

Obliczanie wartości skutecznych prądu ruszającego silnika indukcyjnego

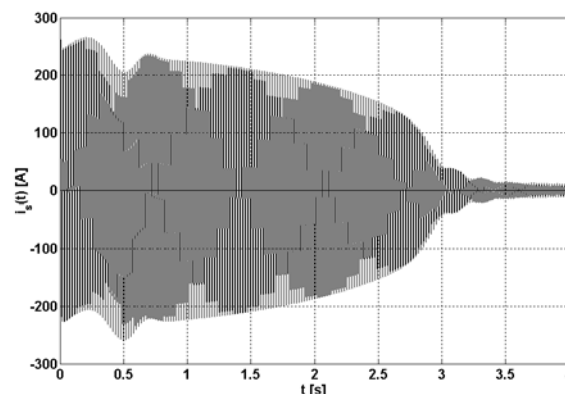
Bogusław Karolewski
Piotr Uracz *

Badano proste metody wyznaczenia wartości skutecznych (r.m.s.) odkształconego przebiegu prądu ruszającego silnika klatkowego. Wykorzystując obwodowy model silnika, symulacyjnie uzyskiwano ciąg wartości chwilowych prądu rozruchowego, które poddawano obróbce w celu uzyskania wartości skutecznych. Pierwsza analizowana metoda uwzględnia tylko odkształcenia wywołane składową wolnozmienną; druga wykorzystuje definicję wartości skutecznej przy założeniu, że częstotliwość prądu jest stała, a trzecia wykorzystuje definicję, ale przy jednoczesnym obliczaniu częstotliwości chwilowej przebiegu prądu. Wstępnie oceniono metody pod kątem uzupełnienia modelu silnika o algorytm obliczania wartości skutecznych.

Symulując przebieg rozruchu silnika indukcyjnego klatkowego, często wykorzystuje się model obwodowy o parametrach skupionych [2, 5]. Model ten składa się z równań różniczkowych napięciowych opisujących poszczególne obwody silnika, wyrażenia określającego przetwarzanie energii elektrycznej na mechaniczną – pozwalającego wyznaczać moment silnika, równania ruchu mas układu napędowego oraz zależności określających moment hamujący obciążenia. Rozwiązując taki model metodami numerycznymi, uzyskuje się m.in. ciąg kolejnych wartości chwilowych prądów poszczególnych faz stojana. Próbkę prądu odpowiadającą wartościom czasu różniącym się o krok całkowania równań opisujących zjawiska w silniku. Przykładowy przebieg prądu przedstawiono na rys. 1. Obliczeń dokonano za pomocą programu napisanego w środowisku MATLAB. Wyniki dotyczą silnika 320 kW, 6 kV załączanego na napięcie znamionowe. Obciążenie stanowił drugi, identyczny silnik, niepodłączony do zasilania.

Uzyskany przebieg prądu jest odkształcony od sinusoidalnego. Odkształcenia można podzielić na trzy kategorie:

A. W początkowej fazie rozruchu na harmoniczną podstawową nakłada się składowa zmienna o małej częstotliwości (około 2 Hz) i zanikającej wykładniczo amplitudzie. Składowa ta spowodowana jest skokiem napięcia w chwili załączania silnika, a jej przebieg zależy od fazy początkowej napięcia. Stała



Rys. 1. Wyniki symulacji przebiegu prądu rozruchowego jednej z faz stojana silnika

czasowa zanikania tej składowej jest wielokrotnie większa od okresu przebiegu prądu. W okresie wartości tej składowej zmienia się nieznacznie, a zatem składową wolnozmienną można potraktować jako składową aperiodyczną o stałej wartości w jedno-okresowym oknie pomiarowym

- B. Amplituda podstawowej harmonicznej prądu maleje w trakcie rozruchu. Zmiany amplitudy są największe w końcowej fazie rozruchu, gdy moment napędowy osiąga wartość maksymalną, a następnie szybko maleje
- C. W związku z niesymetrią przebiegu prądu w stosunku do osi czasu, długości kolejnych półokresów przebiegu prądu znacząco się różnią. Również okresy przebiegu prądu z rys. 1 różnią się od siebie, zwłaszcza w końcowej fazie rozruchu. Jeśli jako chwilowe wartości częstotliwości potraktować odwrotności tych czasów, to uzyskana w ten sposób częstotliwość prądu stojana nieco się zmienia. Są to zmiany niewielkie – w badanym przykładzie nie przekraczają 3 Hz – ale mogą wpływać na wyznaczaną wartość skuteczną prądu.

* dr hab. inż. Bogusław Karolewski – Instytut Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych, Politechnika Wroclawska
mgr inż. Piotr Uracz – doktorant w ww. Instytucie

Metody wyznaczania wartości skutecznej (r.m.s.)

Metoda 1

Metoda 1. opiera się na zaniedbaniu wpływu odkształceń wymienionych w punktach B i C, a uwzględnieniu tylko kategorii A w postaci składowej aperiodycznej o stałej wartości w okresie. Wartość skuteczna przebiegu bez odkształceń jest powiązana z jego amplitudą współczynnikiem szczytu. Dla przebiegów sinusoidalnych wynosi on $\sqrt{2}$, zatem zakładając, że przebieg prądu jest sinusoidalny, można wyznaczyć jego wartość skuteczną z prostej zależności:

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \quad (1)$$

Składową stałą można wyznaczyć jako średnią z dodatniej i ujemnej amplitudy przebiegu:

$$I_0 = \frac{I_{m+} + I_{m-}}{2} \quad (2)$$

Zakładając, że przebieg jest złożony tylko z podstawowej harmonicznej o stałej amplitudzie i składowej stałej, wartość skuteczną można obliczyć następująco:

$$I_1 = \frac{I_{m+} - I_0}{\sqrt{2}} \quad (3)$$

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2}$$

Algorytm obliczeń polega na wyodrębnieniu z bufora, w którym są gromadzone elementy ciągu wartości chwilowych (w liczbie odpowiadającej okresowi podstawowej harmonicznej znamionowego napięcia zasilającego), wartości maksymalnej i minimalnej, a następnie wykonaniu wyżej opisanych obliczeń. Wyznaczanie wartości skutecznych odbywa się w równych odstępach czasu odpowiadających przyjętej stałej wartości okresu.

Metoda 2

W metodzie 2. pomija się tylko odkształcenia opisane w p. C – czyli zmiany okresu przebiegu. Matematyczna definicja wartości skutecznej prądu opisana jest wzorem [4]:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt} \quad (4)$$

W przypadku przebiegu zdyskretyzowanego wartość skuteczną prądu można wyznaczać z zależności:

$$I = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} i_k^2} \quad (5)$$

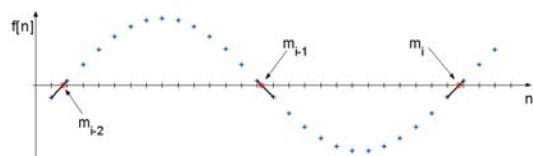
gdzie: i_k – wartość prądu odpowiadająca chwili t_k ,
 N – liczba próbek w okresie przebiegu.

Podejście takie jest stosowane w pomiarach cyfrowych wartości skutecznych przy założeniu, że próbkowanie przebiegu spełnia warunek Nyquista [3, 6]. Jeśli sygnał jest okresowy, to może on być odtworzony ze skończonej liczby próbek N , pobranych w jednym okresie przebiegu T z częstotliwością dwukrotnie większą od częstotliwości harmonicznej najwyższego rzędu w analizowanym przebiegu [1].

Algorytm obliczeń polega w tym przypadku na wyliczaniu wartości skutecznych na podstawie wartości chwilowych zawartych w buforze, w którym gromadzi się liczbę próbek odpowiadającą pojedynczemu okresowi harmonicznej podstawowej. Okres ten odpowiada częstotliwości znamionowej napięcia zasilającego silnik. Bufor jest aktualizowany w każdym kolejnym kroku obliczeniowym. Pierwszy element ciągu wartości skutecznych jest obliczany po upływie czasu symulacji, który odpowiada okresowi. Kolejne elementy są uzyskiwane w każdym następnym kroku obliczeń. Istotne jest dobranie takiego kroku obliczeń, aby liczba próbek przypadająca na okres podstawowej harmonicznej prądu była całkowita.

Metoda 3

Ostatnia z rozważanych metod, również wykorzystuje równanie (5). Jednak w tej metodzie liczba próbek N (oznaczana dalej dla tej metody literą M) przypadająca na okres przebiegu jest zmienna i zależy od odległości pomiędzy kolejnymi przejściami prądu przez zero. Algorytm nie wykorzystuje składowania wartości chwilowych w buforze. Na bieżąco oblicza się sumę kwadratów kolejnych wartości chwilowych prądu. W buforze są zapisywane numery elementów ciągu, w których nastąpiło przejście przebiegu przez zero. Po wykryciu zmiany znaku jest obliczany pierwiastek ze wspomnianej sumy podzielony przez liczbę elementów M . Liczba ta jest wyznaczana jako różnica wartości odpowiednich elementów wspomnianego bufora. Liczba M może być niecałkowita. Wynika to z faktu wyliczania numeru pozornego elementu ciągu wartości chwilowych, w którym nastąpiłoby przejście prądu przez zero. Odbywa się to poprzez aproksymację liniową przebiegu pomiędzy elementami ciągu wartości chwilowych, różniących się znakiem (rys. 2).



Rys. 2. Ilustracja wyznaczania liczby M

Podobny efekt można uzyskać, przyjmując stałość liczby próbek M oraz odpowiednie zmiany długości okna pomiarowego.

Metodę badano w dwóch wariantach:

- z obliczaniem wartości skutecznych z połowy okresu, czyli po każdym przejściu przebiegu przez zero ($M = m_i - m_{i-1}$)
- z obliczaniem wartości skutecznych przy wykorzystaniu okna o długości okresu ($M = m_i - m_{i-2}$).

W obydwu wariantach elementy ciągu wartości skutecznych są uzyskiwane co pół okresu przebiegu, czyli przy każdym jego przejściu przez zero. Pierwszy element ciągu jest obliczany po wykryciu trzeciego z kolei przejścia przez zero.

Przebiegi wartości skutecznych prądu

Przy założeniu, że wartość skuteczna powinna być umieszczona na skali czasu pośrodku okresu, z którego pochodzą wartości chwilowe, wyniki obliczeń są opóźnione o pół okresu. Dotyczy to wszystkich prezentowanych metod.

Rysunek 3 przedstawia przebieg wartości skutecznych prądu stojana uzyskany z wykorzystaniem współczynnika szczytu, czyli metodą 1. W początkowej fazie rozruchu występują niewielkie wahania, związane z występowaniem składowej aperiodycznej prądu. Dokładność wyników uzyskiwanych tą metodą zależy w dużym stopniu od przyjętego kroku obliczeń. W miarę wzrostu kroku rośnie błąd określenia wartości maksymalnej. W badaniach przyjęto $T_p = 2 \cdot 10^{-4}$ s.

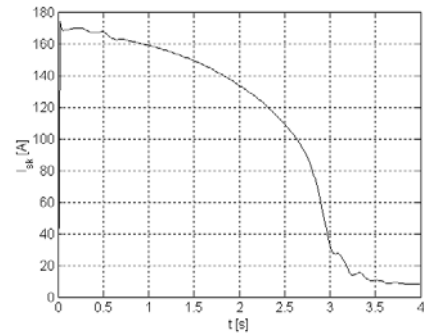
Na rysunku 4 przedstawiono przebieg wartości skutecznych prądu uzyskany metodą 2. Liczba elementów ciągu wziętych do sumowania była równa liczbie próbek przypadających na pojedynczy okres podstawowej harmonicznej 50 Hz, a zatem przy przyjętym kroku obliczeń $N = 100$.

W początkowej fazie rozruchu występują niewielkie oscylacje przebiegu. Są one związane z występowaniem składowej wolnozmiennnej w przebiegu wartości chwilowych prądu. Oscylacje o znacznie mniejszej amplitudzie można także zauważyć w końcowej fazie rozruchu (rys. 5), kiedy szybkość zmian wartości skutecznych jest największa. Prawdopodobnie jest to spowodowane wahaniami częstotliwości chwilowej związanymi ze zmianami kąta przesunięcia fazowego, występującymi przy szybkich zmianach amplitudy przebiegu wartości chwilowych.

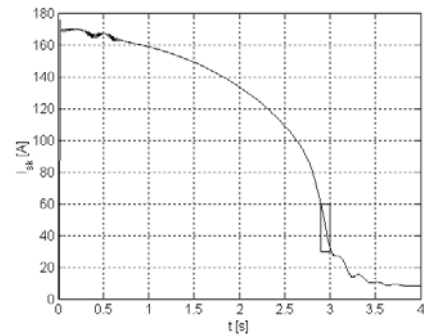
Na rysunkach 6 i 7 przedstawiono przebiegi uzyskane metodą 3. Liczba elementów ciągu wzięta do obliczeń była zależna od miejsca przejścia przebiegu wartości chwilowych przez zero. Silne wahania występujące na rysunku 6 w początkowej części rozruchu są związane z występowaniem składowej wolnozmiennnej prądu powodującej, że czasy trwania dolnej i górnej połówki okresu różnią się znacząco. Przebieg na rysunku 7 jest zbliżony do tego z rysunku 4. Jednak przebieg ten jest mniej zniekształcony – nie występują oscylacje w końcowej fazie rozruchu.

Na rysunkach 8, 9 i 10 przedstawiono względne różnice pomiędzy wynikami uzyskiwanymi poszczególnymi metodami.

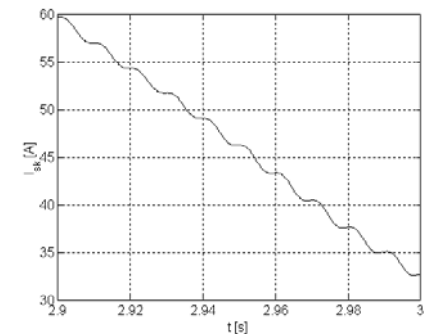
Jako bazową przyjęto metodę 2. – obliczanie wartości skutecznych z definicji dla stałego okresu przebiegu. Metodą tą uzyskuje się wyniki w każdym kroku obliczeń, w przeciwieństwie do pozostałych metod, w których wartości skuteczne wylicza się w różnych, nie zawsze pokrywających się chwilach. Z analizy rysunków 6 i 9 wynika, że metoda 3. dla okna półokresowego nie nadaje się do obliczeń. Jest mało prawdopodobne, aby wartość skuteczna prądu zawierała tak znaczne, szybkozmienne wahania.



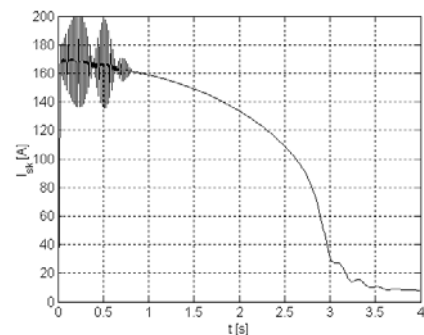
Rys. 3. Przebieg wartości skutecznych prądu rozruchowego jednej z faz stojana silnika, wyznaczony metodą 1



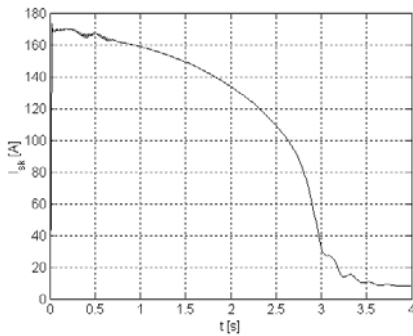
Rys. 4. Przebieg wartości skutecznych prądu rozruchowego jednej z faz stojana silnika, wyznaczony metodą 2



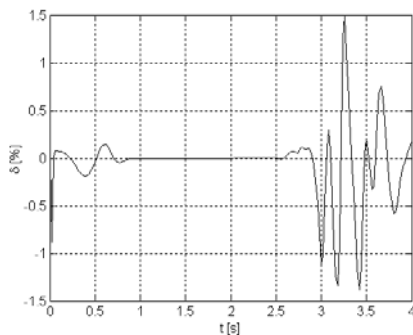
Rys. 5. Powiększony wycinek przebiegu wartości skutecznych prądu rozruchowego (część rys. 4 zaznaczona prostokątem)



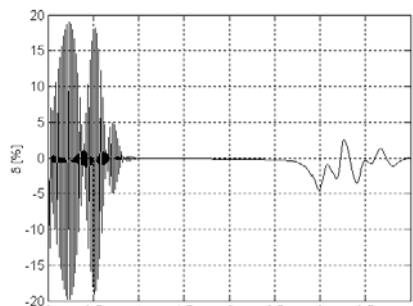
Rys. 6. Przebieg wartości skutecznych prądu rozruchowego jednej z faz stojana silnika, wyznaczony metodą 3. - wariant z oknem o szerokości pół okresu



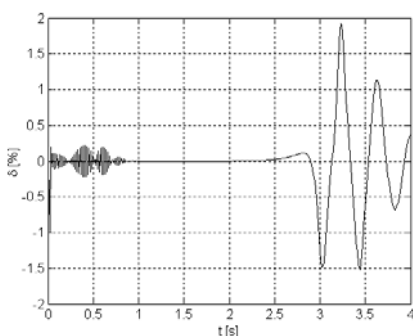
Rys. 7. Przebieg wartości skutecznych prądu rozruchowego jednej z faz stojana silnika, wyznaczony metodą 3. - wariant z oknem o szerokości pełnego okresu



Rys. 8. Względna wartość różnicy pomiędzy wynikami uzyskanymi metodą 1. i 2. (przebiegi z rys. 3 i 4)



Rys. 9. Względna wartość różnicy pomiędzy wynikami uzyskanymi metodą 3. - dla okna półokresowego - i metodą 2. (przebiegi z rys. 6 i 4)



Rys. 10. Względna wartość różnicy pomiędzy wynikami uzyskanymi metodą 3. - dla okna o szerokości okresu - i metodą 2. (przebiegi z rys. 7 i 4)

Podsumowanie

Do badań wybrano na tyle proste metody określania wartości skutecznych, aby nadawały się do wykorzystania jako uzupełnienie obwodowego modelu silnika, często wykorzystywanego w przypadku symulowania przebiegu stanów dynamicznych w systemach elektromechanicznych. Prostota metod sprawia, że żadna z nich nie powoduje znaczącego wzrostu czasu obliczeń w stosunku do rozwiązywania układu równań różniczkowych opisujących pracę silnika.

Analizując uzyskane przebiegi, wyeliminowano możliwość wykorzystania metody 3. z oknem półokresowym. Różnice pomiędzy wynikami uzyskiwanymi pozostałymi metodami dochodzą do 2 %. Powstaje pytanie, którą metodę zarekomendować do praktycznych zastosowań. Niestety wykonane badania nie pozwalają w pełni ocenić prezentowanych metod, gdyż nie są znane rzeczywiste wartości skuteczne prądu stojana silnika, które mogłyby stanowić podstawę określenia dokładności. Na opisanym etapie dokonano jedynie wstępnego rozpoznania problemu. Wydaje się, że metoda 1. zawiera zbyt wiele uproszczeń. Najdokładniejsza powinna być metoda 3. z oknem pełnookresowym, która pozwala uwzględnić wszystkie kategorie odkształceń przebiegu prądu. Być może jednak wystarczającą dokładność można osiągnąć, stosując prostszą metodę 2. Aby te hipotezy sprawdzić i bardziej precyzyjnie oszacować dokładność metod, trzeba posłużyć się wygenerowanymi przebiegami próbnymi, o znanych parametrach. Szczegółowa ocena wybranych dwu metod jest przedmiotem artykułu [7].

Bibliografia

1. J. Bolikowski, L. Czarnecki, M. Miłek, *Pomiary wartości skutecznej i mocy w obwodach o przebiegach niesinusoidalnych*. PWN, Warszawa 1990.
2. B. Karolewski, *Rozwiązywanie modeli obwodowych symetrycznych silników indukcyjnych*. Przegląd Elektrotechniczny nr 11/2002.
3. Z. Kulka, A. Libura, M. Nadachowski, *Przetworniki analogowo-cyfrowe i cyfrowo-analogowe*. Warszawa, WKiŁ 1987.
4. R. Kurdziel, *Podstawy elektrotechniki*. WNT, Warszawa 1972.
5. W. Paszek, *Dynamika maszyn elektrycznych prądu przemianowego*. Wyd. Helion, Warszawa 1998.
6. M. M. Stabrowski, *Miernictwo elektryczne. Cyfrowa technika pomiarowa*. OWPW, Warszawa 1999.
7. P. Uracz, B. Karolewski, *Ocena dokładności metod obliczania wartości skutecznych prądu ruszającego silnika klatkowego* (przewidziany do druku w PAR 1/2006). ■

REKLAMA ▼

STEROWNIKI.PL

wszystko o sterownikach przemysłowych