PRZEMYSŁOWY INSTYTUT AUTOMATYKI I POMIARÓW
MERA-PIAP
Al. Jerozolimskie 202 02-222 Warszawa Telefon 23-70-81

ZESPÓŁ AUTOMATYKI ELEKTRONICZNEJ

074 A

Główny wykonawca prof.dr inż. Tadeusz Missala

Wykonawcy

Konsultant

Nr zlecenia S-1308.

Zagadnienia wybrane.
Projektowania serwomechanizmów
robotów przemysłowych.

Zleceniodawca KBN

Pracę rozpoczęto dnia 1992.07.01 zakończono dnia 1992.12.15.

Z-ca Dyr.d/s
Bad.-Rozwojowych

dr inż.J.Jabłkowski

Kierownik Zespołu

doc.dr J.Korytkowski

Praca zawiera:		Rozdzielnik - ilość egz:
stron	3	Egz. 1 BOINTE
rysunków	-	Egz. 2 ZAE
fotografii	-	Egz. 3 ZAE-1/NQ/
tabel	-	Egz. 4
tablic	-	Egz. 5
załączników	12	Egz. 6

Nr rejestr. 6891

1

Analiza deskryptorowa

SERWOMECHANIZMY + PROJEKTOWANIE + POMIAR PRĘDKOŚCI + DOBÓR PRZEKŁADNI.

Analiza dokumentacyjna

Opracowano dwie publikacje : "Błędy pomiaru prędkości serwomechanizmu realizowanego przez obróbkę sygnału TPK" i "Optimum reduction gear ratio for servoactuators" oraz przedstawiono sposób i miejsca ich prezentacji.

Tytuły poprzednich sprawozdań

UKD

PIAP 41/88 10000

2

SPIS TREŚCI

1. Wprowadzenie

Zadaniem i celem realizacji tematu było opracowanie oryginalnych publikacji naukowych związanych z projektowaniem serwomechanizmów położeniowych, w szczególności do robotów przemysłowych. Aktualność tej tematyki wynika ze :

- stosowaniem serwomechanizmów cyfrowych, co umożliwia łatwe wykorzystywanie jednej informacji do realizacji kilku celów tak pomniarowych jak i sterowniczych, a zatem ograniczenie liczby czujników i przetworników pomiarowych ; nie wszystkie zagadnienia związane z takim wykorzystaniem informacji są opracowane i wyjaśnione ;
- dążeniem do globalnego rozwiązywania zagadnienia sterowania czasooptymalnego serwomechanizmów, a więc nie tylko przez stosowanie odpowiednich algorytmów sterowania, lecz również przez takie projektowanie elementów serwomechanizmu by same one miały cechy czsooptymalności.

Zadaniem tematu było opracowanie i zaprezentowanie dwóch publikacji, co zostanie omówione kolejno.

2. Publikacja : Błędy pomiaru prędkości serwomechanizmu realizowanego przez obróbkę sygnału TPK.

Publikacja została opracowana w języku polskim i angielskim. Wersja polska (tekst załącznik L.1) został zaprezentowany na VIII Sympozjum "Mikromaszyny i serwonapędy", Zamek Książ, wrzesień 1992r. i wydrukowany w jego materiałach na prawach rękopisu (załacznik L.2). Pełny tekst na prawach normalnego artykułu został opublikowany w Biuletynie PIAP z.4-162/92r. (załacznik L.3). Skrót artykułu przedstawiono na Sympozjum Naukowym "Mechatronika '92" (załączniki L.4 i 5).
Wersja angielska (zał.L.6) została przesłana do redaktora czasopisma IEEE Transactions on Industrial Electronics (zał. L.7).

3. Publikacja : Optimum reduction gear ratio for servoactuators".

Publikacja została opracowana w języku angielskim. Została ona zgłoszona na konferencję PCIM '93 (zał.L.8) pismem (zał. L.9) do którego dołączono abstrakt (zał.L.10) i streszczenie (zał.L.11).

Pełny tekst publikacji stanowi zał.12. Przewiduje się dodatkowe zgłoszenie tego opracowania na IV Krajową Konferencję Robotyki, Wrocław, wrzesień 1993r.

Załącznik L.1

Tadeusz MISSALA
Przemysłowy Instytut
Automatyki i Pomiarów PIAP
W a r s z a w a

BŁĘDY POMIARU PRĘDKOŚCI SERWOMECHANIZMU REALIZOWANEGO PRZEZ OBRÓBKĘ SYGNAŁU TPK

Oszacowano błędy odczytu pomiaru prędkości kątowej serwomechanizmu realizowanego przez próbkowanie napięcia wyjściowego transformatora położenia kątowego — przesuwnika fazowego. Rozważono wpływ błędu podstawowego TPK podawanego przez wytwórcę oraz błędów dodatkowych powstałych w wyniku nieprostopadłości napięć zasilania i nierówności ich amplitud. Podano wzór do obliczania całkowitego błędu granicznego.

1. POSTAWIENIE ZAGADNIENIA

..1. Pomiar prędkości kątowej

Prędkość kątowa silnika serwomechanizmu jest mierzona przez próbkowanie wskazań transformatora położenia (TPK) pracującego w układzie przesuwnika fazowego i dzielenie różnicy dwu kolejnych odczytów przez czas jaki między nimi upłynął wg wzoru:

$$\omega^r = \frac{\alpha_2^r - \alpha_1^r}{T} = \frac{\Delta\alpha^r}{T} \tag{1.1}$$

gdzie: ω^r — poszukiwana prędkość kątowa,
α_1^r i α_2^r — kolejne odczyty położenia kątowego wału TPK,
T — okres próbkowania (stały).

1.2. Błąd odczytu prędkości kątowej

Zostanie wyznaczony błąd graniczny prędkości kątowej (1.1).
Zgodnie z zasadami obliczania tego błędu

$$\Delta\omega_\Delta^r = \frac{\partial\omega^r}{\partial\Delta\alpha^r}\Delta\alpha_\Delta^r + \frac{\partial\omega^r}{\partial T}\Delta T \tag{1.2}$$

Błąd odczytu, tj. błąd okresu próbkowania przyjmuje się za zerowy, gdyż okres próbkowania jest odmierzony zegarem mikroprocesora; przy $\Delta T = 0$ otrzymuje się:

$$\Delta\omega_\Delta^r = \frac{\partial\omega^r}{\partial\Delta\alpha^r}\Delta\alpha_\Delta^r \tag{1.3}$$

gdzie: $\Delta\omega_\Delta^r$ — błąd bezwzględny odczytu prędkości kątowej,
$\Delta\alpha_\Delta^r$ — błąd odczytu kąta, tj. błąd odczytu różnicy $\alpha_2^r - \alpha_1^r$.

Ze wzorów (1.1) i (1.3) wynika $\left(\frac{\partial\omega^r}{\partial\Delta\alpha^r} = \frac{1}{T}\right)$

$$\Delta\omega_{\Delta}{}^{r} = \frac{(\alpha_2{}^r - \alpha_1{}^r)\ \Delta}{T} = \frac{\Delta\alpha_{\Delta}{}^{r}}{T} \tag{1.4}$$

Na błąd odczytu różnicy położeń składają się:
— błąd wynikający z błędu podstawowego TPK, podawanego przez wytwórcę,
— błąd wynikający z błędów dodatkowych TPK, spowodowanych niedokładnościami działania układu zasilającego [1].

Jako błąd odczytu położenia wirnika TPK przyjmuje się:

$$(\alpha_2{}^r - \alpha_1{}^r)_{\Delta} = \sup \Delta\alpha^r{}_{\Delta_p} + \sup \Delta\alpha^r{}_{\Delta_d} = \Delta\alpha^r{}_{\Delta} \tag{1.5}$$

gdzie: $\Delta\alpha^r{}_{\Delta^d}$ — błąd różnicy wynikający z błędu podstawowego TPK,

$\Delta\alpha_{\Delta_d}$ — błąd różnicy wynikający z błędów dodatkowych TPK.

Odczytana wartość prędkości kątowej będzie więc:

$$\omega^r{}_{\alpha} = \frac{\Delta\alpha^r + \Delta\alpha^r{}_{\Delta}}{T} = \frac{\Delta\alpha^r}{T} + \frac{\Delta\alpha^r{}_{\Delta}}{T} = \omega^r + \Delta\omega^r{}_{\Delta} \tag{1.6}$$

Składowe błędu prędkości kątowej wynikają ze wzoru (1.5) dla składowych błędu odczytu różnicy położeń wirnika.

2. BŁĄD PODSTAWOWY

Błąd podstawowy odczytu prędkości kątowej wynika z błędu podstawowego TPK podawanego przez wytwórcę. Charakter tego błędu wynika głównie z niedokładności obróbki. Jak wykazano w [2] niedokładności te powodują powstanie napięć drugiej harmonicznej. Dla błędu podstawowego przyjmuje się więc model matematyczny:

$$\alpha^r{}_{\Delta_p} = \alpha^r{}_{\Delta_{pm}} \cos 2\alpha^r \tag{2.1}$$

gdzie $\alpha_{\Delta_{pm}}$ — maksymalna wartość błędu podstawowego.

W położeniu wirnika $\alpha^r{}_1$ błąd będzie:

$$\alpha^r{}_{\Delta_{p1}} = \alpha^r{}_{\Delta_{pm}} \cos 2\alpha^r{}_1 \tag{2.1a}$$

W położeniu wirnika $\alpha^r{}_2$ błąd będzie:

$$\alpha^r{}_{\Delta_{p2}} = \alpha^r{}_{\Delta_{pm}} \cos 2\alpha^r{}_2 \tag{2.1b}$$

Błąd odczytu różnicy położeń będzie więc:

$$\alpha^r{}_2 + \alpha^r{}_{\Delta_{p2}} - \alpha^r{}_1 - \alpha^r{}_{\Delta_{p1}} - \alpha^r{}_2 + \alpha^r{}_1 = \Delta\alpha^r{}_{\Delta_{pi}}$$

stąd

$$\Delta\alpha^{r}_{\Delta_{pi}} = \alpha^{r}_{\Delta_{p2}} - \alpha^{r}_{\Delta_{p1}} \tag{2.2}$$

co po podstawieniu (2.1a,b) daje:

$$\Delta\alpha^{r}_{\Delta_{pi}} = \alpha^{r}_{\Delta_{pm}} (\cos 2\alpha^{r}_{2} - \cos 2\alpha^{r}_{1}) \tag{2.3}$$

Zgodnie z definicją (1.5) poszukuje się:

$$\sup \Delta\alpha^{r}_{\Delta_{pi}} = \alpha^{r}_{\Delta_{pm}} \max(\cos 2\alpha^{r}_{2} - \cos 2\alpha^{r}_{1}) = \Delta\alpha^{r}_{\Delta_{p}} \tag{2.4}$$

Z definicji położeń kątowych α^{r}_{2} i α^{r}_{1} wynika:

$$\alpha^{r}_{2} = \alpha^{r}_{1} + \omega^{r}T \tag{2.5}$$

Tak więc wzór (2.4) będzie miał postać:

$$\Delta\alpha^{r}_{\Delta_{p}} = \alpha^{r}_{\Delta_{pm}} \max\,[\cos 2(\alpha^{r}_{1} + \omega^{r}T) - \cos 2\alpha_{1}^{r}] \tag{2.6}$$

Drogą przekształceń trygonometrycznych otrzymuje się inną postać tego wzoru:

$$\Delta\alpha^{r}_{\Delta_{p}} = \alpha^{r}_{\Delta_{pm}} \max \left| -2\sin\omega^{r}T \sin(\alpha_{1}^{r}\omega^{r}T) \right| \tag{2.6a}$$

Poszukiwanie maksimum błędu prowadzi do zależności (przy założeniu $\omega^{r} = \mathrm{const}$):

$$\sin 2\alpha^{r}_{1} (1 - \cos 2\omega^{r}T) = \cos 2\alpha^{r}_{1} \sin 2\omega^{r}T \tag{2.7}$$

a jeżeli wyłączyć wartość $\sin 2\alpha^{r}_{1} = 0$ i $\sin\omega^{r}T = 0$, to

$$\mathrm{ctg}\, 2\alpha^{r}_{1} = \frac{1 - \cos 2\omega^{r}T}{\sin 2\omega^{r}T} \tag{2.7a}$$

natomiast jeżeli wyłączyć $\cos 2\alpha^{r}_{1} = 0$ i $1 - \cos 2\omega^{r}T = 0$, to

$$\mathrm{tg}\, 2\alpha^{r}_{1} = \frac{\sin 2\omega^{r}T}{1 - \cos 2\omega^{r}T}; \tag{2.7b}$$

Gdy warunki uzyskania maksimum (2.7, 2.7a, 2.7b) wprowadzi się do (2.6a), otrzymuje się:

$$\left| \frac{\Delta\alpha^{r}_{\Delta_{p}}}{\alpha^{r}_{\Delta_{pm}}} \right| = \sin 2\omega^{r}T + \frac{\sin 2\alpha^{r}_{1}}{\cos^{2}\omega^{r}T}; \tag{2.8}$$

Dla małych $\omega^{r}T$, tj. dostatecznie gęstego próbkowania można przyjąć uproszczenia:

$$\cos\omega^{r}T = 1; \quad \sin\omega^{r}T = \omega^{r}T \tag{2.9}$$

przy czym uproszczenie dla funkcji $\sin\omega^{r}T$ będzie wprowadzone dopiero przy obliczeniach liczbowych.

Z (2.9) i (2.7a) wynika, że dla małych $\omega^{r}T$ będzie:

$$\cos 2\alpha^r_1 = 0 \qquad \text{tj. } 2\alpha^r_1 = (2k+1)\frac{\pi}{2}; \qquad \sin 2\alpha^r_1 = 1 \tag{2.10}$$

Wprowadzając (2.9) i (2.10) do (2.8) otrzymuje się:

$$\Delta\alpha^r_{\Delta_p} = \alpha^r_{\Delta_{pm}} \sin 2\omega^r T \tag{2.11}$$

Przy wykorzystaniu tej zależności ze wzoru (1.4) wynika:

$$\Delta\omega^r_{\Delta_p} = \alpha^r_{\Delta_{pm}} \frac{\sin 2\omega^r T}{T} \tag{2.12}$$

można to doprowadzić do postaci:

$$\Delta\omega^r_{\Delta_p} \cong 2\omega^r \alpha^r_{\Delta_{pm}} \tag{2.13}$$

Błąd względny pomiaru prędkości dla małych $\omega^r T$ będzie więc:

$$\delta\omega^r_{\Delta_p} = \frac{\Delta\omega^r_{\Delta_p}}{\omega^r} 100\% = 200\alpha^r_{\Delta_{pm}}\%; \tag{2.14}$$

Jak wykazują obliczenia numeryczne, przyjęte uproszczenia mogą być stosowane dla:

$$\omega^r T \leqslant 0{,}4 \tag{2.15}$$

Dla TPK typu LTSa11c produkowanego w ZSMEMM MIKROMA, który ma błąd podstawowy 7' kąta, wg (2.14)

$$\delta\omega^r_{\Delta_p} = 0{,}4072 \approx 0{,}41\%$$

3. BŁĄD DODATKOWY

3.1. Wzory ogólne

Rozpatrzone zostaną błędy odczytu prędkości kątowej wynikające z istnienia błędów dodatkowych TPK [1] wywołanych:

— nieprostopadłością napięć zasilania

— nierównością napięć zasilania.

Przy istnieniu tych błędów, odczyty TPK odpowiadające rzeczywistym położeniom kątowym wirnika α^r_1 i α^r_2 będą:

$$\alpha^r_1 + \alpha^r_{\Delta d1}; \qquad \alpha^r_2 + \alpha^r_{\Delta d2} \tag{3.1}$$

gdzie: $\alpha^r_{\Delta d1}$ i $\alpha^r_{\Delta d2}$ — są błędami odczytu dodatkowymio odpowiednio w położeniach α^r_1 i α^r_2 wirnika.

Błąd dodatkowy odczytu różnicy położeń wirnika będzie więc:

$$\Delta\alpha^r_{\Delta di} = \alpha^r_2 + \alpha^r_{\Delta d2} - \alpha^r_1 - \alpha^r_{\Delta d2} - \alpha^r_2 + \alpha^r_1 = \alpha^r_{\Delta d2} - \alpha^r_{\Delta d1} \tag{3.2}$$

Zgodnie z definicją (1.5) należy znaleźć maksimum lub supremum tej różnicy, odpowiednio dla obu przypadków powodujących powstawanie błędu dodatkowego TPK, posługując się modelami matematycznymi ich rozkładu.

Błędy dodatkowe $\alpha^r{}_{\Delta_{di}}$ będą sumami

$$\alpha^r{}_{\Delta_{di}} = \alpha^r{}_{\Delta_d\delta_i} + \alpha^r{}_{\Delta_d\theta_i} \tag{3.3}$$

gdzie składowe błędu są wywoływane odpowiednio przez nieprostopadłość napięć zasilania (kąt. δ) i nierównomierność amplitud (współczynnik θ).

3.2. Błąd dodatkowy wywołany nieprostopadłością napięć zasilających.

W [1] znaleziono model matematyczny, który przy zastosowaniu wprowadzonych tu oznaczeń ma postać:

$$\operatorname{tg}\alpha^r{}_{\Delta_d\delta} = \frac{\delta}{1 + \operatorname{tg}\alpha^r\,(\delta + \operatorname{tg}\alpha^r)}; \tag{3.4}$$

Dla poszukiwanej różnicy — wzór (3.2) otrzymuje się następującą zależność:

$$\operatorname{tg}(\alpha^r{}_{\Delta_d\delta_2} - \alpha^r{}_{\Delta_d\delta_1}) = \frac{\delta}{\delta\,\dfrac{1}{\operatorname{tg}(\alpha^r{}_1 - \alpha^r{}_2)} + \dfrac{1}{\sin(\alpha^r{}_1 + \alpha^r{}_2)\,\sin(\alpha^r{}_1 - \alpha^r{}_2)}} \tag{3.5}$$

Przyjęto tu uproszczenie, pomijając wyrazy zawierające δ^2 jako małe drugiego rzędu. Dalsze przekształcenia trygonometryczne oraz wprowadzenie zależności (2.5) prowadzą do wzoru:

$$\operatorname{tg}(\alpha^r{}_{\Delta_d\delta_2} - \alpha^r{}_{\Delta_d\delta_1}) = \frac{-\delta}{\delta\,\dfrac{1}{\operatorname{tg}\alpha^r T} + \dfrac{1}{\sin(2\alpha^r{}_1 + \omega^r T)\,\sin\omega^r T}} = H(\alpha^r{}_1) \tag{3.6}$$

Błąd odczytu różnicy kątów położenia wirnika określony wzorem (3.2), będzie więc:

$$\Delta\alpha^r{}_{\Delta_d\delta_i} = \operatorname{arctg} H(\alpha^r{}_1) \tag{3.7}$$

Poszukiwanie maksimum tego błędu, przy założeniu, że mianownik funkcji $H(\alpha^r{}_1)$ jest ograniczony i niezerowy, prowadzi do:

$$\max\Delta\alpha^r{}_{\Delta_d\delta_i} = \Delta\alpha^r{}_{\Delta_d\delta} = \frac{-\delta\sin\omega^r T}{1 + \delta\cos\omega^r T}; \tag{3.8}$$

a błąd ten występuje w punktach gdy:

$$\cos(2\alpha^r{}_1 + \omega^r T) = 0 \quad \text{tj. } 2\alpha^r{}_1 + \omega^r T = (2k+1)\frac{\pi}{2} \tag{3.9}$$

Dla dostatecznie małych $\omega^r T$ i δ można przyjąć wzór uproszczony ($\delta \ll 1$)

$$\Delta\alpha^r_{\Delta_d\delta} = -\delta\omega^r T \tag{3.10}$$

Ze wzoru (1.4) wynika teraz wg (3.8) lub (3.10)

$$\Delta\omega^r_{\Delta_d\delta} = \frac{\Delta\alpha^r_{\Delta_d\delta}}{T} = -\frac{\delta \sin\omega^r T}{T\,(1 + \delta\cos\omega^r T)}; \tag{3.11}$$

$$\Delta\omega^r_{\Delta_d\delta} = -\delta\omega^r \tag{3.11a}$$

zaś błąd względny odczytu prędkości będzie

$$\delta\omega^r_{\Delta_d\delta} = \frac{\Delta\omega^r_{\Delta_d}}{\omega^r}\,100\% = -\frac{100\delta \sin\omega^r T}{\omega^r\, T(1 + \delta\cos\omega^r T)}\,\% \tag{3.12}$$

lub

$$\delta\omega^r_{\Delta_d\delta} = -100\delta\%; \tag{3.12a}$$

3.3. Błąd dodatkowy wywołany nierównością amplitud napięć zasilających

W [1] podano model matematyczny, który po wprowadzeniu stosowanych tu oznaczeń ma postać:

$$\mathrm{tg}\alpha^r_{\Delta_d\theta} = \frac{(1 - \theta)\,\mathrm{tg}\alpha^r}{\theta + \mathrm{tg}^2\alpha^r} \tag{3.13}$$

Z wykresu zależności względnej wartości tego błędu, podanego tamże, wynika, że z dostateczną dokładnością można przyjąć uproszczony model metamtyczny:

$$\frac{\alpha^r_{\Delta_d\theta}}{\alpha^r_{\Delta_d\theta_m}} = \sin 2\alpha^r \tag{3.14}$$

gdzie:

$$\alpha^r_{\Delta_d\theta_m} = \frac{1 - \theta}{2\sqrt{\theta}} \tag{3.15}$$

Postępując analogicznie, jak w przypadku błędu podstawowego, otrzymuje się dla błędu odczytu różnicy zależność (analogicznie do 2.3):

$$\Delta\alpha^r_{\Delta_d\theta_i} = \alpha^r_{\Delta_d\theta_m}\,(\sin 2\alpha^r_2 - \sin 2\alpha^r_1) \tag{3.16}$$

zaś błędu granicznego

$$\Delta\alpha^r_{\Delta_d\theta} = \alpha^r_{\Delta_d\theta_m}\,\max\,(\sin 2\alpha^r_2 - \sin 2\alpha^r_1) \tag{3.17}$$

po wprowadzeniu (2.5) dochodzi się do wzoru:

$$\Delta\alpha^r_{\Delta_d\theta} = \alpha^r_{\Delta_d\theta_m} \max\left[\sin\left(2\alpha^r_1 + 2\omega^r T\right) - \sin 2\alpha^r_1\right] \tag{3.18}$$

Drogą przekształceń trygonometrycznych dochodzi się do następującej postaci wyrażenia:

$$\Delta\alpha^r_{\Delta_d\theta} = \alpha^r_{\Delta_d\theta_m} \max\left[2\cos(2\alpha^r_1 + \omega^r T)\sin\omega^r T\right] \tag{3.18a}$$

Poszukiwanie maksimum błędu prowadzi do zależności

$$\cos 2\alpha^r_1 \left(\cos 2\omega^r T - 1\right) = \sin 2\alpha^r_1 \sin 2\omega^r T \tag{3.19}$$

a jeżeli wyłączyć wartości $\cos 2\alpha^r_1 = 0$ i $\sin 2\omega^r T = 0$, to otrzymuje się:

$$\operatorname{tg} 2\alpha^r_1 = -\frac{1 - \cos 2\omega^r T}{\sin 2\omega^r T}; \tag{3.19a}$$

Gdy warunek uzyskania maksimum wprowadzić do (3.18d), otrzymuje się:

$$\left|\frac{\Delta\alpha^r_{\Delta_d\theta}}{\alpha^r_{\Delta_d\theta_m}}\right| = \sin 2\omega^r T \,\frac{\cos 2\alpha^r_1}{\cos^2\omega^r T}; \tag{3.20}$$

dla małych $\omega^r T$ można przyjąć uproszczenia (2.9) i wtedy z (3.19) wynika

$$\sin 2\alpha^r_1 = 0; \qquad \cos 2\alpha^r_1 = 1 \qquad 2\alpha^r_1 = 2k\,\frac{\pi}{2} \tag{3.21}$$

co łącznie z wprowadzeniem (2.9) i (3.5) do (3.20) daje

$$\Delta\alpha^r_{\Delta_d\theta} = \left|\frac{1 - \theta}{\sqrt{\theta}}\right| \omega^r T \tag{3.22}$$

Ze wzoru (1.4) wynika teraz dla (3.20) lub (3.22)

$$\Delta\omega^r_{\Delta_d\theta} = \left|\frac{1 - \theta}{2\sqrt{\theta}}\right| \frac{\sin 2\omega^r T}{T} \quad \frac{\cos 2\alpha^r_1}{\cos^2\omega^r T}; \quad \text{lub} \tag{3.23}$$

$$\Delta\omega^r_{\Delta_d\theta} = \left|\frac{1 - \theta}{\sqrt{\theta}}\right| \omega^r \tag{3.23a}$$

Błąd względny odczytu prędkości będzie natomiast odpowiednio

$$\left|\delta\omega^r{}_{\Delta_d\theta}\right| = \frac{\left|\Delta\omega^r{}_{\Delta_d\theta}\right|}{\omega^r} 100\% = 100\left|\frac{1-\theta}{2\sqrt{\theta}} \cdot \frac{\sin 2\omega^r T}{\omega^r T} \cdot \frac{\cos 2\alpha^r{}_1}{\cos^2\omega^r T}\right| \% \tag{3.24}$$

$$\delta\omega^r{}_{\Delta_d\theta} = \frac{100\left|(1-\theta)\right|}{\sqrt{\theta}} \% \tag{3.24a}$$

4. BŁĄD CAŁKOWITY GRANICZNY

Z poprzednich rozważań wynika, że

a) błąd podstawowy ma maksimum w okolicy punktów (2.10)

$$\alpha^r{}_1 = (2k+1)\frac{\pi}{4}$$

b) błąd dodatkowy od nieprostopadłości napięć zasilania ma maksimum w okolicy punktów (3.9)

$$\alpha^r{}_1 = (2k+1)\frac{\pi}{4}$$

c) błąd dodatkowy od nierówności napięć zasilania ma maksimum w okolicy punktów (3.21)

$$\alpha^r{}_1 = 2k\frac{\pi}{4}$$

Tak więc dla obliczenia błędu całkowitego granicznego błędy a i b należy dodać algebraicznie i do ich sumy dodać geometrycznie błąd c.

Tak więc będzie

$$\left(\delta\omega^r{}_{\Delta}\right)^2 = (\delta\omega^r{}_{\Delta_p} + \delta\omega^r{}_{\Delta_d\delta})^2 + (\delta\omega^r{}_{\Delta_d\theta})^2 + 2\,(\delta\omega^r{}_{\Delta_p} + \delta\omega^r{}_{\Delta_d\delta})\,\delta\omega^r{}_{\Delta_d\theta}\cos\frac{\pi}{8} \tag{4.1}$$

LITERATURA

[1] Missala T.: Błędy dodatkowe transformatora położenia kątowego — przesuwnika fazowego wynikające z warunków jego pracy. Biuletyn PIAP 1987 z. 4/123 s. 29-52.

[2] Missala T.: Uogólniona teoria selsyna. Teoria selsyna transformatorowego i analiza jego błędów wynikających z niedokładności obróbki. Rozprawy Elektrotechniczne 1971 z. 1 s. 23-73.

Załącznik L.2.

INSTYTUT ELEKTROTECHNIKI - Zakład Małych Maszyn Elektrycznych

POLITECHNIKA WARSZAWSKA
Wydział Elektryczny - IME,

Wydział Mechaniki Precyzyjnej - IKPPiO

PRZEDSIĘBIORSTWO APARATURY SPAWALNICZEJ ASPA S.A. Aspa

VIII SYMPOZJUM

MIKROMASZYNY I SERWONAPĘDY

Materiały konferencyjne

tom I

Zamek Książ 14 - 18 września 1992

Załącznik L.3

BIULETYN

Przemysłowego Instytutu Automatyki i Pomiarów PIAP

Nr 4-162/92

Warszawa 1992

SPIS TREŚCI

16

automatyzacji i robotyzacji dyskretnych procesów produk...jnych

Jerzy Kurek - Uogólniony regulator predykcyjny

Jerzy Fijałkowski, Witold Sulej - Systemy pozycjonowania

Tadeusz Uhl, Józef Giergiel - Zastosowanie sieci neuronowych w budowie maszyn

Ewa Wachowicz - Problemy automatyzacji sterowania mikroklimatem w przechowalnictwie plodów rolnych

SESJA II
INŻYNIERIA BIOMEDYCZNA

Sala 140 Wydziału Mechaniki Precyzyjnej

Krzysztof Lewenstein, Maciej Chojnacki - Zastosowanie sieci neuronowych w diagnostyce kardiologicznej

Anna Cysewska-Sobusiak - Możliwości aplikacyjne i ograniczenia pulsooksymetrii

Stanisław Długosz, Barbara Jaroszek - Wiarygodność pomiarów obiektów wieloparametrowych na przykładzie obiektu biologicznego

SESJA III
KONSTRUKCJA ELEMENTÓW I URZĄDZEŃ PRECYZYJNYCH

[redacted]

Maciej Bodnicki - Problemy konstrukcyjne i parametry użytkowe optoelektronicznych momentomierzy obrotowych

Wiesław Mościcki, Mariusz Chodubski - Stanowisko do badania dokładności kinematycznej sprzęgieł stosowanych w mechanice precyzyjnej

Zygmunt Rymuza - Kryteria trwałości węzłów tarcia w urządzeniach mechatroniki

Barbara Kozłowska - Badania doświadczalne częściowo uplastycznionych elementów konstrukcyjnych

Priit Podra - Measurement of sliding friction at harmonic reciprocations

Tamre Mart - Precision force and move measurement systems in tribotechnical testing of journal bearings

Edward Babiasz, Marek Młynarczyk, Zbigniew Mrotek - Lotnicze pokładowe wskaźniki serwomechaniczne

[redacted]

Jan Jedliński - System pomiarowy do kontroli sprężyn

Jerzy Janusz Panek - Ochrona własności intelektualnej i przemysłowej nowych rozwiązań technicznych

30-lecie
WYDZIAŁU MECHANIKI PRECYZYJNEJ
Politechniki Warszawskiej

Załącznik L.4.

Sympozjum Naukowe

MECHATRONIKA '92

Warszawa, 6 listopada 1992

P r o g r a m   s y m p o z j u m

Sympozjum organizuje
Wydział Mechaniki Precyzyjnej Politechniki Warszawskiej
Fundacja Rozwoju Wydziału Mechaniki Precyzyjnej
Politechniki Warszawskiej im. Prof. H. Treberta

Załącznik L.5.

Tadeusz MISSALA

Przemysłowy Instytut Automatyki
i Pomiarów, Warszawa

BŁĘDY POMIARU PRĘKOŚCI SERWOMECHANIZMU REALIZOWANEGO PRZEZ OBRÓBKĘ SYGNAŁU TPK

1. Postawienie zagadnienia

1.1. Pomiar prędkości kątowej

Prędkość kątowa silnika serwomechanizmu jest mierzona przez próbkowanie wskazań TPK pracującego w układzie przesuwnika fazowego i dzielenie różnicy dwu kolejnych odczytów przez czas jaki między nimi upłynął, wg wzoru

$$\omega^r = \frac{\alpha_2^r - \alpha_1^r}{T} = \frac{\Delta\alpha^r}{T}$$

gdzie: ω^r – poszukiwana prędkość kątowa, α_1^r i α_2^r – kolejne odczyty położenia kątowego wału TPK, T – okres próbkowania (stały).

1.2. Błąd odczytu prędkości kątowej

Zostanie wyznaczony błąd graniczny prędkości kątowej

Zgodnie z zasadami obliczania tego błędu jest

$$\Delta\omega_\Delta^r = \frac{\partial\omega^r}{\partial\Delta\alpha^r}\Delta\alpha_\Delta^r + \frac{\partial\omega^r}{\partial T}\Delta T$$

Błąd odczytu czasu t.j.błąd okresu próbkowania przyjmuje się za zerowy, gdyż okres próbkowania jest odmierzony zegarem mikroprocesora; przy $\Delta T = 0$ otrzymuje się:

$$\Delta\omega_\Delta^r = \frac{\partial\omega^r}{\partial\Delta\alpha^r}\Delta\alpha_\Delta^r$$

gdzie: $\Delta\omega_\Delta^r$ – błąd bezwzględny odczytu prędkości kątowej, $\Delta\alpha_\Delta^r$ – błąd odczytu kąta tj. błąd odczytu różnicy $\alpha_2^r - \alpha_1^r$.

Ze wzorów powyższych wynika $\left(\frac{\partial\omega}{\partial\Delta\alpha^r} = \frac{1}{T}\right)$

$$\Delta\omega_\Delta^r = \frac{(\alpha_2^r-\alpha_1^r)_\Delta}{T} = \frac{\Delta\alpha_\Delta^r}{T}$$

Na błąd odczytu różnicy położeń składają się

- błąd wynikający z błędu podstawowego TPK, podawanego przez wytwórcę,
- błąd wynikający z błędów dodatkowych TPK, spowodowanych niedokładnościami działania układu zasilającego [1].

Jako błąd odczytu położenia wirnika TPK przyjmuje się

$$(\alpha_2^r - \alpha_1^r)_\Delta = \sup \Delta\alpha_{\Delta p}^r + \sup \Delta\alpha_{\Delta d}^r = \Delta\alpha_\Delta^r$$

gdzie: $\Delta\alpha_{\Delta p}^r$ – błąd różnicy wynikający z błędu podstawowego TPK.

$\Delta\alpha_{\Delta d}^r$ – błąd różnicy wynikający z błędów dodatkowych TPK.

2. Błąd podstawowy

$$\left|\frac{\Delta\alpha_{\Delta p}^r}{\alpha_{\Delta pm}^r}\right| = \sin 2\omega^r T \frac{\sin 2\alpha_1^r}{\cos^2\omega^r T} ;$$

Błąd względny pomiaru prędkości, dla małych $\omega^r T$ będzie więc:

$$\delta\omega_{\Delta p}^r = \frac{\Delta\omega_{\Delta p}^r}{\omega^r} 100\% = 200\alpha_{\Delta pm}^r \ \% ;$$

3. Błąd dodatkowy wywołany nieprostopadłością napięć zasilających.

$$\delta\omega_{\Delta d\delta}^r = \frac{\Delta\omega_{\Delta d\delta}^r}{\omega^r} 100\% = -\frac{100\delta \sin\omega^r T}{\omega^r T(1+\delta\cos\omega^r T)} \%$$

lub

$$\delta\omega_{\Delta d\delta}^r = -100\delta \ \%;$$

4. Błąd dodatkowy wywołany nierównością amplitud napięć zasilających

$$\left|\delta\omega_{\Delta d\theta}^r\right| = \frac{\left|\Delta\omega_{\Delta d\theta}^r\right|}{\omega^r} 100\% = 100\left|\frac{1-\theta}{2\sqrt{\theta}} \cdot \frac{\sin 2\omega^r T}{\omega^r T} \cdot \frac{\cos 2\alpha_1^r}{\cos^2\omega^r T}\right| \%$$

lub

$$\delta\omega_{\Delta d\theta}^r = \frac{100(1-\theta)}{\sqrt{\theta}} \ \%$$

5. Błąd całkowity

a) błąd podstawowy ma maksimum w okolicy punktów

$$\alpha_1^r = (2k+1)\frac{\pi}{4}$$

b) błąd dodatkowy od nieprostopadłości napięć zasilania ma maksimum w okolicy punktów

$$\alpha_1^r = (2k+1)\frac{\pi}{4}$$

c) błąd dodatkowy od nierówności napięć zasilania ma maksimum w okolicy punktów

$$\alpha_1^r = 2k\frac{\pi}{4}$$

Dla obliczenia błędu całkowitego błędy a i b należy dodać więc algebraicznie i do ich sumy dodać geometrycznie błąd c.

Tak więc będzie

$$(\delta\omega_\Delta^r)^2 = (\delta\omega_{\Delta p}^r + \delta\omega_{\Delta d\delta}^r)^2 + (\delta\omega_{\Delta d\theta}^r)^2 + 2(\delta\omega_{\Delta p}^r + \delta\omega_{\Delta d\delta}^r)\delta\omega_{\Delta d\theta}^r \cos\frac{\pi}{8}$$

Literatura

1. Missala T.:*Błedy dodatkowe transformatora położenia kątowego - przesuwnika fazowego wynikające z warunków jego pracy.* Biuletyn PIAP 1987 z.4/123 s.29-52.

2. Missala T.: *Uogólniona teoria selsyna. Teoria selsyna transformatorowego i analiza jego błędów wynikających z niedokładności obróbki.* Rozprawy Elektrotechniczne 1971r. z.1 ss. 23-73.

Tadeusz MISSALA

Industrial Institute for Automation
and Measurement, Warszawa

ERRORS OF THE SERVOMECHANISM VELOCITY MEASUREMENT RELISED BY RESOLVER SIGNAL SCANNING

Summary

The assessment of errors of an angluar velocity measurement of a servomechanism is done in the paper, when the meaasurement is realised by scanning of the output signal of a resolverphase shifter. The influences of the basic error of the resolver, as well as of the additional errors caused by unperpendicularity of supply voltages and inequality of their amplitudes are discussed. The formula for the calculation of the total limit error is also done.

Załącznik L.6.

ERRORS OF THE SERVOMECHANISM VELOCITY MEASUREMENT REALISED BY RESOLVER SIGNAL SCANNING

Tadeusz Missala

1. Setting of the problem

1.1. Measurement of the angular velocity.

The angular velocity of the serwomechanism servomotor is measured by the scanning of the resolver - phase shifter signal; the difference of the two sucsessive readings of the rotor angle position is divided by the time between them, ac.the formula:

$$\omega^r = \frac{\alpha_2^r - \alpha_1^r}{T} = \frac{\Delta\alpha^r}{T} \tag{1.1}$$

where : ω^r - the angular velocity, to be measured;

α_1^r ,α_2^r - the successive readings of the resolver rotor positions;

T - the period of the scanning (constant);

1.2. Error of the angular velocity measurement.

The limit error value of the angular velocity (1.1) will be calculated as :

$$\Delta\omega_\Delta^r = \frac{\partial\omega^r}{\partial\Delta\alpha^r}\Delta\alpha_\Delta + \frac{\partial\omega^r}{\partial T}\Delta T \tag{1.2}$$

The error ΔT of the reading of time, this means of the scanning period, will be considered as null, because it is measured off by the microprocessor clock; by ΔT = 0 will be :

$$\Delta\omega_\Delta^r = \frac{\partial\omega^r}{\partial\Delta\alpha^r}\Delta\alpha_\Delta^r \tag{1.3}$$

where : $\Delta\omega_\Delta^r$ - the absolute error of the angular velocity reading,

$\Delta\alpha_\Delta^r$ - the error of the angle reading, this means the error of the reading of the difference $\alpha_2^r - \alpha_1^r$.

From the formulas (1.1) and (1.3), by $\frac{\partial\omega^r}{\partial\Delta\alpha^r} = \frac{1}{T}$, results:

$$\Delta\omega^r_\Delta = \frac{(\alpha^r_2 - \alpha^r_1)_\Delta}{T} = \frac{\Delta\alpha^r_\Delta}{T} \qquad (1.4)$$

The error of the rotor angle positions difference reading is compilate of :

- the error resulting from the basic resolver error, done by the manufacture (basic error),
- the error resulting from the resolver additional errors, caused by inaccuracies of the supply system [1] (additional error).

As the error of the rotor angle positions difference reading will be adopt the formula :

$$(\alpha^r_2 - \alpha^r_1) = \sup \Delta\alpha^r_{\Delta p} + \sup \Delta\alpha^r_{\Delta d} = \Delta\alpha^r_\Delta \qquad (1.5)$$

where : $\Delta\alpha^r_{\Delta p}$ - the error of the difference resulting from the resolver basic error,

$\Delta\alpha^r_{\Delta d}$ - the error of the difference resulting from the resolver additional errors.

The read off value of the angluar velocity will be :

$$\omega^r_a = \frac{\Delta\alpha^r + \Delta\alpha^r_\Delta}{T} = \frac{\Delta\alpha^r}{T} + \frac{\Delta\alpha^r_\Delta}{T} = \omega^r + \Delta\omega^r_\Delta \qquad (1.6)$$

The components of the angular velocity error result from (1.5); this formula is presenting exactly the components of the rotor angle position reading error.

2. Basic error.

The basic error of the angular velocity reading results from the resolver basic error. The nature of this error is caused mainly by the inaccuracies of the mechanical working. As is was presented in [2], these inaccuracies generate the second harmonic voltage. Then for the basic error can be adopted the mathematical model as below :

$$\alpha^r_{\Delta p} = \alpha^r_{\Delta pm}\cos 2\alpha^r \tag{2.1}$$

where : $\alpha^r_{\Delta pm}$ is the maximal value of the basic error.
For the rotor position α^r_1 the error will be :

$$\alpha^r_{\Delta p1} = \alpha^r_{\Delta pm}\cos 2\alpha^r_1 \tag{2.1a}$$

For the rotor position α^r_2 the error will be :

$$\alpha^r_{\Delta p2} = \alpha^r_{\Delta pm}\cos 2\alpha^r_2 \tag{2.1b}$$

The error of the rotor positions difference reading will be then:

$$\alpha^r_2 + \alpha^r_{\Delta p2} - \alpha^r_1 - \alpha^r_{\Delta p1} - \alpha^r_2 + \alpha^r_1 = \Delta\alpha^r_{\Delta pi}$$

and :

$$\Delta\alpha^r_{\Delta pi} = \alpha^r_{\Delta p2} - \alpha^r_{\Delta p1} \tag{2.2}$$

After itroducing (2.1a) and (2.1b) will be:

$$\Delta\alpha^r_{\Delta pi} = \alpha^r_{\Delta pm}(\cos 2\alpha^r_2 - \cos 2\alpha^r_1) \tag{2.3}$$

According the definition (1.5) the quantity to be search for is:

$$\sup\Delta\alpha^r_{\Delta pi} = \alpha^r_{\Delta pm}\max(\cos 2\alpha^r_2 - \cos 2\alpha^r_1) = \Delta\alpha^r_{\Delta p} \tag{2.4}$$

From the definition of the rotor angular positions α^r_1 and α^r_2 results:

$$\alpha^r_2 = \alpha^r_1 + \omega^r T \tag{2.5}$$

This way the formula (2.4) will get the form :

$$\Delta\alpha^r_{\Delta p} = \alpha^r_{\Delta pm}\max\,[\cos 2(\alpha^r_1 + \omega^r T) - \cos 2\alpha^r_1] \tag{2.6}$$

The trigonometric transformations lead to the second form of this formula :

23

$$\Delta\alpha^r_{\Delta p} = \alpha^r_{\Delta pm}\max\left|-\ 2\sin\omega^r T\ \sin(\alpha^r_1\omega^r T)\right| \qquad (2.6a)$$

The search for the maximum, mentioned in (2.6a) leads, by ω^r = const, to the expression :

$$\sin 2\alpha^r_1(1 - \cos 2\omega^r T) = \cos 2\alpha^r_1 \sin 2\omega^r T \qquad (2.7)$$

If take the exception of values $\sin 2\alpha^r_1 = 0$ and $\sin 2\omega^r T = 0$, will be :

$$\mathrm{ctg}\,2\alpha^r_1 = \frac{1-\cos 2\omega^r T}{\sin 2\omega^r T} \qquad (2.7a)$$

or if take the exception of values $\cos 2\alpha^r_1 = 0$ and $1-\cos 2\omega\ T^r = 0$, will be:

$$\mathrm{tg}\,2\alpha^r_1 = \frac{\sin 2\omega^r T}{1-\cos 2\omega^r T} \qquad (2.7b)$$

Introducing the conditions (2.7), (2.7a) and (2.7b) to (2.6a) gives:

$$\left|\frac{\Delta\alpha^r_{\Delta p}}{\alpha^r_{\Delta pm}}\right| = \left|\sin 2\omega^r T\ \frac{\sin 2\alpha^r_1}{\cos^2\omega^r T}\right| \qquad (2.8)$$

If the sampling period T is sufficient small, the quantity $\omega^r T$ will be very small too and the following simplifications can be introduced :

$$\cos\omega^r T = 1;\ \sin\omega^r T = \omega^r T. \qquad (2.9)$$

(The simplification for the sinus functon will be used no earlier than by the angular velocity error calculation)
From (2.9) and (2.7a), for the small $\omega^r T$ will be :

$$\cos 2\alpha^r_1 = 0 \text{ this means: } 2\alpha^r_1 = (2k+1)\frac{\pi}{2}\ ;\ \sin 2\alpha^r_1 = 1 \qquad (2.10)$$

when introduce (2.9) and (2.10) to (2.8) one obtains :

$$\Delta\alpha^r_{\Delta p} = \Delta\alpha^r_{\Delta pm}\ \sin 2\omega^r T \qquad (2.11)$$

This, in connection with (1.4) leads to :

$$\Delta\omega^r_{\Delta p} = \alpha^r_{\Delta pm}\ \frac{\sin 2\omega^r T}{T} \qquad (2.12)$$

which can be presented as:

$$\Delta\omega^r_{\Delta p} = 2\omega^r \alpha^r_{\Delta pm} \qquad (2.13)$$

The relative error of angular velocity measurement will be now :

$$\delta\omega^r_{\Delta p} = \frac{\Delta\omega^r_{\Delta p}}{\omega^r}\ 100\% = 200\alpha^r_{\Delta pm} \qquad (2.14)$$

The numerical calculation prouved, the above introduced simplifications (2.9) are valid till :

$$\omega^r T \leq 0{,}4 \qquad (2.15)$$

E.g. the basic error of the angular velocity measurement done by means of the resolver LTSa11c (Presilec), the basic error of which is 7' of angle, is :

$$\delta\omega^r_{\Delta p} = 0{,}4072 \qquad 0{,}41\%$$

3. Additional errors.

3.1. General

The additional errors of the angular velocity reading, caused by the additional errors of the resolver [1], will be considered one after another as follows :

- the error caused by unperpendicularity of supply voltages,
- the error caused by inequality of amplitudes of supply voltages.

When these errors exist the resolver readings by the real angle positions α^r_1 and α^r_2 will be :

$$\alpha^r_1 + \alpha^r_{\Delta d1};\ \alpha^r_2 + \alpha^r_{\Delta d2} \qquad (3.1)$$

where: $\alpha^r_{\Delta d1}$ and $\alpha^r_{\Delta d2}$ - the reading additional errors in the angle positions α^r_1 and α^r_2 , respectively.

The additional error of the angle positions difference will be:

$$\Delta\alpha^r_{\Delta di} = \alpha^r_2 + \alpha^r_{\Delta d2} - \alpha^r_1 - \alpha^r_{\Delta d1} - \alpha^r_2 + \alpha^r_1 = \alpha^r_{\Delta d2} - \alpha^r_{\Delta d1} \qquad (3.2)$$

According to the definition (1.5), the maximum or the supremum of this difference is to calculate, by use of the mathematical models of error distribution.The additional error $\alpha^r_{\Delta di}$ is the sum :

$$\alpha^r_{\Delta di} = \alpha^r_{\Delta d\delta i} + \alpha^r_{\Delta d\Theta i} \qquad (3.3)$$

where the error components are caused by the unperpendicularity (angle δ) and inequality of amplituds (cofficient Θ) of the supply voltages, respectively.

3.2. Error caused by unperpendicularity of resolver supply voltages.

The mathematical model of position error distribution was done in [1] and by the nomenclature used above it is :

$$tg\alpha^r_{\Delta d\delta} = \frac{\delta}{1 + tg\alpha^r(\delta + tg\alpha^r)} \qquad (3.4)$$

where :δ - the angle of unperpendicularity.

For the difference to be search for (3.2), the below done dependence is to obtain :

$$tg(\alpha^r_{\Delta\alpha\delta 2} - \alpha^r_{\Delta d\delta 1}) = \frac{\delta}{\delta\dfrac{1}{tg(\alpha^r_1-\alpha^r_2)} + \dfrac{1}{\sin(\alpha^r_1+\alpha^r_2)\sin(\alpha^r_1-\alpha^r_2)}} \qquad (3.5.)$$

(The simplification was get here - the members with δ^2 are neglected as very small 2-nd order).

The trigonometric transformations and introducing of (2.5) lead to the formula :

$$tg(\alpha^{r}_{\Delta d\delta_2} - \alpha^{r}_{\Delta d\delta_1}) = \frac{-\delta}{\delta \frac{1}{tg\alpha^{r} T} + \frac{1}{\sin(2\alpha^{r}_{1} + \omega^{r} T)\sin\omega^{r} T}} = H(\alpha^{r}_{1}) \qquad (3.6)$$

The error of rotor angles difference reading (3.2) will be now :

$$\Delta\alpha^{r}_{\Delta d\delta_i} = arc\ tg\ H(\alpha^{r}_{1}) \qquad (3.7)$$

The search for error maximum by the assumptions, the denominator of $H_1(\alpha^{r}_{1})$ is limited and isn't null, gives :

$$\max\Delta\alpha^{r}_{\Delta d\delta i} = \Delta\alpha^{r}_{\Delta d\delta} = \frac{-\delta\sin\omega^{r}T}{1+\delta\ \cos\omega^{r}\ T} \qquad (3.8)$$

This error takes place at such points, where :

$$\cos(2\alpha^{r}_{1} + \omega^{r}T) = 0 \quad \text{this means:}\ 2\alpha^{r}_{1} + \omega^{r}T = (2k+1)\frac{\pi}{2} \qquad (3.9)$$

For the sufficient small $\omega^{r}T$ and δ the simplified formula can be used :

$$\Delta\alpha^{r}_{\Delta d\delta} = -\delta\omega^{r}T \qquad (3.10)$$

From the formula (1.4) in connection with (3.8) or (3.10) results respectively :

$$\Delta\omega^{r}_{\Delta d\delta} = \frac{\Delta\alpha^{r}_{\Delta d\delta}}{T} = - \frac{\delta\sin\omega^{r}T}{T(1+\delta\cos\omega^{r}\ T)} \qquad (3.11)$$

or :

$$\Delta\omega^{r}_{\Delta d\delta} = -\delta\omega^{r} \qquad (3.11a)$$

The relative error of the angluar velocity reading will be respectively :

$$\delta\omega^{r}_{\Delta d\delta} = \frac{\Delta\omega^{r}_{\Delta d\delta}}{\omega^{r}}\ 100\% = - \frac{100\delta\sin\omega^{r}T}{\omega^{r}T(1+\delta\cos\omega^{r}T)}\ \% \qquad (3.12)$$

or

$$\delta\omega^{r}_{\Delta d\delta} = -100\delta \ \% \tag{3.12a}$$

3.3. Error caused by inequality of amplitudes of supply voltages.

The mathematical model od position error distribution was done in [1], and by the nomenclature used abore it is :

$$tg\alpha^{r}_{\Delta d\Theta} = \frac{(1-\Theta)tg\alpha^{r}}{\Theta + tg^{2}\alpha^{r}} \tag{3.13}$$

wehre Θ is the quotient od supply voltages amplitudes.
The diagram of relative values of this error versus rotor angle position α^{r} enables to get, with sufficient accuracy, the simplified model as below:

$$\frac{\alpha^{r}_{\Delta d\Theta}}{\alpha^{r}_{\Delta d\Theta m}} = \sin 2\alpha^{r} \tag{3.14}$$

where:

$$\alpha^{r}_{\Delta d\Theta m} = \frac{1 - \Theta}{2\sqrt{\Theta}} \tag{3.15}$$

The considerations, analogical as done in clause 2, lead to the following formula to express the rotor angle positions difference error :

$$\Delta\alpha^{r}_{\Delta d\Theta i} = \alpha^{r}_{\Delta d\Theta m}\ (\sin 2\alpha^{r}_{2} - \sin 2\alpha^{r}_{1}) \tag{3.16}$$

and to express the limit error :

$$\Delta\alpha^{r}_{\Delta d\Theta} = \alpha^{r}_{\Delta d\Theta m}\ \max\ (\sin 2\alpha^{r}_{2} - \sin 2\alpha^{r}_{1}) \tag{3.17}$$

After introducing (2.5) is to obtain :

$$\Delta\alpha^r_{\Delta d\Theta} = \alpha^r_{\Delta d\Theta m} \max\ [\sin(2\alpha^r_1 + 2\omega^r T) - \sin 2\alpha^r_1] \qquad (3.18)$$

The trigonometric transformations lead to the formula :

$$\Delta\alpha^r_{\Delta d\Theta} = \alpha^r_{\Delta d\Theta m} \max\ [2\cos(2\alpha^r_1 + \omega^r T)\sin\omega^r T] \qquad (3.18a)$$

The search for the error maximum leads to the dependence :

$$\cos 2\alpha^r_1\ (\cos 2\omega^r T - 1) = \sin 2\alpha^r_1\ \sin 2\omega^r T \qquad (3.19)$$

If take the exception of values $\cos 2\alpha^r_1 = 0$ and $\sin 2\omega^r T = 0$ will be:

$$tg 2\alpha^r_1 = -\frac{1 - \cos 2\omega^r T}{\sin 2\omega^r T} \qquad (3.19a)$$

If the condition of the obtaining of the maximum introduce to (3.18a) will be :

$$\left|\frac{\Delta\alpha^r_{\Delta d\Theta}}{\alpha^r_{\Delta d\Theta m}}\right| = \sin 2\omega^r T\ \frac{\cos 2\alpha^r_1}{\cos^2 \omega^r T} \qquad (3.20)$$

When $\omega^r T$ is small. the simplifications (2.9) can be used and this leads to the dependencies :

$$\sin 2\alpha^r_1 = 0;\ \cos 2\alpha^r_1 = 1;\ 2\alpha^r_1 = 2k\frac{\pi}{2} \qquad (3.21)$$

and to the formula for the angle positions difference error:

$$\Delta\alpha^r_{\Delta d\Theta} = \left|\frac{1 - \Theta}{\sqrt{\Theta}}\right|\ \omega^r T \qquad (3.22)$$

The angular velocity error (1.4), by using the formulas (3.20) or (3.22) respectively, will be :

$$\Delta\omega^r_{\Delta d\Theta} = \left|\frac{1 - \Theta}{2\sqrt{\Theta}}\right| \cdot \frac{\sin 2\omega^r T}{T} \cdot \frac{\cos 2\alpha^r_1}{\cos^2 \omega^r T} \qquad (3.23)$$

or;

$$\Delta\omega^r_{\Delta d\Theta} = \left| \frac{1 - \Theta}{\sqrt{\Theta}} \right| \omega^r \qquad (3.23a)$$

The relative error of the angular velocity reading will be now :

$$\left|\delta\omega^r_{\Delta d\Theta}\right| = \left|\frac{\Delta\omega^r_{\Delta d\Theta}}{\omega^r}\right| \cdot 100\% = 100 \left|\frac{1-\Theta}{2\sqrt{\Theta}} \cdot \frac{\sin 2\omega^r T}{\omega^r T} \frac{\cos 2\alpha^r_1}{\cos^2 \omega^r T}\right| \% \qquad (3.24)$$

or :

$$\delta\omega^r_{\Delta d\Theta} = \frac{100\left|1-\Theta\right|}{\sqrt{\Theta}} \% \qquad (3.24a)$$

4. Total error.

On the basis of above done considerations, the following conclusions can be given :

a) the basic error has its maximum near the points (2.10)

$$\alpha^r_1 = (2k + 1)\frac{\pi}{4}$$

b) the additional error caused by the unperpendicularity of supply voltages has its maximum near the points (3.9) :

$$\alpha^r_1 = (2k + 1)\frac{\pi}{4}$$

c) the additional error caused by the inequality of amplitudes of supply voltages has its maximum near the points (3.21) :

$$\alpha^r_1 = 2k\frac{\pi}{4}$$

This means, to calculate the total error, errors a and b should be added arithmetically and to their sum the error c should be added geometrically. This way below done formula for the total error is to obtain :

$$(\delta\omega^{r}_{\Delta})^{2} = (\delta\omega^{r}_{\Delta p}+\delta\omega^{r}_{\Delta d\delta})^{2} + (\delta\omega^{r}_{\Delta dO})^{2} + 2(\delta\omega^{r}_{\Delta p}+\delta\omega^{r}_{\Delta d\delta})\ \delta\omega^{r}_{\Delta d\Theta}\cos\frac{\pi}{8} \qquad (4.1)$$

References.

1. Missala T.: Additional errors of the resolver - phase shifter caused by its work conditions. Biuletyn PIAP 1987 nr 4/123 p.29-52 (in Polish).
2. Missala T.: New generalized selsyn theory. Theory of transformer selsyn and analysis of inaccuracy causing by inproper mechanical works. Rozprawy Elektrotechniczne 1971 nr 1 p.23-73 (in Polish).

Tadeusz MISSAlA

Industrial Institute for Automation
and Measurement, Warszawa

ERRORS OF THE SERVOMECHANISM VELOCITY MEASUREMENT RELISED BY RESOLVER SIGNAL SCANNING

Abstract

The assessment of errors of an angluar velocity measurement of a servomechanism is done in the paper, when the measurement is realised by scanning of the output signal of a resolver phase shifter. The influences of the basic error of the resolver, as welll as of the additional errors caused by unperpendicularity of supply voltages and inequality of their amplitudes are discussed. The formula for the calculation of the total limit error is also done.

Załącznik L.7.

PIAP

Tadeusz Missala, M.Sc (Eng.) Ph. D
Professor
Department for Electrical Automation

Industrial Research Institute
for Automation and Measurements
02-222 Warsaw, Poland
Al. Jerozolimskie 202

Telefon: (48) (22) 238-483
Telefax: (48) (22) 238-864, 238-176
Telex: 813-726 PL

Warszawa, 1992-11-25

M.James C.HUNG
Editor
IEEE Transactions on Industrial
Electronics
Elec. Comp.Eng.Dept.
University of Tennenssee
KNOXVILLE, TN 37996-2100
615-974-5420

Dear Sir,

I'm enclosing four copies of my paper: "Errors of the servomechanism velocity measurement realised by resolver signal scanning" with the kind request to print it in Your journal.

Sincerely Yours

Missala

CALL FOR PAPERS

Załącznik L.8.

PCIM '93

INTERNATIONAL CONFERENCE AND EXHIBITION

Congress- and Exhibition Centre Nürnberg, June 21–24, 1993

ZM Communications GmbH • Kleinreuther Weg 58 • D-8500 Nürnberg 10

POWER ELECTRONICS DRIVES AND MOTION

Technology innovation in power semiconductors, power conversion, power electronics, motors, drives, motion control and adjustable speed drives

The International Conference and Exhibition PCIM '93 seeks the best papers in the field of

Power Conversion & Intelligent Motion

Only original, never before published papers are solicited. **PCIM '93** technical sessions will address the practical application of new components, semiconductor devices, circuits, design oriented analysis techniques and current trends in design and manufacture of power electronics, drives, motion control products and systems, and power quality system design.
End users are encouraged to collaborate with their major suppliers and present papers that describe unique and innovative applications.

Details of the abstract

Abstracts must accurately reflect the contents of the manuscript. Acceptance of abstracts will be based on technical merit. The length of the abstract should be 200 to 300 words. The abstract should be accompanied by a more detailed summary (up to 3 pages). Manuscripts of accepted papers, if properly prepared, will be included in the Official Conference Proceedings. Manuscripts and abstracts must be written in English. Significance of the Subject Matter: State the most significant aspect of the subject matter. State the classification number for your abstract according to our given subject numbers.

Time schedule:

Prospective authors should submit 3 copies of the abstract and the summary of the paper by November 30, 1992 to:
ZM COMMUNICATIONS GmbH, "PCIM '93",
Kleinreuther Weg 58, D-8500 Nürnberg 10 / Germany,
Phone +49/911/367059, Fax +49/911/364522

Also include author's name, affiliation, address, telephone and fax number.

Authors will be notified by:
January 30, 1993

Final paper deadline:
February 28, 1993

PCIM ADVISORY BOARD MEMBERS

Power Conversion

Conference Director:
Jean-Marie Peter, SGS-Thomson (F)
Pierre Aloisi, Motorola (F)
Peter Bardos, Advanced Power Supplies (GB)
Prof. Oleg Bulatov, University of Moscow (GUS)
Bruce Carsten, Oltronics (CAN)
Dr. Leo Lorenz, Siemens (D)
Denis Grafham, ABB-IXYS (D)
M. J. Humphreys Philips Components (GB)
Martin Kistner, Computer Products (D)
Brian Taylor, International Rectifier (GB)
Arthur Woodworth, International Rectifier (GB)
Prof. Franz Zach, University of Vienna (A)

Intelligent Motion

Conference Director:
Prof. Peter Lawrenson, SR Drives (GB)
Prof. Peter-Klaus Budig, TU Chemnitz (D)
Dr. Salvatore Chiama, Magnetic (I)
D. R. Critchley, GEC Ind. Controls (GB)
Dr. Helmut Hans, Papst Motoren (D)
Ted Hopper, Maccon (D)
Dan Jones, Incremotion Associates (USA)
Norbert Kleinsorge, Siemens (D)
Prof. Tim Miller, University of Glasgow (GB)
Prof. Gerhard Pfaff, University of Erlangen (D)
Horst Siekmann, K+S Schrittmotoren (D)
Dr Jacob Tal, Galil Motion Control (USA)
Heribert Winkler, AEG (D)

ZM COMMUNICATIONS GMBH
Kleinreuther Weg 58 • D-8500 Nürnberg 10, Germany
Phone 09 11 / 36 70 58 + 36 70 59 • Fax 09 11 / 36 45 22

USA: **INTERTEC Communications Inc.**
2472 Eastman Ave., Bldg. 34 • USA-Ventura, CA 93003-5774
Phone 805-658-0933 • Fax 805-656-0170

PIAP Załącznik L.9.

Tadeusz Missala, M.Sc(Eng.) Ph.D
Professor
Department for Electrical Automation

Warszawa, 1992-11-27

Industrial Research Institute
for Automation and Measurements
02-222 Warsaw, Poland
Al. Jerozolimskie 202
Telefon: (48)(22) 238-483
Telefax: (48)(22) 238-864, 238-176
Telex: 813-726 PL

ZM COMMUNICATIONS GmbH, "PCIM'93"

Kleinreuther Weg 58

D-8500 Nürnberg 10 -Germany

I'm enclosing to this letter the copies of the abstract and of the summary of the paper, which I'm intending to submit .

Sincerely Yours

Missala

Załącznik 1.9.a

INTERNATIONAL CONFERENCE AND EXHIBITION

ZM Communications GmbH · Kleinreuther

PCIM

POWER ELECTRONICS DRIVES AND MOTION

Technology innovation in power semiconductors, power conversion, power electronics, motors, drives, motion control and adjustable speed drives

MERA PIAP
Prof.Tadeusz Missala Dep. ZAE
Al. Jerozolimskie 202

PL-02222 Warsaw Poland

02/12/92

PCIM '93 Conference -
June 22 - 24, 1993 in Nuremberg, Germany

Dear Prof. Missala,

Thank you very much for submitting your paper "Optimum Reduction Gear Ratio for Servoactuators".

Your paper has been given reference no. IM 34.

For all correspondence, please refer to this number.

After evaluation of your paper we will inform you about the result immediately.

Yours sincerely,
ZM Communications GmbH

Sabine Berentz
Sabine Berentz

ZM COMMUNICATIONS GMBH
Kleinreuther Weg 58, D-8500 Nürnberg 10 · Germany
Phone 0911/367058 + 367059 · Fax 0911/364522
Telex 623258 incom d

USA: **INTERTEC International Inc.**
2472 Eastman Ave., Bldg. 34 · USA-Ventura, CA 93003-5774
Phone 805-658-0933 · Fax 805-656-0170
Telex 182218 pci vent (USA)

Załącznik L.10.

Section C
Motor Load Interface

Tadeusz Missala
Industrial Institute
of Automation and Measurements
PIAP, Warszawa

OPTIMUM REDUCTION GEAR RATIO FOR SERVOACTUATORS

- Abstract -

The typical problem which is to solve by servomechanism designing is the time - optimal problem. This means, the time needed to realise the positioning path from $\Omega = 0$ to $\Omega = 0$ (Ω is the angular velocity) should be as short as possible. The solution is usually reached by the time - optimal control algorithm, but if the servoactuator isn't sufficient good designned, the solution of the time - optimal problem will be not satisfactory.

In general the positioning task is realised by : a start from $\Omega=0$ to $\Omega = \Omega_L$, the rum with the constant angular velocity Ω_L and the brackeage from Ω_L to $\Omega = 0$.

On the other hand the servoactuator, which is composed from a servomotor and a gearbox, is loaded by mechanism, characterized by : the moment of inertia, the moment of viscous friction and the static load moment. To reach the time - optimal solution it is necessary to fit the gear ratio to the load conditions.

The paper deals with this problem.

The "fit ratio" g is introduced; it depends on the gear ratio and the moments of inertia of the servomotor and of the load. The optimal values of the coefficient g are founded for two positioning versions : positioning with the movement by the constant angular velocity Ω_{max} and positioning without the constant angular velocity.

The formulas, which are derived, were verified.

Załącznik L.11.

Tadeusz Missala
Industrial Institute of Automation
and Measurements
PIAP, Warszawa

OPTIMUM REDUCTION GEAR RATIO FOR SERVOACTUATORS

SUMMARY

1. Set of the problem

The servoactuator is composed from :

- the servomotor to which a tachogenerator and a position sensor are connected mechanically;
- the garreductor

The servomotor is characterized by :

- electromagnetic torque M_S
- armature polar moment of inertia J_S
- maximum angluar velocity ω_S
- viscous friction coefficient K_D

These parameters are measured on the rotor shaft.

The load is characterized by :

- load torque M_L
- polar moment of inertia J_L
- viscous friction coefficient β_L
- maximum angular velocity ω_L

These parameters are measured on the servoactuator output shaft.

The garreductor is characterized by :

- gear ratio $i = \omega_L/\omega_S$
- efficiency coefficient η

The angular positioning way to be realized is α_L.

It is composed of three parts :

- the angle covered during the actuator start form $\omega = 0$ to $\omega = \omega_L$,
- the angle covered during the actuator run by the angular velocity ω_L,
- the angle covered during the actuator brakeage from $\omega = \omega_L$ to $\omega = 0$.

The two simplifications were made :

- the curve of the angular velocity versus time during the positioning way is a trapezoidal one,
- the values of viscaus friction torques, during the start and the brackeage are constant, and equal to :

for the load : $M_{\beta LO} = \frac{1}{2}\omega_L \beta_L$

for the servomotor : $M_{DO} = \frac{1}{2}\omega_S K_D$

The "fit ratio" g was introduced and defined as :

$$g = i \left(\frac{J_S}{J_L} \right)^{\frac{1}{2}}$$

The problem to solve is, to calculate such a value of "fit ratio" g, the positioning time turns out to minimum.

<u>Note</u>

The SI unit system is used.

2. Solution of the problem.

The relationship between the positioning time T_L and the start time T_{OL} (both measured on the actuator output shaft) were calculated as :

$$\frac{T_L^2}{4} = \frac{1}{1 - c^2} \frac{g(1 + g^{-2})}{2} \cdot \frac{2\alpha_L J_S^{1/2} J_L}{J_L^{1/2} M_S^* - g J_S^{1/2} M_L^*}$$

where:

$$c = \frac{T_L - 2T_{OL}}{T_L}$$

$$M_S^* = \eta M_S - M_{DO}; \quad M_L^* = M_L + M_{\beta LO}$$

For the positioning time T_L, the formula as below was found :

$$\frac{T_L}{2\omega_S J_S M_S^{*-1}} = \frac{1}{g} \cdot \frac{\alpha_L J_L^{1/2}}{2\omega_S^2 J_S^{3/2} M_S^{*-1}} + \frac{g^2 (1+g^{-2}) J_L^{1/2}}{2M_S^{*-1} (J_L^{1/2} M_S^* - J_S^{1/2} g M_L^*)}$$

These both formulas give the possibility to solve the optimization problem.

Two variants of the positioning task realisation were analized:

- the variant of the short positioning way, when the maximum output velocity ω_L isn't reached, or can be reached, but the angular way coverd during the run by the velocity ω_L is equal zero,
- the variant of sufficient long positioninig way, when the angular way covered during the run by the velocity ω_L isn't equal zero.

In the case of the first variant, the optimum value of the "fit ratio" g was calculated as :

$$g = \left[\frac{J_S}{J_L} \left(\frac{M_L^*}{M_S^*}\right)^2 + 1 \right]^{1/2} - \left(\frac{J_S}{J_L}\right)^{1/2} \cdot \frac{M_L^*}{M_S^*}$$

In the case of the second variant the optimum value of coefficieut g, should be calculated from the equation 4. order as below :

$$g^4 \omega_S^2 J_S^2 M_L^* - 2g^3 \omega_S^2 J_S^{3/2} J_L^{1/2} M_S^* + g^2 J_S M_L^* (\alpha_L M_L^* - \omega_S^2 J_S) +$$

$$- 2g\alpha_L J_S^{1/2} J_L^{1/2} M_S^* M_L^* + \alpha_L J_L M_S^{*2} = 0$$

If the optimum of "fit ratio" g is known, the optimum value of the gear ratio i can be calculated as :

$$i = g \left(\frac{J_L}{J_S}\right)^{1/2}$$

Załącznik L.12.

Tadeusz Missala
Industrial Institute
of Automation and Measurements
Warszawa

OPTIMUM REDUCTION GEAR RATIO FOR SERVOACTUATORS.

1. INTRODUCTION.

The typical problem which is to solve by servomechanizm designing is the time-optimal problem. This means, the time needed to realise the positioning path from $\omega = 0$ (start) to $\omega = 0$ (brackeage), where ω is the angular velocity, should be as shorte on possible. The solution is usually reached by the time-optimal control algorithm, but if the servoactuator isn't sufficient good designed, the solution of the time-optimal problem will be not satisfactory.

One of the important operations needed to reach a well-designed actuator is optimal calculation of its reduction gear ratio. The analisys and solving of this problem is the object of the paper.

It is to note that W.-H. Rein [1] has given the solution for the servoactuators loaded by the moments of inertia only. Such a solution isn't however suffitient for the actuators of industrial robots, CNC machine tools etc. This paper is intended to fulfill this gap.

2. ANALYSIS OF THE POSITIONING PATH.

The curve of angular velocity ω versus time t is shown in the fig 1. It is composed from three segments :

- the start segment from $\omega = 0$ to $\omega = \omega_L$, when the dependance $\omega(t)$ is the exponent line, the covered angular way is α_o and the varying angular acceleration is $\varphi(t) > 0$;
- the run by ω_L = const , when the dependance $\omega(t)$ is the horizontal right line, the covered angular way is α_1 and the angular acceleration is equal null ;
- the brackeage from $\omega = \omega_L$ to $\omega = 0$, when the dependance $\omega(t)$ is the exponent line, the covered angular way is α_b and the varying angular acceleration is $\varphi(t) < 0$.

For the purose of the analysis to be done the following simplification are made [1] :

1^o The real curve of angular velocity versus time is replaced by the equivalent curve, which is a trapezoidal one, done in fig 2.

2^o The real valuses of the varying angular acceleration are replaced by the average value, constant and the same for the start and the brackeage periods.

This way, by the denotations given in the fig 2.,the following formulas, done by Rein, result from the laws of dynamics :

$$T_o = \frac{\omega_L}{\varphi} \tag{2.1}$$

$$2\alpha_o = \frac{\omega_L^2}{\varphi} \tag{2.2}$$

wehre T_o is the start time.

If T is the full positioning time, from the fig 2 results :

$$cT + 2T_o = T \tag{2.3}$$

when introduce the full angular way α, then will be :

$$cT\omega_L = \alpha - 2\alpha_o \tag{2.4}$$

and :

$$T\alpha_L = \alpha + 2\alpha_o \tag{2.5}$$

From (2.4) and (2.5) results :

$$c = \frac{\alpha - 2\alpha_o}{\alpha + 2\alpha_o} = \frac{\frac{\alpha}{\alpha_o} - 2}{\frac{\alpha}{\alpha_o} + 2} \tag{2.6}$$

The dependancies (2.1), (2.2), (2.4) and (2.5) lead to the formulas connecting the times T and T_o with the angular ways α and α_o as follows :

- from (2.3) :

$$\frac{T}{2T_o} = \frac{1}{1-c} \tag{2.7}$$

- from (2.1), (2.2) and (2.5)

$$\frac{T}{2T_o} = \frac{T}{2\,\frac{\omega_L}{\varphi}} = \frac{1+\frac{\alpha}{2\alpha_o}}{2} \tag{2.8}$$

Afterwords from (2.6) is :

$$\frac{1}{1+c} = \frac{\frac{\alpha}{\alpha_o} + 2}{2\,\frac{\alpha}{\alpha_o}} \tag{2.9}$$

$$\frac{1}{1+c} \cdot \frac{\alpha}{2\alpha_o} = \frac{1 + \frac{\alpha}{2\alpha_o}}{2} \tag{2.10}$$

and :

$$\frac{T}{2T_o} = \frac{1}{1+c} \cdot \frac{\alpha}{2\alpha_o} \tag{2.11}$$

The multiplication of (2.7) and (2.11) gives the product :

$$\left(\frac{T}{2T_o}\right)^2 = \frac{1}{1-c^2} \cdot \frac{\alpha}{2\alpha_o} \tag{2.12}$$

Dircetly from (2.8) results :

$$\frac{T}{T_o} = 1 + \frac{\alpha}{2\alpha_o} \qquad (2.13)$$

3. SET OF THE PROBLEM.

The servoactuator is composed from :

- the servomotor to which a tachogenerator and a position sensor are connected mechanically ;
- the gearreductor.

The servomotor is characterized by :

- electromagnetic torque Ms
- armature polar moment of inertia Js
- maximum angular velocity ω_S
- viscous friction coefficient K_D

The parameters are mesured on the rotor shaft.

The load is characterised by :

- load torque M_L
- polar moment of inertia J_L
- maximum angular velocity ω_L
- viscous friction coefficient β_L

These parameters are measured on the servoactuator output shaft.

The gearreductor is characterized by :

- gear ratio $i = \omega_L / \omega_S$ (3.1)
- efficiency coefficient η

The problem to solve is, to calculate such a value of gear ratio i, the positioning time turns out to minimum.

The whole of the calculation will be led using SI units system.

4. SOLVING OF THE PROBLEM

4.1. Basic dependencies.

To make the calculation all parameters should be refered to one shaft : the motor shaft or the servoaçtuator output shaft.

The last of these two possibilities is chosen.

By this assumption the motor parameters referred to the output shaft will be :

- electromagnetic torque $M_{SL} = \eta \frac{M_S}{i}$
- armature polar moment of inertia $J_{SL} = \frac{J_S}{i^2}$
- viscous friction coeffitient $K_{DL} = \frac{K_D}{i^2}$

Out of regard for the analogy to the assumptions made for the accelerations, the statements for the viscous damping moment are adopted :

- in the range of the start and the brackeage the viscous damping moment is constant and equal to its average value, this means :

= for the load :

$$M_{\beta LO} = \frac{1}{2} \omega_L \beta_L \quad (4.1)$$

= for the motor :

$$M_{DO} = \frac{1}{2} \omega_S K_D = \frac{1}{2} \frac{\omega_L}{i} K_D \quad (4.2)$$

- in the range of the run by constant angular velocity ω_L :

= for the load :

$$M_{\beta L} = \omega_L \beta_L \quad (4.3)$$

= for the motor :

$$M_D = \omega_S K_D = \frac{\omega_L}{i} K_D \quad (4.4)$$

On the basis of the assumptions (4.1) and (4.2) and the d'Alembert principle, the below done formula for the angular acceleration is valid :

$$\varphi = \frac{M_{SL} - M_L - M_{DLO} - M_{\beta LO}}{J_L + \frac{J_S}{i^2}} = \frac{\frac{\eta M_S - M_{DO}}{i} - (M_L + M_{\beta LO})}{J_L + \frac{J_S}{i^2}} \tag{4.5}$$

The "fit ratio" g, the same as in [1] is introduced :

$$i = g \left(\frac{J_S}{J_L}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{4.6}$$

The denominator of (4.5) will be now :

$$J_L + \frac{J_S}{i^2} = J_L + \frac{J_S J_L}{g^2 J_S} = J_L (1 + g^{-2}) \tag{4.7}$$

To simplify the records, the following denotations are adopted:

$$\eta M_S - M_{DO} = M_S^* \quad ; \quad M_L + M_{\beta LO} = M_L^* \tag{4.8}$$

The introduction of (4.7) and (4.8) to (4.5) leads to the formula :

$$\varphi = \frac{J_L^{\frac{1}{2}} M_S^* - J_S^{\frac{1}{2}} g M_L^*}{J_S^{\frac{1}{2}} J_L \, g(1 + g^{-2})} \tag{4.9}$$

To reach the start, the below done condition should be fullfiled :

$$J_L^{\frac{1}{2}} M_S^* - J_S^{\frac{1}{2}} g M_L^* > 0 \tag{4.10}$$

On the basis od (3.1) and (4.6) is :

$$\omega_L = i\omega_S = g\left(\frac{J_S}{J_L}\right)^{\frac{1}{2}} \omega_S \tag{4.11}$$

The formulas (4.9) and (4.11) give the possibility to calculate the start time T_{OL} from the formula (2.1), as follows :

$$T_{OL} = \frac{\omega_L}{\varphi_{LO}} = 2J_S J_L^{\frac{1}{2}} \omega_S \frac{g^2(1 + \bar{g}^{-2})}{2(J_L^{\frac{1}{2}} M_S^* - J_S^{\frac{1}{2}} g M_L^*} \tag{4.12}$$

From the formula (2.2) the angular displacement α_o, covered in the time T_{OL} will be calculated as :

$$\alpha_{OL} J_L^{\frac{1}{2}} = J_L^{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} \frac{\omega_L^2}{\varphi} = \frac{g^3(1+g^{-2})}{2(J_L^{\frac{1}{2}} M_S^* - J_S^{\frac{1}{2}} g M_L^*} \omega_S J_S^{3/2} J_L^{1/2} \tag{4.13}$$

From the formula (2.12) results :

$$\frac{T_L^2}{4} = T_{OL}^2 \frac{1}{1-c^2} \frac{\alpha_L}{2\alpha_{OL}} = \frac{1}{1-c^2} \cdot \frac{g(1+g^{-2})}{2} \cdot \frac{2\alpha_L J_S^{\frac{1}{2}} J_L}{J_L^{\frac{1}{2}} M_S^* - J_S^{\frac{1}{2}} g M_L^*} \tag{4.14}$$

On the other hand, from the formula (2.13) results :

$$\frac{T_L}{T_{OL}} = \frac{T_L 2(J_L^{\frac{1}{2}} M_S^* - g J_S^{\frac{1}{2}} M_L^*}{2J_S J_L^{\frac{1}{2}} \omega_S g^2 (1-g^2)} = \frac{\alpha_L J_L^{\frac{1}{2}} 2(J_L^{\frac{1}{2}} M_S^* - J_S^{\frac{1}{2}} g M_L^*)}{2\omega_S^2 J_S^{\frac{3}{2}} J_L^{\frac{1}{2}} g^3 (1+g^{-2})} + 1 \tag{4.15}$$

Note : the formulas (4.12) and (4.13) were also used.
This above done equation leads to the result :

$$\frac{T_L}{2\omega_S J_S M_S^{*-1}} = \frac{1}{g} \cdot \frac{\alpha_L J_L^{\frac{1}{2}}}{2\omega_S^2 J_S^{\frac{3}{2}} M_S^{*-1}} + \frac{g^2(1+g^{-2}) J_L^{\frac{1}{2}}}{2M_S^{*-1}(J_L^{\frac{1}{2}} M_S^* - g J_S^{\frac{1}{2}} M_L^*} \tag{4.16}$$

The formulas (4.14) and (4.15) give the possibility to solve optimization problem.

Two variants of the positioning task realisation should be analysed :

- the variant of the short positioning way, when the the maximum output velocity ω_L isn't reached, or can be reached, but the angular way covered during the run by the velocity ω_L is equal zero ;

- the variant of the sufficient long positioning way, when the angular way covered during the run by the velocity ω_L isn't equal zero.

4.2. Variant of the short positioning way.

This variant is charakcterised by the dependenceies :

$$c = 0 \tag{4.17}$$

$$T_L = 2T_{OL} \tag{4.18}$$

From the formula (4.14) is now :

$$T_L = A\sqrt{\frac{g(1+g^{-2})}{2(J_L^{\frac{1}{2}}M_S^* - gJ_S^{\frac{1}{2}}M_L^*}} \tag{4.19}$$

$$A = 2\sqrt{\alpha_L J_S^{\frac{1}{2}} J_L}$$

The derivative of (4.19) is :

$$\frac{1}{A}\frac{dT_L}{dg} = \frac{(1-g^{-2})(J_L^{\frac{1}{2}}M_S^* - gJ_S^{\frac{1}{2}}M_L^*) + g(1+g^{-2})J_S^{\frac{1}{2}}M_L}{(J_L^{\frac{1}{2}}M_S^* - gJ_S^{\frac{1}{2}}M_L^*)^{\frac{3}{2}} \cdot 2g(1+g^{-2})^{\frac{1}{2}}} \tag{4.20}$$

To fulfil the optimisation condition $\frac{dT_L}{dg} = 0$, by the condition (4.10), needs and suffices the numerator of (4.20) should be equal zero. This leads to the equation :

$$g^2 J_L^{\frac{1}{2}} M_S^* + 2gJ_S^{\frac{1}{2}} M_L^* - J_L M_S^* = 0 \tag{4.21}$$

As the discriminent of (4.21) is positive we recive the solution :

$$g_{opt} = \sqrt{\frac{J_S}{J_L}\left(\frac{M_L^*}{M_S^*}\right)^2 + 1} - \left(\frac{J_S}{J_L}\right)^{\frac{1}{2}}\frac{M_L^*}{M_S^*} \tag{4.22}$$

48

4.3. Variant of the long positioning way.

The positioning time is now done by (4.16)

If :

$$B = 2\omega_S J_S M_S^{*-1} \tag{4.23}$$

the derivative of (4.15) will be :

$$\frac{1}{B}\cdot\frac{dT_L}{dg} = -\frac{1}{g^2}\frac{\alpha_L J_L^{1/2}}{2\omega_S^2 J_S^{3/2} M_S^{*-1}} + \frac{J_L^{1/2}}{2M_S^{*-1}}\cdot\frac{2g(J_L^{1/2} M_S^* - gJ_S^{1/2} M_L^*) + (g^2+1)J_S^{1/2} M_L^*}{(J_L^{1/2} M_S^* - gJ_S^{1/2} M_L^*)^2} \tag{4.24}$$

From the optimisation condition $\frac{dT_L}{dg} = 0$, by the fulfiled condition :

$$g \neq \frac{J_L^{1/2} M_S^*}{J_S^{1/2} M_L^*} \tag{4.25}$$

results the solution of the optimisation problem :

$$g^4\omega_S^2 J_S^2 M_L^* - 2g^3\omega_S^2 J_S^{3/2} J_L^{1/2} M_S^* + g^2 M_L^* J_S(\alpha_L M_L^* - \omega_S^2 J_S) +$$

$$-2g\alpha_L J_S^{1/2} J_L^{1/2} M_S^* M_L^* + \alpha_L J_L M_S^{*2} = 0 \tag{4.26}$$

This equation of 4 th order cannot be resolved on a general way. The solution may be reached on the numeric calculation only.

4.4. Calculation of the gear ratio.

When the value of the "fit ratio" g is calculated, the value of the gear ratio i can be found from the formula (4.6) as:

$$i = g\left(\frac{J_L}{J_S}\right)^{1/2} \tag{4.27}$$

5.NUMERIC EXAMPLE

The input data are :

$\alpha_L = 180^\circ = 3{,}14$ radian

$M_L = 10000$ Nm

$J_L = 55000\ kgm^2$

$\beta_L = 8000$ Nms

$\alpha_S = 209\ \frac{1}{2} = 2000$ obr/min

$J_S = 24{,}2\ .\ 10^{-2} kgm^2$

$K_D = 4\ .\ 10^{-3}$Nms

$M_S = 315$ Nm

$\eta = 0{,}7$

The aproximate value of ω_L is $\omega_L = 0{,}8\ \frac{1}{s}$.

From (4.1)

$$M_{\beta LO} = \frac{1}{2}\ .\ 0{,}8\ .\ 8000 = 3200\ Nm$$

From (4.2) :

$$M_{DO} = \frac{1}{2}\ 209\ .\ 4\ .\ 10^{-3} = 0{,}418\ Nm$$

From (4.8) :

$$M_S^* = 0{,}7\ .\ 315 - 0{,}418 = 220\ Nm$$

$$M_L^* = 10000 + 3200 = 13200\ Nm$$

Checking of the condition (4.10) :

$$55000^{1/2}\ .\ 220 - 24{,}2^{1/2}\ .\ 10^{-1}\ .\ 13200 = 45128 > 0$$

The equation (4.26) will be now :

$$3{,}4g^4 - 53{,}7g^3 + 9{,}87g^2 - 210{,}4g + 836{,}3 = 0$$

The resolution of this equation is :

$$g = 2{,}11$$

From (4.27) is now :

$$i = 2{,}11\ \left(\frac{24{,}2}{5{,}5}\right)^{1/2} 10^{-3} = \frac{1}{226}$$

REFERENCE

1. Rein W.-H."Kennwerte von Gleichstrommotoren fur Stellantriebe" Feinwerku. Messtechnik 1982.nr 7 p.357.

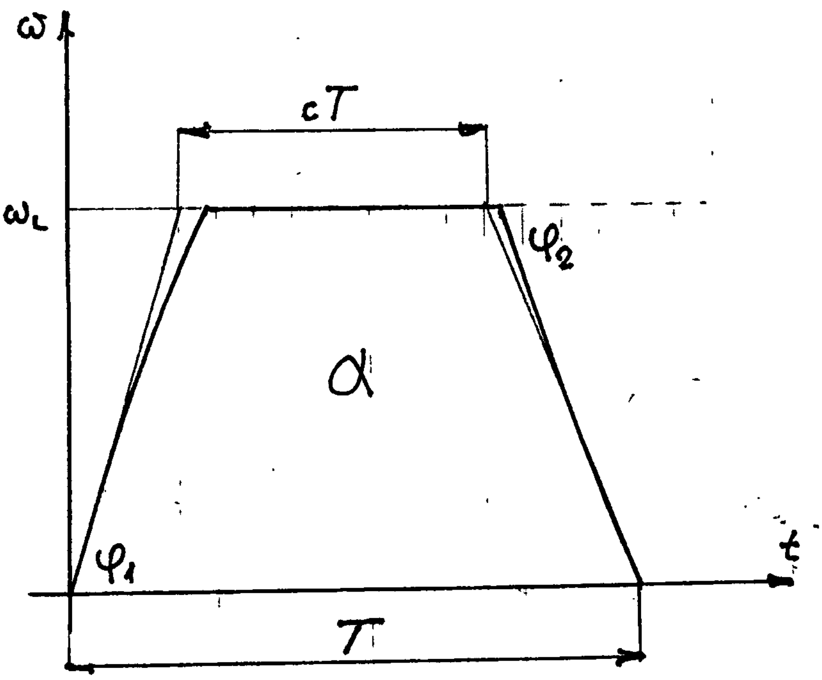

Fig.1.Angular velocity versus time - real.

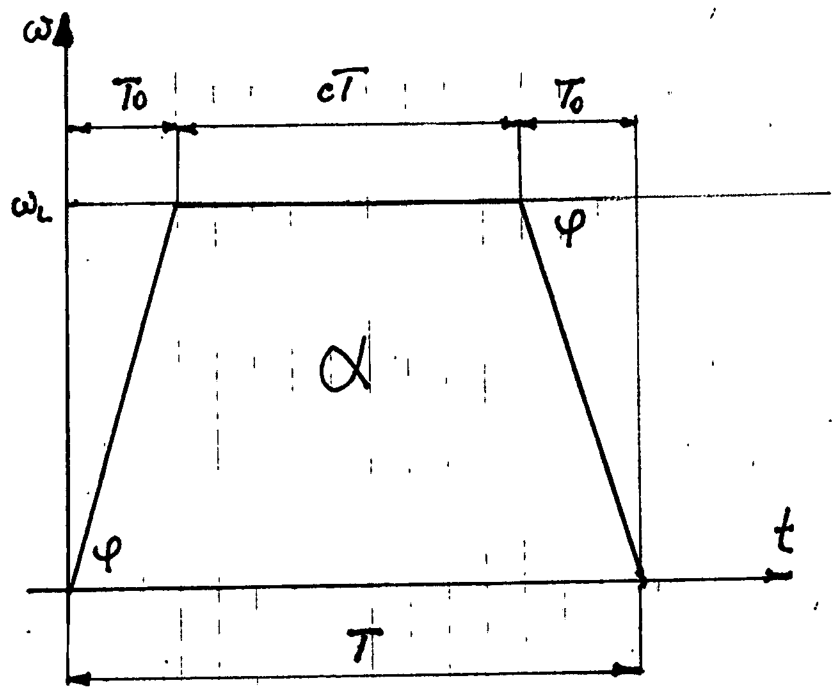

Fig.2.Angular velocity versus time - substitutional.