Opis i wyznaczanie impedancji dwójników niestacjonarnych

Radosław Kłosiński *

W dziedzinie czasu dyskretnego związek między sygnałami zaciskowymi dwójnika o okresowo zmiennych parametrach można zapisać za pomocą impedancyjnego operatora cykloparametrycznego w postaci macierzy. Przeniesienie go do dziedziny widmowej daje operator impedancji widmowej. Do wyznaczenia impedancji dwójników niestacjonarnych stosuje się oryginalny algorytm identyfikacji. Dwójniki niestacjonarne charakteryzują się zależnością od przesunięcia w czasie oraz możliwością mieszania i generowania harmonicznych.

Description and determination of time-varying two-terminal impedance. Performance of temporary time-varying twoterminals may be described using an impedance circular parametric operator which is of real elements matrix form. The original identification algorithm may be used to determination time-varying impedance. Behavior of time-varying two-terminals depends on time shift and they have realizability to mix and to generate harmonics.

Wstęp

Pod wpływem sinusoidalnego zasilania napięciowego, przez dwójnik klasy *SLS* (skupione, liniowe, stacjonarne) płynie sinusoidalny prąd. Impedancja zespolona takiego dwójnika jest zdefiniowana jako stosunek wartości skutecznej zespolonej napięcia do wartości skutecznej zespolonej prądu [1]:

$$u(t)=\sqrt{2}\,|U|\cos(\omega t+\sphericalangle U) \qquad Z(\omega)=\frac{|U|}{|I|}e^{j(\sphericalangle U-\sphericalangle I)} \qquad (1)$$
$$i(t)=\sqrt{2}\,|I|\cos(\omega t+\sphericalangle I)$$

Określenie impedancji dwójników o parametrach zmiennych w czasie, klasy *SLN* (skupione, liniowe, niestacjonarne) nie jest takie oczywiste. Zmienność parametrów powoduje, że odpowiedź układu na sinusoidalne wymuszenie zazwyczaj nie jest sinusoidalna. Aby posługiwać się impedancją zespoloną w podobnym rozumieniu jak dla układów *SLS,* jest wymagane uzyskanie okresowego stanu ustalonego. Wtedy odkształcony prąd dwójnika wywołany sinusoidalnym napięciem może być przedstawiony za pomocą szeregu Fouriera:

$$u(t)=\sqrt{2}\,|U|\cos(\omega t+\sphericalangle U) \qquad Z=? \qquad (2)$$
$$i(t)=\sum_{n=0}^{\infty}\sqrt{2}\,|I_n|\cos(n\omega t+\sphericalangle I_n)$$

Jak w takim wypadku określić impedancję?

Praca dotyczy dwójników klasy *SLN* o parametrach zmiennych w czasie okresowo, synchronicznie ze zmianami wymuszenia, bo tylko takie układy mogą osiągnąć okresowy stan ustalony [2]. Dwójnik jest analizowany jako układ typu jedno wejście – jedno wyjście. Jeżeli sygnałem wejściowym (wymuszającym) jest prąd, a sygnałem wyjściowym (odpowiedzią) napięcie, to operator opisujący działanie takiego układu ma charakter impedancji. Rozważania są prowadzone w dziedzinie czasu dyskretnego oraz w dziedzinie widmowej, na zasadzie porównania układów *SLS* i *SLN*.

Opis układu *SLS*

W dziedzinie czasu dyskretnego związek między próbkami sygnałów wejściowego *x(n)* i wyjściowego *y(n)* układu *SLS* jest opisany za pomocą równania różnicowego [3]:

$$\sum_{i=0}^{q}A_i y(n-i)=\sum_{i=0}^{q}B_i x(n-i) \qquad (3)$$

Rozwiązanie równania różnicowego (3) jest dane w postaci sumy:

$$y(n)=Hx(n)=\sum_{-\infty}^{\infty}h(n,m)x(m) \qquad (4)$$

gdzie: $h(n,m)$ – odpowiedź impulsowa na impuls Kroneckera $\delta(n-m)$.

Kształt dyskretnej odpowiedzi impulsowej układu stacjonarnego nie zależy od przesunięcia w czasie i mo-

* *Dr inż. Radosław Kłosiński – Uniwersytet Zielonogórski, Instytut Metrologii Elektrycznej*

że ona być traktowana jak funkcja jednej zmiennej:

$$h(n,m)=h(n-m) \tag{5}$$

Tak więc, związek między sygnałami wejścia i wyjścia dyskretnego układu klasy *SLS* jest opisany za pomocą splotu dyskretnego:

$$y(n)=Hx(n)=\sum_{-\infty}^{\infty}h(n-m)x(m) \tag{6}$$

Opis układu *SLN*

W dziedzinie czasu dyskretnego związek między próbkami sygnałów wejścia *x(n)* i wyjścia *y(n)* układu *SLN* można wyrazić za pomocą liniowego równania różnicowego o współczynnikach zależnych od czasu dyskretnego *n*:

$$\sum_{i=0}^{q}A_i(n)y(n-i)=\sum_{i=0}^{q}B_i(n)x(n-i) \tag{7}$$

Rozwiązanie równania różnicowego (7) jest dane w postaci sumy:

$$y(n)=Hx(n)=\sum_{-\infty}^{\infty}h(n,m)x(m) \tag{8}$$

gdzie: *h(n,m)* – odpowiedź impulsowa na impuls Kroneckera *δ(n–m)*.

Kształt odpowiedzi impulsowej układu niestacjonarnego zależy od przesunięcia w czasie, więc odpowiedź impulsowa nie może być traktowana jak funkcja jednej zmiennej.

Sygnały okresowe w dyskretnych układach liniowych

W dziedzinie czasu dyskretnego sygnał *N*–okresowy może być przedstawiony za pomocą formuły Poissona [4]:

$$x(n)=\sum_{p=-\infty}^{\infty}\hat{x}(n+pN) \tag{9}$$

gdzie tzw. segment:

$$\hat{x}(n)=\begin{cases}x(n)\ dla\ \ 0\le n\le N-1\\ 0\quad dla\ \ n<0\cup n\ge N\end{cases} \tag{10}$$

Działanie operatora na okresowy sygnał wejściowy opisuje wyrażenie:

$$y(n)=Hx(n)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}h(n,m)x(m)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}h(n,m)\left[\sum_{p=-\infty}^{\infty}\hat{x}(m+pN)\right] \tag{11}$$

Wymnażając, dokonując podstawienia $m\rightarrow m-pN$ oraz wykorzystując definicję segmentu (10), otrzymuje się:

$$\begin{aligned}y(n)=Hx(n) &= \sum_{m=-\infty}^{\infty}\sum_{p=-\infty}^{\infty}h(n,m)\hat{x}(m+pN) = \sum_{m=-\infty}^{\infty}\sum_{p=-\infty}^{\infty}h(n,m-pN)\hat{x}(m)\\ &= \sum_{m=0}^{N-1}\sum_{p=-\infty}^{\infty}h(n,m-pN)x(m) = \sum_{m=0}^{N-1}\tilde{h}(n,m)x(m)\end{aligned} \tag{12}$$

gdzie tzw. jądro cykliczne:

$$\tilde{h}(n,m)\equiv\sum_{p=-\infty}^{\infty}h(n,m-pN) \tag{13}$$

Dla układu o *N*-okresowo zmiennych parametrach odpowiedzi na impulsy oddalone o *N* próbek mają taki sam kształt (zachowanie układu powtarza się co okres zmian parametrów). w związku z tym jądro cykliczne opisujące układ o *N*–okresowo zmiennych parametrach ma właściwość okresowości:

$$\tilde{h}(n+N,m)=\tilde{h}(n,m) \tag{14}$$

Oznacza to *N*-okresową odpowiedź *y(n)* na *N*-okresowe wymuszenie *x(n)*:

$$y(n+N)=\sum_{m=0}^{N-1}\tilde{h}(n+N,m)x(m)=\sum_{m=0}^{N-1}\tilde{h}(n,m)x(m)=y(n) \tag{15}$$

Można ją wyznaczyć, posługując się tzw. operatorem cykloparametrycznym danym w postaci macierzy:

$$\begin{bmatrix}y(0)\\ y(1)\\ \dots\\ y(N-1)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\tilde{h}(0,0) & \tilde{h}(0,1) & \dots & \tilde{h}(0,N-1)\\ \tilde{h}(1,0) & \tilde{h}(1,1) & \dots & \tilde{h}(1,N-1)\\ \dots & \dots & \dots & \dots\\ \tilde{h}(N-1,0) & \tilde{h}(N-1,1) & \dots & \tilde{h}(N-1,N-1)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x(0)\\ x(1)\\ \dots\\ x(N-1)\end{bmatrix} \tag{16}$$

lub krócej: $\mathbf{y}=\tilde{\mathbf{H}}\mathbf{x}$ (17)

gdzie:

$\tilde{\mathbf{H}}$ – operator cykloparametryczny układu,

x, **y** – wektory próbek sygnałów wymuszenia i odpowiedzi.

Dla układów stacjonarnych (klasy *SLS*) macierz cykloparametryczna po uwzględnieniu (5) przechodzi do postaci macierzy cyklicznej:

$$\begin{bmatrix}y(0)\\ y(1)\\ \dots\\ y(N-1)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\tilde{h}(0) & \tilde{h}(N-1) & \dots & \tilde{h}(1)\\ \tilde{h}(1) & \tilde{h}(0) & \dots & \tilde{h}(2)\\ \dots & \dots & \dots & \dots\\ \tilde{h}(N-1) & \tilde{h}(N-2) & \dots & \tilde{h}(0)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x(0)\\ x(1)\\ \dots\\ x(N-1)\end{bmatrix} \tag{18}$$

gdzie:

$$\tilde{h}(n)=\sum_{p=-\infty}^{\infty}h(n+pN) \tag{19}$$

tzw. cykliczna odpowiedź impulsowa.

Kolumny macierzy cyklicznej zawierają kolejne próbki cyklicznej odpowiedzi impulsowej i różnią się między sobą jedynie przesunięciem. Ele-

menty ułożone na kierunku głównej przekątnej mają taką samą wartość.

Wyrażenie (18) jest dyskretnym splotem cyklicznym używanym do wyznaczania okresowej odpowiedzi na okresowe wymuszenie w stanie ustalonym dla układu *SLS*:

$$y(n) = \tilde{H}x(n) = \sum_{m=0}^{N-1} \tilde{h}(n(-)m)x(m) \qquad (20)$$

gdzie: $x(n), y(n)$ – sygnały N – okresowe, (–) – znak odejmowania modulo N.

Widmowy opis dyskretnych układów liniowych

Próbki sygnału okresowego mogą być wyrażone za pomocą szeregu zespolonych amplitud składowych harmonicznych [1, 5]:

$$x(n) = x(n\tau_p) = \frac{1}{2}\sum_{m=0}^{N-1} X_m w^{nm} \qquad n = 0,1,2,...,N-1 \qquad (21)$$

gdzie:

τ_p – okres próbkowania; X_m: – dla $0 < m \le \frac{N}{2}$ – amplituda zespolona m-tej harmonicznej, – dla $\frac{N}{2} < m \le N-1 \quad X_m = X^*_{N-m}$ – sprzężona amplituda zespolona $(N-m)$-tej harmonicznej, – dla $m = 0$ – X_0 – podwójna wartość składowej stałej; $w = e^{j\frac{2\pi}{N}}$ N – liczba próbek na okres sygnału, $N\tau_p = T$.

Wartości amplitud zespolonych można wyznaczyć na postawie próbek z zależności [1, 5]:

$$X_m = \frac{2}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x(n\tau_p) w^{-nm} \qquad (22)$$

Przekształcenie widmowe (21), (22) to dyskretne przekształcenie Fouriera. Ciąg X_m uzyskany ze wzoru (22) jest N-okresowy, podobnie jak sygnał $x(n)$.

Wzory (21) i (22) można zapisać w postaci macierzowej:

$$\mathbf{x} = \frac{1}{2}\mathbf{F}\mathbf{X} \qquad (23)$$

$$\mathbf{X} = 2\mathbf{F}^{-1}\mathbf{x} \qquad (24)$$

gdzie: $\mathbf{x}$ – wektor próbek sygnału; $\mathbf{X}$ – wektor zespolonych amplitud oraz zespolonych amplitud sprzężonych; $\mathbf{F}$ – tzw. macierz Fouriera, $[\mathbf{F}]_{nm} = w^{nm}$,

Aby znaleźć widmowy odpowiednik macierzy cykloparametrycznej $\tilde{\mathbf{H}}$, należy obie strony równania (17) pomnożyć lewostronnie przez $2\mathbf{F}^{-1}$ i podstawić równanie (23). Uwzględniając równanie (24) dla sygnału $\mathbf{y}$, otrzymuje się:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{F}^{-1}\tilde{\mathbf{H}}\mathbf{F}\mathbf{X} \qquad (25)$$

skąd ostatecznie :

$$\tilde{\mathbf{H}}(\omega) = \mathbf{F}^{-1}\tilde{\mathbf{H}}\mathbf{F} = \frac{1}{N}\mathbf{F}^*\tilde{\mathbf{H}}\mathbf{F} \qquad (26)$$

Właściwości macierzy impedancji widmowej

Jeżeli wymuszeniem jest prąd a odpowiedzią układu jest napięcie, to operator cykloparametryczny $\tilde{\mathbf{H}}$ ma charakter impedancji. Taki operator impedancyjny określony w dziedzinie czasu dyskretnego w postaci macierzy cykloparametrycznej zawiera w sobie informacje o impedancji układu dla $N/2$ harmonicznych, które można zakodować w N próbkach przypadających na okres zmian sygnału. Działanie operatora obejmuje zjawiska mieszania i generowania harmonicznych. Właściwości te można lepiej interpretować po przeniesieniu równania (16) do dziedziny częstotliwościowej.

Operator widmowy $\tilde{\mathbf{H}}(\omega)$ dla układu o okresowo zmiennych parametrach jest macierzą wypełnioną liczbami zespolonymi i ma budowę pseudosymetryczną. Każdy element macierzy ma swój odpowiednik w postaci elementu sprzężonego znajdującego się po przeciwnej stronie względem „środka" macierzy [6]. K-ta kolumna operatora widmowego określa w jaki sposób k-ta harmoniczna wymuszenia jest przetwarzana na poszczególne harmoniczne odpowiedzi. Natomiast k-ty wiersz macierzy widmowej zawiera elementy decydujące o sposobie przetwarzania wszystkich harmonicznych wymuszenia w k-tą harmoniczną odpowiedzi układu.

Dla układu stacjonarnego macierz $\tilde{\mathbf{H}}$ jest cykliczna i po przekształceniu zgodnie z (26) do dziedziny widmowej macierz $\tilde{\mathbf{H}}(\omega)$ przyjmuje postać macierzy diagonalnej. W tym wypadku widać „rozdzielenie" harmonicznych, tzn. określona harmoniczna sygnału wyjściowego zależy tylko od tej harmonicznej sygnału wejściowego. Układ typu *SLS* nie może generować harmonicznych.

Wyznaczanie impedancji na drodze pomiarowej

Pełny pomiar impedancji o okresowo zmiennych parametrach to wyznaczenie wszystkich elementów macierzy cykloparametrycznej $\tilde{\mathbf{Z}}$ lub operatora impedancji widmowej $\tilde{\mathbf{Z}}(\omega)$. Aby wyznaczyć $\tilde{\mathbf{Z}}$ zgodnie z definicją (16), należałoby dokonać pomiaru (zebrać próbki) N napięciowych, przesuniętych o okres próbkowania τ_p cyklicznych odpowiedzi impulsowych (na cykliczne impulsy prądowe), a następnie wpisać je w odpowiedni sposób do macierzy. Inna metoda to podanie na wejście układu N niezależnych liniowo prądowych sygnałów wymuszenia i zebranie N napięciowych odpowiedzi na te sygnały, a następnie wyznaczenie operatora $\tilde{\mathbf{Z}}$ na zasadzie rozwiązania N układów równań liniowych N-tego stopnia [4].

Próba bezpośredniego wyznaczenia operatora impedancji widmowej $\tilde{\mathbf{Z}}(\omega)$ to seria pomiarów próbek napięcia przy monoharmonicznych wymuszeniach prą-

dowych o różnych częstotliwościach, a następnie rozkład uzyskanych sygnałów napięcia na składowe harmoniczne i rozwiązanie $N^2/4$ układów zespolonych równań liniowych o postaci:

$$\begin{aligned} U_k^{'} &= Z_{k,l} I_l^{'} + Z_{k,N-l}\left(I_l^{'}\right)^* \\ U_k^{''} &= Z_{k,l} I_l^{''} + Z_{k,N-l}\left(I_l^{''}\right)^* \end{aligned} \tag{27}$$

gdzie: $U_k^{'}, U_k^{''}$ – amplitudy zespolone *k*-tych harmonicznych napięcia uzyskanych przy zasilaniu dwoma prądami *l*-tej harmonicznej, o różnych fazach początkowych, o amplitudach zespolonych $I_l^{'}, I_l^{''}$; $Z_{k,l}, Z_{k,N-l}$ – wyznaczane elementy operatora impedancji widmowej $\tilde{\mathbf{Z}}(\omega)$.

Zazwyczaj pełna znajomość operatora impedancji widmowej $\tilde{\mathbf{Z}}(\omega)$ nie jest potrzebna, tak jak dla układów stacjonarnych rzadko potrzebna jest cała charakterystyka częstotliwościowa. Może się okazać, że wystarczy określić zachowanie układu jedynie przy sinusoidalnym sygnale wymuszającym o określonej częstotliwości. W takiej sytuacji impedancję dwójnika *SLN* reprezentującą zjawisko odkształcania oraz wrażliwość na przesunięcie w czasie stanowią dwie (skojarzone ze sobą) kolumny operatora $\tilde{\mathbf{Z}}(\omega)$.

Wielu problemów związanych z pomiarem impedancji o okresowo zmiennych parametrach można uniknąć, stosując odpowiedni aparat matematyczny. Dobrym rozwiązaniem wydaje się stosowanie oryginalnego algorytmu identyfikacji operatora cykloparametrycznego [7].

Algorytm identyfikacji operatora cykloparametrycznego

Podstawą identyfikacji jest równanie macierzowe wynikające z zależności (17):

$$\tilde{\mathbf{H}}\mathbf{X} = \mathbf{Y} \tag{28}$$

gdzie: $\mathbf{X}$ – macierz $N \times K$ sygnałów wymuszających, każda kolumna to wektor próbek jednego sygnału wymuszającego; $\mathbf{Y}$ – macierz $N \times K$ sygnałów odpowiedzi układu, każda kolumna to wektor próbek jednego sygnału odpowiedzi.

Gdy $N<K$, wówczas równanie macierzowe (28) może mieć nieskończenie wiele rozwiązań, wśród których należy wybrać jedno najbardziej optymalne. Niech kryterium optymalizacyjnym będzie jak najmniejsza zmienność parametrów układu, przy jednoczesnym spełnianiu równania (28). Zadanie optymalizacji warunkowej może być postawione w następujący sposób [7]:

$$\left(\Delta\tilde{\mathbf{h}}_n\right)^T \Delta\tilde{\mathbf{h}}_n \to \min \tag{29}$$

$$\mathbf{X}^T\tilde{\mathbf{h}}_n = \mathbf{y}_n \tag{30}$$

gdzie: $\tilde{\mathbf{h}}_n$ – wektor zawierający elementy *n*-tego wiersza macierzy $\tilde{\mathbf{H}}$, $\mathbf{y}_n$ – wektor *n*-tych próbek wszystkich *K* sygnałów odpowiedzi układu (elementy *n*-tego wiersza macierzy $\mathbf{Y}$), $\Delta\tilde{\mathbf{h}}_n$ – wektor przyrostów elementów macierzy $\tilde{\mathbf{H}}$, dla *n*-tego wiersza tej macierzy, definiowanych następująco:

$$\Delta\tilde{h}_{n,m} = \tilde{h}_{n,m} - \tilde{h}_{n(-)1,m(-)1} \tag{31}$$

(–) – znak odejmowania modulo *N*.

Kryterium optymalizacyjne (29) oznacza minimalizację przyrostów elementów macierzy $\tilde{\mathbf{H}}$ wzdłuż przekątnej głównej i podprzekątnych do niej równoległych. Takie podejście wynika z faktu, że dla układu stacjonarnego operator $\tilde{\mathbf{H}}$ ma postać macierzy cyklicznej (18). Wtedy przyrosty zdefiniowane za pomocą wyrażenia (31) są równe zeru.

Zastosowanie metody Lagrange'a prowadzi do iteracyjnego rozwiązania postawionego zadania [7]:

$$\tilde{\mathbf{h}}_n = \left(\mathbf{1} - \mathbf{X}\left(\mathbf{X}^T\mathbf{X}\right)^{-1}\mathbf{X}^T\right)\mathbf{P}\tilde{\mathbf{h}}_{n-1} + \mathbf{X}\left(\mathbf{X}^T\mathbf{X}\right)^{-1}\mathbf{y}_n \tag{32}$$

gdzie:

$\mathbf{1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}$ – macierz jednostkowa,

$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & 1 \\ 1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix}$ – macierz cyklicznego opóźnienia jednostkowego.

Iteracje można realizować pod warunkiem:

$$\det\left(\mathbf{X}^T\mathbf{X}\right) \neq 0 \tag{33}$$

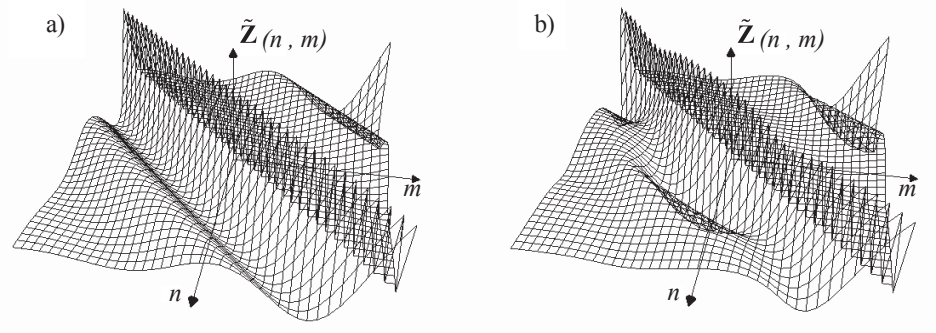
oznaczającym liniową niezależność sygnałów wymuszających.

Przykłady identyfikacji

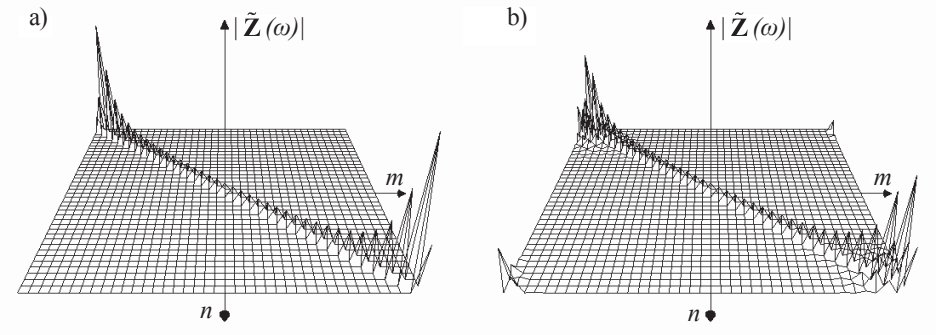
Rys. 1 przedstawia graficzny obraz impedancyjnych operatorów cykloparametrycznych $\tilde{\mathbf{Z}}$ dwójnika stacjonarnego oraz dwójnika o zmiennych parametrach. Widać, że dla dwójnika niestacjonarnego wartości elementów wzdłuż głównej przekątnej się zmieniają. Widmowe operatory impedancji $\tilde{\mathbf{Z}}(\omega)$ tych dwójników pokazuje rys. 2. Dla układu *SLN* niezerowe elementy pojawiają się również poza główną przekątną. Na rys. 3 przedstawiono wynik działania algorytmu identyfikacji. Danymi do identyfikacji były trzy pierwsze harmoniczne prądu wraz z uzyskanymi dla nich napięciami.

Podsumowanie

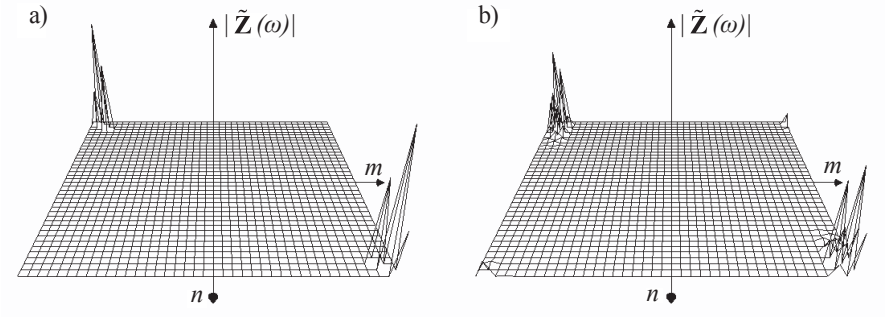
Dwójniki o okresowo zmiennych parametrach w dziedzinie czasu dyskretnego w okresowym stanie ustalonym mogą być opisane za pomocą impedancyjnego



Rys. 1. Operatory cykloparametryczne impedancji dwójników: a) stacjonarnego *SLS*, b) niestacjonarnego *SLN*



Rys. 2. Widmowe operatory impedancji (część rzeczywista) dwójników: a) stacjonarnego *SLS*, b) niestacjonarnego *SLN*



Rys. 3. Widmowe operatory impedancji (część rzeczywista) dwójników: a) stacjonarnego *SLS*, b) niestacjonarnego *SLN*, uzyskane w wyniku identyfikacji trzema pierwszymi harmonicznymi

operatora cykloparametrycznego $\tilde{\mathbf{Z}}$ w postaci macierzy. Przeniesienie operatora $\tilde{\mathbf{Z}}$ do dziedziny częstotliwościowej daje operator impedancji widmowej $\tilde{\mathbf{Z}}(\omega)$, którego elementy wskazują związki między harmonicznymi napięcia i prądu.

Do pomiaru impedancji dwójnika o okresowo zmiennych parametrach, a więc do wyznaczania elementów macierzy $\tilde{\mathbf{Z}}$ lub $\tilde{\mathbf{Z}}(\omega)$ szczególnie jest przydatny algorytm identyfikacji operatora cykloparametrycznego. Operatory uzyskane w wyniku identyfikacji zawierają te informacje, które są w sygnałach wprowadzanych do algorytmu.

Bibliografia

[1] Siwczyński M.: *Teoria obwodów i sygnałów,* cz. 1. *Obwody elektryczne liniowe*, RWNT Uniwersytet Zielonogórski, Zielona Góra 2002.

[2] Siwczyński M.: *Energetyczna teoria obwodów,* Wydawnictwo IGSMiE PAN*, Kraków 2003.*

[3] Dąbrowski A., Figlak P., Gołębiewski R., Marciniak T.: *Przetwarzanie sygnałów przy użyciu procesorów sygnałowych*, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań 2000.

[4] Siwczyński M.: *Metody optymalizacyjne w teorii mocy obwodów elektrycznych*, monografia 183, Politechnika Krakowska, Kraków 1995.

[5] Papoulis A.: *Obwody i układy*, WKŁ Warszawa 1988.

[6] Siwczyńska Z.: *Synteza cyfrowych liniowych filtrów parametrycznych w dziedzinie częstotliwości*, XX SPETO Gliwice – Ustroń 1997.

[7] Kłosiński R.: *Koncepcja pomiaru impedancji niestacjonarnych* cz. 2.*: Algorytm identyfikacji operatora cykloparametrycznego, interpretacja wyników pomiaru impedancji.* Międzynarodowe Seminarium Metrologów Rzeszów 2003.