

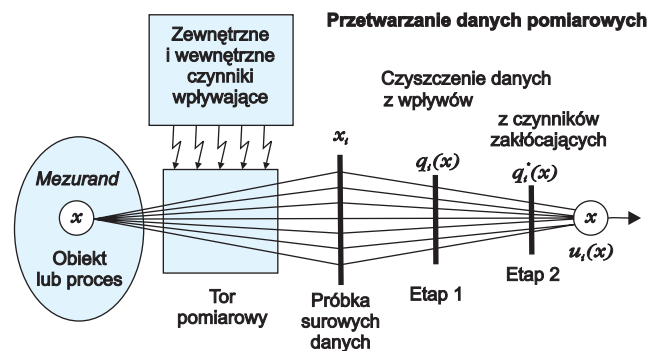
Eliminacja wpływu nieznanych a priori składowych systematycznych na niepewność typu A pomiarów o równomiernym próbkowaniu

Zygmunt Lech Warszawa
Jerzy Korczyński

Dla procesu próbkowanego równomiernie lub w inny znany sposób zaproponowano uściślenie metody szacowania niepewności pomiarów typu A zalecanej przez przewodnik ISO GUM. Polega ono na wykryciu w surowych wynikach obserwacji nieznanego a priori trendu i podstawowej składowej oscylacyjnej pomiarowych oraz ich wyeliminowaniu. Przedstawiono dwa przykłady liczbowe takiego „czyszczenia” wyników surowych ze składowych systematycznych i omówiono jego wpływ na wartość odchylenia standardowego próbki.

Bepośrednie zastosowanie zaleceń międzynarodowego przewodnika ISO o szacowaniu niepewności pomiarów, nazywanego w skrócie przewodnikiem GUM [1], daje zbyt duże wartości składowej niepewności pomiarów wyznaczonej statystyczną metodą typu A, gdyż ujmuje ona ocenę rozrzutu wyników pomiaru wraz z nieusuniętymi zakłóceniami systematycznymi. W pomiarach przemysłowych i eksploatacyjnych, np. w badaniach diagnostycznych, zwykle występują silne, nieznanne a priori i trudne do wyeliminowania, regularne oddziaływania czynników zakłócających. Wskutek tego powodują one duży rozrzut wyników poszczególnych obserwacji pomiarowych o charakterze regularnym. Autorzy przedstawiają poniżej dość proste udoskonalenie metody typu A. Nawiązuje ono do szerszych wcześniejszych propozycji zawartych w [7] oraz w nr 1 i 2 PAR/2007 [8] i dotyczy początkowego etapu szacowania niepewności tą metodą dla pomiarów o równomiernym lub innym znanym sposobie próbkowania. Polega ono na dodaniu nie występującej w przewodniku GUM operacji nazywanej tu „czyszczeniem” próbki – etap 2 na rys. 1. Dotyczy to surowych wyników obserwacji pomiarowych o znanym przebiegu próbkowania. Można w nich wykryć regularne zakłócenia, np. trend aperiodyczny i co najmniej główną składową oscylacyjną oraz je wyeliminować. Jako ilustrację metody przeprowadzi się takie „czyszczenie” dla dwu przykładów liczbowych próbek o rozkładzie normalnym i równomiernym. W obu przypadkach spodziewane jest istotnie zmniejszenie standardowego odchylenia wyniku pomiarów, czyli wzrost dokładności.

Metoda ta dotyczy przypadków, gdy wartość x wielkości mierzonej występuje na tle zakłóceń i znana jest kolejność oraz wzajemne względne odległości poszcze-



Rys. 1. Model procesu pomiarowego o udoskonalonej ocenie szacowania niepewności typu A przez dodanie wykrywania i „czyszczenia” (filtracji) wyników surowych z nieznanymi a priori zakłóceń – etap 2

gólnych obserwacji pomiarowych. Proces pomiarowy jest tu traktowany jako całość, tj. od wejścia – wielkości mierzonej – do wyjścia w postaci wyniku pomiarów wraz z miarą jego dokładności. Nie wyodrębnia się wpływów cząstkowych od poszczególnych oddziaływań oraz od zmian parametrów wewnętrznych, ani nie lokalizuje miejsc ich występowania w obiekcie i torze pomiarowym

Omówimy proces pomiarowy nieco bliżej. Wartość bieżąca x wielkości mierzonej X , czyli mezurandu¹ dociera poprzez obiekt na wejście toru pomiarowego z rys. 1 i jest przetwarzana za pomocą czujników lub obwodów wejściowych w pierwotny sygnał pomiarowy. Podlega on następnie odpowiedniemu kształtowaniu, czyli kondycjonowaniu, dalszemu przetwarzaniu i próbkowaniu, aż do otrzymania zbioru pojedynczych wartości sygnału w pożądanej formie lub zbioru ich odczytów, czyli tzw. surowych danych pomiarowych x_i . Proces ten nie jest idealny. Na obiekt badany i sygnał w torze pomiarowym, oprócz wiel-

doc. dr inż. Zygmunt Lech Warszawa
– Polskie Towarzystwo Metrologiczne, Warszawa
dr inż. Jerzy Marian Korczyński
– Politechnika Łódzka

¹ *Mezurand* definiuje się obecnie jako pojęcie szersze niż wielkość mierzona. Obejmuje się nim też obiekty pomiarów wieloparametrowych, takie jak funkcja $y=f(x)$, współrzędne wektora, charakterystyka częstotliwościowa itp.

kości mierzonej, oddziałują warunki pomiaru oraz zakłócenia zewnętrzne i wewnętrzne, w tym zmiany parametrów toru. Oddziaływania te są różnego rodzaju, deterministyczne i przypadkowe. Zakłócenia pojawiają się podczas propagacji sygnału przez obiekt i w początkowej części toru pomiarowego oraz przy przetwarzaniu. Są one wraz z sygnałem przekazywane w kierunku na wprost – tj. od wielkości mierzonej x do zbioru wartości x_i surowych obserwacji i powodują, że poszczególne obserwacje x_i mają inne wartości niż mierzona wartość x badanej wielkości X . W pozostałej swojej części proces pomiarowy zawiera procedurę odtwarzania wartości wielkości mierzonej, czyli estymacji najbardziej prawdopodobnego wyniku pomiaru wraz z oceną jego dokładności wg założonego kryterium i przy przyjętych modelach oddziaływań, strukturze i parametrach toru pomiarowego. Najczęściej jest to wartość średnia zbioru obserwacji skorygowanych przez znane poprawki. Jako miarę dokładności wyznacza się granice przedziału wartości wielkości mierzonej x , wewnątrz którego może się ona znajdować z określonym prawdopodobieństwem. W etapie 1 na rys. 1 wprowadza się odpowiednie poprawki wtedy, gdy oddziaływania na sygnał pomiarowy są systematyczne (czyli zdeterminowane) i znane a priori. Otrzymuje się zbiór skorygowanych wartości sygnału lub jego odczytów (x_i). Realizacja procedury odtwarzania może odbywać się:

- poza systemem pomiarowym – obliczenia oparte na wartościach wyników obserwacji
- w dalszej, zwykle skomputeryzowanej części toru pomiarowego w sposób niejawni i praktycznie na bieżąco, przez operacje na zbiorze sygnałów zbioru obserwacji.

W szeregu przypadków, przez odpowiednie ukształtowanie procesu pomiarowego można wykryć i wyeliminować wpływy zakłóceń przejściowych przypadkowych i tych wszystkich oddziaływań systematycznych, które a priori nie są znane – etap 2 na rys. 1. Nie dotyczy to jedynie stałych co do wartości skutków oddziaływań w samym obiekcie, które są nieznanne w danym cyklu pomiarowym, gdyż brak jest informacji o wartości prawdziwej x mezurandu. Zakłócenia mogą być inne w każdej z serii obserwacji w ciągu całego okresu eksploatacji przyrządu lub badania obiektu, w tym również wskutek zmian warunków pomiaru [3] i operacje takiego czyszczenia próbki muszą być każdorazowo powtarzane.

Szacowanie dokładności pomiarów wg przewodnika GUM [1] wprowadzono bez posługiwania się pojęciem: wartość rzeczywista lub prawdziwa, gdyż nie jest ona nigdy znana. Za najlepszy statystycznie wynik pomiaru mezurandu X (jego estymatę) przyjęto wartość średnią $\bar{x} \equiv \bar{q}$ wyznaczoną ze zbioru n skorygowanych obserwacji q_i jako próbki z populacji wszystkich możliwych wartości sygnału. Ocena dokładności polega na wyznaczeniu dwu składowych: niepewności standardowej $u_A(x)$ wyznaczonej metodą czysto statystyczną typu A jako odchylenie standardowe $s(\bar{q})$ średniej ze skorygowanych obserwacji i niepewności $u_B(x)$ szacowanej

w inny zróżnicowany sposób metodą B. Wypadkową niepewność standardową określa się z zależności:

$$u_c(x) = \sqrt{u_A^2(x) + u_B^2(x)}$$

a z niej, przy określonym współczynniku rozszerzenia k_p znajduje się niepewność rozszerzoną $U_p(x) = k_p u_c(x)$. Szczegółowy sposób obliczania niepewności typu A i B wg przewodnika GUM omówiono wyczerpująco w bardzo licznej zagranicznej i polskiej literaturze metrologicznej, np. [3–5]. Zrezygnowano tu z kolejnego powtarzania tych omówień. Warto jedynie nadmienić, że sposób wyznaczania niepewności $u_A(x)$ wg przewodnika GUM jest praktycznie tożsamy ze stosowanym wcześniej dla pozornych błędów przypadkowych², w tym dla próbek losowych z populacji o rozkładzie normalnym (Gaussa). Przyjęto tylko nieco inną terminologię. Teoretyczne założenia poprawności obliczeń są następujące:

- 1) Po wyeliminowaniu z obserwacji ich znanych składowych systematycznych próbkę traktuje się już jako losową.
- 2) Wyniki obserwacji są niezależne statystycznie (nie są skorelowane) i mają jednakowe wagi.
- 3) Parametry takie jak wartość średnia $\bar{x} \equiv \bar{q}$ oraz jej odchylenie standardowe $s(\bar{q})$, czyli niepewność typu A, dają się wyznaczyć i są właściwe do oceny wyniku i jego niedokładności dla rozkładu prawdopodobieństwa, który z przyjętym poziomem istotności odwzorowuje populację wyników obserwacji.

W podstawowej polskiej literaturze metrologicznej i wyspecjalizowanych pozycjach książkowych o dokładności pomiarów, np. [3–5], w nawiązaniu do treści przewodnika GUM, podane są zasady liczenia niepewności pomiarów, w tym szacowania niepewności standardowej i rozszerzonej przy ograniczonej liczbie pomiarów statystycznie niezależnych z uwzględnieniem rozkładu Studenta i dla splotu różnych rozkładów przy pomiarach pośrednich. Dostępnych jest też szereg procedur obliczeniowych i programów komputerowych, w tym z zastosowaniem metody Monte Carlo, którą omawia Suplement 1 do przewodnika GUM. Szersze stosowanie zaleceń tego przewodnika natrafia jednak na ograniczenia w wielu badaniach naukowych i technicznych oraz w przemyśle i eksploatacji. Wynika to stąd, że:

- nie uwzględnia się w nim niedokładności pomiarów spowodowanej niewystarczającą reprezentywnością (wskutek uproszczeń) przyjętego modelu obiektu i toru pomiarowego
- zbiór surowych obserwacji, nawet po korekcji, nie jest próbką z czysto losowej populacji, gdyż obserwacje te zawierają zakłócenia systematyczne spowodowane wpływami o różnym charakterze
- nie bierze się pod uwagę kolejności i wzajemnego statystycznego powiązania obserwacji (czyli autokorelacji)

² czyli liczonych nie od wartości rzeczywistej, ale od najbardziej prawdopodobnego wyniku pomiaru, np. wartości średniej skorygowanych obserwacji próbki

- nie ujęto w nim w sposób właściwy opisu niedokładności pomiarów o innych rozkładach obserwacji niż normalny, dla których bardziej miarodajne są inne parametry statystyczne niż niepewność u_A .

W tej pracy rozważa się możliwość zmniejszenia wpływu drugiego z tych ograniczeń. Wymaga to nieco bardziej szczegółowego omówienia. W stosunku do czasu zbierania obserwacji próbki (suma okresów próbkowania), zakłócenia występujące w obiekcie badanym i torze pomiarowym można podzielić na wolno- i szybkozmienne [3] oraz na ciągle i impulsowe. Gdy dysponuje się dodatkową informacją o przebiegu procedury mierzenia, np. o równomiernym próbkowaniu jako powszechnie obecnie stosowanym w aparaturze pomiarowej oraz o jego częstotliwości i długości okresu zbierania danych próbki, to jest możliwa identyfikacja i eliminacja wpływu niektórych z tych zakłóceń. Wymaga to bądź zastosowania *on line* odpowiednich procedur filtracji i przetwarzania wartości sygnałów surowych danych, bądź obliczeń *off line* z odczytów ich wartości. Aby można było skutecznie oszacować statystyczną składową błądę poprzez niepewność u_A lub – dla niektórych rozkładów innych niż normalny – poprzez jej odpowiednik w postaci standardowego odchylenia dla estymatora wyniku korzystniejszego niż wartość średnia, np. środek rozpięcia dla rozkładu równomiernego, mediana dla rozkładu podwójnie wykładniczego [7, 8], obserwacje w próbce powinny stanowić punkty stacjonarnego procesu losowego. Rzeczywista próbka może zawierać nieznanne priori zakłócenia różnego rodzaju, w tym tzw. outliers, czyli krótkotrwałe impulsowe zakłócenia przypadkowe o wartościach odstających od pozostałych oraz zakłócenia regularne (systematyczne), np. trend aperiodyczny i oscylacje. Należy je więc wykryć i próbkę z tych zakłóceń oczyścić. Proponuje się, aby przy szacowaniu niepewności A , cel ten realizować dodając w zaleceniach przewodnika GUM etap 2 podany na schemacie z rys. 1, który nie występował w nich dotychczas. Może on objąć nie tylko metodę i algorytmy eliminacji outlierów, którą opracowali Paveze i Ichim [6]. Autorzy proponują, aby w etapie 2 zastosować też, przedstawianą poniżej, prostą metodę wykrywania i eliminacji z wyników surowych zakłóceń regularnych pochodzących od oddziaływań, które są a priori nieznanne ale ich skutki są możliwe do wykrycia w danym cyklu pomiarowym. Ilustrują to na przykładzie trendu i sinusoidy. Szersze zastosowanie tej metody w praktyce pomiarowej w badaniach, przemyśle i eksploatacji powinno istotnie zwiększyć wiarygodność szacowania dokładności pomiarów.

Wykrycie i eliminacja wpływu składowych systematycznych z wyników surowych

Przy występowaniu w surowych wynikach próbki zmiennych składowych systematycznych o nieznanym z góry pochodzeniu i przebiegu, a więc nie-

możliwych do natychmiastowego wyeliminowania, średnia wyników obserwacji będzie obciążona przesunięciem o nieznaną wartość, a jej odchylenie standardowe będzie większe niż wynikające z przyczyn losowych. Ciąg obserwacji próbki nie można wówczas traktować jako stacjonarnego (tj. o stałych parametrach statystycznych podczas procesów pozyskiwania i przetwarzania danych próbki). Składowa stała dryftu, powstającego w obiekcie badanym, może być też inna w każdej z próbek, pozyskiwanych w różnych chwilach okresu badań obiektu oraz pełnego okresu użytkowania przyrządu, wskutek zmian warunków pomiaru i parametrów wewnętrznych. Jest ona wykrywalna tylko poprzez inne dodatkowe pomiary kalibrujące. Na ich podstawie można dokonać korekty wartości wyniku pomiarów. Jeśli korekta ta jest niemożliwa, to wpływ trendu szacuje się jako składową niepewności $u_B(x)$.

Wpływy zmienne regularnie – aperiodyczne i okresowe – można jednakże wykryć i częściowo usunąć przez analizę zbioru surowych wartości obserwacji pomiarowych o znanym, np. równomiernym sposobie próbkowania. Ponadto trend pojawiający się w części elektrycznej toru pomiarowego, np. dryft wzmacniacza, można wyznaczyć przez wzorcowanie wewnętrzne tej części toru. Jego wpływ usuwa się, dokonując zerowania w procesie ręcznej lub automatycznej adiustacji.

Jeśli w próbce obok trendu występują też zakłócające składowe oscylacyjne, to nie zmieniają one wartości średniej zbioru jej obserwacji q_i tylko wówczas, gdy ich okresy są wielokrotnością okresu ΔT próbkowania równomiernego. Największy wpływ występuje, gdy okres składowej oscylacyjnej równa się podwojonemu czasowi zbierania wyników próbki, a faza początkowa równa się zeru. Takie niewyeliminowane składowe zawsze powiększają niepewność $u_A(x)$.

Zidentyfikowanie występowania systematycznych składowych, tj. trendu i składowych periodycznych występujących równocześnie w serii obserwacji pomiarowych, wymaga zastosowania odpowiednich procedur filtracji i przetwarzania ich sygnałów lub obliczeń *off line* z ich odczytów. W części przypadków można stosować metody uproszczone kolejno wyznaczając i eliminując te składowe. Znajduje tu zastosowanie metoda najmniejszych kwadratów (MNK). Przy większej liczbie składowych oscylacyjnych o porównywalnych amplitudach zagadnienie komplikuje się, gdyż dla każdej sinusoidy trzeba by wyznaczyć trzy parametry: częstotliwość, amplitudę i fazę. Natomiast stosowanie przekształcenia FFT przy krótkich próbkach natrafia na istotne ograniczenia. Trend można usuwać kilkoma metodami [2] – p. 9.1.3. Należy w tym celu wyznaczyć jego równanie, np. powszechnie znaną metodą najmniejszych kwadratów. Przykład usuwania trendu, ale tylko o równaniu liniowym, podano w [10]. Proces czyszczenia próbki z trendu i pojedynczej składowej oscylacyjnej przedstawi się dalej w dwóch przykładach liczbowych stworzonych za pomocą symulacji komputerowej.

Przykład 1

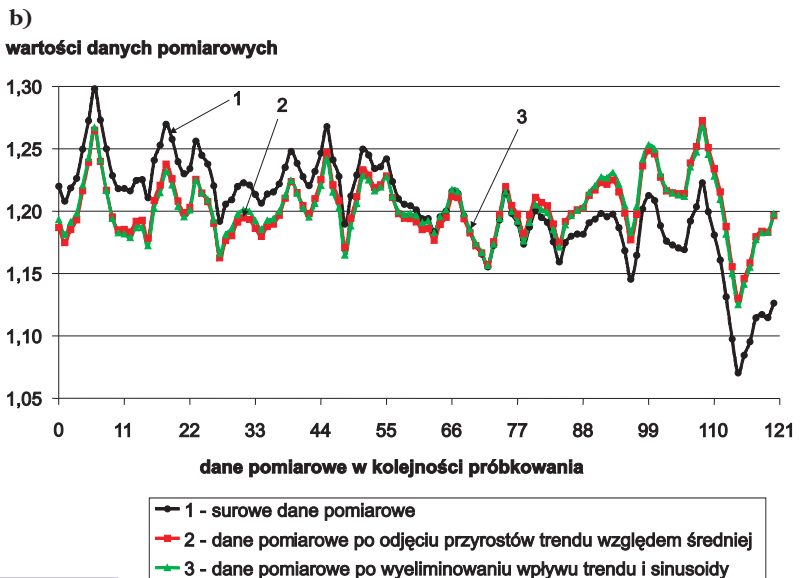
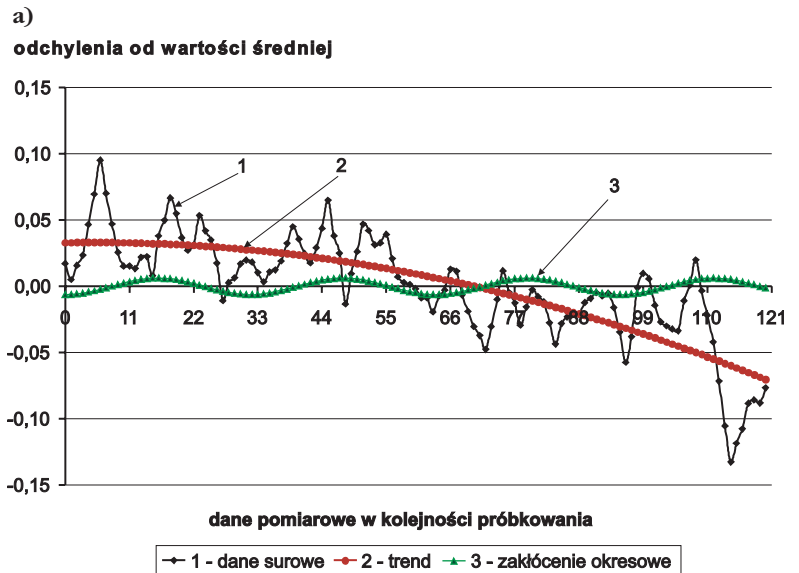
Próbka zawiera serię $n = 121$ „surowych” wyników obserwacji o 4,5 znakach odczytu otrzymanych w regularnych odstępach próbkowania badanego procesu. Ich wartości v_i podano w tab. 1. Wpływy czynników oddziałujących na obiekt i tor pomiarowy nie są znane a priori. Należy wyznaczyć najlepszą wartość wyniku pomiaru średniego napięcia tej serii obserwacji oraz ocenę dokładności tego wyniku w postaci odchylenia standardowego otrzymanego po wyeliminowaniu z obserwacji wpływu głównych składowych systematycznych, w tym przyrostów trendu (składowa aperiodyczna odchylen) oraz przebiegów periodycznych.

Rozwiązanie

Odchylenia Δv_i surowych wartości obserwacji od ich wartości średniej $\bar{v} = 1,2029$ w kolejności ich pozyskania przy równomiernym próbkowaniu przedstawiono na rys. 2a. Można zauważyć, że mają one tendencję zmniejszania się wraz ze wzrostem kolejnego numeru i obserwacji w próbce. Wyznaczono histogram dla 8 jednakowych przedziałów, na które podzielono pełny zakres zmian odchylen $\Delta v_{i \max} - \Delta v_{i \min} = 0,2277$. Łącząc punkty histogramu otrzymano wypadkowy rozkład surowych danych przedstawiony jako krzywa 1 na rys. 3. Różni się on od rozkładu normalnego przedstawionego na tym rysunku jako krzywa 4, jest wyraź-

Tab. 1. Surowe wyniki obserwacji w przykładzie 1

1,2200	1,2080	1,2186	1,2263	1,2497	1,2725	1,2981
1,2731	1,2500	1,2286	1,2181	1,2183	1,2162	1,2247
1,2253	1,2108	1,2409	1,2529	1,2696	1,2577	1,2397
1,2300	1,2341	1,2562	1,2449	1,2378	1,2203	1,1920
1,2056	1,2092	1,2198	1,2227	1,2210	1,2134	1,2064
1,2138	1,2154	1,2220	1,2352	1,2479	1,2385	1,2277
1,2206	1,2320	1,2466	1,2679	1,2412	1,2279	1,1897
1,2123	1,2291	1,2498	1,2450	1,2343	1,2356	1,2420
1,2239	1,2101	1,2057	1,2044	1,2011	1,1940	1,1941
1,1836	1,1956	1,2002	1,2159	1,2142	1,1963	1,1840
1,1726	1,1657	1,1553	1,1726	1,1932	1,2146	1,1983
1,1904	1,1736	1,1874	1,2003	1,1950	1,1911	1,1754
1,1594	1,1748	1,1799	1,1817	1,1816	1,1907	1,1937
1,1982	1,1956	1,1977	1,1868	1,1684	1,1455	1,1648
1,2019	1,2126	1,2086	1,1885	1,1760	1,1729	1,1706
1,1692	1,1921	1,2036	1,2229	1,1996	1,1810	1,1609
1,1314	1,0975	1,0704	1,0845	1,0954	1,1146	1,1172
1,1148	1,1263					



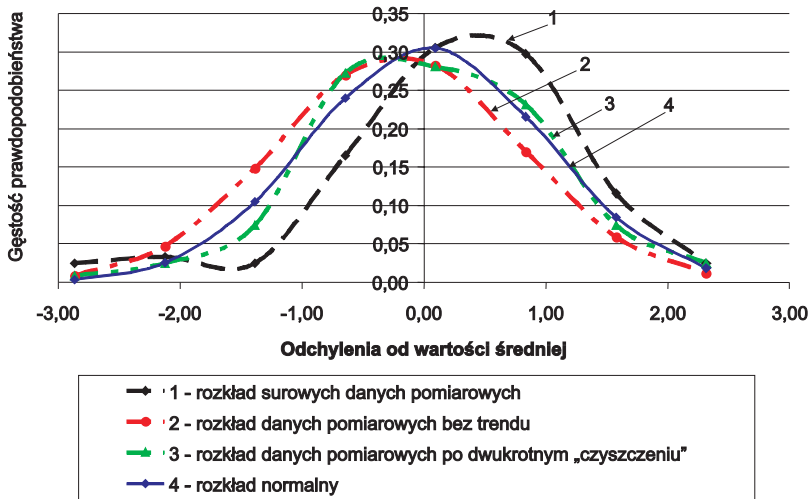
Rys 2. Przebiegi danych pomiarowych próbki wg kolejności próbkowania dla procesu „czyszczenia” próbki: a) obwiednia odchylen danych surowych od wartości średniej i jego składowe systematyczne, b) sygnał danych surowych i po usunięciu wpływu trendu, a następnie sinusoidy

nie niesymetryczny i przy założonej dopuszczalnej rozbieżności 5 % nie spełnia kryterium 2 – patrz tab. 2.

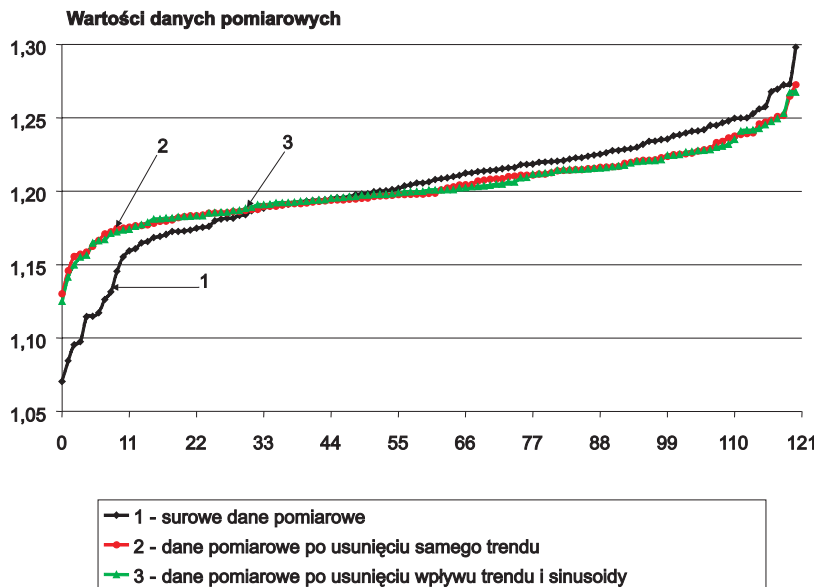
Żadne wpływy nie są znane priori, więc nie ma tu jak wprowadzić poprawek. Można natomiast skorzystać z dodatkowej informacji o równomiernym (lub innym) próbkowaniu. Za pomocą MNK wyznaczono równanie trendu występującego w odchyleniach obserwacji w postaci wielomianu drugiego stopnia:

$$y(i) = (-7,82E - 06)i^2 + (7,82E - 05)i + 0,033$$

Należy założyć, że przechodzi on przez zero dla wartości średniej próbki, gdyż zmian tej wartości nie można wykryć bez kalibracji zewnętrznej z wykorzystaniem innego dokładniejszego przyrządu lub wzorca. Po odjęciu od surowych odchylen zmian trendu, czyli



Rys. 3. Histogramy odchyleni danych pomiarowych od ich wartości średniej



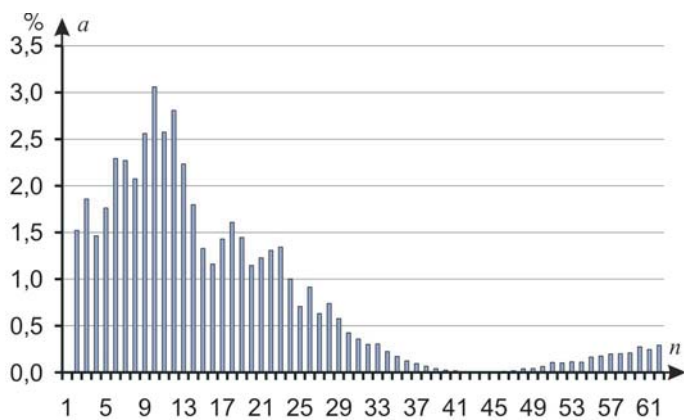
Rys 4. Dane surowe i, po kolejnych „czyszczeniach”, uporządkowane wg ich wartości

jego przyrostów liczonych względem wartości średniej, otrzymuje się wartości skorygowane $\Delta q'_i$ o mniejszym zakresie zmian – tylko 0,143.

Na rys. 3 podano również funkcję gęstości rozkładu opartą na nowym histogramie 2. Jak wynika z tab. 2 spełnia już ona założone kryterium χ^2 . Wartość średnia jest taka sama jak poprzednio dla surowych obserwacji. Ponadto w podobny sposób wykryto, wyznaczono MNK i usunięto zawarty w danych pomiarowych niewielki sinusoidalny przebieg oscylacyjny, przedstawiony też na rys. 2a, a histogram 3 po kolejnym czyszczeniu i odpowiadający jego punktem rozkład normalny 4 podano na rys. 3. Na rys. 2b przedstawiono łącznie wg kolejności próbkowania dane surowe i ich wartości otrzymane po obu etapach „czyszczenia”, zaś ich przebiegi uszeregowane wg wartości podano na rys. 4. Na podstawie obu rysunków wstępnie ocenia się, jaki model rozkładu przyjęć dla oczyszczonych danych eksperymentalnych. Z obu wynika, że jest on zbliżony do rozkładu normalnego, gdyż dla tego rozkładu wykres na rys. 4 ma kształt obróconej o 90° dystrybuanty rozkładu normalnego, nazywanej też rozkładem Laplace’a. Jeśli na osi y na rys. 4 zastosować nieliniową podziałkę dostosowaną do tego ostatniego rozkładu, to otrzymuje się jego wykres w postaci linii prostej. Ułatwia to ocenę wizualną o ile rozkład rzeczywisty odbiega od normalnego. Dawniej do tego celu stosowano specjalny papier o takiej podziałce, tzw. probabilistyczny.

Tab. 2. Parametry statystyczne surowych obserwacji i po kolejnych „czyszczeniach” próbki z trendu i z przebiegu oscylacyjnego

Dane pomiarowe	Surowe v_i	Oczyszczone z:	
		trendu q'_i	trendu i podstawowej sinusoidy q_i
Kryterium χ^2 dla rozkładu normalnego	$\chi^2 = 52,28 > \chi^2_{5,0,05} = 11,1$	$\chi^2 = 3,83 > \chi^2_{5,0,05} = 11,1$	$\chi^2 = 3,25 > \chi^2_{5,0,05} = 11,1$
Rezultat	negatywny	pozytywny	
Wartość średnia	$\bar{v} = 1,2029$	$\bar{q}' = 1,2028$	$\bar{q} = 1,20262$
Standardowe odchylenie próbki	$s(v_i) = 0,03953$	$s(q'_i) = 0,02409$	$s(q_i) = 0,02407$
Niepewność u_A	0,003593	0,002190	0,002188
Stosunek odchyleni standardowych	$\frac{s(v_i)}{s(q'_i)} = \frac{0,03953}{0,02409} \approx 1,6407$	$\frac{s(v_i)}{s(q)} \approx 1,6420$	
Wynik pomiarów	$x = 1,2029(36)$	$x = 1,2026(22)$	



Rys. 5. Widmo częstotliwościowe skorygowanych podwójnie odchylen próbki z przykładu 1 jako funkcja okresu harmonicznej odniesionej do czasu próbkowania ΔT

Aby sprawdzić dodatkowo, czy w odchyleniach próbek po wyeliminowaniu obu składowych występują jeszcze jakieś inne harmoniczne o dużej amplitudzie, wyznaczono widmo odchylen o częstotliwościach liczonych względem okresu próbkowania i amplitudach a w % wartości skutecznej (RMS) wszystkich składowych. Przedstawiono je na rys. 5.

Zasadnicza, tj. początkowa część widma wykazuje, że proces losowy jest nisko częstotliwościowy i nie występują już w nim wyraźnie widoczne składowe oscylacyjne. Potwierdza to przyjęte założenie, że dalsze poszukiwanie i eliminacja składowych oscylacyjnych wyższego rzędu w wynikach surowych jest już nieuzasadniona. Wyznaczono nawet MNK kolejną z nich, ale jej amplituda okazała się pomijalnie mała. Podstawowe parametry statystyczne surowych wyników o równomiernym próbkowaniu i po eliminacji z nich wpływu składowej pochodzącej od samego trendu liniowego oraz od trendu i składowej oscylacyjnej podano łącznie w tab. 2. Rozkład wyników obserwacji pomiarowych „oczyszczonych” z tych obu składowych systematycznych jest już wystarczająco bliski rozkładowi normalnemu.

Wniosek. Dla surowych wyników obserwacji eksperymentalne odchylenie standardowe próbki o ok. 64 % jest większe niż dla tych danych po wyeliminowaniu trendu. Jest też one jeszcze nieco więcej, tj. o ok. 64,2 % większe od otrzymanego po „oczyszczeniu” wyników surowych z obu podstawowych składowych systematycznych: tj. z trendu i z przebiegu periodycznego. Proces czyszczenia wpłynął więc istotnie na zmniejszenie niepewności u_A .

Sprawdzenie dokładności procesu czyszczenia surowych obserwacji

W celu sprawdzenia skuteczności metody sukcesywnego „czyszczenia”, wykonano następującą symulację. Początkowe wartości obserwacji próbki pobranej z pewnej populacji losowej zostały zanieczyszczone znaną składową oscylacyjną. Tak zanieczyszczona próbka stanowiła dane surowe. Następnie wykonano proces „czyszczenia” takiej próbki. W tym celu wyzna-

czono równania podstawowych składowych systematycznych, w tym składową oscylacyjną, którą porównano z funkcją pierwotną. Różnice były pomijalne.

Sposób uproszczonego postępowania przy wyznaczaniu skorygowanych wartości q_i był podobny jak w przykładzie 1, tj. zastosowano kolejno MNK. Zilustruje to przykład 2.

Przykład 2

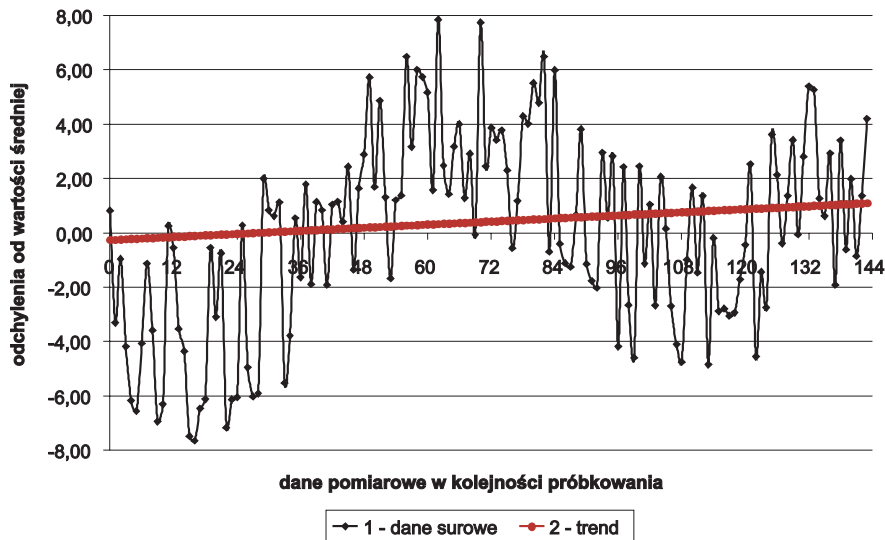
Próbka pomiarowa wraz z dodanym przebiegiem periodycznym o nieznanym dla eksperymentatora parametrach, stanowi zbiór surowych wyników 144 obserwacji pomiarowych otrzymanych kolejno przy regularnym próbkowaniu. Podano je w tab. 3. Należy wykryć występujące w próbie podstawowe regularne zakłócenia, wyznaczyć ich równania, oczyścić z nich próbkę i po otrzymaniu dodatkowej informacji o wprowadzonych zanieczyszczeniach ocenić skuteczność tej operacji. Ponadto należy określić właściwy przybliżony model rozkładu oczyszczonych danych i jego podstawowe parametry.

Rozwiązanie

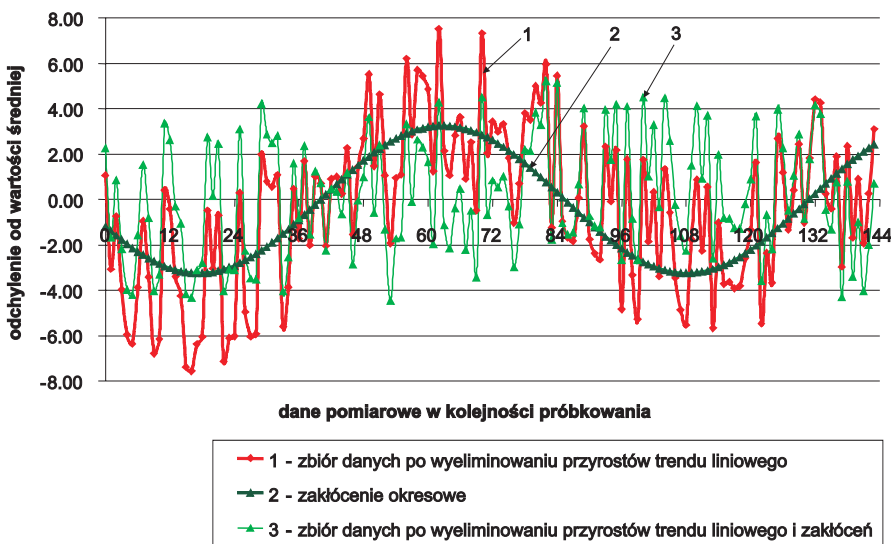
Odchylenia wyników surowych od wartości średniej są dosyć duże. Wraz z występującym w nich trendem przedstawiono je na rys. 6, a ich histogram na rys. 8 – (czarne słupki). Wyznaczono równanie tego trendu – prosta 2, przyjmując, że jest on w przybliżeniu liniowy i, podobnie jak w przykładzie 1, usunięto z danych

Tab. 3. Surowe wyniki pomiarów x_i dla przykładu 2

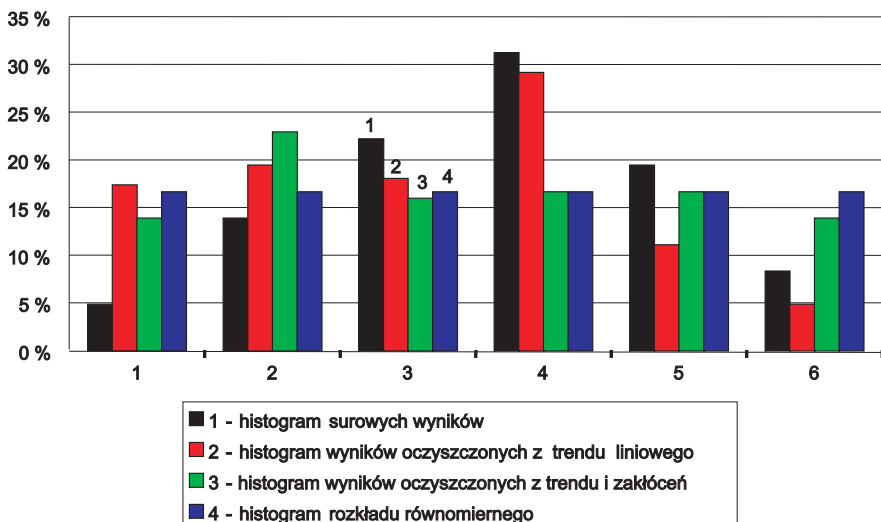
6,822	2,699	5,044	1,816	-0,161	-0,546	1,935
4,881	2,419	-0,939	-0,298	6,267	5,456	2,478
1,651	-1,473	-1,642	-0,459	-0,121	5,459	2,909
5,266	-1,158	-0,123	-0,041	6,291	1,052	-0,016
0,094	8,007	6,843	6,622	7,135	0,491	2,224
6,554	4,375	7,798	4,114	7,142	6,845	4,101
7,056	7,158	6,413	8,447	4,648	7,645	8,899
11,732	7,704	10,874	7,318	4,332	7,215	7,382
12,499	9,169	12,006	11,745	11,177	7,582	13,859
8,480	7,433	9,193	10,012	7,291	8,923	5,934
13,750	8,464	9,873	9,430	9,783	8,307	5,442
7,183	10,296	10,020	11,525	10,785	12,501	5,314
12,002	5,604	4,885	4,755	6,672	9,822	4,861
4,237	3,979	8,964	6,566	8,831	1,829	8,438
3,358	1,417	8,454	4,869	7,054	3,330	8,075
6,166	3,312	1,908	1,258	5,028	7,681	4,551
7,377	1,164	5,820	3,133	3,222	2,954	3,066
4,290	5,562	8,535	1,452	4,571	3,260	9,625
8,141	5,622	7,375	9,423	5,955	8,816	11,407
11,274	7,272	6,626	8,935	4,091	9,406	5,393
7,987	5,159	7,365	10,211			



Rys. 6. Odchylenia Δx_i surowych wyników od ich średniej zestawione w kolejności próbkowania



Rys. 7. Zbiór odchyleń Δq_i po wyeliminowaniu z Δx_i przyrostów trendu liniowego i zbiór odchyleń Δq_i oczyszczonych następnie z sinusoidy

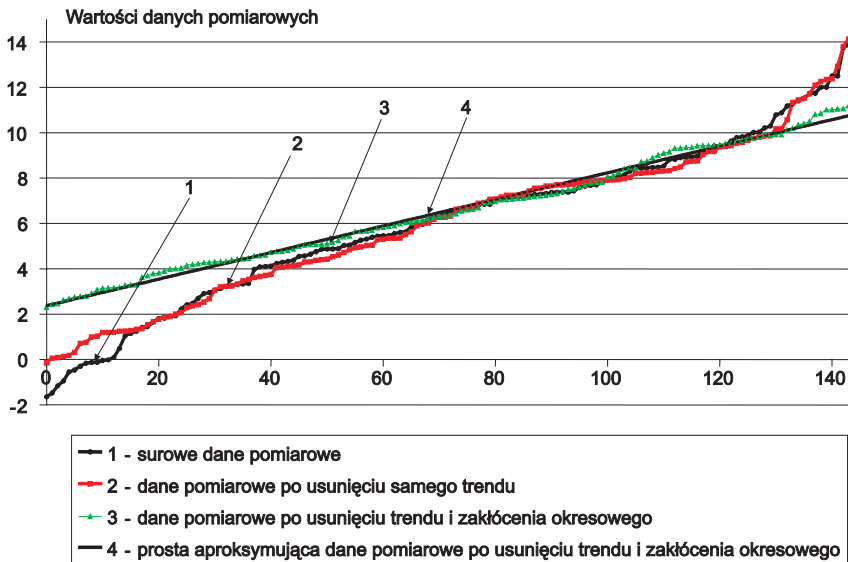


Rys. 8. Histogramy odchyleń obserwacji od ich wartości średniej dla przykładu 2

surowych – wynikające z jego równania – liniowo narastające przyrosty względem średniej próbki. Otrzymano punkty podane na rys. 7 - obwiednia 1 (czerwona).

Rys. 8. zawiera trzy histogramy: dla wyników surowych oraz po usunięciu z nich trendu liniowego, a następnie i przebiegu sinusoidalnego. Na rys. 9 dla kolejnych etapów podano dane uporządkowane wg wartości. Z obu ostatnich rysunków wynika, iż końcowy rozkład jest zbliżony do prostokątnego. W histogramie końcowym z rys. 8 jedynie wartość drugiego przedziału jest zauważalnie wyższa od pozostałych. Natomiast na rys. 9 wartości obserwacji po dwukrotnym czyszczeniu próbki – krzywa 3 (punkty zielone) układają się najbliżej linii prostej jako wykresu rozkładu równomiernego.

Warto jest zauważyć pewien paradoks, który pojawił się w tym przykładzie. Otóż wzrokowo rozkład wyników surowych na rys. 8 był bliższy normalnego niż równomiernego, chociaż nie spełniałby zakładanego zwykle poziomu zgodności wg kryterium χ^2 . Jako hipotezę modelu rozkładu dla populacji, z której pochodzi próbka, powinno się więc ostatecznie przyjąć rozkład równomierny – prostokąt. W podobny sposób jak opisano to w przykładzie 1 sprawdzono tę hipotezę wg kryterium χ^2 przy założonym poziomie zgodności $\alpha=0,05$ i dla histogramu o 8 przedziałach uzyskano wynik pozytywny. Wartość średniej 6,007 nieco wzrosła po usunięciu składowej sinusoidalnej do 6,601. Powodem jest niecałkowita liczba jej okresów w długości próbki. Natomiast wartości standardowego odchylenia średniej, czyli niepewności u_A wg przewodnika GUM, są dla kolejnych etapów następujące: 0,2950, 0,2798, 0,2065. Wartość u_A malała więc po każdej operacji czyszczenia i łącznie zmniejszyła się 1,43 razy.



Rys. 9. Rozkłady danych z przykładu 2 uporządkowane wg ich wartości

Dla próbki surowej oraz po każdym z etapów jej czyszczenia wyznaczono też współrzędną środka rozpięcia jako statystycznie lepszego niż wartość średnia estymatora wyniku pomiarów o rozkładzie równomiernym. Wyniosła ona: 6,108, 7,009, 6,186, a standardowe odchylenia tego środka są kolejno następujące: 0,0382; 0,0351; 0,0218. Po przeprowadzeniu czyszczenia próbki ocena dokładności środka rozpięcia jest lepsza i to o przeszło 40 % (tj. jego odchylenie bez korekcji jest aż ok. 1,6 razy większe). Ocena dokładności obu estymatorów wyniku pomiaru istotnie poprawiła się dzięki czyszczeniu.

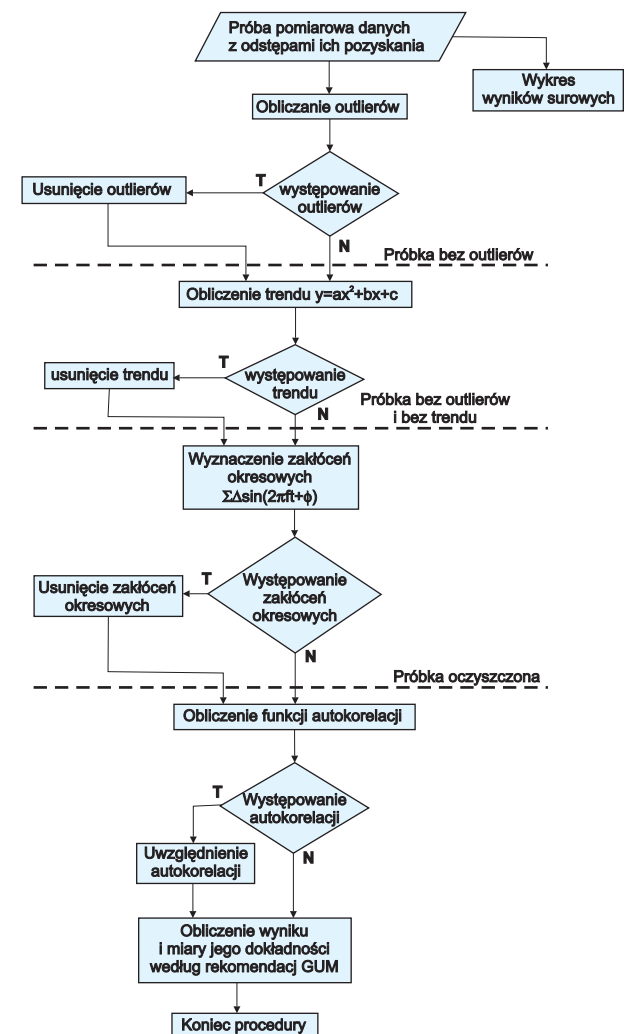
Podsumowanie

Celem obu przedstawionych przykładów liczbowych było pokazanie, jak usunięcie nieznanymi a priori systematycznych składowych surowych wyników obserwacji w postaci przyrostów trendu i pojedynczego przebiegu oscylacyjnego wpływa na wartość średnią i niepewność u_A dla próbek przybliżanych rozkładem normalnym lub równomiernym. W obu przypadkach uzyskano istotnie mniejsze odchylenie standardowe wyniku pomiaru. W przykładzie 2 sprawdzono też, czy dokładność wyznaczenia składowej oscylacyjnej próbki jest wystarczająca.

W praktyce pomiarowej jest bardzo istotne, aby upewnić się, czy wykryte w zbiorze obserwacji nieznanymi priori składowe regularne istnieją rzeczywiście, a nie, że są tylko skutkiem przypadkowego rozłożenia się punktów w pojedynczej próbce o skończonej długości. W tym celu należy zbadać wg przyjętego do porównań kryterium, np. χ^2 , czy przebiegi te powtarzają się w kilku kolejnych próbkach o zbliżonych warunkach pomiaru, lub zarejestrować jedną długą próbkę i analizować odcinkami jej stacjonarność.

Z przedstawionych rozważań wynika, że przy pomiarach o regularnym próbkowaniu zalecaną przez

przewodnik GUM procedurę wyznaczenia niepewności typu A, jako miary losowego rozrzutu wyników, można by w dość prosty sposób rozszerzyć na jej zastosowanie dla pomiarów o dużych i nieznanymi zakłóceniami. W tym celu, po wprowadzeniu poprawek – etap 1 z rys. 1 – należy wykryć czy występują outliery i „oczyścić” z nich surowe wyniki. Następnie poszukuje się i czyści z nieznanymi z góry zakłóceń systematycznych. Dla mezurandu (mierzonej wielkości) w postaci wartości stałej lub wartości średniej jest to możliwe wtedy, gdy znane są względne położenia wzajemne poszczególnych obserwacji, np. z ich kolejności przy próbkowaniu prowadzonym równomiernie lub wg innej procedury określającej względną pozycję każdej z obserwacji. Wówczas wg omówionych powyżej zasad przetwarzania ich wartości z wykorzystaniem MNK można



Rys. 10. Schemat ulepszonej procedury szacowania niepewności u_A

wykrzyć i wyeliminować wpływ zakłóceń w postaci przyrostów aperiodycznego trendu (dryftu) od jego wartości średniej i oscylacji występujących w próbie. Uzyskuje się wynik pomiarów o mniejszej niepewności typu A, która lepiej opisuje składową losową rozrzutu wyników pomiaru. Schemat takiej ulepszonej procedury do szacowania niepewności u_A podano na rys. 10. Włączenie procedury czyszczenia do metody wyznaczania niepewności u_A w przewodniku GUM warto by jeszcze poprzedzić opracowaniem jej standaryzacji dla różnych przypadków szczególnych występujących w praktyce pomiarowej obejmujących oddziaływania addytywne (zmiany zera) i multiplikatywne (zmiany czułości).

Potrzeba stosowania przedstawionej tu metody *czyszczenia surowej próbki* wynika z wcześniejszych propozycji udoskonalenia metody wyznaczania niepewności typu A omówionych w [7, 8] i stanowi ich uzupełnienie. Propozycje te obejmowały uwzględnienie wpływu autokorelacji obserwacji na szacowanie niepewności A oraz stosowanie innych, lepszych statystycznie estymatorów wyniku pomiaru niż wartość średnia dla modeli rozkładów wyników obserwacji pomiarowych odbiegających istotnie od normalnego. Wszystkie powyższe propozycje wraz z uściśleniami w wyznaczaniu niepewności typu B i niepewności całkowitej U_C prezentowanymi w [7, 8] mogą istotnie zwiększyć wiarygodność oceny niepewności nie tylko najdokładniejszych pomiarów laboratoryjnych stosowanych w nauce i służbie miar, ale przede wszystkim wielu badań użytkowych w przemyśle i eksploatacji, w tym w automatyce i sterowaniu jakością.

Bibliografia

1. *Wyrażanie niepewności pomiaru. Przewodnik*, tłumaczenie z komentarzem J. Jaworskiego: *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*, ISO 1992, revised and corrected 1995, Wydawnictwo GUM Alfa-Vero, Warszawa 1999, 2002.
2. Bendat J.S., Piersol A.G.: *Metody analizy i pomiaru sygnałów losowych*, WNT Warszawa 1976
3. Piotrowski J., Kostyrko K.: *Wzorcowanie aparatury pomiarowej*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2000.
4. Arendarski J.: *Niepewność Pomiarów*. Oficyna wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2003.
5. Skubis T.: *Podstawy metrologicznej oceny wyników pomiaru*. Wyd. Politechniki Śląskiej, Gliwice 2004.
6. Pavese F., Ichim D.: SAODR: *Sequence analysis for outlier data rejection*, Measurement Science and Technology 15 (2004) 2047–2052.
7. Dorozhovets M., Warsza Z. L.: *Udoskonalenie metod wyznaczania niepewności wyników pomiaru w praktyce*, Przegląd Elektrotechniki 1/2007 s. 1–13.
8. Dorozhovets M., Warsza Z.L.: *Propozycje rozszerzenia metod wyznaczania niepewności wyniku pomiarów wg Przewodnika GUM*, Pomiary Automatyka Robotyka Część (1) 1/2007 s. 6–15, część (2) 2/2007 s. 45–52.