

Źródło wzorcowego napięcia przemiennego wykorzystujące zasadę modulacji szerokości impulsów

Łukasz Jedliński,
Marian Kampik*

W artykule przedstawiono źródło wzorcowego napięcia przemiennego wykorzystujące zasadę modulacji szerokości impulsów (PWM). Zastosowanie jednobitowego przetwornika PWM pozwala na uproszczenie toru syntezy napięcia przemiennego i zmniejszenie lub wyeliminowanie niepewności związanych z cechami konstrukcyjnymi wielobitowych przetworników C/A. Przedstawione zostały wyniki analizy widmowej napięcia wyjściowego źródła. Omówiono możliwości nastawy częstotliwości i wartości skutecznej.

AC voltage standard source based on a pulse width modulation. The ac voltage standard source based on the pulse width modulation digital-to-analog converter (dac) was described in the paper. The pwm 1-bit dac improves the long-term stability of the rms output voltage of the source due to elimination or decreasing the influence of the instabilities of the resistors or switches used in multibit dacs. The methods of setting the output voltage and frequency were discussed. The spectrum of output voltage was analyzed.

Wstęp

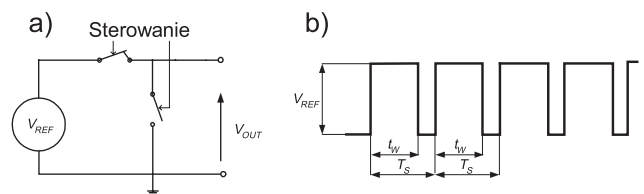
Przetworniki wykorzystujące zasadę modulacji szerokości impulsów (PWM) są stosowane w źródłach wzorcowego napięcia stałego [1, 2]. Zapewniają zachowanie dużej liniowości nastawy napięcia wyjściowego. Jednocześnie, ze względu na prostotę konstrukcji, mają bardzo dużą niezawodność. W przetworniku używane są z reguły dwa elementy przełączające, najczęściej tranzystory typu MOSFET. Schemat blokowy układu i przykładowy przebieg uzyskiwany na jego wyjściu przedstawiony został na rys. 1.

Przez czas t_w przewodzi tranzystor „podłużny”, zwierając wyjście układu klucującego z napięciem odniesienia V_{REF} . W czasie $T - t_w$ przewodzi tranzystor „poprzeczny”, zwierając wyjście z masą. Definiując współczynnik wypełnienia przebiegu, jako:

$$k_{PWM} = \frac{t_{w,i}}{T_s} \quad (1)$$

gdzie: $t_{w,i}$ – czas trwania stanu wysokiego i -tego impulsu, T_s – okres impulsów, można zapisać zależność na wartość napięcia wyjściowego w postaci:

$$V_{OUT} = k_{PWM} \cdot V_{REF} \quad (2)$$



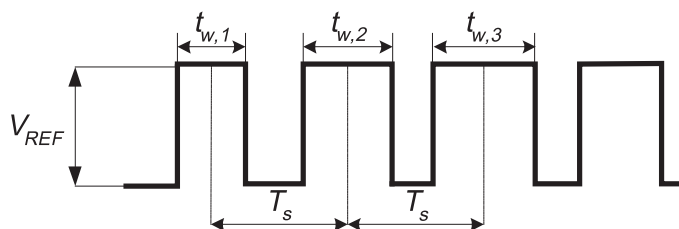
Rys. 1. a) układ przełączający, b) przebieg czasowy sygnału na wyjściu układu klucującego PWM w dzielniku napięcia stałego

Wartość współczynnika wypełnienia k_{PWM} źródła napięcia stałego jest niezmienna w czasie dla danej wartości napięcia wyjściowego V_{OUT} . Zastosowanie metody modulacji szerokości impulsów do realizacji źródła wzorcowego napięcia przemiennego wymaga wypracowania przebiegu, dla którego współczynnik wypełnienia k_{PWM} jest zmienny zgodnie z funkcją sinusoidalną [3]. Określenie współczynnika wypełnienia i -tej próbki wymaga spróbkowania sygnału sinusoidalnego o częstotliwości równej założonej częstotliwości wyjściowej. Przyjmując jako liczbę próbek przypadającą na okres przebiegu wyjściowego wartość N , będącą liczbą naturalną zdefiniowaną jako:

$$N = \frac{T}{T_s} \quad (3)$$

gdzie T jest okresem przebiegu wyjściowego,

* Mgr inż. Łukasz Jedliński, dr inż. Marian Kampik – Politechnika Śląska, Instytut Metrologii i Automatyki Elektrotechnicznej



Rys. 2. Przebieg wyjściowy układu przełączającego dla przełączanych poziomów napięć $+V_{REF}$ – GND i określonego położenia środków próbek

można określić współczynnik wypełnienia i -tej próbki jako:

$$k_{PWM,i} = \frac{1}{2} \left(1 + M \cdot \sin \left(i \frac{2\pi}{N} \right) \right) \quad (4)$$

gdzie M jest współczynnikiem głębokości modulacji.

Z zależności 2 i 4 wynika, że średnia wartość i -tej próbki może zostać określona zależnością

$$V_{OUT,i} = k_{PWM,i} \cdot V_{REF} \quad (5)$$

Wartość skuteczna ciągu impulsów zdefiniowana jest następująco:

$$V_{OUT,RMS} = V_{REF} \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (k_{PWM,i})^2} \quad (6)$$

Po uwzględnieniu zależności 1 i 3 otrzymuje się wzory 7 i 8 określające wartość skuteczną sygnału w postaci:

$$V_{OUT,RMS} = V_{REF} \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{t_{w,i}}{T_s} \right)^2} \quad (7)$$

$$V_{OUT,RMS} = V_{REF} \frac{1}{T} \sqrt{N \sum_{i=1}^N (t_{w,i})^2} \quad (8)$$

Na podstawie zależności 8 można stwierdzić, że dla zadanego okresu sygnału wyjściowego T i powiązanego z nim poprzez liczbę impulsów N okresu T_s można nastawiać wartość skuteczną napięcia wyjściowego poprzez zmianę czasu $t_{w,i}$ i nastawę napięcia odniesienia V_{REF} . Nastawa czasu $t_{w,i}$ odbywa się poprzez zmianę współczynnika głębokości modulacji M . Zmiana wartości napięcia odniesienia może odbywać się np. w układzie dzielnika napięcia stałego.

Analiza widmowa sygnału wyjściowego

Przeprowadzenie analizy harmonicznej przebiegu wyjściowego wymaga jego wcześniejszego ścisłego zdefiniowania. Rozpatrując sygnał w dziedzinie czasu, można wyróżnić dwa przypadki:

1. ustalone położenie zbocza impulsu
2. ustalone położenie środka impulsu.

Ustalone położenie zbocza (środk) impulsu oznacza w tym wypadku zachowanie stałego okresu T_s pomiędzy ustalonymi zboczami (środkami) impulsów. W dotychczasowych rozważaniach przyjęto, że przełączanie odbywa się pomiędzy poziomem napięcia odniesienia V_{REF} (stan wysoki impulsu) oraz poziomem masy (stan niski) przyjętym domyślnie jako zero. Rozwiązanie takie jest proste do realizacji sprzętowej – wymaga pojedynczego źródła napięcia odniesienia. Możliwe jest również przełączanie pomiędzy poziomami napięć $+V_{REF}$ a $-V_{REF}$, jednak rozwiązanie takie wymaga zastosowania dwóch źródeł napięcia stałego lub odwrócenie polaryzacji pojedynczego źródła w układzie inwertera. W artykule przedstawiono analizę przebiegu o określonym położeniu środka impulsu, dla dwóch przypadków poziomów przełączanych napięć:

1. przełączanie między $+V_{REF}$ i GND
2. przełączanie między $+V_{REF}$ a $-V_{REF}$.

Określone położenie środka impulsu:

Przełączanie między $+V_{REF}$ i GND

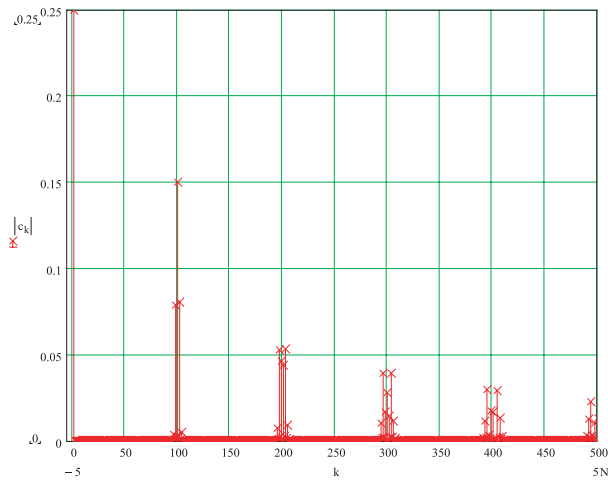
Przykładowy przebieg napięcia wyjściowego z układu przełączającego dla określonego położenia środka próbki został przedstawiony na rys. 2. Przebieg napięcia wyjściowego jest określony zależnością (9):

$$V_{PWM1}(t) = \begin{cases} V_{REF} & \Leftrightarrow t \in \left((i-1) \cdot T_s + \frac{t_{w,1} - t_{w,i}}{2}, (i-1) \cdot T_s + \frac{t_{w,1} + t_{w,i}}{2} \right) \\ 0 & \Leftrightarrow t \in \left((i-1) \cdot T_s + \frac{t_{w,1} + t_{w,i}}{2}, i \cdot T_s + \frac{t_{w,1} - t_{w,(i+1)}}{2} \right) \end{cases} \quad (9)$$

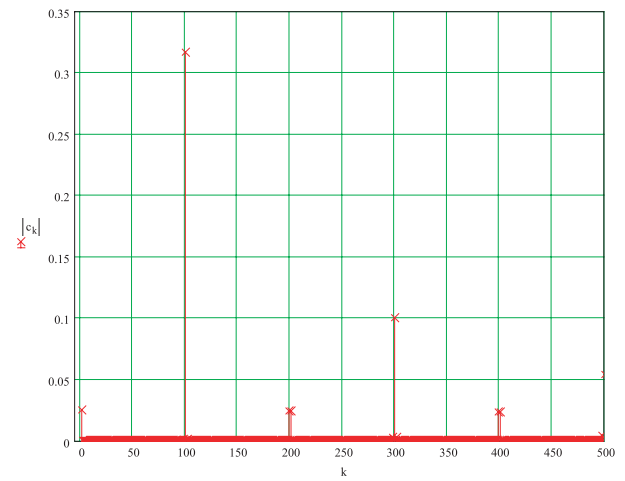
Rozwinięcie przebiegu w wykładniczy szereg Fouriera daje w rezultacie wartości współczynników szeregu określone zależnością (10):

$$c_k = \frac{jV_{REF}}{2k\pi} \left[\sum_{i=1}^N e^{-jk \frac{2\pi}{T} \left((i-1) T_s + \frac{t_{w,1} + t_{w,i}}{2} \right)} - \sum_{i=1}^N e^{-jk \frac{2\pi}{T} \left((i-1) T_s + \frac{t_{w,1} - t_{w,i}}{2} \right)} \right] \quad (10)$$

Współczynnik $c_0 = 0,5 V_{REF}$ jest niezależny od liczby impulsów i współczynnika głębokości modulacji. Współczynnik c_0 jest składową stałą analizowanego przebiegu. Wyniki obliczeń numerycznych dla przyjętych wartości $M = 1$, $N = 100$, $T = 0,01$ s, $V_{REF} = 1$ zostały zaprezentowane na rys. 3.



Rys. 3. Wartości modułów rozwinęcia sygnału $V_{PWM1}(t)$ w wykładniczy szereg Fouriera dla $M = 1$



Rys. 4. Wartości modułów rozwinęcia sygnału $V_{PWM1}(t)$ w wykładniczy szereg Fouriera dla $M = 0,1$

W widmie analizowanego przebiegu można wyróżnić składową podstawową $|c_1|$ o częstotliwości f odpowiadającej okresowi T oraz składowe wynikające z częstotliwości odtwarzania przebiegu $N \cdot f$ i ich wielokrotności. Jednocześnie należy zauważyć, iż zależności (6-8) obowiązują, gdy widmo nie jest ograniczone. Wówczas wartość skuteczna jest równa:

$$V_{tot} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=0}^{\infty} |c_i|^2} \quad (11)$$

Ze względu na wymagania dotyczące dużej czystości widmowej napięcia wyjściowego źródła istnieje konieczność zminimalizowania energii wyższych harmonicznych za pomocą filtru dolnoprzepustowego. Przebieg wyjściowy powinien składać się wyłącznie z harmonicznej o częstotliwości f . Składowe wynikające z odtwarzania powinny znajdować się w paśmie zaporowym filtru. Zakładając wzmocnienie w paśmie przepustowym filtru równe 1 i tłumienie w paśmie zaporowym równe nieskończoności, wartość skuteczna napięcia wyjściowego źródła jest równa składowej podstawowej:

$$V_1 = \frac{|c_1|}{\sqrt{2}} \quad (12)$$

gdzie $|c_1|$ wartość amplitudy pierwszej harmonicznej (moduł pierwszego współczynnika rozwinęcia w szereg Fouriera). Składowa stała w sygnale wyjściowym może zostać usunięta poprzez dodanie w ukła-

dzie sumatora napięcia stałego o wartości równej $-0,5 V_{REF}$. Sumowanie można realizować na wyjściu filtru dolnoprzepustowego.

Dla analizowanego przypadku wartość współczynnika $|c_1| = 0,25$, co odpowiada w przybliżeniu wartości skutecznej $V_1 = 0,177$. W tabeli 1 zamieszczono wyniki obliczeń numerycznych wartości skutecznej pierwszej harmonicznej dla zmiany współczynnika głębokości modulacji w zakresie od $M = 0,1$ do $M = 1$.

Tabela 1. Wartość skuteczna pierwszej harmonicznej w funkcji M

M	V_1
0,1	0,017
0,2	0,035
0,3	0,053
0,4	0,071
0,5	0,088
0,6	0,106
0,7	0,123
0,8	0,141
0,9	0,159
1,0	0,177

Na rys. 4 zaprezentowano wyniki numerycznych obliczeń dla przypadku $M = 0,1, N = 100, T = 0,01 \text{ s}, V_{REF} = 1$.

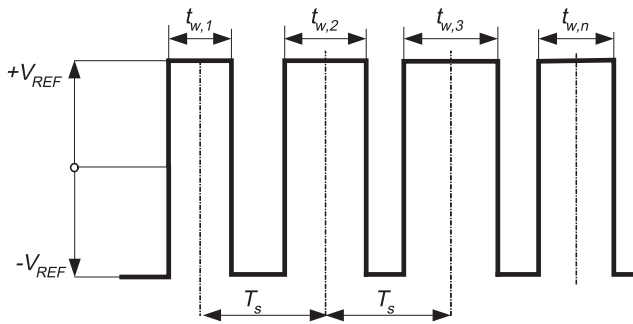
Ze względu na przeniesienie większości energii sygnału powyżej częstotliwości zaporowej filtru, a tym samym pogorszenie stosunku sygnału do szumu, korzystniejszym rozwiązaniem jest nastawa wartości skutecznej napięcia wyjściowego poprzez nastawę V_{REF} .

Przetaczanie między $+V_{REF}$ a $-V_{REF}$

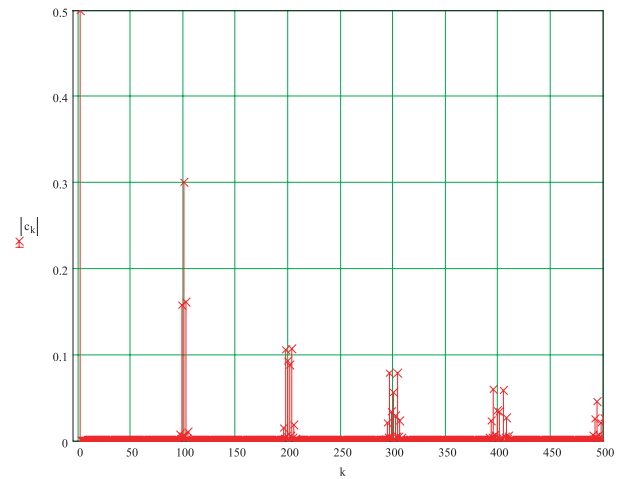
W rozpatrywanym przypadku napięcie wyjściowe z układu przełączającego przyjmując wartości $(+V_{REF}, -V_{REF})$ i jest zachowany stały okres T_s pomiędzy środkami kolejnych próbek. Przykładowy przebieg napięcia jest przedstawiony na rys. 5.

Przebieg czasowy $V_{PWM2}(t)$ sygnału jest opisany zależnością (13):

$$V_{PWM2}(t) = \begin{cases} V_{REF} & \Leftrightarrow t \in \left((i-1) \cdot T_s + \frac{t_{w,1} - t_{w,i}}{2}, (i-1) \cdot T_s + \frac{t_{w,1} + t_{w,i}}{2} \right) \\ -V_{REF} & \Leftrightarrow t \in \left((i-1) \cdot T_s + \frac{t_{w,1} + t_{w,i}}{2}, i \cdot T_s + \frac{t_{w,1} - t_{w,(i+1)}}{2} \right) \end{cases} \quad (13)$$



Rys. 5. Przebieg wyjściowy układu przełączającego dla przełączanych poziomów napięć $+V_{REF}$ do $-V_{REF}$ i określonego położenia środków próbek



Rys. 6. Wartości modułów rozwinięcia sygnału $V_{PWM2}(t)$ w wykładniczy szereg Fouriera dla $M = 1$

Rozwijając funkcję $V_{PWM2}(t)$ w szereg Fouriera otrzymano wartości współczynników wyrażone wzorem (14). Dla tego przypadku wartość składowej stałej wynosi 0, nie ma zatem konieczności stosowania układu sumatora napięć.

$$c_k = \frac{jV_{REF}}{k\pi} \left[\sum_{i=1}^N e^{-jk\frac{2\pi}{T}\left((i-1)T_s + \frac{t_{w,i} + t_{w,i}}{2}\right)} - \sum_{i=1}^N e^{-jk\frac{2\pi}{T}\left((i-1)T_s + \frac{t_{w,i} - t_{w,i}}{2}\right)} \right] \quad (14)$$

Wyniki obliczeń numerycznych dla przyjętych wartości $M = 1$, $N = 100$, $T = 0,01$ s, $V_{REF} = 1$ zostały zaprezentowane na rys. 6. Podobnie jak w przypadku przełączania między $+V_{REF}$ i GND można wyróżnić składową podstawową o okresie T oraz wyższe składowe wynikające z odtwarzania. Wartości harmonicznnych są jednak dwukrotnie większe niż w uprzednio analizowanym przypadku.

Wnioski

W większości rozwiązań źródeł wzorcowego napięcia przemiennego o małej częstotliwości są wykorzystywane cyfrowe metody syntezy napięcia sinusoidalnego, opierające się na odtwarzaniu napięcia sinusoidalnego za pomocą wielobitowych przetworników cyfrowo-analogowych (c/a) [1, 4, 5, 6]. Stabilność napięcia wyjściowego wytwarzanego za pomocą każdej z wyżej wymienionych metod jest ściśle powiązana z właściwościami zastosowanego wielobitowego przetwornika c/a, a zwłaszcza z temperaturowym współczynnikiem rezystancji rezystorów wchodzących w jego skład oraz ich stabilnością czasową. Parametry te mają wpływ na wartość skuteczną sygnału wytwarzanego przez źródło. Układ źródła oparty na zasadzie modulacji szerokości impulsów umożliwia znaczne uproszczenie toru syntezy napięcia przemiennego. Wyniki przeprowadzonej analizy widmowej wskazują na możliwość zastosowania metody PWM do realizacji źródła wzorcowego napięcia. Warunkiem jest dobranie takiej liczby próbek N , aby harmonicznne wynikające z odtwarzania sygnału znalazły się w paśmie zaporowym filtra dolnoprzepustowego. Nastawa częstotliwości wyjściowej powinna odbywać się zatem poprzez zmianę liczby próbek N przy zachowaniu stałego czasu T_s . Ze względu na brak składowej stałej korzystniejszy jest układ przełączający pomiędzy napięciami $+V_{REF}$ a $-V_{REF}$.

Bibliografia

- [1] Kampik M., Jedliński Ł., Gonszc D.: *Programowane źródło wzorcowego napięcia stałego*, Materiały Konferencji Podstawowe Problemy Metrologii, Gliwice – Ustroń 2001.
- [2] Kampik M.: *Programowany dzielnik napięcia stałego do kalibratora wielofunkcyjnego*. Mat. V Szkoły-Konferencji „Metrologia Wspomagana Komputerowo” MWK 2001, t. 3: „Granty i projekty celowe. Referaty”, s. 23-28.
- [3] Wright Paul S., Pickering John R.: *An AC Voltage Standard Based on a PWM DAC*, IEEE Trans. On Instr. and Meas. vol. 48, no. 2 April 1999.
- [4] Lapuh R., Svetik Z.: *Evaluation of a voltage source with three calculable rms outputs*, IEEE Trans. On Instr. and Meas. vol. 46, no. 4 August 1997.
- [5] Kampik M., Laiz H., Klonz M.: *Comparison of three accurate methods to measure AC voltage at low frequencies*. IEEE Trans. Instrum. and Meas., vol. 49, April 2000, p. 429-433.
- [6] Kampik M., Skubis T.: *Wzorcowe źródło napięcia przemiennego o bardzo małej częstotliwości*. Materiały Konferencji „Systemy Pomiarowe w Badaniach Naukowych i w Przemysle SP'98”, s. 87-95, Politechnika Zielonogórska, Zielona Góra 1998. ■