

Mostek niezrównoważony do dokładnych pomiarów pojemności

Janusz Kaczmarek,
Ryszard Rybski*

Przedstawiono koncepcję mostka niezrównoważonego z dwoma cyfrowymi źródłami napięcia sinusoidalnego przeznaczonego do dokładnych pomiarów pojemności. Stosunek porównywanych w mostku pojemności jest wyznaczany poprzez pomiar względnego napięcia niezrównoważenia oraz zespolonego stosunku napięć wyjściowych generatorów. Dzięki temu obniżone są wymagania w odniesieniu do stabilności, dokładności i rozdzielczości nastawy amplitudy stosowanych źródeł napięcia. Przedstawiono rozwiązanie praktyczne mostka, przeanalizowano źródła niepewności oraz podano przykładowe wyniki badań eksperymentalnych.

Unbalanced bridge for precise capacitance measurements. The idea of an unbalanced bridge with two digital sinewave generators is presented. The circuit was designed to precise capacitance measurements. A ratio of capacitances to be compared using the unbalanced bridge was obtained through the measurements of an relative unbalanced voltage and a complex ratio of the output voltages of the generators. As a result the requirements referring to stability, accuracy and resolution of amplitude settings of the generators could be decreased. The sources of uncertainty were analysed as well as the example results of experimental tests were given. Practical implementation of the bridge is described.

Wprowadzenie

Klasyczne układy mostkowe do dokładnych pomiarów pojemności są oparte na wykorzystaniu transformatorów pomiarowych, indukcyjnych dzielników napięcia, komparatorów prądu. Równocześnie od wielu lat są rozwijane układy mostkowe, w których ramiona stosunkowe mostka są zastąpione przez źródła napięcia sinusoidalnego [1, 2, 3]. Takie podejście rozwinęło się dzięki opracowaniu generatorów napięcia sinusoidalnego opartych na cyfrowej syntezie częstotliwości, które generują napięcia o małych zniekształceniach i dużej precyzji regulacji kąta fazowego w stosunkowo szerokim zakresie częstotliwości. Niepewność porównania impedancji w układzie mostkowym z cyfrowymi źródłami napięcia sinusoidalnego jest zdeterminowana dokładnością określenia zespolonego stosunku napięć odtwarzanego przez te źródła. W mostkach zrównoważonych, do zapewnienia odpowiednio małej wartości niepewności pomiaru, niezbędne jest zastosowanie generatorów o bardzo dobrej stabilności i dużej rozdzielczości zmian amplitudy napięć wyjściowych. Zapewnienie odpowiedniej rozdzielczości i dokładności wymaga stosowania w stopniach wyjściowych generatorów elementów nastawnych takich jak: wzmacniacze o pro-

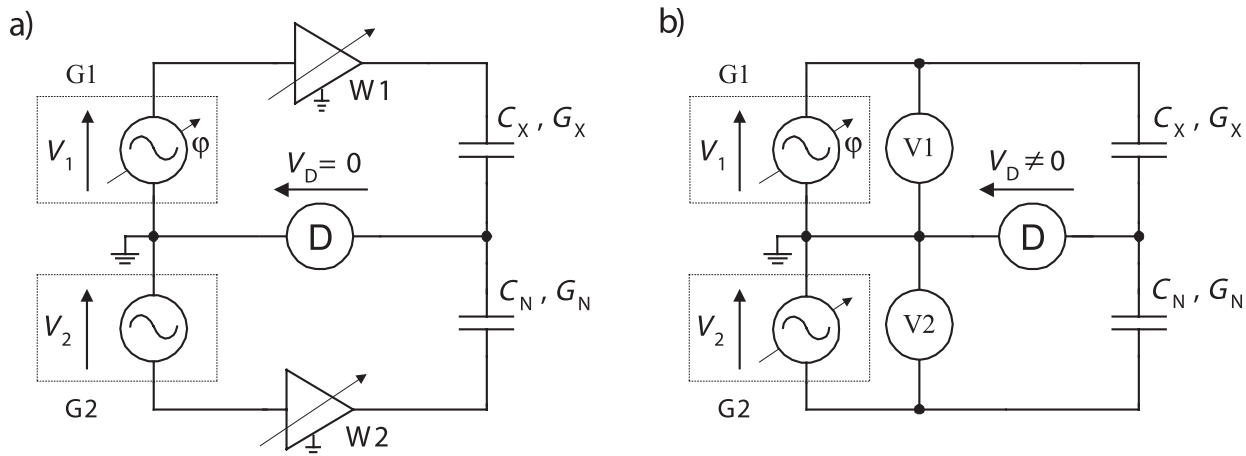
gramowalnym wzmocnieniu, dzielniki indukcyjne lub przetworniki cyfrowo-analogowe o wysokiej rozdzielczości (rys. 1a) [4, 5]. Większość komercyjnych generatorów nie spełnia takich wymagań. Istotne obniżenie wymagań w odniesieniu do stabilności i rozdzielczości zmian amplitudy ma miejsce w mostku niezrównoważonym, w którym dokonuje się jednoczesnego pomiaru stosunku napięć wyjściowych generatorów oraz napięcia niezrównoważenia mostka (rys. 1b).

Poniżej przedstawiono propozycję niezrównoważonego mostka do dokładnego pomiaru pojemności zbudowanego z komercyjnych przyrządów pomiarowych. Układ taki może znaleźć zastosowanie wszędzie tam gdzie dokładność komercyjnych mierników RLC jest niewystarczająca, a stosowanie układów pomiarowych o najwyższej dokładności jest, z różnych powodów, nieuzasadnione lub niemożliwe.

Zasada pomiaru

W podstawowym układzie pracy mostka, którego uproszczony schemat przedstawiono na rys. 1b, są porównywane kondensatory reprezentowane przez następujące składowe w równoległym schemacie zastęp-

* Dr inż. Janusz Kaczmarek, dr inż. Ryszard Rybski – Uniwersytet Zielonogórski, Instytut Metrologii Elektrycznej



Rys. 1. Schemat mostka z dwoma generatorami napięcia sinusoidalnego: a) układ zrównoważony, b) układ niezrównoważony

czym: C_N, G_N i C_X, G_X . Układ jest zrównoważony poprzez zmianę amplitudy i fazy napięć wyjściowych generatorów G_1 i G_2 . W stanie bliskim równowagi stosunek porównywanych pojemności C_N i C_X jest wyznaczany na podstawie wyników pomiaru stosunku napięć V_1 i V_2 oraz napięcia niezrównoważenia mostka V_D .

Poprzez pomiar jest wyznaczany zespolony stosunek napięć \underline{K}_V

$$\underline{K}_V = \frac{V_1}{V_2} = \text{Re} \left\{ \frac{V_1}{V_2} \right\} + j \text{Im} \left\{ \frac{V_1}{V_2} \right\} = A + jB \tag{1}$$

oraz napięcie niezrównoważenia mostka V_D

$$\underline{V}_D = V_{DS} + jV_{DQ} \tag{2}$$

Zakładając, że napięcie $V_2 = V_2$ jest napięciem odniesienia w układzie, w stosunku do którego są wyznaczone składowe ortogonalne napięcia niezrównoważenia mostka V_{DS} i V_{DQ} , wygodnie jest wprowadzić względne napięcie niezrównoważenia określone następująco:

$$\underline{V}_{D,rel} = \frac{V_D}{V_2} = \text{Re} \left\{ \frac{V_1}{V_2} \right\} + j \text{Im} \left\{ \frac{V_1}{V_2} \right\} = V_{DS,rel} + jV_{DQ,rel} \tag{3}$$

W analizowanym układzie składowe napięcia niezrównoważenia są określone zależnościami:

$$V_{DS,rel} = \frac{C_N^2(1+D_X^2) - AC_X^2(1+D_N^2) + C_N C_X(1-A)(1+D_N D_X) + BC_N C_X(D_N - D_X)}{C_N^2(1+D_N^2) + C_X^2(1+D_X^2) + 2C_N C_X(1+D_N D_X)} \tag{4}$$

$$V_{DQ,rel} = \frac{C_N C_X(1+A)(D_X - D_N) - B[C_N C_X(1+D_N D_X) + C_X^2(1+D_X^2)]}{C_N^2(1+D_N^2) + C_X^2(1+D_X^2) + 2C_N C_X(1+D_N D_X)} \tag{5}$$

w których $D_X = G_X/\omega C_X$ i $D_N = G_N/\omega C_N$ oznaczają współczynniki strat porównywanych kondensatorów.

Jeśli założyć, że współczynniki strat spełniają następujące warunki: $D_X \ll 1, D_N \ll 1$, to składową synfazową i kwadraturową napięcia niezrównoważenia można przedstawić za pomocą przybliżonych zależności:

$$V_{DS,rel} \approx \frac{C_N - AC_X}{C_N + C_X} + \frac{BC_N C_X}{(C_N + C_X)^2} (D_N - D_X) \tag{6}$$

$$V_{DQ,rel} \approx \frac{(1+A)C_N C_X}{(C_N + C_X)^2} (D_X - D_N) - \frac{BC_X}{C_N + C_X} \tag{7}$$

Zależności (6) i (7) tworzą układ równań, którego rozwiązanie pozwala obliczyć stosunek pojemności porównywanych kondensatorów $k = C_N/C_X$ oraz różnicę ich współczynników strat $D_X - D_N$

$$k = \frac{C_N}{C_X} = \frac{A + V_{DS,rel} - \frac{BV_{DQ,rel}}{1+A} - \frac{B^2}{1+A}}{1 - V_{DS,rel} + \frac{BV_{DQ,rel}}{1+A}} \tag{8}$$

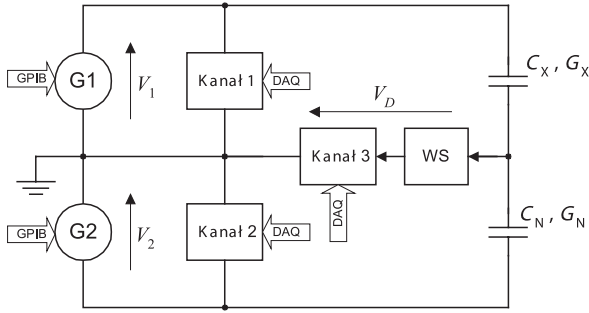
$$D_X - D_N = V_{DQ,rel} \left(1 + \frac{1}{A} \right) + \frac{B}{A} \tag{9}$$

Jeśli wartości współczynników strat porównywanych kondensatorów spełniają warunki $D_X \leq 0,1\%$ oraz $D_N \leq 0,1\%$, to błąd wyznaczenia stosunku pojemności k z zależności (8), wynikający z przybliżonych (6) i (7), nie przekracza wartości $1 \cdot 10^{-6}$.

Układ pomiarowy

Schemat blokowy mostka niezrównoważonego do pomiaru pojemności z dwoma generatorami napięcia sinusoidalnego przedstawiono na rys. 2.

Układ składa się z dwóch generatorów G_1, G_2 (HP 33120A) pracujących w trybie synchronicznym. Generatory tworzą dwufazowe źródło napięcia sinusoidalnego z możliwością nastawy fazy z rozdzielczością $0,001^\circ$ i 10-bitową rozdzielczością nastawy amplitudy. Sterowanie ge-



Rys. 2. Schemat blokowy niezerównoważonego mostka pojemności

neratorami odbywa się przez interfejs GPIB. Do pomiaru napięć wyjściowych generatorów oraz napięcia niezerównoważenia zastosowano 16-bitową czterokanałową kartę akwizycji danych AT-A2150 (National Instruments). Próbkowanie napięć podawanych na wejścia poszczególnych kanałów (Kanał 1, Kanał 2, Kanał 3) odbywa się jednocześnie. Napięcie niezerównoważenia jest wzmacniane za pomocą wzmacniacza selektywnego WS (UNIPAN 227) o regulowanym wzmacnieniu. Zespolony stosunek napięć wyjściowych generatorów oraz składowe napięcia niezerównoważenia są obliczane w systemie na podstawie zebranych próbek z zastosowaniem algorytmu FFT. Wyznaczanie stosunku porównywanych pojemności odbywa się w dwóch krokach. W pierwszym kroku, przy odpowiednio małej wartości wzmacnienia wzmacniacza WS, są obliczane wartości nastaw amplitudy i fazy napięć wyjściowych generatorów sprowadzające napięcie niezerównoważenia do wartości minimalnej, wynikającej z rozdzielczości nastaw. W drugim kroku, przy zwiększonym wzmacnieniu wzmacniacza, jest wyznaczany stosunek porównywanych pojemności.

Ocena dokładności pomiaru

Najważniejsze źródła niepewności porównania pojemności w prezentowanym układzie mostka niezerównoważonego są następujące:

- niepewność pomiaru zespolonego stosunku napięć \underline{K}_V
- niepewność pomiaru składowych napięcia niezerównoważenia $V_{DS,rel}$, $V_{DQ,rel}$
- wpływ impedancji wejściowej wskaźnika zera
- wpływ admitancji pasozytniczych porównywanych kondensatorów.

Niepewności względne $u_{rel}(A)$, $u_{rel}(B)$ pomiaru składowych A i B zespolonego stosunku napięć \underline{K}_V zależą od parametrów zastosowanej karty akwizycji danych oraz błędów związanych z algorytmem obliczania składowych.

Niepewności względne pomiaru składowych napięcia niezerównoważenia $u_{rel}(V_{DS,rel})$ i $u_{rel}(V_{DQ,rel})$ zależą od dokładności zastosowanego wzmacniacza selektyw-

nego oraz niepewności pomiaru składowych wzmacnionego napięcia. Moduł K_W i faza φ_W transmitancji widmowej wzmacniacza selektywnego silnie zależą od wartości nominalnej wzmacnienia oraz od częstotliwości. W związku z tym moduł i faza transmitancji widmowej wzmacniacza zostały wyznaczone eksperymentalnie. Pomiary przeprowadzono w odpowiednio zmodyfikowanym w tym celu układzie prezentowanego mostka niezerównoważonego. Dzięki temu warunki pracy wzmacniacza podczas wyznaczania jego parametrów były zbliżone do rzeczywistych warunków pracy w układzie mostkowym. Wyznaczone w ten sposób wartości K_W i φ_W są wykorzystane do obliczenia składowych $V_{DS,rel}$ i $V_{DQ,rel}$, a ich niepewności względne $u_{rel}(K_W)$, $u_{rel}(\varphi_W)$ są uwzględnione przy wyznaczaniu niepewności $u_{rel}(V_{DS,rel})$ i $u_{rel}(V_{DQ,rel})$. Niepewność pomiaru składowych wzmacnionego napięcia oszacowano podobnie jak podaną wyżej niepewność pomiaru składowych zespolonego stosunku napięć \underline{K}_V .

Wpływ niepewności pomiaru napięcia niezerównoważenia na niepewności porównania pojemności w mostku niezerównoważonym zależy w dużym stopniu od wartości względnej napięcia niezerównoważenia $V_{D,rel}$. W celu przeanalizowania tego wpływu zakłada się dalej, że podczas porównywania kondensatorów o odpowiednio małych wartościach współczynnika strat, decydujący wpływ na wartość napięcia niezerównoważeniawartośćskładowejwzmacnionej, tzn. $V_{D,rel} \approx V_{DS,rel}$. Składowa względna niepewność złożonej wyznaczenia stosunku pojemności $u_{rel}(k)$ wynikająca z niepewności względnej pomiaru napięcia niezerównoważenia jest równa

$$u_{rel}(V_{D,rel}) = \left(1 + \frac{1}{A}\right) V_{DS,rel} u_{rel}(V_{DS,rel}) \quad (10)$$

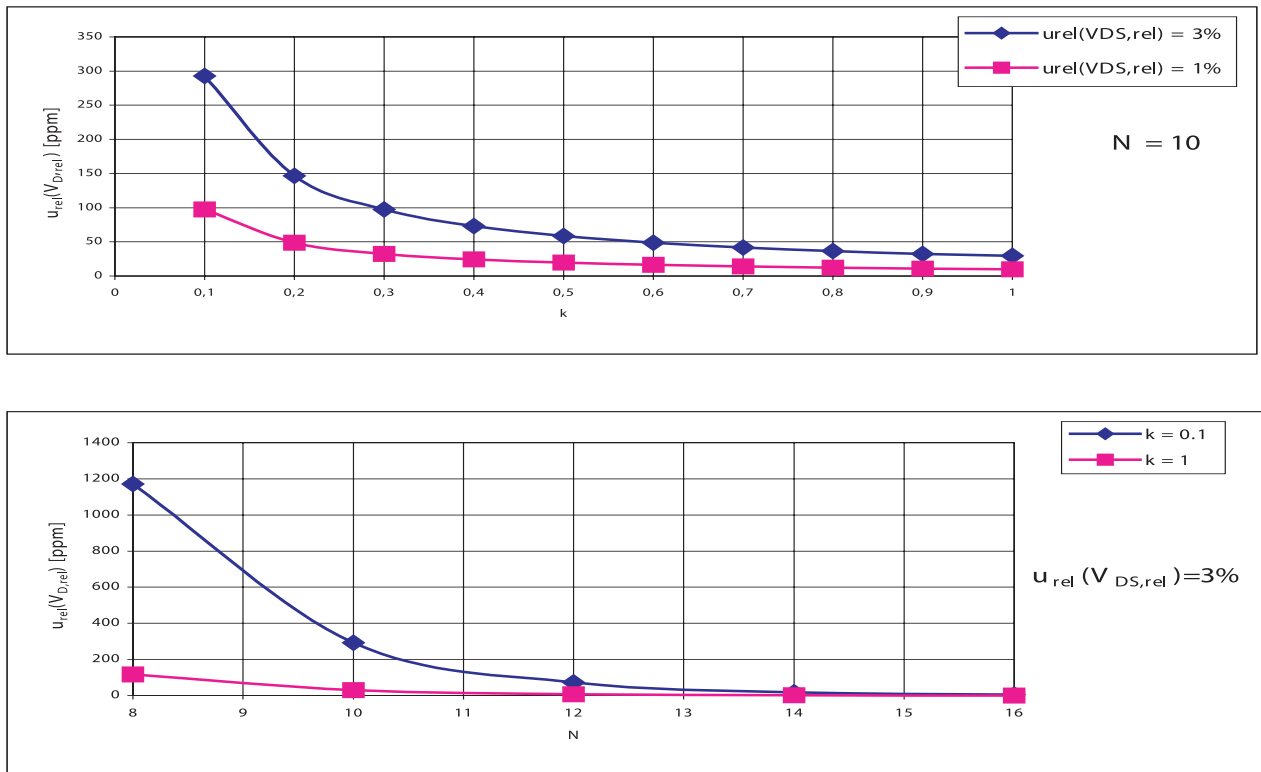
Dalej zakłada się, że w stanie zbliżonym do równowagi mostka $A \approx k$ i stąd

$$u_{rel}(V_{D,rel}) \approx \left(1 + \frac{1}{k}\right) V_{DS,rel} u_{rel}(V_{DS,rel}) \quad (11)$$

Minimalna możliwa do osiągnięcia wartość napięcia niezerównoważenia mostka zależy od rozdzielczości nastawy amplitudy napięć wyjściowych zastosowanych generatorów. Dla ustalonej wartości k oraz $u_{rel}(V_{DS,rel})$, wartość $u_{rel}(V_{D,rel})$ będzie minimalna dla najmniejszej możliwej do osiągnięcia wartości $V_{DS,rel}$. Minimalna wartość $V_{DS,rel}$ wynika z rozdzielczości nastawy amplitudy napięć wyjściowych zastosowanych generatorów. Jeśli przyjąć, że rozdzielczość ta jest wyrażona liczbą bitów N , to zależność (11) można przekształcić do postaci

$$u_{rel}(V_{D,rel}) \approx \frac{1}{k} \cdot \frac{1}{2^N} u_{rel}(V_{DS,rel}) \quad (12)$$

Wpływ wartości stosunku porównywanych pojemności k oraz rozdzielczości nastawy N amplitudy napięć wyjściowych generatorów na składową względną złożoną niepewność porównania pojemności $u_{rel}(V_{D,rel})$ przedstawiono graficznie na rys. 3.



Rys. 3. Wpływ niepewności pomiaru napięcia niezrównoważenia na niepewność porównania pojemności w zależności od: a) stosunku porównywanych pojemności, b) rozdzielczości nastawy amplitudy napięcia generatora

Impedancja wejściowa wskaźnika zera oraz admittance pasozytne porównywanych kondensatorów wpływają na wartość napięcia niezrównoważenia, a tym samym na wynik porównania pojemności. W celu określenia tego wpływu na rys. 4 przedstawiono uproszczony schemat zastępczy analizowanego układu z uwzględnieniem impedancji wejściowej wskaźnika zera Z_D w przekątnej pomiarowej mostka oraz admittance pasozytne kondensatorów w trójzaciowym schemacie zastępczym: Y_{10} , Y_{20} , Y_{30} , Y_{40} . Admittance Y_{10} i Y_{40} mają pomijalny wpływ na wynik pomiaru ze względu na bocznikujące działanie bardzo małych impedancji wyjściowych generatorów. Stosunek admittance Y_N/Y_X porównywanych kondensatorów z uwzględnieniem pozostałych admittance pasozytne i admittance wejściowej wskaźnika zera $Y_D = 1/Z_D$ jest równy

$$\frac{Y_N}{Y_X} = \frac{K_V + V_{D,rel}}{1 - V_{D,rel} \left(1 + \frac{Y_Z}{Y_N} \right)} \quad (13)$$

gdzie: $Y_Z = Y_D + Y_{20} + Y_{30}$.

Przekształcając odpowiednio zależność (13) można wykazać, że błąd względny wyznaczenia stosunku pojemności k spowodowany wpływem admittance pasozytne jest równy $\delta_k \approx V_{DS,rel} (C_Z / C_N)$, przy czym $C_Z = C_D + C_{20} + C_{30}$. Wyznaczenie pojemności C_Z z niepewnością kilku procent, przy założeniu, że $U_{ds} \leq 0.001$ powoduje, że wpływ pojemności pasozytne na niepewność wyznaczenia stosunku pojemności k nie powinien przekroczyć wartości 10^{-5} , jeśli $C_N \geq 100$ pF i $C_X \geq 100$ pF.

Przekształcając odpowiednio zależność (8) oraz uwzględniając niepewność resztkową związaną z wpływem pojemności pasozytne, względna złożona niepewność standardowa porównania pojemności może być obliczona z zależności

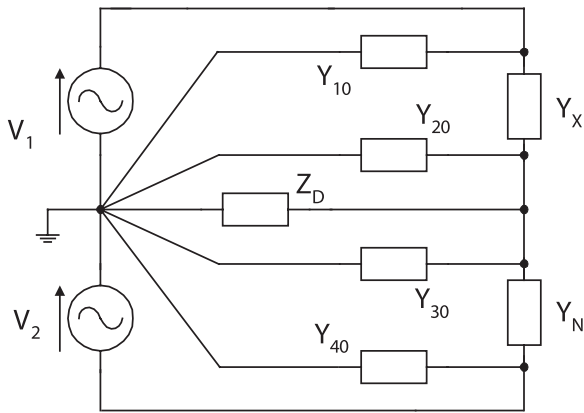
$$u_{c,rel}(k) = \sqrt{\left[(1 + V_{DS,rel}) u_{rel}(A) \right]^2 + \left[\left(1 + \frac{1}{A} \right) V_{DS,rel} u_{rel}(V_{DS,rel}) \right]^2 + \left[\frac{-B}{A} V_{DQ,rel} u_{rel}(B) \right]^2 + \left[\frac{-B}{A^2} V_{DQ,rel} u_{rel}(V_{DQ,rel}) \right]^2 + \left[V_{DS,rel} \frac{C_Z}{C_N} u_{rel}(C_Z) \right]^2} \quad (14)$$

Jeśli porównywane są pojemności kondensatorów o małych wartościach współczynników strat, to $V_{DQ,rel} \ll 1$, $B \ll 1$ i w związku z tym można przyjąć, że wpływ niepewności pomiaru składowych urojonych zespolonego stosunku napięć B oraz napięcia niezrównoważenia $V_{DQ,rel}$ jest pomijalnie mały. Wobec tego względna złożona niepewność standardowa porównania pojemności może być wyznaczona z zależności przybliżonej

$$u_{c,rel}(k) \approx \sqrt{\left[u_{rel}(A) \right]^2 + \left[\left(1 + \frac{1}{A} \right) V_{DS,rel} u_{rel}(V_{DS,rel}) \right]^2 + \left[V_{DS,rel} \frac{C_Z}{C_N} u_{rel}(C_Z) \right]^2} \quad (15)$$

Wyniki eksperymentu

Przedstawiony mostek zastosowano do porównania pojemności wzorcowych kondensatorów powietrznych, których wartości nominalne mieściły się w przedziale od 1 nF do 10 nF, a współczynnik strat nie przekraczał 0,05 %. Pomiary wykonano w zakresie częstotliwości od 100 Hz do 1000 Hz. Porównywane kondensatory były umieszczone w termostacie i utrzy-



Rys. 4. Schemat zastępczy mostka z uwzględnieniem admittancji pasożytniczych

mywane w temperaturze $26\text{ }^{\circ}\text{C} \pm 0,02\text{ }^{\circ}\text{C}$. Przykładowe wyniki pomiarów przedstawiono w tabeli 1.

W tabeli 1 podano również wyniki pomiarów wykonanych za pomocą mostka transformatorowego z niepewnością standardową $5 \cdot 10^{-6}$ (typu B).

Niepewność porównania pojemności za pomocą mostka niezrównoważonego oszacowano na podstawie zależności (15). Niepewność standardowa pomiaru składowej rzeczywistej zespolonego stosunku napięć została wyznaczona eksperymentalnie i wynosiła $u(A) = 1 \cdot 10^{-5}$ [6, 7]. Niepewność standardowa $u(V_{D,rel})$ wynikająca z niepewności pomiaru napięcia niezrównoważenia, wyznaczona dla $N = 10$, $u_{rel}(V_{DS,rel}) = 3\%$, była na poziomie $29 \cdot 10^{-6}$. Niepewność resztkowa spowodowana wpływem pojemności pasożytniczych, obliczona dla $C_Z \leq 65\text{ pF}$, $u_{rel}(C_Z) = 5\%$, nie przekraczała dla porównywanych kondensatorów wartości $3 \cdot 10^{-6}$. Oszacowana złożona niepewność standardowa porównania pojemności w pomiarach, których wyniki przedstawiono w tabeli 1 nie przekraczała wartości $31 \cdot 10^{-6}$.

Podsumowanie

Przedstawiony układ mostka niezrównoważonego jest stosunkowo prosty i dokładny. Zbudowany został z komercyjnych, łatwo dostępnych przyrządów pomiarowych i może być w stosunkowo prosty sposób zautomatyzowany. Możliwość nastawy z dużą rozdzielczością kąta fazowego napięć wyjściowych generatorów powoduje, że w układzie mogą być porównywane

kondensatory o stosunkowo dużej różnicy współczynników strat.

Bibliografia

- [1] Bachmair H., Vollmert R.: *Comparison of admittances by means of a digital double-sine-wave generator*. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, vol. 29, 1980, nr 4, s. 370-372.
- [2] Dutta M., Rakshit A., Bhattacharyya S.N.: *Development and study of an automatic AC bridge for impedance measurement*. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, vol. 50, 2001, nr 5, s. 1048-1052.
- [3] Cabiati F., D'Elia V.: *A new architecture for high-accuracy admittance measuring systems*. Conference Digest, Conference on Precision Electromagnetic Measurements, Ottawa, 2002.
- [4] Waltrip B. C., Oldham N. M.: *Digital impedance bridge*. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, vol. 44, 1995, nr 2, s. 436-439.
- [5] Muciek A.: *Digital impedance bridge based on a two-phase generator*. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, vol. 46, 1997, nr 2, s. 467-470.
- [6] Rybski R., Kaczmarek J.: *Calibration of a system for the measurement of complex voltage ratios*. Proc. XVI IMEKO World Congress, IMEKO 2000, Vol. X, Vienna 2000, s. 287-290.
- [7] Rybski R., Kaczmarek J.: *Kalibracja próbkującego systemu do pomiaru zespolonego stosunku napięć*. Pomiary Automatyka Kontrola, 2002, nr 7/8, s. 93-96.

Tabela 1. Wyniki porównania kondensatorów wzorcowych, $f = 400\text{ Hz}$

Nominalna wartość stosunku porównywanych pojemności	mostek niezrównoważony	mostek transformatorowy	różnica
	k_D	k_T	$(k_D - k_T) \cdot 10^{-6}$
$k = 0,1$ $C_N = 1\text{ nF}$, $C_X = 10\text{ nF}$	0,100 497	0,100 485	12
$k = 0,3$ $C_N = 3\text{ nF}$, $C_X = 10\text{ nF}$	0,300 070	0,300 040	30
$k = 0,5$ $C_N = 1\text{ nF}$, $C_X = 2\text{ nF}$	0,502 367	0,502 356	11
$k = 0,66(6)$ $C_N = 2\text{ nF}$, $C_X = 3\text{ nF}$	0,666 588	0,666 621	-33
$k = 1$ $C_N = 3\text{ nF}$, $C_X = 3\text{ nF}$	1,001 466	1,001 494	-28