Dodatkowy korektor PD w układzie z regulatorem PID dla obiektu wysokiego rzędu

Krzysztof Oprzędkiewicz

Proponowany korektor dynamiczny pozwala na kompensację dominującej wartości własnej obiektu regulacji, co pozwala na poprawę jakości regulacji w układzie. Wyniki badań symulacyjnych wskazują, że proponowany korektor pozwala na znaczne zmniejszenie przeregulowania w układzie przy nieznacznie wydłużonym czasie regulacji w stosunku do układu bez korekcji, zapewnia także większą odporność układu regulacji na niepewność parametrów obiektu

Układy regulacji PID są dominującymi w zastosowaniach przemysłowych. Wszystkie stosowane w praktyce regulatory cyfrowe mogą realizować różne wersje algorytmu PID. Okazuje się jednak, że w niektórych przypadkach (np. obiekty z opóźnieniem) zwykły algorytm PID okazuje się niewystarczający dla zapewnienia zadanej jakości regulacji. W takich sytuacjach są użyteczne algorytmy specjalne, do których zaliczamy m.in.: predyktor Smitha [2], kompensator dynamiczny [6] lub też regulator redukcyjny [3, 5, 8], jednakże ich realizacja praktyczna może napotykać na trudności, związane przede wszystkim ze sprzętem, gdyż wymaga ona zaimplementowania modelu obiektu regulacji w środowisku sprzętowo-programowym regulatora.

Implementacja praktyczna algorytmów specjalnych jest możliwa w tańszych rozwiązaniach tylko albo na etapie konstrukcji sprzętu (niektóre cyfrowe regulatory PID) lub też należy w tym celu użyć urządzenia o większej "otwartości" programowania, ale i droższego (np. regulator wielofunkcyjny, sterownik PLC), przy czym realizacje niektórych algorytmów specjalnych również natrafiają na trudności. Problemy realizacji predyktora Smitha i innych algorytmów specjalnych były omawiane m.in. w pracach: [7] (realizacja kompensatora dynamicznego na regulatorze wielofunkcyjnym), [8, 9, 10] (realizacja specjalnych algorytmów regulacyjnych w środowisku sterownika PLC).

Powyższe fakty znacznie ograniczają możliwość użycia predyktora Smitha i innych zbliżonych algorytmów kompensacji dynamicznej na urządzeniach prostszych i tańszych.

Proponowany w pracy układ dodatkowego korektora dynamicznego, bazujący na algorytmie regulacyjnym PD i znajomości modelu obiektu regulacji w postaci transmitancji lub równania stanu, pozwala na poprawę jakości regulacji w układzie w stosunku do

Dr inż. Krzysztof Oprzędkiewicz – Akademia Górniczo-Hutnicza, Wydział EAIi, Instytut Automatyki układu z klasycznym regulatorem PID, a jednocześnie jest możliwy do implementacji na stosunkowo prostym sprzęcie (np. dwukanałowym regulatorze PID).

Dodatkowy element korekcyjny typu PD

Zasadniczą ideą proponowanego w pracy dodatkowego, szeregowego elementu korekcyjnego jest dodatkowa redukcja dynamiki obiektu regulacji opisanego modelem zastępczym lub dokładnym w postaci transmitancji lub równania stanu, przy czym redukowana jest jedna, najsłabiej tłumiona wartość własna macierzy stanu systemu lub (równoważnie) największa stała czasowa obiektu.

Rozważmy zamknięty układ regulacji rzeczywistego obiektu wysokiego rzędu, z regulatorem PID i dodatkowym elementem korekcyjnym, pokazany na rys. 1.





Załóżmy, że obiekt regulacji jest obiektem wysokiego rzędu, którego dokładnym modelem (w obszarze liniowości sygnału sterującego) jest transmitancja $G_o(s)$ o następującej postaci:

$$G_o(s) = k \frac{\left(s + z_q\right) ..\left(s + z_m\right)}{\left(s + \lambda_1\right) ...\left(s + \lambda_n\right)} \tag{1}$$

gdzie: $z_1 ... z_m$ oznaczają zera transmitancji, $\lambda_1 ... \lambda_n$ oznaczają bieguny transmitancji, m < n. W tym miejscu załóżmy dodatkowo, że zera i bieguny są rzeczywiste i jednokrotne. Widmo obiektu regulacji (rozumiane jak zbiór wartości własnych) jest równe:

$$\Lambda = \left\{ \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \right\}$$
(2)

W zapisie widma (2) przyjęto, że indeksem "1" jest oznaczona najsłabiej tłumiona wartość własna obiektu regulacji. Załóżmy, że transmitancja elementu korekcyjnego w układzie regulacji z rys. 1 jest następująca:

$$G_k(s) = k_k \frac{(s+\mu)}{(s+\nu)} \tag{3}$$

Przy czym v oraz μ oznaczają współczynniki korektora, a k_k oznacza wzmocnienie korektora. Jeżeli jest to możliwe (ze względu na realizację techniczną), to można przyjąć

$$k_k = \frac{\nu}{\mu} \tag{4}$$

Przyjęcie k_k zgodnie z relacją (4) zapewnia wzmocnienie ustalone elementu korekcyjnego równe 1. Sposób doboru obu pozostałych parametrów jest omówiony w następnym rozdziale.

Korektor opisany przez (3) może być zrealizowany praktycznie jako rzeczywisty regulator PD o transmitancji:

$$G_{PD}(s) = k + \frac{T_d s}{Ts + 1} = \left(\frac{kT + T_d}{T}\right)^{\frac{s}{s} + \frac{T}{kT + T_d}} \frac{s + \frac{T}{kT + T_d}}{s + \frac{1}{T}}$$
(5)

po przyjęciu następujących wartości współczynników korektora:

$$\begin{cases} k_k = \frac{kT + T_d}{T} \\ \mu = \frac{k}{kT + T_d} \\ \nu = \frac{1}{T} \end{cases}$$
(6)

Korektor opisany przez relacje (3) – (6) może być zrealizowany praktycznie jako regulator PD, po przyjęciu wartości nastaw zgodnie z (6). Jeżeli przyjąć $T = T_d/8$ (np. regulator PID EFTRONIK-X/XS – [12]), to nastawy regulatora PD zapewniające spełnienie (6) należy przyjąć następujące:

$$\begin{cases} k = k_k - 8\\ T_d = \frac{8}{\nu} \end{cases}$$
(7)

Wtedy współczynnik μ korektora będzie równy:

$$\mu = \frac{\nu(k_k - 8)}{k_k} \tag{8}$$

Dostrojenie korektora do obiektu

Załóżmy, że dokładnie znamy model obiektu, opisany transmitancją (1). Wtedy parametry korektora można przyjąć następujące:

$$\begin{cases} \mu = \lambda_1 \\ \nu >> \lambda_1 \end{cases}$$
(9)

i szeregowe połączenie korektora (3) z obiektem (1) powoduje (przy dokładniej znajomości modelu), że regulator "widzi" obiekt o następującej transmitancji:

$$G_k(s) = \frac{(s+z_1)...(s+z_m)}{(s+\nu)(s+\lambda_2)...(s+\lambda_n)}$$
(10)

którego widmo Λ_c jest równe:

$$\Lambda_c = \left\{ \nu, \lambda_2, \dots, \lambda_n \right\} \tag{11}$$

co oznacza, że w obiekcie nastąpiła kompensacja najsłabiej tłumionego bieguna transmitancji λ_1 i zastąpienie go poprzez biegun kompensatora ν . Biegun kompensatora można dobrać tak, aby poprawić jakość regulacji w całym układzie w sensie zadanego wskaźnika jakości.

Powyższe rozważania dotyczyły sytuacji, gdy model obiektu w postaci transmitancji wysokiego rzędu jest dokładnie znany. W sytuacji, gdy wartości biegunów transmitancji nie są znane dokładnie, transmitancja obiektu z korektorem "widziana" przez regulator jest równa:

$$G_{k}(s) = \frac{(s+z_{1})...(s+z_{m})(s+\mu)}{(s+\nu)(s+\lambda_{1})...(s+\lambda_{n})}$$
(12)

a widmo układu korektor – obiekt "widziany" przez regulator jest w takim wypadku równe:

$$\Lambda_{nc} = \left\{ \nu, \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \right\}$$
(13)

W takiej sytuacji jakość regulacji (w sensie wybranych wskaźników) będzie nieco gorsza, niż w przypadku dokładnej znajomości modelu, ale i tak lepsza, niż w przypadku układu bez korekcji, gdyż proponowany typ korektora (o działaniu PD) dodatkowo "przyspiesza" działanie układu.

Dostrojenie regulatora PID z korektorem do obiektu

Dostrojenie układu z korektorem składa się z 2 etapów:

- dobór wartości współczynnika v będącego wartością "zastępczego" bieguna transmitancji
- 2. dobór nastaw regulatora PID: wzmocnienia, czasu całkowania i czasu różniczkowania.

Doboru współczynnika ν można dokonać eksperymentalnie lub symulacyjnie w taki sposób, aby zapewnić jak najlepszą jakość regulacji w sensie wybranego wskaźnika.

Z kolei dostrojenie regulatora PID przy wcześniej dobranym korektorze może być wykonane z użyciem powszechnie stosowanych metod, przy założeniu, że z "punktu widzenia" regulatora obiektem regulacji jest układ korektor + obiekt. Dla tego układu można dobrać nastawy, stosując np. metodę Zieglera-Nocholsa (w dowolnej wersji – klasycznej lub przekaźnikowej).

Badania symulacyjne

Do badań symulacyjnych rozważanego układu wykorzystano aplikację SIMULINK-ową pokazaną na rys. 2.

Jako obiekt regulacji w układzie z rys. 2 rozważono obiekt cieplny, opisany równaniem stanu z diagonalną macierzą stanu, opisany np. w pracy [7]. Dokładny model obiektu jest opisany następująco:

- A = diag {-0.0271 -0.0364 -0.0644 -0.1110 -0.1763 -0.2603 -0.3629 -0.4841 -0.6240 -0.7826 -0.9598 -1.1556 -1.3702 -1.6033 -1.8551 -2.1256 -2.4148 -2.7225 -3.0490 -3.3941 -3.7578 -4.1402 -4.5413 -4.9610 -5.3993}
- B = [0.0769 0.1077 0.1046 0.0995 0.0926 0.0842 0.0745 0.0638 0.0526 0.0412 0.0299 0.0190 0.0090 0.0000 -0.0077 -0.0139 -0.0187 -0.0218 -0.0234 -0.0235 -0.0223 -0.0200 -0.0168 -0.0130 -0.0087]T
- $C = \begin{bmatrix} 0.9920 & 0.0000 & -1.3995 & 0.0000 & 1.3893 & 0.0000 \\ -1.3724 & 0.0000 & 1.3489 & 0.0000 & -1.3191 & 0.0000 \\ 1.2832 & 0.0000 & -1.2415 & 0.0000 & 1.1944 & 0.0000 \\ -1.1423 & 0.0000 & 1.0856 & 0.0000 & -1.0248 & 0.0000 \\ 0.9605 \end{bmatrix}$

Dla tego obiektu dokonano syntezy korektora dynamicznego. Na podstawie znajomości dokładnego modelu przyjęto wartości współczynników korektora, podane w tabeli 1, przy czym wartość współczynnika k_k przyjęto zgodnie z relacją (4), a współczynnik μ przyjęto równy pierwszej wartości własnej obiektu. Z kolei wartość współczynnika ν przyjęto na podstawie wyników badań symulacyjnych równą 0,5.

Dla układu obiekt z korektorem z rys. 2 dobrano nastawy regulatora PID metodą Astroma-Hagglunda (przekaźnikowy eksperyment Zieglera-Nicholsa). Nastawy te są podane w tabeli 2. Dla porównania w tej samej tabeli podano nastawy wyznaczone tą samą metodą dla obiektu bez korektora:

W układzie z rys. 2 zbadano przebiegi uchybu regulacji dla następujących zadań sterowania:

- zadanie stabilizacji przy podaniu skoku zakłócenia o amplitudzie 1 V na wejście obiektu i wartości zadanej równej 0
- zadanie przestawienia przy podaniu skoku wartości zadanej o amplitudzie 1 V na wejście układu regulacji i przy braku zakłócenia na wejściu obiektu.

Dla przebiegów z rys. 3a i 3b wyznaczono wartości bezpośrednich wskaźników jakości: przeregulowania Δ (w procentach wartości ustalonej odpowiedzi) oraz czasu regulacji T_r (s). Ich wartości dla przebiegów z rys. 3 są podane w tabeli 3.







Rys. 3b. Przebiegi uchybu regulacji w układzie z korekcją i bez korekcji podczas realizacji zadania przestawienia

Tabela 1. Parametrykorektora dynamicznego

Tabela 2. Nastawy regulatora PID dla układu z korekcją i bez

Układ bez

korektora

2.69

41,48

10,37

Współ czynnik	Wartość	Para- metr	Układ z ko- rektorem	
k_k	18,4102	k	1,71	
μ	0,0271	$T_i(\mathbf{s})$	24,89	
ν	0,5000	$T_d(s)$	6,22	





Przebiegi odpowiedzi skokowych układu podczas realizacji obu zadań sterowania dla obu układów (z korektorem i bez) są podane na rys. 3a i 3b. **Tabela 3.** Wartości bezpośrednich wskaźników jakości dla układu z korekcją i bez podczas realizacji zadań przestawienia i stabilizacji

	Układ bez korekcji	Układ z korekcją
Zadanie przestawienia	$T_r = 102 \text{ s}$ $\Delta = 44,75 \%$	$T_r = 130,6 \text{ s}$ $\Delta = 17,95 \%$
Zadanie stabilizacji	$T_r = 95 \text{ s}$ $\Delta = 32,31\%$	$T_r = 118,3 \text{ s}$ $\Delta = 21,08 \%$

Tabela 4. Wartości bezpośrednich wskaźników jakości dla układu z korekcją i bez korekcji podczas realizacji zadań przestawienia i stabilizacji dla obiektu z zaburzonym widmem

Model zaburzony 1			Model zaburzony 2				
Układ z korektorem Układ bez korektora		Układ z ko	orektorem	Układ bez korektora			
Stabilizacja	Przestawienie	Stabilizacja	Przestawienie	Stabilizacja	Przestawienie	Stabilizacja	Przestawienie
$T_r = 113, 5 \text{ s}$ $\Delta = 24, 44 \%$	$T_r = 95, 5 \text{ s}$ $\Delta = 44, 06 \%$	$T_r = 127, 6 \text{ s}$ $\Delta = 38, 47 \%$	$T_r = 203, 6 \text{ s}$ $\Delta = 70, 97 \%$	$T_r = 124, 5 \text{ s}$ $\Delta = 18, 98 \%$	$T_r = 127, 4 \text{ s}$ $\Delta = 10, 5 \%$	$T_r = 105 \text{ s}$ $\Delta = 27, 6 \%$	$T_r = 114 \text{ s}$ $\Delta = 28, 8 \%$

Na podstawie wyników badań symulacyjnych można zauważyć, że zastosowanie proponowanego korektora powoduje znaczne zmniejszenie przeregulowania w układzie przy nieznacznym wydłużeniu czasu regulacji w stosunku do układu bez korekcji.

Interesujące może też być zbadanie odporności proponowanego układu regulacji z korektorem na zaburzenie lub niedokładną identyfikację parametrów obiektu regulacji. W celu zbadania tej odporności wykonano badania wartości wskaźników jakości regulacji przy nastawach regulatora PID i korektora z tabel 1 i 2 oraz dla dwóch modeli obiektu regulacji z zaburzoną macierzą stanu równą:

Model zaburzony 1:

 $A = \text{diag}\{-0.0217 - 0.0306 - 0.0572 - 0.1016 - 0.1638 \\ -0.2437 - 0.3415 - 0.4569 - 0.5902 - 0.7412 - 0.9099 \\ -1.0965 - 1.3008 - 1.5228 - 1.7627 - 2.0203 - 2.2956 \\ -2.5888 - 2.8997 - 3.2283 - 3.5747 - 3.9389 - 4.3209 \\ -4.7206 - 5.1381\}$

Model zaburzony 2:

$$\begin{split} A &= \text{diag}\{\text{-}0.0325 \ \text{-}0.0414 \ \text{-}0.0681 \ \text{-}0.1125 \ \text{-}0.1746 \\ &- 0.2546 \ \text{-}0.3523 \ \text{-}0.4678 \ \text{-}0.6010 \ \text{-}0.7520 \ \text{-}0.9208 \\ &- 1.1073 \ \text{-}1.3116 \ \text{-}1.5337 \ \text{-}1.7735 \ \text{-}2.0311 \ \text{-}2.3065 \\ &- 2.5996 \ \text{-}2.9105 \ \text{-}3.2392 \ \text{-}3.5856 \ \text{-}3.9498 \ \text{-}4.3317 \\ &- 4.7314 \ \text{-}5.1489 \end{split}$$

Wartości przeregulowania i czasu regulacji dla obu modeli zaburzonych są podane w tabeli 4. W tej samej tabeli podano dla porównania wartości tych wskaźników jakości dla układu ze zwykłym regulatorem PID i zaburzonym modelem.

Na podstawie analizy tabeli 4 można stwierdzić, że proponowany układ z korekcją jest odporniejszy na zaburzenie parametrów obiektu niż układ ze zwykłym regulatorem PID.

Uwagi końcowe

- Proponowany w pracy układ dodatkowego korektora dynamicznego typu PD zapewnia znaczną redukcję przeregulowania w układzie przy nieznacznym wydłużeniu czasu regulacji w stosunku do układu bez korekcji.
- Zastosowanie proponowanego korektora znacznie poprawia odporność układu regulacji na zaburzenie parametrów obiektu.
- Układ korektora może być zrealizowany z użyciem standardowego elementu PD, zrealizowanego sprzętowo lub programowo w dowolnym wielokanałowym regulatorze cyfrowym.

- Jako kierunki dalszych badań omawianego tematu przewiduje się:
 - optymalizację układu regulator PID korektor na płaszczyźnie czterech parametrów układu: nastaw regulatora oraz parametru v korektora
 - aplikacje praktyczne i badania eksperymentalne rozważanego algorytmu regulacji na różnych platformach sprzętowych
 - analizę układu kompensującego więcej niż jedną wartość własną systemu
 - konstrukcję i analizę pracy omawianego korektora dla obiektu o niepewnych parametrach.

Bibliografia

- K.J. Astrom, B. Wittenmark, Computer Controlled Systems. Theory and Design. Prentice Hall 1997.
- H. Górecki, Analiza i synteza układów regulacji z opóźnieniem. PWN, Warszawa, 1971.
- R. Górecki, *Regulator redukcyjny*, Zeszyty Naukowe AGH, Elektrotechnika, tom 15, 1996, zeszyt 3, s. 267 – 279.
- 4. R. Górecki, *Korektor stabilizująco-forsujący do układów regulacji z algorytmami grupy PID*, Automatyka, 2004, t. 8, z. 2, s. 205 214.
- 5. R. Isermann, *Digital Control Systems*, vol. 1, Springer, 1989.
- 6. W. Mitkowski, *Stabilizacja systemów dynamicznych*, WNT, Warszawa, 1991.
- K. Oprzędkiewicz, Praktyczna realizacja skończenie wymiarowego sprzężenia zwrotnego, Automatyka, t. 3, 1999, z.1, s. 268 – 274.
- 8. K. Oprzędkiewicz, *Dyskretny regulator redukcyjny i jego praktyczna implementacja*, Pomiary Automatyka Robotyka (PAR), 2001, nr 11 s. 8 15.
- 9. K. Oprzędkiewicz, *Praktyczna realizacja predyktora Smitha z wykorzystaniem sterownika PLC*, Automatyka, 2001, t. 5, s. 457 – 464.
- K. Oprzędkiewicz, Problemy implementacji praktycznej specjalnych algorytmów sterowania w środowisku sterownika PLC, XIV KKA, Zielona Góra, 24 - 27 czerwca 2002, t. 2, red. nauk. Z. Bubnicki, J. Korbicz, Uniwersytet Zielonogórski Instytut Sterowania i Systemów Informatycznych, 2002, s. 763 - 768.
- 11. L. Trybus, *Regulatory wielofunkcyjne*, WNT, Warszawa, 1992.
- 12. Regulator mikroprocesorowy EFTRONIK-X, Dokumentacja Techniczno-Ruchowa, PNEFAL, 1998. ■