of Systems Science*, vol. 25, str. 1513-1520, 1994.
- [7] E. Rafajłowicz, K. Fortuna, "Distributed-parameter systems modelling by Bernstein-Durrmeyer polynomials", *First International Symposium on Mathematical Models in Automation and Robotics*, 1-3 września 1994, Międzyzdroje, str. 105-109, 1994.
- [8] E. Rafajłowicz, K. Fortuna, "A data reduction algorithm for Bernstein approximations", *First International Symposium on Mathematical Models in Automation and Robotics*, 1-3 września 1994, Międzyzdroje, str. 110-114, 1994.
- [9] Z. Hasiewicz, "Two-stage identification of interconnected steady-state systems with cascade structure - parametric approach", Part I. Background", praca zgłoszona do publikacji.

Inne prace

- [10] S. Bendat, *"Nonlinear System Analysis and Identification"*, Wiley: New York, 1990.
- [11] S. A. Billings, S. Y. Fakhouri, "Theory of seperable processes with applications to the identification of nonlinear systems", *Proceedings of The IEEE*, vol. 125, str. 1051-1058, 1978.
- [12] R. C. Emerson, M. J. Korenberg, M. C. Citron, "Identification of complex-cell intensive nonlinearities in a cascade model of a cat visual cortex", *Biological Cybernetics*, vol. 66, str. 291-300, 1992.
- [13] E. Eskinat, S. J. Johnson, W. L. Lyuben, "Use of Hammerstein models in identification of nonlinear systems", *American Institute of Chemical Engineers Journal*, vol. 37, str. 255-268, 1991.
- [14] I. W. Hunter, M. J. Korenberg, "The identification of nonlinear biological systems: Wiener and Hammerstein cascade models", *Biological Cybernetics*, vol. 55, str. 135-144, 1986.