

PRZEMYSŁOWY INSTYTUT AUTOMATYKI I POMIARÓW
MERA-PIAP
Al. Jerozolimskie 202 02-222 Warszawa Telefon 23-70-81

Ośrodek Robót Przemysłowych

074

A

Główny wykonawca

Wykonawcy

mgr inż. Krystyna Fijałkowska
mgr Jerzy Miłoś

Konsultant

Nr zlecenia 10-73

Rozwój metodyki budowy modeli dynamiki manipulatora robota przemysłowego o udźwigu 100 - 120 kg.

Etap I, Punkt kontrolny 2:

Opracowanie modelu manipulatora robota.

Wstępne opracowanie metod symulacji

komputerowej kinematyki i dynamiki manipulatora.

Zleceniodawca

Centralny Plan Badawczo-Rozwojowy 7.1, Cel nr 203

Pracę rozpoczęto dnia 1987-01

zakończono dnia 1987-09

Kierownik Zespołu

Z-ca Dyrektora
d/s Automatyki

Kierownik Ośrodka

mgr inż. A. Socha

mgr inż. L. Przybylski

dr inż. T. Gałązka

Praca zawiera:

Rozdzielnik - ilość egz:

stron

Egz. 1 OAR

rysunków

Egz. 2 OAR

fotografii

Egz. 3 BOINTE

tabel

Egz. 4 Instytut Automatyki PW

tablic

Egz. 5

załączników

Egz. 6

Nr rejestr. 5912

1

Analiza deskryptorowa

Dynamika układów mechanicznych, modelowanie matematyczne.

Analiza dokumentacyjna

Opracowanie zawiera szczegółowy model obiektu oraz algorytm generowania równań ruchu.

Tytuły poprzednich sprawozdań

Etap I, Punkt kontrolny nr 1: Koncepcja metody budowy modelu, analiza kinematyki i dynamiki manipulatora robota przemysłowego o udźwigu 100 - 120 kg.

UKD

RIAP-252/83-6000

Spis treści

I. Wprowadzenie	4
II. Model części manipulacyjnej robota	7
1. Charakterystyka bezwładnościowa	7
2. Charakterystyka tłumienia	7
3. Charakterystyka sztywności	8
4. Siły zewnętrzne	8
4.1. Siły czynne	8
4.2. Opory	10
III. Metodyka symulacji komputerowej kinematyki i dynamiki robota	13
1. Kinematyka	13
2. Algorytm generowania równań ruchu robota /dynamika/	13
2.1. Energia kinetyczna	14
2.2. Energia potencjalna	17
2.3. Operator Lagrange'a	17
2.4. Siły uogólnione	20
3. Wstępny algorytm rozwiązywania równań ruchu	24
3.1. Redukcja rzędu równań	24
3.2. Całkowanie układu równań	27
4. Program komputerowy	29
5. Listing i wyniki obliczeń	33
Bibliografia	

I. Wprowadzenie

Sprawozdanie niniejsze dotyczy drugiej części prac prowadzonych w ramach tematu "Rozwój budowy modeli dynamiki manipulatora robota przemysłowego o udźwigu 100-120 kg", kończącej pierwszy etap tematu.

Pierwsza część pracy, zatytułowana: "Koncepcja budowy modelu, analiza kinematyki i dynamiki manipulatora robota przemysłowego o udźwigu 100-120 kg", obejmowała analizę kinematyki struktury nośnej robota, analizę dynamiki robota oraz jego napędów, wstępne sformułowanie równań ruchu obejmujące główny łańcuch kinematyczny struktury nośnej robota oraz przykładowe modele, dla których wyliczono składowe operatory Lagrange'a dla struktury nośnej oraz składowe siły uogólnione od napędów poszczególnych członów robota.

W tej części prac przeprowadzono szczegółową analizę problemu budowy modelu struktury. Poddano pod rozważania następujące zagadnienia:

- matematyczny opis geometrii struktury i jej przemieszczeń, z zastosowaniem metody transformacji;
- matematyczny opis kinematyki;
- matematyczny opis dynamiki obiektu /wstępny/.

W wyniku tych prac, w obecnej części etapu 1, przystąpiono do sformułowania algorytmu generowania równań Lagrange'a, poprzedzając tę pracę analizą konstrukcji robota, prowadzącą do uściślenia modelu fizycznego.

Na zakończenie zapropozowano wstępną metodę rozwiązywania równań ruchu, która rozwijana będzie w następnym etapie prac.

Zagadnienie opisu geometrii robota, tworzącego łańcuch kinematyczny o ogniwach umieszczonych jedno na drugim, polega m.in. na wyznaczeniu funkcji przejścia pomiędzy układami współrzędnych: lokalnymi, związanymi z poszczególnymi ogniwami i układem odnie-

sienia /np. nieruchomej przestrzeni otaczającej/ w dowolnym kierunku i pomiędzy dowolnymi układami. Potrzeba rozwiązania tego zadania wynika z konieczności określenia:

- absolutnych położeni poszczególnych punktów konstrukcji w przestrzeni otaczającej,
- absolutnych prędkości liniowych i kątowych poszczególnych członów,
- składowych prędkości absolutnych w układach lokalnych /dowolnych/ oraz w układzie odniesienia,
- funkcji opisujących zależność przemieszczeń uogólnionych od współrzędnych uogólnionych i odwrotnie.

W wyniku przeprowadzenia szczegółowej analizy geometrycznej struktury robota przyjęto uniwersalny opis poszczególnych członów oparty na notacji Denavita-Hartenberga, który umożliwia znaczne uproszczenie macierzy kosinusów kierunkowych poszczególnych transformacji.

Zagadnienie opisu kinematyki robota, a więc wyznaczenia rozkładów prędkości poszczególnych członów konstrukcji sprowadza się do rozwiązania problemu różniczkowania funkcji opisujących położenia poszczególnych punktów. Zastosowanie metody Denavita-Hartenberga odegrało tu szczególnie ważną rolę, ponieważ umożliwiło wyeliminowanie z procesu obliczeniowego operacji różniczkowania numerycznego. Szczegółowy sposób różniczkowania promienia-wektora dowolnego punktu struktury podano w sprawozdaniu z pierwszej części etapu.

Zagadnienie opisu dynamiki robota zostało w pierwszej części etapu rozpoczęte. Wykonano wstępny opis dynamiki podstawowego linka kinematycznego części manipulacyjnej. Sformułowano ogólną postać energii kinetycznej rozważanej struktury oraz sił uogólnionych od napędów.

W obecnej, drugiej części etapu przeprowadzone rozważania, które doprowadziły do sformułowania ostatecznej postaci operatora Lagrange'

zbudowanego z odpowiednich pochodnych - wyrazów macierzy Jacobięgo

$$\phi_{q_i} = \partial F / \partial q_i = \{ a_{m i}^1 \} \quad \text{oraz} \quad \psi_{q_i} = \partial W / \partial q_i = \{ a_{m i}^{01} \} .$$

W wyniku tych prac uzyskano algorytm generujący równania ruchu na podstawie bloku danych zawierających parametry liczbowe robota oraz warunki początkowe. Algorytm ten ma postać ogólną, umożliwiającą symulacje innych struktur o podobnej budowie /np. robotów innych typów/ poprzez zmianę bloku danych.

II. Model części manipulatoryjnej robota

W sensie struktury kinematycznej, model robota został sformułowany w pierwszej części etapu. Obecnie, przed przystąpieniem do uruchamiania modelu na maszynie cyfrowej, musi być on uściślony dla skompletowania danych liczbowych.

Ze względu na potrzebę uproszczenia modelu obliczeniowego w pierwszej fazie uruchamiania, ograniczone się narazie do zamodelowania struktury robota zawierającej trzy stopnie swobody. Dla takiej konfiguracji przygotowano komplet danych liczbowych.

1. Charakterystyka bezwładnościowa

Segment bloku danych zawierający parametry bezwładnościowe poszczególnych członów robota został sformułowany następująco:

- masy złożonych elementów konstrukcji zastąpiono masami skupionymi umieszczonymi w środku masy członu, uzyskując w ten sposób pojedyncze wartości mas poszczególnych ogniw struktury kinematycznej. W skład mas poszczególnych członów włączono masy wszystkich elementów poruszających się wraz z danym członem, przyporządkowanym współrzędnej ogólnionej q_i ;
- momenty bezwładności wyliczono przyjmując, że momenty dewiacyjne są równe zero, ponieważ wszystkie rozważane człony mają co najmniej jedną oś symetrii /najczęściej dwie/. Po zredukowaniu do środka masy członu wszystkich elementów z nim związanych, otrzymano dla każdego ogniw łańcucha kinematycznego jedną macierz tensora bezwładności.

2. Charakterystyka tłumienia

W obecnym etapie prac, tłumieniem, jakie uwzględniono w modelu jest tarcie pomiędzy tłokiem a cylindrem w siłownikach odciążających.

Opór tarcia występujący pomiędzy tłokiem, a cylindrem w siłowniku pneumatycznym opisuje się zwykle w postaci zależności:

$$T = T_0 + k \cdot V \quad 2.1$$

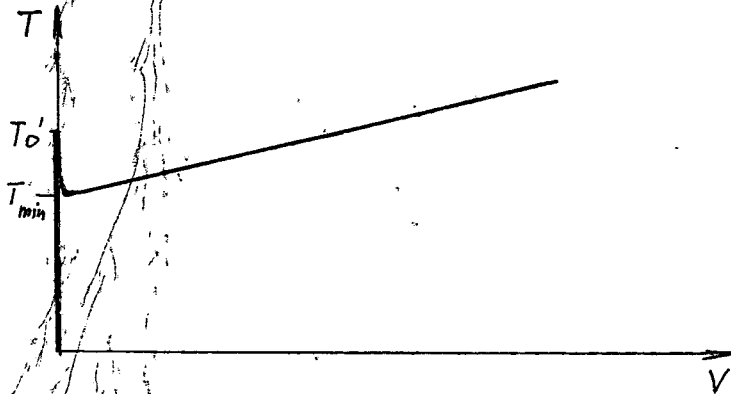
$$\text{gdzie: } T_0 = \begin{cases} T_0 & \text{dla } t=0 \\ T_{\min} & \text{dla } t=0+\Delta t \end{cases} \quad 2.2$$

V - prędkość względna ruchu tłoka

k - współczynnik

W rozważanym przypadku przyjęto dla uproszczenia $T_0 = T_{\min}$, zaś prędkość względna tłoka /patrz rys nr 2/

$$V = c = 2 a b \sin \beta \quad 2.3$$



Rys. nr 1 Przebieg siły tarcia w siłowniku pneumatycznym

3. Charakterystyka sztywności

W rozważanym modelu pominięto w całości człon sztywności, pomimo istnienia w obiekcie zjawisk tego typu. Zamierza się wprowadzić człon sztywności w drugiej części 2-go etapu prac i wówczas zająć się szczegółową analizą tego zjawiska w roboci

4. Siły zewnętrzne

4.1. Siły czynne

4.1.1. Napędy

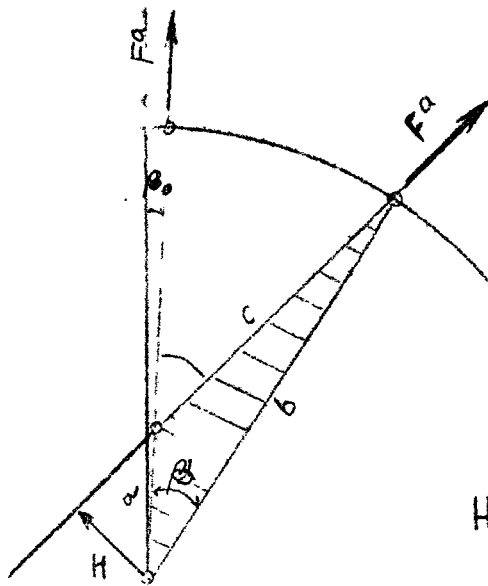
Źródłami napędu poszczególnych członów robota są silniki

elektryczne. Sposób realizacji napędu sprowadza się do dwóch postaci:

- ruch nieustalony /rozpędzania, hamowania/ przy ustalonej wartości momentu napędowego $M_{s_{max}} = 0,5612 \text{ mmN}$;
- ruch ustalony, ze stałą prędkością obrotową $n = 3000 \text{ 1/min}$, przy której moment oporowy równoważy opory ruchu.

Takie warunki pracy zapewnia układ sterowania robota. Dotyczy to wszystkich członów robota z wyjątkiem pierwszego, który jest napędzany momentem 2-krotnie większym.

4.1.2. Siłowniki odciągające



$$H = \frac{a \cdot b \cdot \sin \beta}{(a^2 + b^2 - 2ab \cos \beta)^{1/2}}$$

Rys. nr 2 Schemat działania siłowników odciągających

Siłowniki odciągające są szczególnym rozwiązaniem konstrukcyjnym, które zostało wprowadzone do struktury robota. Siłowniki zamocowane są pomiędzy kolejnymi członami, w sposób taki, że:

$$\beta_1 = \theta_2$$

2.4

$$\beta_2 = \theta_3 = \theta_2$$

Założono, że siła czynna siłownika jest stała, o wartości zadanej ciśnieniem w zasobniku zasilającym układ.

Ze względu na usytuowanie siłownika siła ta daje zmienny

moment:

$$M_{\Sigma}^{\text{ob}} = F^{\text{cz}} \cdot H / \beta / \quad 2.5$$

gdzie: F^{cz} - siła czynna silownika,

β - kąt obrotu remienia względem punktu odniesienia.

4.2. Opory

4.2.1. Opory przekładni

Opory przekładni należą do grupy sił, które zostały zredukowane do osi obrotu silników. Dotyczy to zarówno przekładni śalowych, jak i tocznych.

Opory zostały uwzględnione w taki sposób, że o ich wartość zmniejszono wielkość momentu napędowego silników.

Opory przekładni śrubowej tocznej /która występuje w czło-
nach nr. 2 i 3/ wyliczone zakładając, że podobnie jak w łożysku tocznym, współczynnik tarcia zależy liniowo od obciążenia /nacisku na kulkę/, nie zależy zaś od prędkości obrotowej wału.

Współczynnik przyjęto, jak dla łożyska kulkowego stożkowego /lit. 6 / jednorzędowego, tj. $\mu = 0.0020$

Siła obciążająca kulkę:

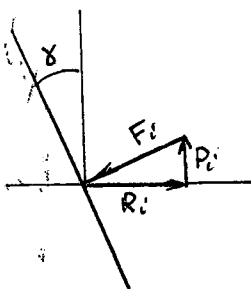
$$F_1 = \frac{P_1}{\sin \gamma} \quad 2.6$$

gdzie:

$$P_1 = \frac{M}{d \cdot n} \quad \text{- siła obwodowa przenoszona 2.} \\ \text{przez kulkę;}$$

d - średnica podziałowa rowka śruby tocznej

n - ilość kulek;



$$R = \sum_{i=1}^n R_i \quad \text{- ciąg śruby tocznej} \\ 2.8$$

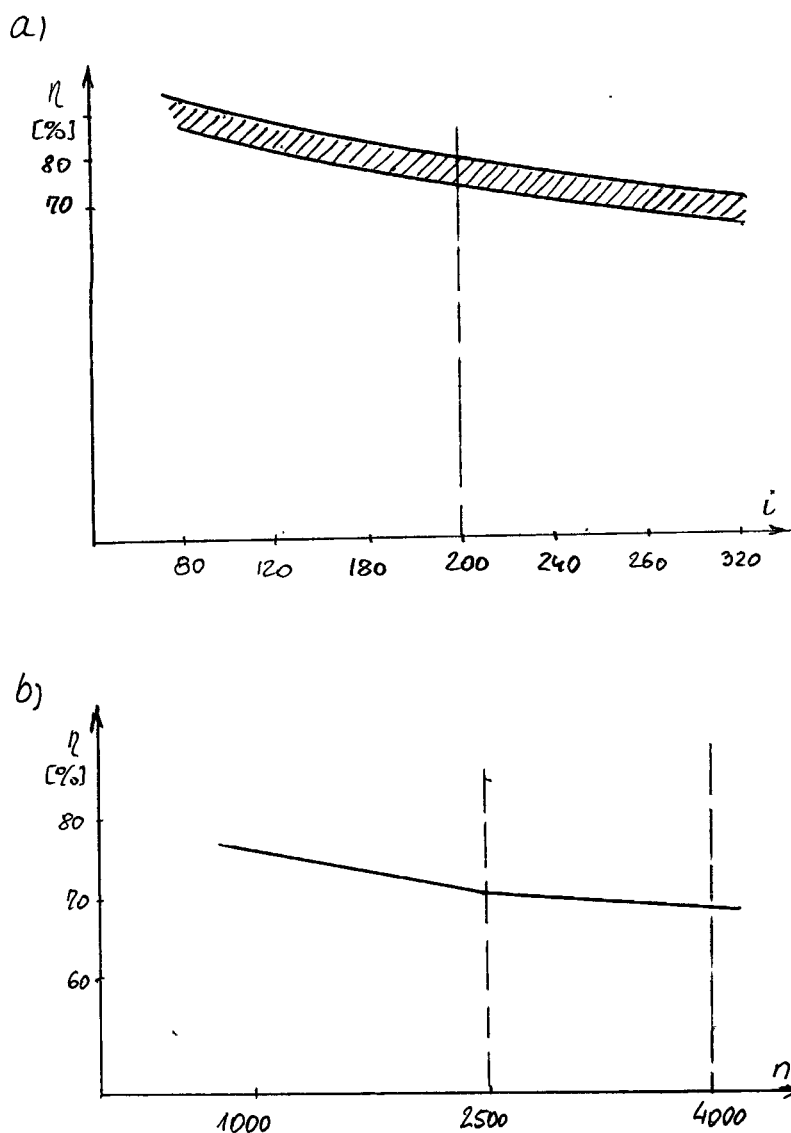
Rys.nr 3 Schemat obciążenia kulki śruby tocznej

Całkowity moment oporowy zredukowany do osi śruby toczonej /osi silnika/:

$$M_t^p = \frac{\mu \cdot M^s}{\sin \gamma} = \mu_s M^s \quad 2.9$$

gdzie: $\mu_s = \mu / \sin \delta$ → zredukowany współczynnik tarcia przekładni, odgrywający tu rolę sprawności.

Opory przekładni falowej /występującej w pozostałych członach robota/ wyliczone przy założeniu, że sprawność przekładni zależy od prędkości obrotowej w sposób pokazany na wykresie rys. nr 4 /lit. nr 7/.



rys. nr 4 Charakterystyka przekładni falowej /a-w funkcji przekątania, b-w funkcji prędkości obrotowej/ M

Moment oporowy zredukowany do osi silników:

$$M_{\Sigma}^D = \frac{1}{1 - \eta} M^S \quad 2.10$$

Współczynnik sprawności wyliczono /w/g rys. nr 4b/ następująco:

$$\eta = \begin{cases} 0.80 - 4 \cdot 10^{-5} n & \text{dla } n < 2500 \\ 0.73 - 1.3 \cdot 10^{-5} n & \text{dla } n > 2500 \end{cases} \quad 2.11$$

Wartości liczbowe odpowiadają przekładni o przekleśnieniu 1 : 200.

4.2.2. Opory łożyskowania

Podobnie, jak dla przekładni śrubowej tocznej założono, że opory łożyskowania nie zależą od obrotów, a jedynie od obciążenia łożyska. można zatem przyjąć, że moment oporowy wyrazi się zależnością:

$$M^z = \mu F^z D \quad 2.12$$

gdzie: $F^z / e_1, \dots, e_n$ - wypadkowe obciążenie łożyska, D-średnica.

Wartość współczynnika tarcia przyjęto w/g lit. nr 6 .

Wyznaczenie momentów oporowych poszczególnych łożysk związane jest z koniecznością wyznaczenia sił obciążających łożysko. Siły te są zmienne w czasie ruchu robota i można je opisać w funkcji współrzędnych uogólnionych. Dla ich wyliczenia w najbliższym etapie pracy zostaną opracowane szczegółowe procedury.

III. Metodyka symulacji komputerowej kinematyki i dynamiki robota

1. Kinematyka

Zadanie symulacji kinematyki robota objęło dwa zagadnienia podstawowe:

- wyznaczanie położenia wybranych punktów robota w przestrzeni otaczającej /w układzie odniesienia/;
- wyznaczanie absolutnych prędkości liniowych i kątowych środków mas poszczególnych członów robota.

Obydwa te zagadnienia są zadaniami cząstkowymi dla pełnego modelu dynamiki robota, tworząc w nim bloki /segmenty/ programowe.

Algorytm budowy modelu kinematyki został sformułowany w pierwszej części etapu. Opracowano tam metodę wyznaczania absolutnych położenia i prędkości wybranych punktów robota.

Blok kinematyki został wstępnie uruchomiony na maszynie cyfrowej. Wydruki odpowiednich zmierzanych zamieszczono do sprawdzenia.

2. Algorytm generowania równań ruchu robota /dynamika/

W poprzedniej części etapu sformułowano w sposób ogólny równania Lagrange'a dla struktury nóżnej robota. Mają one ogólną postać:

$$A(q) \ddot{q} + B(q, \dot{q}) + C(q) = Q(q, \dot{q}, \ddot{q}) \quad 3.1$$

Jest to układ N równań różniczkowych drugiego rzędu, o zmiennych współzmiennych.

Obecnie podany algorytm pozwalający na wyznaczanie poszczególnych członów, a następnie kompletnych równań ruchu dla struktury nóżnej. Wyliczenia energii kinetycznej i potencjalnej.

ojajnej oraz pędów poszczególnych ogniw łańcucha kinematycznego, a także się uogólnionych reprezentujących dostarczenie energii do układu przez napędy oraz rozpraszanie jej na skutek oporów.

2.1. Energia kinetyczna

2.1.1. Energia kinetyczna ruchu unoszenia

W poprzednim sprawozdaniu podano wyrażenie opisujące absolutną prędkość środka masy i-tego członu łańcucha kinematycznego w postaci:

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_0^i &= \mathbf{r}_0^i = \sum_{m=1}^i (\delta_{m-1}) \mathbf{e}_{m-1} + (1 + \delta_m) \mathbf{e}_{m-1} \dot{q}_m = \\ &= \sum_{m=1}^i \frac{\partial \mathbf{r}_0^i}{\partial \dot{q}_m} \dot{q}_m = \sum_{m=1}^i \mathbf{a}_m^i \dot{q}_m \end{aligned} \quad 3.2$$

Zależność powyższą wprowadzono ze związków kinematycznych łańcucha, jej liniowość względem prędkości uogólnionych jest więc naturalna. W związku z tym w obecnym etapie pominięto analizę liniowości/liniaryzacji/.

Wyrażenie /3.2/ pozwala wyliczyć energię kinetyczną, czyli skonstruować formę kwadratową względem prędkości uogólnionych:

$$\mathbb{K}_K = \frac{1}{2} \mathbf{q}^T \mathbf{A} \mathbf{q} = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^N \sum_{r=1}^N \mathbf{A}_{rs}^0 \dot{q}_r \dot{q}_s \quad 3.3$$

$$\text{gdzie: } \mathbf{A}_{rs}^0 = \sum_{i=\max(r,s)}^N \mathbf{a}_i^r \cdot \mathbf{a}_i^s \quad 3.4$$

jest iloczynem skalarnym wektorów pochodnych \mathbf{a}_r^i i \mathbf{a}_s^i , które, w przypadku, gdy łańcuch kinematyczny składa się tylko z par obrotowych, przyjmują postać:

$$\mathbf{a}_m^i = \lambda (\mathbf{e}_{m-1}) \times \mathbf{e}_{m-1}^i \quad 3.5$$

W tym przypadku pochodna \mathbf{a}_m^i prędkości środka masy i-tego członu, względem prędkości uogólnionej \dot{q}_m jest iloczynem wekt-

14

torowym wektora prędkości kątowej nośnika /oszkonu/ przez promień-vektor odległości środka masy oszkonu i od osi obrotu oszkonu n .

2.1.2. Energia kinetyczna ruchu obrotowego

Analogicznie, jak w ruchu postępowym, energia kinetyczna ruchu obrotowego wyraża się formą kwadratową, a postać:

$$E_K^0 = \frac{1}{2} \omega^T I \omega \quad 3.6$$

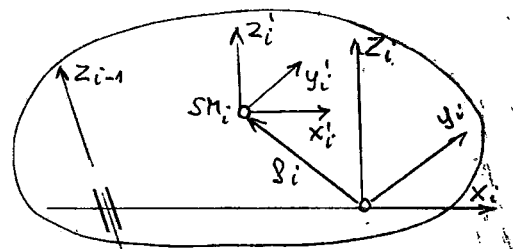
Ponieważ energia kinetyczna jest formą kwadratową, jej wartość nie zależy od układu, w którym się ją oblicza. W przypadku ruchu obrotowego wygodniej jest używać opisu we współrzędnych lokalnych, ponieważ wówczas macierz tensora bezwładności pozostaje stała, a transformacji podlegają tylko wektory prędkości kątowych.

Energia kinetyczna struktury złożonej z N członów będzie:

$$E_K^0 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \omega_i^{(i')} T_i^{(i')} \omega_i^{(i')} \quad 3.7$$

gdzie: $I_i^{(i')}$ - tensor bezwładności oszkonu i względem układu i' .

Układ i' jest układem równoległym do układu i , którego początek leży w środku masy oszkonu i .



Prędkość kątowa obrotu własnego oszkonu i jest pochodną kąta obrotu tego oszkonu wokół osi pary kinematycznej $i-1$. A więc:

$$\tilde{\omega}_i^{(i-1)} = e_i^{(i-1)} \dot{\alpha}_i \quad 3.8$$

więc, w układzie lokalnym oszkonu i :

$$\tilde{\omega}_i^i = \sum_{j=1}^i e_i^{(j-1)} \dot{\alpha}_j \quad 3.9$$

Absolutna prędkość kątowa oszkonu i , w układzie i jest sumą prędkości kątowych wszystkich nośników oszkonu i /oszkonów

poprzedzających/ i można ją zapisać:

$$\omega_i^{(1)} = \sum_{m=1}^i \omega_m^{(1)} = \sum_{m=1}^i a_m^{oi} \dot{q}_m \quad 3.10$$

Otrzymałobyśmy absolutną prędkość kątową członu i w postaci kombinacji liniowej prędkości uogólnionych, analogicznie, jak na to miejsce dla prędkości liniowej.

Pochodna a_m^{oi} prędkości kątowej członu i względem prędkości uogólnionej \dot{q}_m wyraża się wzorem:

$$a_m^{oi} = H_{i,m-1}^{(m-1)} = a_{m-1}^{(i)} \quad 3.11$$

Jest to wektor prędkości kątowej \dot{q}_m przetransformowany do układu i.

Wstawiając /3.11/ do /3.7/ i sumując po wszystkich członach otrzymujemy energię kinetyczną w ruchu obrotowym struktury w postaci:

$$E_k^0 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^i \sum_{s=1}^i a_s^{oiT} J_i^{(i)} a_s^{oi} \dot{q}_s \dot{q}_r \quad 3.12$$

Po przenumеровaniu współczynników sumowania i uwzględnienia, że

$$a_m^{oi} = 0 \quad \text{dla } i < m$$

oraz podstawienia:

$$J_i^0 = \frac{1}{2} \sum_{s=1}^i r_{s,i} a_s^{oiT} J_i^{(i)} a_s^{oi} \quad 3.13$$

otrzymujemy ostateczną formułę dla energii kinetycznej obrotu struktury, w postaci:

$$E_k^0 = \sum_{r=1}^N \sum_{s=1}^r J_{rs}^0 \dot{q}_r \dot{q}_s \quad 3.14$$

Postać formy kwadratowej względem prędkości uogólnionych

/3.14/ dla energii kinetycznej obrotu stwarza możliwość bu-

dowy równań Lagrange'a, bez konieczności różniczkowania maszynowego, co pozwala na ominięcie bardzo poważnych trudności związanych z tym zadaniem. Dla ominięcia ich odchodzi się zwykle od metod energetycznych, posługując się równaniami Euleta-Newtona, które jednak mają ten niedostatek, że są równaniami wektorowymi, podczas gdy równania Lagrange'a są skalarnie. Wprowadzenie metody pochodnych umożliwia dokonanie różniczkowania w formie funkcyjnej nie numerycznej.

2.2. Energia potencjalna

Wobec pominięcia energii sprężystej układu, energia potencjalna wyrazi się:

$$E_p = g \sum_{i=1}^N m_i \cdot z_i \quad 3.15$$

gdzie: z_i - współrzędna środka masy członu i w układzie absolutnym wzdłuż osi pionowej.

Jeśli przyspieszenie ziemskie wprowadzić wektorowo, energia potencjalna wyrazi się jako iloczyn skalarny:

$$E_p = \sum_{i=1}^N m_i \mathbf{g}^T \cdot \mathbf{r}_i^i = g \sum_{i=1}^N m_i c_i \quad 3.16$$

gdzie: $c_i = \mathbf{e}_0 \cdot \mathbf{r}_i^i \quad 3.17$

2.3. Operator Lagrange'a

Operatorem Lagrange'a nazywana jest zwykle funkcja o postaci:

$$L_m = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}_m} \right) - \frac{\partial E_k}{\partial q_m} + \frac{\partial E_p}{\partial q_m} \quad 3.18$$

czyli lewa strona równania Lagrange'a II-go rodzaju.

Dla wyrażenia m -tej składowej operatora Lagrange'a należy przeprowadzić szereg operacji różniczkowania energii kinetycznej

i potencjalnej.

Dla wyznaczenia pierwszego członu operatora Lagrange'a należy wykonać dwie operacje różniczkowania - wyliczyć pochodną cząstkową energii kinetycznej względem prędkości uogólnionej /pęd/, a następnie otrzymane wyrażenie zróżniczkować względem czasu. Obie operacje wykonano osobno dla energii kinetycznej w ruchu postępowym i obrotowym.

Pochodna cząstkowa energii kinetycznej względem prędkości uogólnionej \dot{q}_m :

$$\frac{\partial E_K^O}{\partial \dot{q}_m} = \sum_{j=1}^N A_{mj}^O \dot{q}_j ; \quad \frac{\partial E_K^O}{\partial \dot{q}_m} = \sum_{j=1}^N A_{mj}^O \dot{q}_j \quad 3.19$$

czyli, podstawiając /3.4/ i /3.14/ :

$$\frac{\partial E_K^O}{\partial \dot{q}_m} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N \sum_{i=\max m, j}^N m_i a_m^i \cdot a_j^i \dot{q}_j ; \quad \frac{\partial E_K^O}{\partial \dot{q}_m} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N \sum_{i=\max m, j}^N a_m^{oi T} J_{i, m}^{(1)} a_j^{oi} \dot{q}_j \quad 3.20$$

Różniczkując powyższe wyrażenia względem czasu otrzymuje się pierwszy człon operatora Lagrange'a w postaci:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_K^O}{\partial \dot{q}_m} \right) = \sum_{j=1}^N \sum_{i=\max m, j}^N m_i a_m^i \cdot a_j^i \ddot{q}_j + \sum_{r=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{i=\max m, r, j}^N m_i (a_{mj}^i \cdot a_r^i + a_m^i \cdot a_{rj}^i) \dot{q}_j \quad 3.21$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_K^O}{\partial \dot{q}_m} \right) = \sum_{j=1}^N \sum_{i=\max m, j}^N a_j^{oi T} J_{i, m}^{(1)} a_i^{oi} \ddot{q}_j + \sum_{r=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{i=\max m, r, j}^N (a_{rj}^{oi T} J_{i, m}^{(1)} a_i^{oi} + a_r^{oi T} J_{i, mj}^{(1)} a_i^{oi}) \dot{q}_j \quad 3.22$$

gdzie:

$$a_{rs}^i = \frac{\partial^2 r^i}{\partial q_r \partial q_s} = e_{r-1} \times a_s^i = \lambda(e_{r-1}) \lambda(e_{s-1}) r_{i, \max r, s}^i \quad 3.23$$

analogicznie:

$$a_{rs}^{oi} = \lambda^T(e_{s-1}^{(1)}) a_r^{oi} \quad /s < r/ \quad 3.24$$

Pochodna cząstkowa energii kinetycznej względem współrzędnej uogólnionej \dot{q}_m , stanowiąca drugi człon operatora Lagrange'a wyrażają się następująco:

$$\frac{\partial E_k^c}{\partial \dot{q}_m} = \frac{1}{2} \sum_{r=1}^N \sum_{s=1}^N \sum_{i=\max m, r, s}^N m_i (\mathbf{a}_{rm}^i \cdot \mathbf{a}_s^i + \mathbf{a}_{sm}^i \cdot \mathbf{a}_r^i) \dot{q}_r \dot{q}_s \quad 3.25$$

oraz:

$$\frac{\partial E_k^o}{\partial \dot{q}_m} = \frac{1}{2} \sum_{r=1}^N \sum_{s=1}^N \sum_{i=\max m, r, s}^N (\mathbf{a}_{rm}^{oi} \cdot \mathbf{a}_s^{(i)} + \mathbf{a}_r^{oi} \cdot \mathbf{a}_{sm}^{(i)}) \dot{q}_r \dot{q}_s \quad 3.26$$

Jak widać, oba człony, pierwszy i drugi w operatorze L_m można dodać dokonując redukcji i wóczas otrzymuje się:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_k^c}{\partial \dot{q}_m} \right) - \left(\frac{\partial E_k^c}{\partial q_m} \right) &= \sum_{j=1}^N \sum_{i=\max m, j}^N \rho_{mj}^i \mathbf{a}_m^i \cdot \mathbf{a}_j^i \ddot{q}_j + \sum_{r=1}^N \sum_{s=1}^N \sum_{i=\max m, r, s}^N m_i \mathbf{a}_{rm}^i \cdot \mathbf{a}_{rs}^i \dot{q}_r \dot{q}_s = \\ &= \sum_{j=1}^N A_{mj}^c \ddot{q}_j + \sum_{r=1}^N \sum_{s=1}^N B_{mrs}^c \dot{q}_r \dot{q}_s \quad 3.27 \end{aligned}$$

oraz:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_k^o}{\partial \dot{q}_m} \right) - \left(\frac{\partial E_k^o}{\partial q_m} \right) &= \sum_{j=1}^N \sum_{i=\max m, j}^N \ddot{q}_j \mathbf{a}_j^{oi} \cdot \mathbf{a}_m^{(i)} + \sum_{r=1}^N \sum_{s=1}^N \sum_{i=\max m, r, s}^N \mathbf{a}_{rs}^{oi} \cdot \mathbf{a}_m^{(i)} \dot{q}_r \dot{q}_s = \\ &= \sum_{j=1}^N A_{mj}^o \ddot{q}_j + \sum_{r=1}^N \sum_{s=1}^N B_{mrs}^o \dot{q}_r \dot{q}_s \quad 3.28 \end{aligned}$$

gdzie:

$$B_{mrs}^c = \sum_{i=\max m, r, s}^N m_i \mathbf{a}_{rm}^i \cdot \mathbf{a}_{rs}^i ; \quad B_{mrs}^o = \sum_{i=\max m, r, s}^N \mathbf{a}_{rs}^{oi} \cdot \mathbf{a}_m^{(i)} \quad 3.29, 3.30$$

Pochodna cząstkowa energii potencjalnej względem współrzędnej uogólnionej \dot{q}_m , stanowiąca trzeci człon operatora Lagrange'a:

$$\frac{\partial E_p}{\partial \dot{q}_m} = \mathbf{g} \mathbf{e}^T \sum_{i=1}^N m_i \mathbf{a}_m^i = A_m \quad 3.31$$

Ostatecznie lewa strona równania Lagrange'a przyjme postać

$$L_m = \sum_{j=1}^N A_{mj} \ddot{q}_j + \sum_{r=1}^N \sum_{s=1}^N B_{mrs} \dot{q}_r \dot{q}_s + A_m \quad 3.32$$

gdzie:

$$A_{mj} = A_{mj}^C + A_{mj}^O ; \quad B_{mrs} = B_{mrs}^C + B_{mrs}^O$$

Jest to wyrażenie skalarne, którego współczynnikami są iloczyny skalarne, bądź formy dwuliniowe utworzone z poszczególnych wektorów-pochodnych \mathbf{a}_j^i , \mathbf{a}_{jk}^i , \mathbf{a}_j^{oi} i \mathbf{a}_{jk}^{oi} .

2.4. Sily uogólnione

Sily uogólnione występujące po prawej stronie równań Lagrange'a II-go rodzaju są ostatnim członem, jaki musi być wyznaczony dla skompletowania modelu.

Sily uogólnione wyznaczamy z definicji, że są to sily, które wykonują pracę przygotowaną na przemieszczeniach przygotowanych, t.j.:

$$\delta W = \sum_{m=1}^N Q_m \delta q_m \quad 3.33$$

stąd:

$$Q_m = \frac{\partial(\delta W)}{\partial(\delta q_m)} \quad 3.34$$

Struktura robota stanowi niezachowawczy układ dynamiczny, w którym wyraźnie można rozróżnić sily dostarczające energię do układu /silniki elektryczne, silowniki pneumatyczne/ oraz rozpraszające energię /opory/. Sily grawitacji, jako potencjalne, włączone zostały do wyrażenia opisującego energię układu. Sily czynne i opory wykonują na odpowiadających im

przemieszczenia~~o~~ pracy, która jest doprowadzana, bądź od-
prowadzana z układu.

Praca przygotowana tych sił, na odpowiadających im elemen-
tarych przemieszczeniach wyrazi się sumą:

$$\delta W = \sum_{j=1}^K P_j \cdot \delta s_j \quad 3.35$$

gdzie: K - ilość "źródeł" lub "upustów" energii w układzie,

P_j - siła /moment/ czynna lub opór,

δs_j - wariacja przemieszczenia

Ponieważ przemieszczenie s_j jest funkcją współrzędnych uogól-
nionych:

$$s_j \in \{q_1, \dots, q_N\}$$

więc:

$$\delta s_j = \sum_{n=1}^N \frac{\partial s_j}{\partial q_n} \delta q_n \quad 3.36$$

Wstawiając /3.36/ do /3.35/ otrzymujemy wyrażenie opisujące
pracę przygotowaną w funkcji współrzędnych uogólnionych:

$$\delta W = \sum_{j=1}^K P_j \sum_{n=1}^N \frac{\partial s_j}{\partial q_n} \delta q_n = \sum_{n=1}^N \sum_{j=1}^K P_j \frac{\partial s_j}{\partial q_n} \delta q_n \quad 3.37$$

Ponieważ, z definicji:

$$\delta W = \sum_{i=1}^N Q_i \cdot \delta q_i$$

więc:

$$Q_m = \frac{\partial(\delta W)}{\partial(\delta q_m)} = \sum_{j=1}^K P_j \frac{\partial s_j}{\partial q_m} \quad 3.38$$

2.4.1. Siły czynne

W odniesieniu do konstrukcji robota, siłami czynnymi będą
siły pochodzące od napędów _szczególnych osi oraz siły po-
chodzące od pneumatycznych siłowników wywołujących.

Praca przygotowana sił czynnych

$$\delta W = \delta W_s + \delta W_a \quad 3.39$$

Praca przygotowana silników :

$$\delta W_s = \sum_{i=1}^N M_i^s \delta \varphi_i \quad 3.40$$

gdzie: $\delta \varphi_i$ - wariacja kąta obrotu wirnika silnika i

Silnik napędowy każdego członu robota stanowi odgałęzienie w głównym łańcuchu kinematycznym struktury nośnej, co sprawia, że kąt obrotu wirnika jest związany funkcyjnie ze współrzędnymi uogólnionymi, którymi są kąty obrotu ramion robota.

Ponieważ:

$$q_i = F(\varphi_1, \dots, \varphi_i) \quad 3.41$$

i $|\det F| \neq 0$, istnieje funkcja odwrotna:

$$\varphi_i = f(q_1, \dots, q_i) \quad 3.42$$

a więc wariacja $\delta \varphi_i$ może być opisana :

$$\delta \varphi_i = \sum_{m=1}^i \frac{\partial \varphi_i}{\partial q_m} \delta q_m \quad 3.43$$

Podstawiając /3.43/ do /3.40/ otrzymujemy:

$$\delta W_s = \sum_{i=1}^N M_i^s \sum_{m=1}^i \frac{\partial \varphi_i}{\partial q_m} \delta q_m = \sum_{i=1}^N M_i^s \sum_{m=1}^i a_m^{si} \delta q_m = \sum_{m=1}^N Q_m^s \delta q_m \quad 3.44$$

gdzie:

$$Q_m^s = \sum_{i=1}^N M_i^s a_m^{si} \text{ - składowa siły uogólnionej } Q_m^s \text{ pochodząca od silników napędowych} \quad 3.45$$

$$a_m^{si} = \frac{\partial \varphi_i}{\partial q_m} \quad 3.46$$

Praca przygotowana siłowników odciążających.

Siła czynna siłownika daje moment, który wykonuje pracę przygotowaną na wariacji przemieszczenia $\delta \beta_i$. Wyraża się ona jako:

$$\delta W_a = \sum_k F_i^a H_i \delta \beta_i = \sum_{m=1}^N \sum_k F_i^a H_i a_m^{si} \delta q_m = \sum_{m=1}^N Q_m^a \delta q_m \quad 3.48$$

gdzie:

$$Q_m^a = \sum_k F_i^a H_i a_m^{si} \rightarrow \text{składowa siły uogólnionej } Q_m \text{ pochodząca od siłowników odciążających, 3.4}$$

$$a_m^{si} = \frac{\partial \beta_i}{\partial q_m} ; \quad 3.49$$

$k \rightarrow$ numery członów, w których występują siłowniki.

2.4.2. Oporo

Oporo występujące w robocie podzielono na dwie grupy - siły /momenty/ dające się sprowadzić do osi napędów oraz siły /momenty/ dające się sprowadzić do osi par kinematycznych łańcucha głównego:

Do pierwszej grupy zaliczono oporo przekładni, do drugiej oporo łożyskowania oraz tarcie w siłownikach odciążających. Rozważając pierwszą grupę oporów, efekt straty energii uwzględniono w taki sposób, że odjęto momenty oporowe, zredukowane do osi silników od momentu napędowego, ponieważ wykonują one pracę przygotowaną na tych samych wariacjach przemieszczeń. Praca przygotowana wypadkowej napędu i oporów przekładni:

$$\delta W_a = \sum_{m=1}^N Q_m^{s*} \delta q_m \quad 3.50$$

gdzie:

$$Q_m^{s*} = \sum_{i=1}^N (M_i^s - M_i^p) a_m^{si} \quad 3.51$$

W przypadku drugiej grupy oporów wyliczenie odpowiadających im składowych sił uogólnionych jest natychmiastowe, ponieważ oporo te wykonują pracę przygotowaną wprost na wariacjach współrzędnych uogólnionych.

Zatem, składowa współrzędnej uogólnionej Q_m pochodząca od oporów łożysk:

$$Q_m^k = M_m^k \quad 3.52$$

W przypadku oporów tarcia silownika odciażającego, praca przygotowana momentu siły tarcia:

$$\delta W_{a_i}^t = \pm M_i^a \delta \rho_i = \pm T_i^a H_i / \rho_i / \delta \rho_i \quad 3.53$$

Praca przygotowana wypadkowej siły czynnej silownika oraz tarcia:

$$\delta W_a = \sum_{m=1}^N Q_m^{a*} \delta q_m \quad 3.54$$

gdzie:

$$Q_m^{a*} = \sum_k / F_i^a \pm T_i^a / H_i a_m^{ai} - \text{składowa siły uogólnionej } Q_m \text{ pochodząca od oddziaływania silownika.} \quad 3.55$$

Znak siły tarcia we wzorze /3.53/ zależy od kierunku ruchu tłoka względem cylindra.

Ostatecznie prawą stronę równania Lagrange'a można zapisać w postaci sumy /ze znakami odpowiednimi do kierunku przepływu energii/ składowych sił uogólnionych pochodzących od poszczególnych oddziaływań zewnetrznych:

$$Q_m = Q_m^{sx} + Q_m^{ay} + Q_m^k \quad 3.56$$

3. Wstępny algorytm rozwiązywania równań ruchu

3.1. Redukcja rzędu równań

Jednym z powszechnie znanych sposobów redukcji rzędu równań ruchu z II-go do I-go jest przedstawienie ich w postaci równań kanonicznych Hamiltona, lit. nr 1, 2, 3, 9.

Korzystając z ogólnego wzoru na energię kinetyczną można wyznaczyć pędy uogólnione jako:

$$p_n = \frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}_n} = \sum_{j=1}^N A_{jn} \dot{q}_j \quad 3.57$$

Macierz macierz współczynników $\{A_{jn}\}$ jest nieosobliwa, istnieje przekształcenie odwrotne:

$$\dot{q}_n = \sum_{j=1}^N A_{jn}^{-1} p_j \quad 3.58$$

Biorąc pod uwagę, że w rozpatrywanym przypadku macierz współczynników $\{A_{jn}\}$ jest ortogonalna i symetryczna:

$$\{A_{jn}\} = \{A_{jn}\}^T = \{A_{jn}\} \quad 3.59$$

Rozważmy funkcję zmiennych q i p określoną wzorem:

$$K/q, p/ = \sum_{n=1}^N p_n \tilde{q}_n - \tilde{E}_k/q_1, \dots, q_N, p_1, \dots, p_N/ \quad 3.60$$

gdzie oznaczenie \tilde{q}_n i \tilde{E}_k wskazują, że prędkości uogólnione zastąpiono pędami za pomocą związków /3.58/.

Biorąc pod uwagę, że z równań Lagrange'a II-go rodzaju wariacja energii kinetycznej przybiera postać:

$$\delta E_k = \sum_{n=1}^N [(p_n - Q_n) \delta q_n + p_n \delta \dot{q}_n] \quad 3.61$$

Wariacja funkcji K , po podstawieniu /3.61/ i przekształceniu wyrazi się wzorem:

$$\delta K = \sum_{n=1}^N \delta [p_n \dot{q}_n - E_k] = \sum_{n=1}^N [\dot{q}_n \delta p_n + (Q_n - \dot{q}_n) \delta q_n] \quad 3.62$$

Wariacja funkcji K wyrażonej w zmiennych kanonicznych $K/q, p/$ z definicji, wyrazi się jako:

$$\delta K = \sum_{n=1}^N \left(\frac{\partial K}{\partial q_n} \delta q_n + \frac{\partial K}{\partial p_n} \delta p_n \right) \quad 3.63$$

Porównując obydwa wyrażenia, dla współczynników przy odpowiednich wariacjach otrzymujemy:

$$\dot{q}_n = \frac{dq_n}{dt} = \frac{\partial K}{\partial p_n}$$

3.64

$$\dot{p}_n = \frac{dp_n}{dt} = -\frac{\partial K}{\partial q_n} + \tilde{Q}_n$$

Jest to układ 2n równań różniczkowych I-go rzędu, napisany równaniami kanonicznymi Hamiltona.

Innym, często używanym sposobem redukcji rzędu równań jest powstanie nowej zmiennej, lit. nr 1, 9, 10.

Ogólna postać równań ruchu w formie macierkowej może być przedstawiona w postaci:

$$A \ddot{q} = U/t, q, q/ \tag{3.65}$$

lub inaczej:

$$\ddot{q} = A^{-1} U/t, q, q/ = V/t, q, q/ \tag{3.66}$$

W rozważanym przypadku zarówno w nowych równaniach, jak i w wyrażeniach opisujących zależność promieni-vektorów poszczególnych punktów struktury od współrzędnych uogólnionych, same nie występują jasno, a więc ostatnie równanie przyjmie postać:

$$\ddot{q} = W/q, q/ = W/q_1, \dots, q_n, q_1, \dots, q_n/ \tag{3.67}$$

Podstawiając nową zmienną:

$$\begin{aligned} s_{2n} &= q_n \\ s_{2n-1} &= \dot{q}_n \end{aligned} \quad \text{dla } n=1, \dots, N \tag{3.68}$$

otrzymujemy:

$$\dot{s}_{2n} = s_{2n-1}$$

oraz:

$$F_{2n} = s_n$$

$$F_{2n-1} = V_n \tag{3.69}$$

Nówezas równanie /3.67/ przyjmie postać:

$$\dot{z}_n = F_n / z_1, \dots, z_{2n} \quad 3.70$$

lub w zapisie macierzowym, gdy:

$$z = [z_1, \dots, z_{2n}]^T$$
$$F = [F_1, z_1, F_2, z_2, \dots, F_n, z_{2n-1}]^T = [F_1, \dots, F_{2n}]^T \quad 3.71$$

równanie /3.67/ przyjmie postać:

$$\dot{z} = F / z \quad 3.72$$

Jest to więc znów układ 2n równań różniczkowych I-go rzędu

3.2. Całkowanie układu równań ruchu

Zagadnienie całkowania i rozwiązywania układów równań różniczkowych II-go rzędu opisujących dynamikę obiektów o wielu stopniach swobody /multibody systems/, stanowi problem, który nie został jeszcze w pełni rozwiązany i który wielu autorów rozwiązuje w różny sposób.

Podstawowa metoda, najprostsza, ale też najmniej dokładna polega na podstawianiu wyników całkowania zmiennej z kroku poprzedniego, jako wartości wyjściowej dla kroku następnego.

Algorytm tej metody przedstawia się następująco:

Podstawiając za wektor prędkości uogólnionej nową zmienną:

$$z = \dot{q} \quad 3.73$$

otrzymujemy:

$$\dot{z} = \ddot{q} \quad 3.74$$

Następnie obydwa wektory q i z, dla chwili t są całkowane.

Uzyskane q i z wstawiane jest do następnego kroku czasowego, tj. t

$$\dot{q} / t / \xrightarrow{\text{całkowanie}} q / t + \Delta t /$$

$$\dot{z} / t / \xrightarrow{\text{całkowanie}} z / t + \Delta t / \quad 3.75$$

$$\ddot{q} / t + \Delta t / = R / q, z /$$

Poprzez wykonanie operacji /3.75/ otrzymuje się 2n wartości \dot{q} i \ddot{q} w chwili t , które scałkowane dają q i \dot{q} w chwili $t + \Delta t$. Całkowania poddaje się równanie różniczkowe I-go rzędu.

Po wyliczeniu q i \dot{q} dla następnego kroku, można rozwiązywać już równanie /3.76/ wyliczając \ddot{q} .

Następnie cała procedura powtarza się.

Algorytm ten prowadzi do rozwiązania przybliżonego.

Równanie /3.76/ jest funkcją q i \dot{q} . Jego rozwiązanie, poczynając od pierwszego kroku, korzystającego z warunków początkowych, jest przybliżeniem przyspieszenia uogólnionego \ddot{q} dla chwili $t = t_1$.

Podczas całkowania $\dot{q}/t_1/$ i $\ddot{q}/t_1/$ dla znalezienia $q/t_2/$ i $\dot{q}/t_2/$ można uzyskać znaczne błędy. Naogół, dla pierwszych kroków błędy te są niewielkie. Rosną jednak w krokach dalszych i mogą po pewnym czasie uzyskać znaczące wartości.

Blisko docelowo metodę tę zamierzamy ulepszyć, aby zjawisko kumulacji błędów nie występowało. Lit /10/ podaje dwie metody korekcyjnej dokonywanej w każdym kroku, polegającej na kontroli spełnienia równań więzów i ewentualnej korekcyjnej odchyłek.

Szczegółowo problem ten rozważany będzie w następnym etapie prac.

Obecnie, na etapie uruchamiania modelu, zamierzamy zastosować metodę omówioną wyżej, ze względu na jej prostotę.

Doбір metody realizacji całkowania /3.75/ będzie przedmiotem najbliższych prac. Przewiduje się zastosowanie jednej ze znanych metod. Kryterium doboru będzie dokładność uzyskiwanych wyników dla rozważanych procesów dynamicznych.

Brak jest pod uwagę możliwości zastosowania w naszym zadaniu metody całkowania opracowanej w Instytucie Automatyki na Wydziale Elektroniki PW.

4.

Program komputerowy

Podstawowym zadaniem programowania jest opracowanie i uruchomienie modelu dynamicznego robota z pełną generacją równań Lagrange'a, rozwiązywaniem ich oraz symulacją.

Aktualnie działający program obejmuje zamkniętą część całego zadania, którą można by nazwać modelem kinematycznym robota. Mianowicie wyliczane są współczynniki potrzebne do wyznaczenia operatora Lagrange'a oraz położenia i prędkości wszystkich członów robota.

Dodatkowo wykonano segment budujący równania ruchu przy pomocy współczynników wyliczanych w segmencie kinematyki.

Program napisany został w języku proceduralnym FORTRAN i uruchomiony na komputerze IBM PC/AT.

Program nazwany ROBOT 1 składa się z programu głównego oraz 15 podprogramów w postaci SUBROUTINE. Łączność programu głównego z podprogramami odbywa się bądź przez ustalenie tzw. parametrów aktualnych w miejsce formalnych bądź przez bloki wspólne typu COMMON, których w programie zastosowane zostały.

Trzy procedury CALPA, CTETA oraz GANKA są bezparametrowe, a służą do podstawienia w odpowiednich miejscach tablic wartości trygonometrycznych odpowiednich kątów, przekazywanych przez blok wspólny.

Aktualnie uruchomiony model posiada trzy stopnie swobody, docelowe przewiduje się ich sześć.

Model opisany został z nacym zastosowaniem tablic, ponieważ struktura robota jest modułowa. Zmienne stanu, których interpretacje fizyczne są wektorami, np. trzy składowe prędkości czy trzy współrzędne położenia punktu, dla lepszego ich przekształcania zostały zorganizowane w strukturach macierzowych, których odpowiednikami w języku programowania są tablice.

Czyni to obliczanie różnych transformacji łatwiejszym, mimo dużej komplikacji struktury danych i parametrów. Często mamy do czynienia z mnożeniem przez siebie macierzy wielowymiarowych, co ma odpowiadać różnym operacjom na wektorach i macierzach, takich jak transformacje, tworzenie iloczynów skalarnych i wektorowych wektorów itp.

Dane wektory znajdujemy w odpowiednich warstwach tablic ustalając odpowiednie indeksy. Dla ujednoczenia przyjęto, że ostatni indeks tablic wyznacza numer osłonu, a pierwszy poszczególne składowe wektora danej wielkości fizycznej. Takie podejście do zagadnienia implikuje korzystanie z dużej liczby tzw. zmienionych indeksowanych, czyli tablic. W programie zadeklarowanych jest ich przeszło czterdzieści, a wśród nich tablice jedno-, dwa-, trój- i czterowymiarowe /posiadające cztery indeksy/. Ze względu na wymagania komputera, kąty podawane są w mierze łukowej. Liczba niewymierna podana jest z dokładnością 10 miejsc po przecinku.

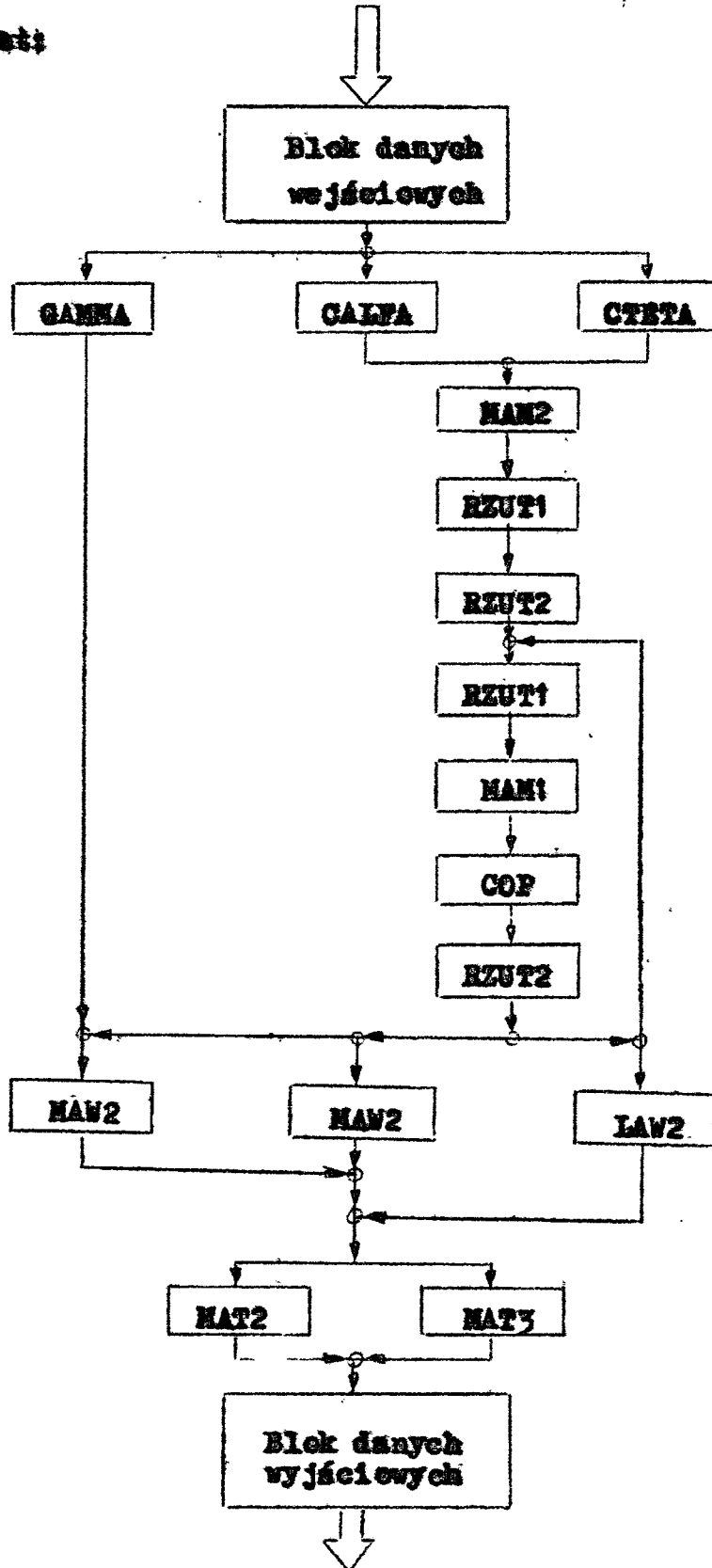
W celu szybszego liczenia program został on podzielony na dwie części: stałą i zmienną. Stała, to zbiór wszystkich podprogramów, natomiast zmienna, to program główny, w którym dokonujemy zmian wprowadzanych danych.

Pierwszy etap uruchamiania programu to kompilacja wykonywana przez program PROFORT, której dokonujemy oddzielnie dla obydwu części, otrzymując dwa tzw. zbiory obiektowe, które w drugim etapie są linkowane przy pomocy programu LINK. Ostatecznie otrzymujemy zbiór typu ELL już gotowy do wykonania.

Korzyść posiadania na część zmienną i stałą polega na tym, że zbiór obiektowy wszystkich podprogramów otrzymujemy raz po kompilacji i dołączamy go tylko do skompilowanego programu

głównego. Zuoszczędza się przy tym kilka minut na procesie kompilacji. Wyniki otrzymujemy w standardowo zakładanym zbiorze typu OUT.

Algorytm oraz zasadę działania programu przedstawia następujący schemat:



Program rozpoczyna się od bloków wspólnych, czyli COMMON-ów. Jest ich w programie osiem, o nazwach: XI, XII, XIII, XIV. Następnie znajdują się deklaracje tablic, DIMENSION. Blok danych wejściowych ustala wartości parametrów i zmiennych. Dalej wykonywane są procedury GALEA, CTEA oraz GAMA. Są one niezależne od siebie i kolejność ich realizacji jest dowolna. GALEA tworzy macierz GA, która jest macierzą obrotu układu o kąt $ALI/I/$ względem i-tej osi x , czyli x_i . CTEA powykonaniu tworzy macierz CA, która jest macierzą obrotu o kąt $IER/I/$ względem i-i -ej osi x , czyli x_{i-1} , która jest osią obrotu i-tego układu. Subrutyna GAMA liczy składowe wektory łączącego kolejne początki układów lokalnych, mierzonego względem wspólnej prostopadłej do x_i i x_{i-1} , czyli osi x_i . Na koniec procedura NAM2 liczy macierz przejścia od układu i-tego do układu odniesienia. Kolejne procedury wyliczają macierze przejścia od układu i-tego do układu odniesienia. Krok ten kończy się po wyjściu z drugiej procedury RZUT2, wyliczeniem tablicy znamieny II. Macierze TI są wielokrotnie wykorzystywane w dalszej części programu, gdyż są one transformacjami porządku poszczególnymi układami. Procedura LAN2 służy do tworzenia tzw. funkcji, wykorzystywanej do liczenia iloczynów wektorowych wektorów. Dwa podprogramy MAN2 dokonują transformacji wektorów swobodnych z układów lokalnych do układu odniesienia. Procedury MAT2 oraz MAT3 tworzą tzw. pochodne-wektory, które są współczynnikami kombinacji liniowych współrzędnych uogólnionych. W bloku danych wyjściowych obliczane są końcowe współczynniki równań Lagrange'a.

Bibliografia

1. Gutowski, Swietlicki - "Dynamika i drgania układów mechanicznych"
- Warszawa 1986;
2. S. Banach - "mechanika" t. II;
3. Wittenberg - "Dynamic of systems of rigid bodies" - Stuttgart 1977;
4. Karnopp, Rosenberg - "System dynamics. A unified approach t. I" 1971;
5. Miedwiteliew, Leskow, Juszczenko - "Systemy sterowania manipulacyjnymi robotami" - Moskwa 1978;
6. Krzeminski-Freda - "Łożyska toczne" - Warszawa 1985;
7. Dane techniczne przekładni falowych - katalog
8. Asada - "A geometrical representation of manipulator dynamics and its application to arm design" Transaction of ASME, IX. 1983;
9. Schielen - "Dynamics of complex multibody systems", SM Archiwum, IX
1984;
10. Mikravec - "Some methods for dynamic analysis of constrained mechanical systems" - materiały z konferencji 1986
11. Gear - "Differential-algebraic equations" - materiały z konferencji;
12. Pijatkowska, Małecko - "Koncepcja metody budowy modelu, analiza kinematyki i dynamiki manipulatora robota przemysłowego o udźwigu 100 - 120 kg" - sprawozdanie PIAP nr 5762.