

Przegląd statystycznych metod detekcji nagłych zmian w przebiegach procesowych

Maciej Klemiato *

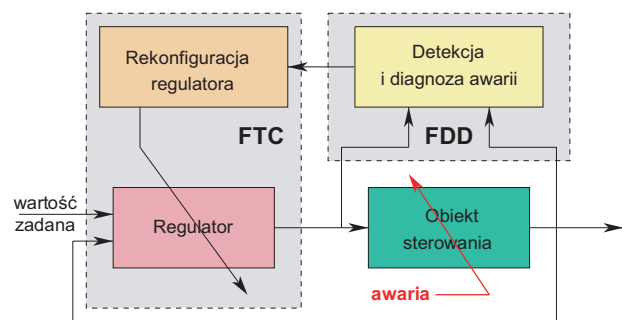
W świetle coraz większych wymagań niezawodności, nowoczesne systemy sterowania muszą być w jak największym stopniu odporne na awarie. Systemy takie (*Fault Tolerant Control Systems* – FTC) powinny być zatem wyposażone w mechanizmy detekcji i wyodrębniania błędów i awarii (*Fault Detection and Isolation* – FDI). W tym kontekście, poprzez awarię, rozumiemy odchylenie od normalnej pracy instalacji lub jej oprzyrządowania. Pojęcie awarii zawiera w sobie także wszelkiego rodzaju błędy, np. błędy pomiarowe lub błędy urządzeń wykonawczych.

System FDI powinien realizować następujące zadania:

- detekcja błędu (*Fault Detection*) – stwierdzenie nieprawidłowości w nadzorowanym procesie
- wyodrębnienie błędu (*Fault Isolation*) – ustalenie lokalizacji wystąpienia błędu (wskazanie wadliwego urządzenia)
- identyfikacja błędu (*Fault Identification*) – określenie wielkości błędu i chwili czasowej jego wystąpienia

Dwa ostatnie zadania razem nazywane są diagnozą błędu (*Fault Diagnosis*). W instalacjach przemysłowych, zadanie detekcji jest traktowane jako praktycznie niezbędne, a zadanie wyodrębnienia jako niemal równie ważne. Często uważa się natomiast, że identyfikacja nie zwraca poniesionych nakładów na jej implementację, w związku z tym, w praktyce, najczęściej wdraża się jedynie dwa pierwsze zadania. Z tego względu pojęcie diagnozy jest często traktowane jako synonim wyodrębniania [3, 4]. Miejsce systemu FDD (*Fault Detection and Diagnosis*) w kontekście sterowania odpornego jest schematycznie przedstawione na rys. 1.

W nadzorowaniu procesów przemysłowych ogromną rolę odgrywają algorytmiczne metody wykrywania zdarzeń procesowych. Zdarzenia te mogą być rozumiane jako nagła zmiana parametrów przebiegów procesowych, takich jak np. wartość średnia czy wariancja. Monitorowanie przebiegów proce-



Rys. 1. Schemat blokowy odpornego systemu sterowania (FTC)

sowych pod kątem nagłych zmian ich parametrów ma fundamentalne znaczenie w takich dziedzinach automatyki, jak:

- diagnostyka i detekcja uszkodzeń i awarii instalacji oraz aparatury pomiarowej
- utrzymanie produkcji
- kontrola jakości produkcji
- automatyczna segmentacja sygnałów pomiarowych dla detekcji stanów ustalonych
- identyfikacja adaptacyjna w zaawansowanych systemach sterowania nadrzędnego

Ponadto, algorytmy takie znajdują zastosowanie w autonomicznych systemach nadzorowania układów regulacji lub jako narzędzie wspomagające pracę operatora. Warto zaznaczyć, że dotychczas uważa się, że doświadczony operator procesu przemysłowego jest w stanie zapewnić wysoką efektywność nadzorowania, o ile nie wchodzi w grę czynniki zmęczenia. Omawiane algorytmy mogą zatem pełnić rolę wspomagającą pracę operatora i stanowić system wczesnego ostrzeżenia przed potencjalną sytuacją alarmową.

Metody statystyczne detekcji stanów awaryjnych

Metody statystyczne są oparte na modelu matematycznym procesu. Przedmiotem analizy są zazwyczaj residua, czyli różnica między sygnałem zarejestrowanym, pochodzącym z czujnika, a odpowiednią zmienną, obliczoną analitycznie na podstawie modelu.

* dr inż. Maciej Klemiato – Katedra Automatyki, Wydział Elektrotechniki, Automatyki, Informatyki i Elektroniki, Akademia Górniczo-Hutnicza

Zadanie detekcji można podzielić na dwa etapy:

- generowanie residuów, które są mało czułe na zakłócenia, bardzo czułe na błędy i zmierzają do zera przy normalnej (poprawnej) pracy instalacji
- ocena residuów, czyli zaprojektowanie reguły decyzyjnej na nich opartej.

Idea metod statystycznych opiera się na konstruowaniu dostatecznych statystyk (czyli pewnych transformacji pomiarów), które wydobędą możliwie pełną informację o błędzie zawartą w oryginalnym sygnale. Następnie, na podstawie tejże informacji, przeprowadza się wnioskowanie statystyczne. Innymi słowy, na podstawie residuów jest obliczana reguła decyzyjna, aby dokonać wyboru pomiędzy dwiema hipotezami statystycznymi na temat badanego parametru θ sygnału:

$$\begin{aligned} H_0 : \theta &= \theta_0 \\ H_1 : \theta &= \theta_1 \end{aligned}$$

Hipoteza H_0 oznacza, że nie nastąpiła istotna zmiana parametru θ i wynosi on θ_0 . Hipoteza H_1 oznacza, że nastąpiła istotna zmiana parametru θ i wynosi on teraz θ_1 , co może świadczyć o tym, że wykryto awarię (błąd).

Rozkład gęstości prawdopodobieństwa $P_\theta(y)$ oznacza prawdopodobieństwo otrzymania pomiaru y pod warunkiem, że prawdziwym parametrem jest θ . Jeśli $P_{\theta_1}(y) > P_{\theta_0}(y)$, to znaczy, że zaobserwowany y jest bardziej prawdopodobny przy $\theta = \theta_1$. Gdy parametr θ może przyjmować tylko dwie różne wartości, θ_0 lub θ_1 , w celu rozstrzygnięcia, który jest bardziej prawdopodobny, definiuje się stosunek:

$$\frac{P_{\theta_1}(y_i)}{P_{\theta_0}(y_i)} \quad (1)$$

Ze względów praktycznych, do obliczenia reguły decyzyjnej stosuje się logarytm z powyższej wielkości, definiowany jako:

$$s_i = \ln \frac{P_{\theta_1}(y_i)}{P_{\theta_0}(y_i)} = \ln P_{\theta_1}(y_i) - \ln P_{\theta_0}(y_i) \quad (2)$$

W przypadku N pomiarów prawdopodobieństwo ich uzyskania jest dane iloczynem prawdopodobieństw:

$$P_\theta(y_1^N) = \prod_{i=1}^N P_\theta(y_i) \quad (3)$$

który jest nazywany funkcją wiarygodności. Reguła decyzyjna przybiera zatem postać ilorazu wiarygodności:

$$Q_N = \ln \frac{\prod_{i=1}^N P_{\theta_1}(y_i)}{\prod_{i=1}^N P_{\theta_0}(y_i)} \quad (4)$$

co można zapisać prościej w postaci sumy kumulacyjnej [1]:

$$S_N = Q_N = \sum_{i=1}^N s_i \quad (5)$$

Diagram Shewharta

Najprostszym przykładem algorytmu detekcji skokowych zmian w sygnale jest diagram Shewharta (*Shewhart Control Chart*), który służy do wykrywania on-line wydarzeń takich jak nagła zmiana wartości średniej lub wariancji sygnału. Główna idea algorytmu polega na tym, że dzieli się sygnał na porcje – każda zawiera N próbek – a następnie na podstawie każdej porcji jest obliczana reguła decyzyjna, aby dokonać wyboru pomiędzy dwiema hipotezami statystycznymi na temat badanego parametru θ sygnału (tj. wartości średniej lub wariancji). Dopóki jest prawdziwa hipoteza H_0 , test jest kontynuowany dla następnej porcji sygnału. Gdy prawdziwa jest hipoteza H_1 , test jest zakończony – nastąpiło wykrycie zmiany w sygnale.

Dla okna obserwacji o długości N próbek reguła decyzyjna przyjmuje postać:

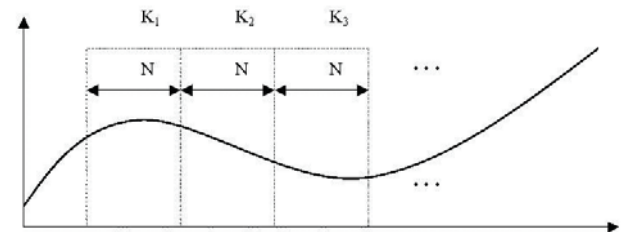
$$d = \begin{cases} 0 & \text{gdy } S_1^N < h \text{ (wybrana } H_0) \\ 1 & \text{gdy } S_1^N \geq h \text{ (wybrana } H_1) \end{cases} \quad (6)$$

gdzie h jest wybranym progiem. Suma S_1^N jest funkcją decyzyjną.

Decyzję podejmuje się za pomocą reguły stopu, która w tym przypadku jest następująca:

$$t_a = N \times \min\{K; dk = 1\} \quad (7)$$

gdzie d_k jest regułą decyzyjną dla K -tej porcji sygnału o długości N (patrz rys. 2), a t_a jest czasem alarmu.



Rys. 2. Sposób dzielenia sygnału na porcje K_1, K_2, K_3, \dots , po N próbek każda

Detekcja jest uznana za zakończoną, gdy po raz pierwszy zostanie podjęta decyzja H_1 .

Przykład wykrywania zmiany wartości średniej

Zakładamy, że sygnał jest gaussowskim szumem białym o wartości średniej μ i wariancji σ^2 . W tym przypadku badanym parametrem θ będzie μ . Gęstość prawdopodobieństwa wynosi:

$$p_\theta(y) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(y-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (8)$$

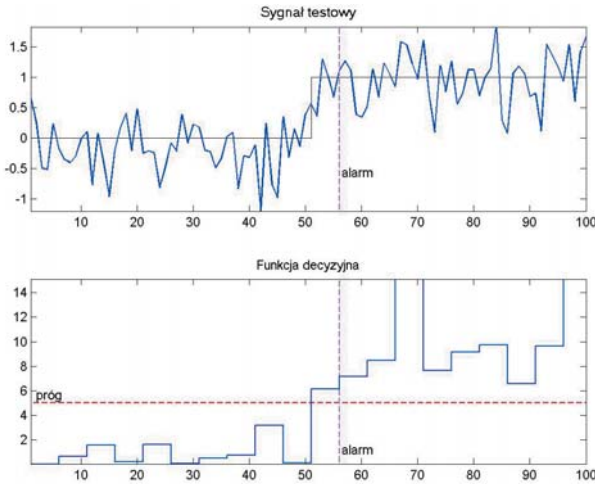
a statystyka s_i :

$$s_i = \frac{\mu_1 - \mu_0}{\sigma^2} \left(y_i - \frac{\mu_1 + \mu_0}{2} \right) \quad (9)$$

co można zapisać jako:

$$s_i = \frac{b}{\sigma} \left(y_i - \frac{\mu_1 + \mu_0}{2} \right) = \frac{b}{\sigma} \left(y_i - \mu_0 - \frac{\nu}{2} \right) \quad (10)$$

gdzie: $\nu = \mu_1 - \mu_0$ jest skokiem wartości średniej, $b = \nu/\sigma$ jest stosunkiem sygnału do szumu.



Rys. 3. Diagram Shewharta dla sygnału gaussowskiego w przypadku zmiany wartości średniej. Rysunek górny: sygnał testowy ze skokową zmianą wartości średniej z 0 na 1 w 51. próbie. Rysunek dolny: funkcja decyzyjna dla szerokości okna $N = 5$; skok wartości średniej (alarm) wykryty w próbie 56.

Wartość średnia po skoku jest w tym przypadku nieznana, więc trzeba ją oszacować jako:

$$\mu_1 = \frac{1}{N} \sum_{i=N(K-1)+1}^{NK} y_i \quad (11)$$

Funkcja decyzyjna przybiera zatem postać:

$$S_1^N = \frac{b}{\sigma} \sum_{i=1}^N \left(y_i - \mu_0 - \frac{\nu}{2} \right) \quad (12)$$

Reguła decyzyjna wynosi:

$$d = \begin{cases} 0 & \text{gdy } S_1^N(K) < h \\ 1 & \text{gdy } S_1^N(K) \geq h \end{cases} \quad (13)$$

gdzie:

$$S_1^N(K) = S_{N(K-1)+1}^{NK} \quad (14)$$

Przykład działania tej metody jest pokazany na rys. 3.

Diagram geometrycznej średniej ruchomej

Diagram geometrycznej średniej ruchomej (*Geometric Moving Average Control Chart*) także bazuje na logarytmicznej funkcji wiarygodności. Dodatkowo wnosi ideę wykładniczego ważenia przeszłych obserwacji (próbek). Intuicyjnie oczywisty jest fakt, że w sygnałach niestacjonarnych (gdzie czas zmiany właściwo-

ści sygnału t_0 nie jest znany) celowe jest stosowanie większych wag dla niedawnych obserwacji, a mniejszych wag dla starszych obserwacji. Z tego powodu wprowadza się *ważoną funkcję decyzyjną*:

$$g_k = \sum_{i=0}^N \gamma_i \ln \frac{p_{\theta_1}(y_{k-i})}{p_{\theta_0}(y_{k-i})} = \sum_{i=0}^N \gamma_i s_{k-i} \quad (15)$$

gdzie s_i jest dane wzorem (2), a wagi γ_i zmieniają się wykładniczo:

$$\gamma_i = \alpha(1 - \alpha)^i, \quad 0 < \alpha \leq 1 \quad (16)$$

Parametr α jest tzw. współczynnikiem zapominania. Funkcję decyzyjną można zapisać w sposób rekurencyjny:

$$g_k = (1 - \alpha) g_{k-1} + \alpha s_k \quad (17)$$

zakładając $g_0 = 0$.

Czas alarmu jest w tym przypadku zdefiniowany za pomocą następującej reguły stopu:

$$t_a = \min\{k: g_k \geq h\} \quad (18)$$

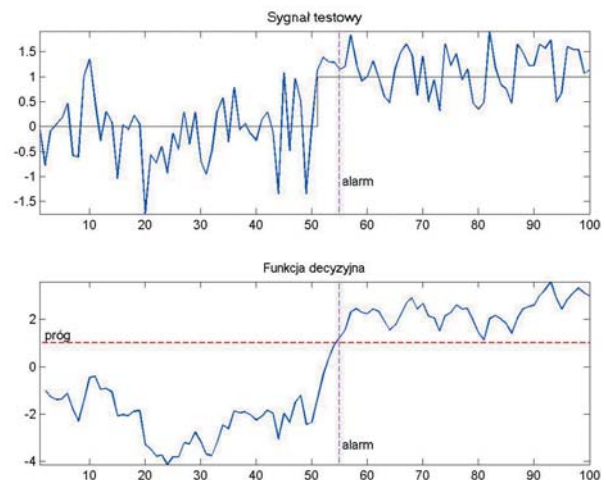
gdzie h jest arbitralnie wybranym progiem.

Przykład wykrywania zmiany wartości średniej

W przypadku gdy sygnał jest gaussowskim szumem białym o wartości średniej μ i wariancji σ^2 , logarytm z funkcji wiarygodności s_k jest dany wzorem (9), a funkcja decyzyjna przyjmuje postać:

$$\tilde{g}_k = (1 - \alpha)\tilde{g}_{k-1} + \alpha(y_k - \mu_0), \quad \text{oraz} \quad \tilde{g}_0 = 0 \quad (19)$$

gdzie \tilde{g} i g są związane zależnością:



Rys. 4. Diagram GMA dla sygnału gaussowskiego w przypadku zmiany wartości średniej. Rysunek górny: sygnał testowy o dyspersji $s = 0,5$, ze skokową zmianą wartości średniej z 0 na 1 w 51. próbie. Rysunek dolny: funkcja decyzyjna dla współczynnika zapominania $\alpha = 0,2$; skok wartości średniej (alarm) wykryty w próbie 55.

$$\tilde{g}_k = \frac{\sigma^2}{\mu_1 - \mu_0} g_k - \frac{\mu_1 - \mu_0}{2} \quad (20)$$

Przykład działania tej metody jest pokazany na rys. 4.

Przykład wykrywania zmiany wariancji

W przypadku zmiany wariancji σ^2 sygnału gaussowskiego, logarytm z funkcji wiarygodności jest dany wzorem:

$$s_k = \ln \frac{\sigma_0}{\sigma_1} + \left(\frac{1}{\sigma_0^2} - \frac{1}{\sigma_1^2} \right) \frac{(y_k - \mu)^2}{2} \quad (21)$$

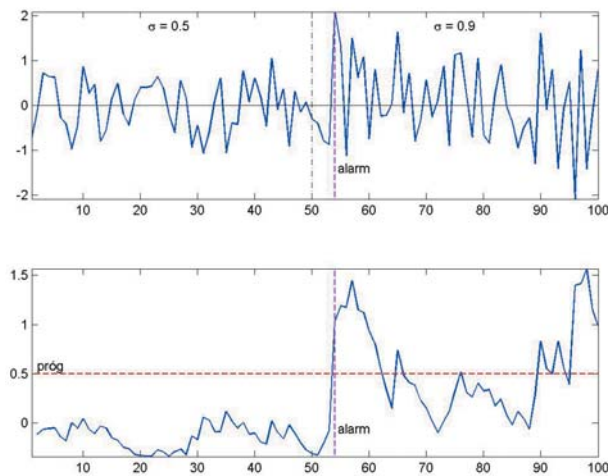
a funkcja decyzyjna:

$$\tilde{g}_k = \frac{2\sigma_0^2\sigma_1^2}{\sigma_1^2 - \sigma_0^2} g_k - \frac{2\sigma_0^2\sigma_1^2}{\sigma_1^2 - \sigma_0^2} \ln \frac{\sigma_0}{\sigma_1} \quad (22)$$

gdzie g_k jest dane wzorem (17) lub w formie rekurencyjnej:

$$\tilde{g}_k = (1 - \alpha)\tilde{g}_{k-1} + \alpha(y_k - \mu)^2 \quad \text{oraz} \quad \tilde{g}_0 = 0 \quad (23)$$

Przykład działania tej metody jest pokazany na rys. 5.



Rys. 5. Diagram GMA dla sygnału gaussowskiego w przypadku zmiany wariancji. Rysunek górny: sygnał testowy ze skokową zmianą wariancji: pierwsza połowa (50 próbek) o dyspersji $\sigma = 0,5$, druga połowa (50 próbek) o dyspersji $\sigma = 0,9$. Rysunek dolny: funkcja decyzyjna dla współczynnika zapominania $\alpha = 0,2$; skok wariancji (alarm) wykryty w próbce 54

Algorytmy GLR

Algorytm GLR (*Generalized Likelihood Ratio*) jest oparty na idei sum kumulacyjnych (*Cumulative Sum - CUSUM*) i stosowany w przypadku gdy parametr θ_1 po zmianie nie jest znany [2]. Jak poprzednio, logarytm z funkcji wiarygodności dla obserwacji od y_j do y_k zapisuje się w postaci:

$$S_j^k(\theta_1) = \sum_{i=j}^k \ln \frac{p_{\theta_1}(y_i)}{p_{\theta_0}(y_i)} \quad (24)$$

W tym przypadku parametr θ_1 nie jest znany, więc powyższa wielkość jest funkcją dwóch niezależnych parametrów: czasu zajścia zmiany w sygnale i wartości parametru θ_1 po zmianie. Standardowym podejściem statystycznym jest w takim przypadku zastosowanie estymaty największej wiarygodności tych parametrów, czyli podwójnej maksymalizacji:

$$g_k = \max_{1 \leq j \leq k} \sup_{\theta_1} S_j^k(\theta_1) \quad (25)$$

Przykład wykrywania zmiany wartości średniej

Zakładamy że sygnał jest gaussowskim szumem białym. Wartości średnia przed skokiem μ_0 jest znana, wartości średnia po skoku μ_1 nie jest znana, stała wariancja σ^2 jest znana. W tym przypadku suma kumulacyjna wynosi:

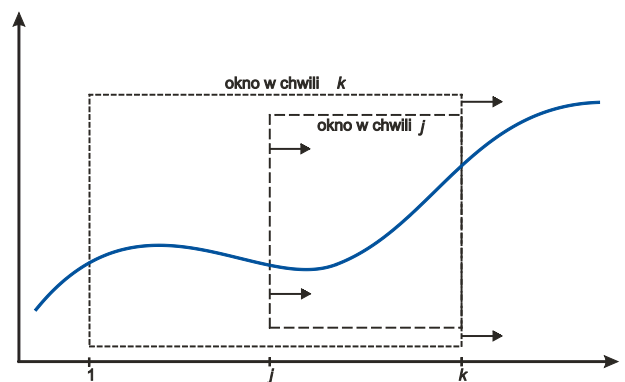
$$S_j^k = \frac{\mu_1 - \mu_0}{\sigma^2} \sum_{i=j}^k \left(y_i - \frac{\mu_1 + \mu_0}{2} \right) \quad (26)$$

Po wprowadzeniu $v = \mu_1 - \mu_0$ funkcję decyzyjną można zapisać w postaci:

$$g_k = \max_{1 \leq j \leq k} \sup_v \sum_{i=j}^k \left[\frac{v(y_i - \mu_0)}{\sigma^2} - \frac{v^2}{2\sigma^2} \right] \quad (27)$$

Ponieważ najlepszą estymatą skoku jest w tym przypadku średnia arytmetyczna, to powyższy wzór można zapisać jako:

$$g_k = \max_{1 \leq j \leq k} \sum_{i=j}^k \left[\frac{\tilde{v}_j(y_i - \mu_0)}{\sigma^2} - \frac{\tilde{v}_j^2}{2\sigma^2} \right] \quad (28)$$



Rys. 6. Zasada działania algorytmu GLR. Sygnał jest analizowany w rozszerzającym się oknie od 1 do bieżącej chwili k . W przypadku długich ciągów, dla skrócenia nakładów obliczeniowych, okno może być przesuwane, o stałej szerokości. W wewnętrznym, zwężającym się oknie dla każdego $j = 1, \dots, k$ jest obliczana wartość średnia ze wzoru (29)

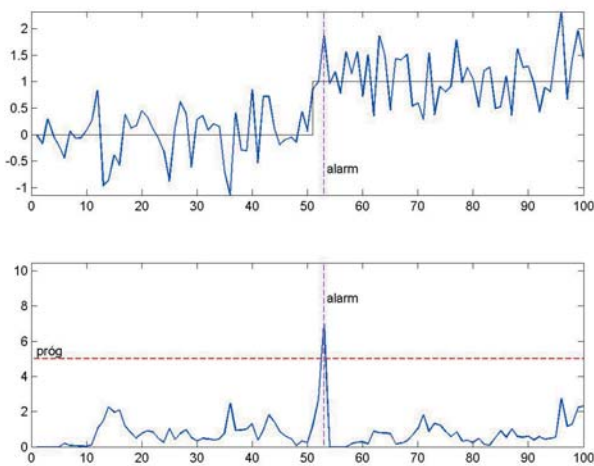
gdzie:

$$|\tilde{v}_j| = \frac{1}{k-j+1} \sum_{i=j}^k |y_i - \mu_0| \quad (29)$$

Stąd funkcja decyzyjna przyjmuje ostateczną postać:

$$g_k = \frac{1}{2\sigma^2} \max_{1 \leq j \leq k} \frac{1}{k-j+1} \left[\sum_{i=j}^k (y_i - \mu_0) \right]^2 \quad (30)$$

Zasada działania algorytmu jest przedstawiona na rys. 6, a przykład jego działania na rys. 7.



Rys. 7. Diagram GLR dla sygnału gaussowskiego w przypadku zmiany wart. średniej. Rysunek górny: sygnał testowy o dyspersji $\sigma = 0,5$, ze skokową zmianą wartości średniej z 0 na 1 w 51. próbie. Rysunek dolny: funkcja decyzyjna g dla okna przesuwanego o szerokości 5. próbek; skok wartości średniej (alarm) wykryty w próbie 53.

Podsumowanie

W artykule zarysowano problematykę systemów FDI w kontekście algorytmicznego wykrywania zdarzeń procesowych. Przedstawiono ogólną koncepcję wykorzystania metod statystycznych, opartych na funkcji wiarygodności, do detekcji stanów awaryjnych typu skokowa zmiana wartości średniej lub wariacji przebiegów procesowych. Omówiono kilka popularnych algorytmów wraz z przykładami ich działania. Zaletą ich jest prostota i łatwość implementacji zarówno w systemach off-line, jak i on-line. Należy podkreślić, że wszystkie przykłady zostały zaprezentowane dla sygnałów zakłóconych szumem białym. W przypadku szumu kolorowego, można również stosować ww. algorytmy, jednakże nie są one wtedy optymalne.

Kryteria projektowania algorytmów detekcji i analiza ich zachowania zależy ściśle od specyfiki zada-

nia detekcji. Najczęściej stosowanymi kryteriami są: średni czas między fałszywymi alarmami, prawdopodobieństwo fałszywego alarmu, prawdopodobieństwo braku detekcji, dokładność estymacji czasu wystąpienia i wielkości zmian w sygnale.

Bibliografia

1. M. Basseville, *Statistical Methods For Change Detection*, in Control Systems, Robotics, and Automation, from Encyclopedia of Life Support Systems (EOLSS), Developed under the Auspices of the UNESCO, Eolss Publishers, Oxford, UK, [http://www.eolss.net] [Retrieved December 6, 2005].
2. M. Basseville, I. Nikiforov, *Detection of Abrupt Changes: Theory and Applications*, Prentice Hall, 1993.
3. J. Gertler, *Fault Detection and Diagnosis in Engineering Systems*, Marcel Dekker, Inc., 1998.
4. J. Korbicz, J.M. Kościelny, Z. Kowalczyk, W. Cholewa, *Diagnostyka procesów przemysłowych: Modele, metody sztucznej inteligencji, Zastosowania*, WNT, Warszawa 2002. ■

REKLAMA

WSPIERAMY TWÓJ SUKCES

APS[®]

AUTOMATYKA
POMIARY
STEROWANIE Sp. z o.o.

projektowanie:

- systemy zasilania
- układy pomiarowe, regulacyjne, AKPIA
- systemy sterowania, nadzoru i wizualizacji
- instalacje elektryczne
- układy sterowania i zabezpieczeń elektr.
- pomiary wielkości elektrycznych i nieelektr.
- automatyka inteligentnych domów

wdrażanie:

- kompletacja urządzeń
- dostawa
- montaż i uruchomienie
- serwis techniczny
- naprawa, kontrola, kalibracja
- eksploatacja
- szkolenia i doradztwo techniczne

produkcja prefabrykatów:

- szafy, pulpity, stojaki, tablice AKPIA
- rozdzielnice elektryczne

Projektowanie i usługi w zakresie układów elektrycznych, sterowań, pomiarów wielkości elektrycznych i nieelektrycznych, automatyki zabezpieczeń elektrycznych i technologicznych, automatyzacji procesów technologicznych

APS Sp. z o.o. Białystok 15-257, ul. Mickiewicza 95F,
tel. +48 (85) 748 34 00, fax +48 (85) 748 34 19
www.aps.pl