

mgr inż. Andrzej Ruszewski  
Politechnika Białostocka

## **OBSZARY D-STABILNOŚCI UKŁADÓW REGULACJI Z OBIEKTAMI CAŁKUJĄCYMI Z OPÓŹNIENIEM I REGULATOREM PD**

*W pracy rozpatrzono problem D-stabilności układów regulacji automatycznej z regulatorem typu PD i obiektami całkującymi z opóźnieniem. Podano komputerowe metody wyznaczania obszarów D-stabilności na płaszczyźnie parametrów obiektu i regulatora. Znajomość tych obszarów pozwala na proste obliczenie nastaw regulatora, przy zapewnieniu określonego współczynnika tłumienia i stopnia stabilności w układzie regulacji. Proponowane metody bazują na klasycznej metodzie podziału D.*

### **D-STABILITY REGIONS OF CONTROL SYSTEMS WITH INTEGRATOR PLANTS WITH TIME DELAY AND PD CONTROLLER**

*The paper presents the D-stability problem of control systems with integrator plants with time delay and the PD controller. Simple methods for determining D-stability regions in the plant and the controller parameters space are given. Knowledge of these regions permits tuning of the PD controller and ensures required damping ratio and level of stability of the system. The methods proposed are based on the D-partition method.*

#### **1. WSTĘP**

Algorytm PID pomimo rozwoju teorii i możliwości technicznych realizacji innych algorytmów sterowania nadal jest najczęściej stosowany w automatyce przemysłowej. Zainteresowanie tym algorytmem istotnie wzrosło w ciągu ostatnich lat, czego dowodem są liczne publikacje naukowe, poświęcone różnym metodom doboru nastaw regulatora (np. [4, 5, 15]). W pracy [7] dokonano przeglądu znanych w literaturze praw strojenia regulatorów PI oraz PID. Nastawy regulatora dobierane są najczęściej w oparciu o liniowe modele uproszczone obiektów regulacji, których parametry wyznacza się w drodze identyfikacji, np. na podstawie zarejestrowanej charakterystyki skokowej [16, 18].

Podstawowym wymaganiem stawianym układom regulacji automatycznej jest ich asymptotyczna stabilność. Problem wyznaczania obszarów asymptotycznej stabilności układów regulacji w przestrzeni parametrów regulatora PID jest rozpatrywany między innymi w pracach [1, 5, 15, 17]. Przedstawione tam metody wyznaczania obszarów stabilności w przestrzeni opierają się na metodzie Hermite'a-Biehlera [4, 15], charakterystyce Nyquista [17] oraz częstotliwości singularnej [1]. Inne podejście do problemu stabilności układów regulacji z regulatorami PI oraz PID zastosowano w pracach [3, 9-13], w których na bazie metody podziału D podano komputerowe metody wyznaczenia obszarów asymptotycznej stabilności i D-stabilności w przestrzeni parametrów układów regulacji z obiektami z opóźnieniem.

W niniejszej pracy rozpatrzony zostanie problem badania D-stabilności układów regulacji automatycznej złożonych z regulatora PD i obiektu opisanego modelem uproszczonym w postaci członu całkującego z opóźnieniem. Zostaną podane komputerowe metody wyznaczania obszarów D-stabilności rozpatrywanego układu regulacji w przestrzeni jego parametrów. Proponowane metody bazują na klasycznej metodzie podziału D.

### 1. SFORMUŁOWANIE PROBLEMU

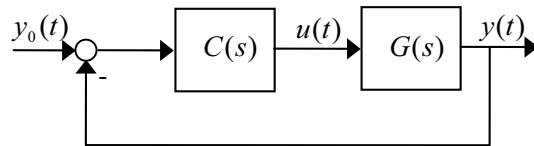
Weźmy pod uwagę układ regulacji automatycznej złożony z liniowego obiektu o transmitancji operatorowej

$$G(s) = \frac{Ke^{-sh}}{s}, \quad h \geq 0, \quad K > 0 \tag{1}$$

i szeregowego regulatora typu PD o transmitancji

$$C(s) = k_p + k_d s. \tag{2}$$

Schemat blokowy rozpatrywanego układu regulacji jest pokazany na rys. 1.

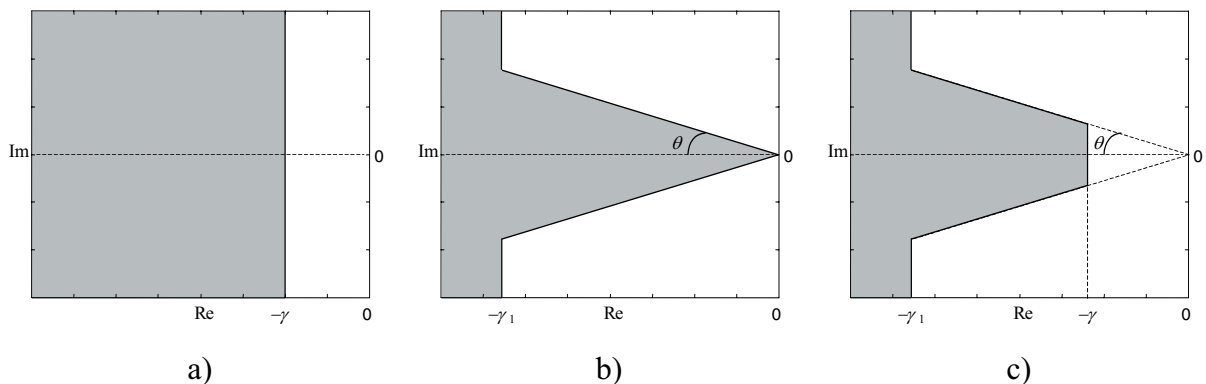


Rys. 1. Rozpatrywany układ regulacji automatycznej

Rozpatrywany układ regulacji automatycznej jest D-stabilny wtedy i tylko wtedy, gdy jego quasi-wielomian charakterystyczny

$$w(s, \exp(-sh)) = K(k_p + k_d s) \exp(-sh) + s \tag{3}$$

jest D-stabilny, tzn. wszystkie jego zera leżą w obszarze D zawartym w otwartej lewej półpłaszczyźnie płaszczyzny zmiennej zespolonej. Obszarami D mogą np. być: lewa przesunięta półpłaszczyzna, otwarty sektor ograniczony oraz otwarty sektor odcięty ograniczony. Są one pokazane na rys. 2. Rozpatrywanie takich obszarów jest równoważne ze spełnieniem wymagania zadanego stopnia stabilności (czasu regulacji) oraz oscylacyjności odpowiedzi skokowej. Przypadkiem szczególnym D-stabilności jest stabilność asymptotyczna, gdzie obszarem D jest otwarta lewa półpłaszczyzna.



Rys.2. Obszary D; a) przesunięta otwarta lewa półpłaszczyzna, b) otwarty sektor ograniczony, c) otwarty sektor odcięty ograniczony

W przypadku ogólnym quasi-wielomian ma nieskończenie wiele zer. Quasi-wielomian (3) jest quasi-wielomianem typu neutralnego [2]. Oznacza to, że części rzeczywiste zer o dużych wartościach bezwzględnych (zer asymptotycznych) dążą do pewnej stałej przy wartościach bezwzględnych tych zer dążących do nieskończoności. Nie istnieje więc otwarty sektor o kącie  $\theta < \pi/2$ , bez ograniczenia linią pionową  $-\gamma_1$ , w którym leżą wszystkie zera quasi-wielomianu (3). Z tego powodu część brzegu obszaru D przyjęto w postaci linii prostej równoległej do osi urojonej.

## 2. GŁÓWNY REZULTAT

Mnożąc quasi-wielomian (3) przez  $\exp(sh)$  otrzymamy nowy quasi-wielomian o postaci

$$w(s) = (k_p + k_d s)K + s \exp(sh), \quad (4)$$

który ma te same zera co quasi-wielomian (3). Stosując z kolei w quasi-wielomianie (4) podstawienie  $z = sh$  po przekształceniach otrzymamy quasi-wielomian

$$w(z) = a_0 + a_1 z + z \exp(z), \quad (5)$$

gdzie  $a_0 = Kk_p h$ ,  $a_1 = Kk_d$ .

Stosując metodę podziału D [2, 6, 14] obszar D-stabilności rozpatrywanego układu (quasi-wielomianu (5)) wyznaczmy na płaszczyźnie  $(a_1, a_0)$ . Granice podziału D dzielą płaszczyznę  $(a_1, a_0)$  na obszary  $D(k)$ ,  $k = 0, 1, \dots$ . Dowolny punkt w  $D(k)$  odpowiada takim wartościom  $a_0, a_1$ , dla których quasi-wielomian (5) ma dokładnie  $k$  zer leżących poza obszarem D. Obszar  $D(0)$  jest obszarem D-stabilności quasi-wielomianu (5). W celu sprawdzenia, czy dany obszar jest obszarem D-stabilności należy zbadać rozkład zer quasi-wielomianu (5) dla jednego punktu z tego obszaru. Jeżeli obszar  $D(0)$  istnieje (nie jest pusty), to jest on obszarem D-stabilności rozpatrywanego układu regulacji automatycznej.

Zera quasi-wielomianu są ciągłymi funkcjami jego współczynników. Przy zmianie wartości parametrów  $a_0, a_1$  zera quasi-wielomianu mogą przekraczać brzeg obszaru D. Granice podziału D odpowiadają takim wartościom parametrów  $a_0, a_1$ , dla których quasi-wielomian charakterystyczny (5) ma zera położone na brzegu obszaru D, może to być zero rzeczywiste, para zer zespolonych sprzężonych lub zero w nieskończoności. Otrzymamy wówczas odpowiednio granice: zer rzeczywistych, zer zespolonych i zer w nieskończoności. Granice podziału D wyznaczamy przyrównując do zera quasi-wielomianu (5) przy  $z = f(\omega)$ , gdzie  $f(\omega)$  jest opisem parametrycznym brzegu obszaru D na płaszczyźnie zmiennej zespolonej. Granice zer rzeczywistych oraz zer w nieskończoności są liniami prostymi, które otrzymujemy z odpowiednich zależności dla  $\omega = 0$  oraz  $\omega \rightarrow \infty$ , odpowiednio. Granica zer zespolonych jest natomiast krzywą określoną dla  $\omega \in (0, \infty)$ .

### 2.1. Obszar D - przesunięta otwarta lewa półpłaszczyzna

Quasi-wielomian (4) jest D-stabilny gdy wszystkie jego zera leżą na płaszczyźnie zmiennej zespolonej na lewo od prostej o opisie parametrycznym

$$f(\omega) = s = -\gamma + j\omega, \quad \gamma > 0, \quad \omega \in (-\infty, +\infty). \quad (6)$$

Ze względu na to, że zespolone zera quasi-wielomianu (4) są parami sprzężone możemy przyjąć  $\omega \in [0, \infty)$ . W dalszych rozważaniach przyjmiemy unormowany względem  $h$  opis prostej (6).

$$f(\tilde{\omega}) = z = -\tilde{\gamma} + j\tilde{\omega}, \quad \tilde{\omega} \in [0, +\infty), \quad (7)$$

gdzie  $\tilde{\gamma} = \gamma h$ ,  $\tilde{\omega} = \omega h$ .

Dowolny punkt w  $D(k)$  odpowiada takim wartościom  $a_0 = Kk_p h$ ,  $a_1 = Kk_d$ , dla których quasi-wielomian (4) ma dokładnie  $k$  zer leżących w półpłaszczyźnie  $\text{Re } s > -\gamma$ , czyli quasi-wielomian (5) ma  $k$  zer w półpłaszczyźnie  $\text{Re } z > -\tilde{\gamma}$ . Obszar  $D(0)$  o ile istnieje, jest obszarem D-stabilności quasi-wielomianu (5). Dowolnemu punktowi na granicy zer rzeczywistych

odpowiada quasi-wielomian (5), który ma zero  $z = -\tilde{\gamma}$ . Na płaszczyźnie  $(a_1, a_0)$  granicą zer rzeczywistych quasi-wielomianu (5) jest linia o opisie parametrycznym

$$a_0 = \tilde{\gamma}(a_1 + \exp(-\tilde{\gamma})). \tag{8}$$

Granica zer zespolonych odpowiada takim wartościom  $a_0$  i  $a_1$ , dla których quasi-wielomian (5) ma zera zespolone sprzężone na brzegu obszaru D. Otrzymuje się je przyrównując do zera quasi-wielomian (5) przy  $z = -\tilde{\gamma} + j\tilde{\omega}$ . Równanie zespolone

$$w(-\tilde{\gamma} + j\tilde{\omega}, \exp(-\tilde{\gamma} + j\tilde{\omega})) = 0 \tag{9}$$

można napisać w postaci układu dwóch równań rzeczywistych

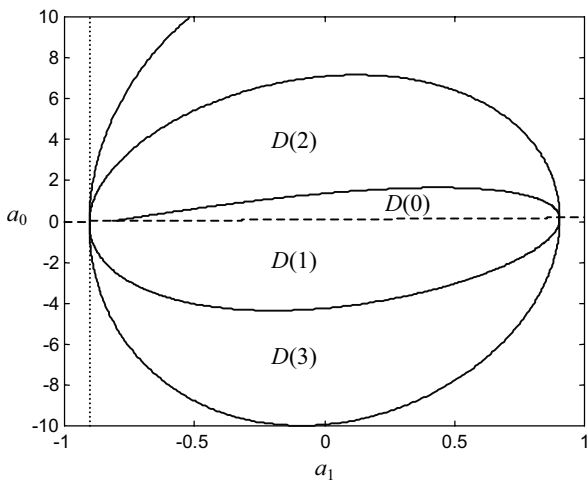
$$a_0 - \tilde{\gamma}a_1 - (\tilde{\gamma} \cos \tilde{\omega} + \tilde{\omega} \sin \tilde{\omega}) \exp(-\tilde{\gamma}) = 0, \tag{10a}$$

$$\tilde{\omega}a_1 + (\tilde{\omega} \cos \tilde{\omega} - \tilde{\gamma} \sin \tilde{\omega}) \exp(-\tilde{\gamma}) = 0. \tag{10b}$$

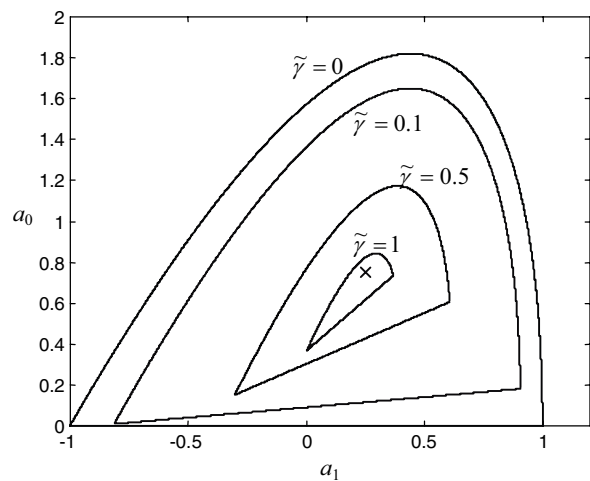
Rozwiązując równania (10) względem  $a_0$  i  $a_1$  odpowiednio otrzymamy

$$a_0 = \frac{\tilde{\gamma}^2 + \tilde{\omega}^2}{\tilde{\omega}} \exp(-\tilde{\gamma}) \sin \tilde{\omega}, \tag{11a}$$

$$a_1 = \left( \frac{\tilde{\gamma}}{\tilde{\omega}} \sin \tilde{\omega} - \cos \tilde{\omega} \right) \exp(-\tilde{\gamma}). \tag{11b}$$



Rys. 3. Podział płaszczyzny  $(a_1, a_0)$  na obszary  $D(k)$  wyznaczony dla  $\tilde{\gamma} = 0.1$ .



Rys. 4. Obszary D-stabilności quasi-wielomianu (5) wyznaczone dla kilku wartości  $\tilde{\gamma}$ .

Linia krzywa o opisie parametrycznym (11), wyznaczona w funkcji parametru  $\omega$ , określa na płaszczyźnie  $(a_1, a_0)$  granicę zer zespolonych quasi-wielomianu (5). Przy wyznaczaniu granicy zer w nieskończoności należy brać pod uwagę tylko współczynniki quasi-wielomianu (5) przy najwyższej potędze zmiennej  $z$ . Granicą zer w nieskończoności quasi-wielomianu (5) jest linia prosta

$$a_1 = -\exp(-\tilde{\gamma}). \tag{12}$$

Granica zer rzeczywistych (8), granica zer w nieskończoności (12) oraz granica zer zespolonych (11) wyznaczają na płaszczyźnie  $(a_1, a_0)$  obszar D-stabilności quasi-wielomianu (5).

Podział płaszczyzny  $(a_1, a_0)$  na obszary  $D(k)$  jest pokazany na rys. 3. Granica zer zespolonych została wyznaczona dla  $\omega \in (0, 13.53)$ . Na rysunku tym granicę zer w nieskończoności (12) i granicę zer rzeczywistych (8) oznaczono odpowiednio linią kropkowaną (linia pionowa) i przerywaną. Na rys. 3 linia prosta (8) wyznaczona dla  $\tilde{\gamma} = 0.1$  nie jest linią równoległą do osi poziomej, co jest słabo widoczne ze względu na skalę rysunku. Ta sama linia jest przedstawiona na rysunku 4, gdzie pokazano obszary D-stabilności wyznaczone dla kilku wartości  $\tilde{\gamma}$ . Przyjmując w (8), (11) i (12)  $\tilde{\gamma} = 0$  otrzymamy opisy parametryczne granic D podziału odpowiadające asymptotycznej stabilności układu regulacji.

Dowolny punkt leżący w wyznaczonych obszarach D-stabilności odpowiada takim wartościom parametrów obiektu oraz regulatora, dla których układ regulacji ma bieguny położone w przesuniętej lewej półpłaszczyźnie płaszczyzny zmiennej zespolonej. Na bazie znajomości obszaru D-stabilności można w prosty sposób określić nastawy regulatora, dla których rozpatrywany układ regulacji automatycznej będzie D-stabilny.

**Przykład 1.** Należy wyznaczyć wartości parametrów regulatora PD, dla których rozpatrywany układ regulacji automatycznej z obiektem (1) o wartościach parametrów  $K = 20$ ,  $h = 0.16$  jest D-stabilny, przy czym  $\tilde{\gamma} = 1$ .

Obszar D-stabilności rozpatrywanego układu jest pokazany na rysunku 4, przy czym  $a_1 = Kk_d = 20k_d$ ,  $a_0 = Kk_p h = 3.2k_p$ . Dowolny punkt leżący wewnątrz tego obszaru określa parametry regulatora PD, zapewniające D-stabilność układu regulacji automatycznej. Wybierając dowolny punkt leżący wewnątrz tego obszaru, np. o współrzędnych  $a_1 = 0.25$ ,  $a_0 = 0.75$ , (punkt oznaczony znakiem  $\times$  na rys. 4) otrzymamy  $Kk_d = 0.25$ ,  $Kk_p h = 0.75$ . Obliczając z powyższych zależności wartości nastaw regulatora PD otrzymamy  $k_d = 0.013$ ,  $k_p = 0.234$ .

## 2.2. Obszar D - otwarty sektor ograniczony

Quasi-wielomian (4) jest quasi-wielomianem D-stabilnym, jeżeli wszystkie jego zera leżą w obszarze D pokazanym na rys. 2b. Zera dominujące quasi-wielomianu (3) leżące w pobliżu osi urojonej mają zasadniczy wpływ na proces przejściowy i wskaźniki jakości regulacji z nim związane. Z tego powodu przy wyznaczaniu obszarów D-stabilności w przestrzeni parametrów  $(a_1, a_0)$  nie będziemy brać pod uwagę zer asymptotycznych, będziemy zakładać, że zera asymptotyczne leżą na lewo od prostej  $-\gamma_1$ . Brzeg otwartego sektora, w którym leżą zera dominujące quasi-wielomianu (4) ma opis parametryczny

$$f(\omega) = s = -\omega + j\omega \tan(\theta), \quad \omega \geq 0, \quad \omega \in \Omega, \quad (13)$$

gdzie  $\theta$  jest kątem pomiędzy ujemną półosią rzeczywistą a brzegiem obszaru, przy czym  $\theta \in (0, \pi/2)$ .

W dalszych rozważaniach przyjmiemy unormowany względem  $h$  opis krzywej (5), o postaci

$$f(\tilde{\omega}) = z = -\tilde{\omega} + j\tilde{\omega} \tan(\theta), \quad \tilde{\omega} \in \Omega, \quad (14)$$

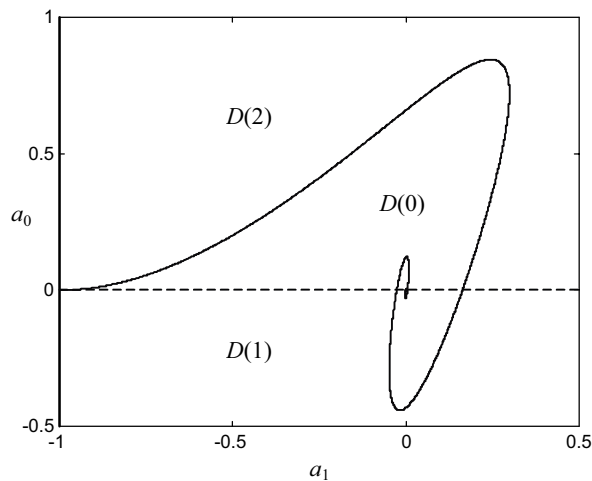
gdzie  $\tilde{\omega} = \omega h$ .

Na płaszczyźnie  $(a_1, a_0)$  granicami zer rzeczywistych i zer w nieskończoności quasi-wielomian (5) są odpowiednio linie proste  $a_0 = 0$ ,  $a_1 = -1$ , natomiast granica zer zespolonych jest krzywą o opisie parametrycznym

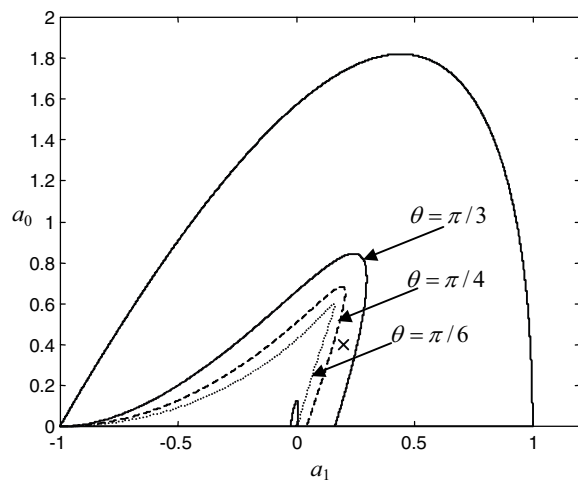
$$a_0 = \frac{\tilde{\omega}}{\sin \theta \cos \theta} \sin(\tilde{\omega} \tan \theta) \exp(-\tilde{\omega}), \tag{15a}$$

$$a_1 = \frac{\sin(\tilde{\omega} \tan \theta - \theta)}{\sin \theta} \exp(-\tilde{\omega}). \tag{15b}$$

Granica zer rzeczywistych, granica zer w nieskończoności oraz granica zer zespolonych (15), wyznaczona w funkcji parametru  $\omega$ , określają na płaszczyźnie  $(a_1, a_0)$  obszar D-stabilności quasi-wielomianu (5). Podział płaszczyzny  $(a_1, a_0)$  na obszary  $D(k)$  jest pokazany na rysunku 5, przy czym oznaczenia  $D(k)$  nie uwzględniają zer asymptotycznych. Granica zer zespolonych rozpoczyna się przy  $\omega = 0$  w punkcie o współrzędnych  $a_1 = -1$ ,  $a_0 = 0$  i przy  $\omega \rightarrow \infty$  nawija się na początek układu współrzędnych. Obszary D-stabilności wyznaczone dla kilku wartości kąta  $\theta$  są pokazane na rys. 6.



Rys. 5. Podział płaszczyzny  $(a_1, a_0)$  na obszary  $D(k)$  wyznaczony dla  $\theta = \pi/3$ .



Rys. 6. Obszary D-stabilności quasi-wielomianu (5) wyznaczone dla kilku wartości  $\theta$ .

**Przykład 2.** Należy wyznaczyć wartości parametrów regulatora PD, dla których rozpatrywany układ regulacji automatycznej z obiektem (1) o wartościach parametrów  $K = 20$ ,  $h = 0.16$  jest D-stabilny, przy czym  $\theta = \pi/3$ .

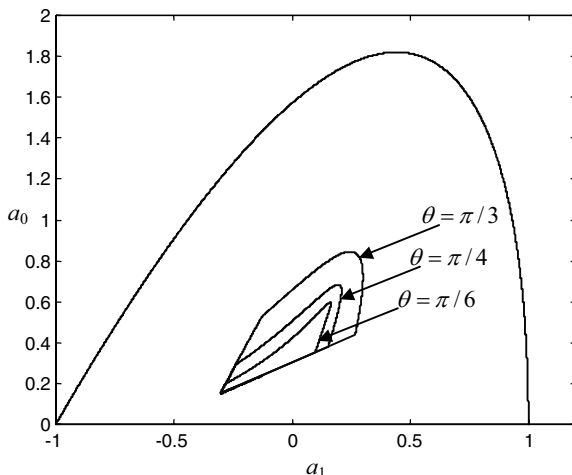
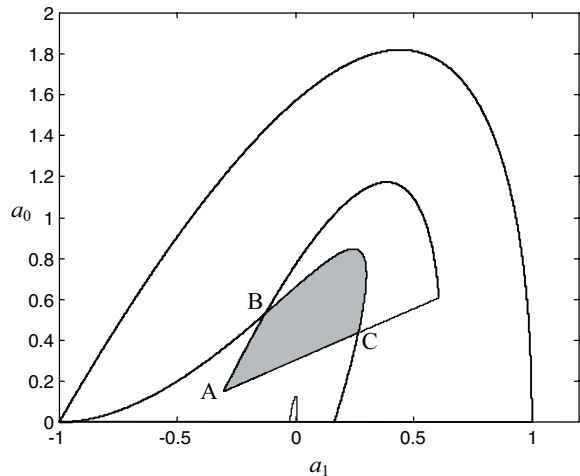
Obszar D-stabilności odpowiadający  $\theta = \pi/3$  jest ograniczony odcinkiem linii prostej  $a_0 = 0$  oraz odcinkiem pokazanej na rys. 6 linii krzywej. Wybierając dowolny punkt leżący wewnątrz tego obszaru, np. o współrzędnych  $a_1 = 0.2$ ,  $a_0 = 0.4$ , (punkt  $\times$  na rys. 6) odpowiednio otrzymamy  $Kk_d = 0.2$ ,  $Kk_p h = 0.4$ . Obliczając z powyższych zależności wartości parametrów regulatora PD, otrzymamy  $k_d = 0.01$ ,  $k_p = 0.11$ .

### 2.3. Obszar D - otwarty sektor odcięty ograniczony

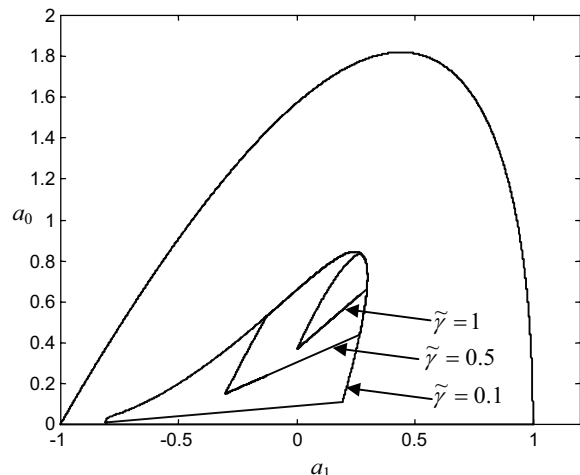
Wymagania dotyczące stopnia stabilności (czasu regulacji) oraz oscylacyjności odpowiedzi skokowej możemy rozpatrywać jednocześnie biorąc pod uwagę dwa obszary D: przesuniętą lewą półpłaszczyznę oraz otwarty sektor ograniczony. Otrzymamy wtedy obszar D pokazany na rys. 2c, który jest otwartym sektorem odciętym ograniczonym.

Obszar D-stabilności w przestrzeni parametrów  $(a_1, a_0)$  wyznaczamy wykorzystując obszary otrzymane w punktach 2.1 i 2.2 i nakładając je na siebie. Część wspólna obszarów jest wtedy obszarem D-stabilności dla przypadku otwartego sektora odciętego ograniczonego. Na rysunku 7 pokazano obszar D-stabilności wyznaczony w wyżej wymieniony sposób dla  $\theta = \pi/3$ ,  $\tilde{\gamma} = 0.5$ . Z rysunku wynika, że obszar ten określony jest przez: 1) granicę zer rzeczywistych w przypadku przesuniętej lewej półpłaszczyzny (odcinek A-C na rysunku), 2) granicę zer zespolonych w przypadku przesuniętej lewej półpłaszczyzny wyznaczoną dla  $\tilde{\omega} \in (0, \omega_1)$ ,  $\omega_1 = \tilde{\gamma} \tan \theta$  (krzywa A-B), 3) granicę zer zespolonych w przypadku otwartego sektora ograniczonego wyznaczoną dla  $\tilde{\omega} \geq \tilde{\gamma}$  (krzywa B-C). Uwzględniając powyższe łatwo można wyznaczyć obszary D-stabilności dla założonych wartości  $\tilde{\gamma}$  i kąta  $\theta$ . Obszary te są pokazane na rys. 8 i rys. 9.

Rys. 7. Obszar D-stabilności quasi-wielomianu (5) wyznaczony dla  $\theta = \pi/3$ ,  $\tilde{\gamma} = 0.5$ .



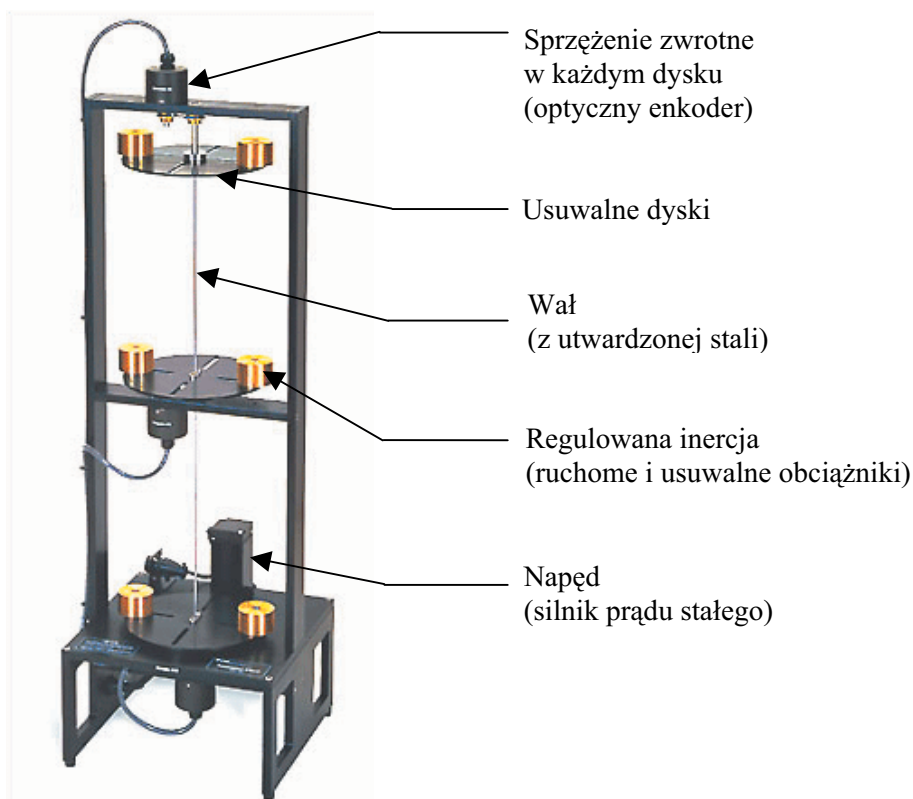
Rys. 8. Obszary D-stabilności quasi-wielomianu (5) wyznaczone dla  $\tilde{\gamma} = 0.5$  i kilku wartości  $\theta$ .



Rys. 9. Obszary D-stabilności quasi-wielomianu (5) wyznaczone dla  $\theta = \pi/3$ , i kilku wartości  $\tilde{\gamma}$ .

### 3. BADANIA EKPERYMENTALNE

Do badań eksperymentalnych wykorzystany został system sterowania firmy *Educational Control Products* [8]. W skład systemu wchodzi urządzenie elektromechaniczne, karta akwizycji danych pomiarowych wraz z procesorem sygnałowym DSP oraz komputer PC z oprogramowaniem zarządzającym.

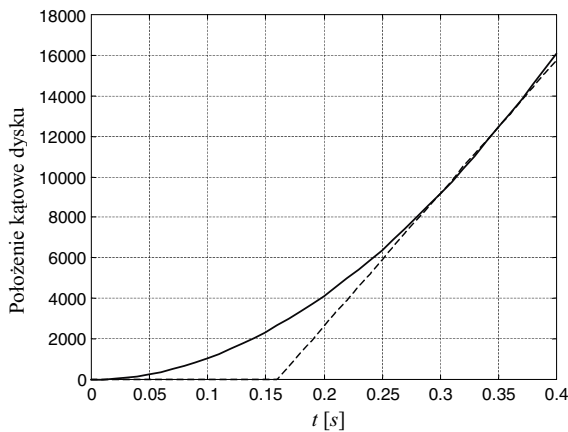


Rys. 10. Urządzenie elektromechaniczne

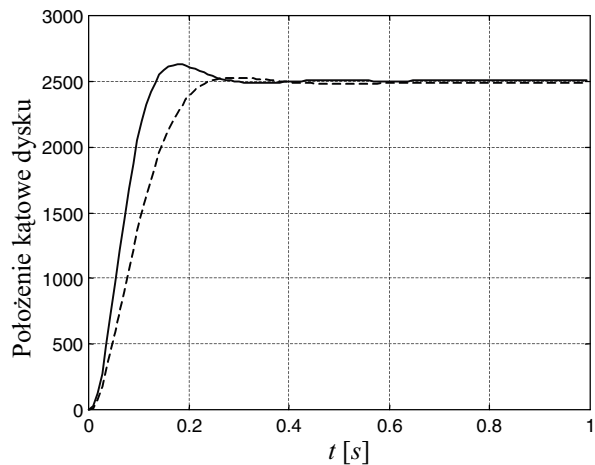
Urządzenie elektromechaniczne (rys. 10) składa się z trzech dysków podtrzymywanych przez skrętny wał, który jest napędzany przez bezszczotkowy silnik prądu stałego poprzez sztywny pas. Położenie kątowe każdego z dysków mierzone jest przez enkodery o wysokiej rozdzielczości. Urządzenie może być ustawiane w różnych konfiguracjach reprezentując w każdej z nich określoną klasę dynamiki obiektu. Zmiana momentu bezwładności dysku polega na usunięciu lub zmianie położenia obciążników, natomiast usunięcie dysku górnego i/lub środkowego spowoduje zmianę rzędu układu. Do badań eksperymentalnych wykorzystano urządzenie zawierające tylko dolny dysk, jest to model urządzenia typu „ciała sztywnego”.

Na rys. 11 przedstawiono odpowiedź urządzenia na skok napięcia 1V (linia ciągła na rysunku) w przypadku, gdy na dolnym dysku umieszczone były dwa obciążniki oddalone o 7 cm od osi wału. Z charakterystyki skokowej wynika, że obiekt można opisać modelem o transmitancji operatorowej (1), gdzie  $K = 20$  i  $h = 0.16$ . Są to wartości, dla których były rozpatrywane przykłady 1 i 2. Charakterystyka skokowa modelu (1) dla  $K = 20$ ,  $h = 0.16$  jest oznaczona linią przerywaną na rys. 11.

Na rys. 12 przedstawiono odpowiedzi skokowe układu regulacji z regulatorem PD uzyskane dla wartości nastaw  $k_p = 0.234$ ,  $k_d = 0.013$  i  $k_p = 0.11$ ,  $k_d = 0.01$  wyznaczonych w przykładach 1 i 2. Amplituda funkcji skokowej wynosiła 2500 jednostek enkodera, co odpowiada przesunięciu kątowemu wału o około  $56,25^\circ$ . Zarejestrowaną odpowiedzią układu jest położenie kątowne dysku dolnego. Z rysunku wynika, że otrzymane przebiegi czasowe charakteryzują się krótkim czasem regulacji i małym przeregulowaniem.



Rys. 11. Odpowiedź skokowa urządzenia na skok napięcia 1 V



Rys. 12. Odpowiedzi skokowe układu regulacji z regulatorem PD:  $k_p = 0,234$ ,  $k_d = 0,013$  - linia ciągła,  $k_p = 0,11$ ,  $k_d = 0,01$  – linia przerywana

#### 4. UWAGI KOŃCOWE

W pracy rozpatrzono problem badania D-stabilności układów regulacji automatycznej złożonych z obiektu opisanego modelem uproszczonym w postaci członu całkującego z opóźnieniem oraz szeregowego regulatora PD. Wykorzystując metodę podziału D podano komputerową metodę wyznaczania obszarów D-stabilności w przestrzeni parametrów regulatora i obiektu. Dowolny punkt z wyznaczonego obszaru odpowiada takim wartościom parametrów obiektu oraz regulatora, dla których układ regulacji jest D-stabilny, tj. jego bieguny leżą w zadanym obszarze D na płaszczyźnie zmiennej zespolonej. Korzystając z otrzymanego obszaru D-stabilności w prosty sposób można określić nastawy regulatora, dla których rozpatrywany układ regulacji automatycznej jest D-stabilny.

Do wyznaczenia obszarów D-stabilności wykorzystano programy komputerowe opracowane w środowisku systemu MATLAB.

*Pracę wykonano w ramach grantu promotorskiego G/WE/2/07 finansowanego przez Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego.*

## 5. LITERATURA

1. Ackermann J., Kaesbauer D., Baki H.: *Stable polyhedra in parameter space*, Automatica, 2003, Vol. 39, pp.937–943.
2. Busłowicz M.: *Odporna stabilność układów dynamicznych liniowych stacjonarnych z opóźnieniami*. Seria: Mon. Komitetu Automatyki i Robotyki PAN, Tom 1, Dział Wydawnictw i Poligrafii Politechniki Białostockiej, Warszawa-Białystok, 2000.
3. Busłowicz M., Ruszewski A.: *Stabilizacja za pomocą regulatorów PI liniowych układów pierwszego rzędu z opóźnieniem*. Mat. XIV Krajowej Konferencji Automatyki, Tom 1, s. 89-94, Zielona Góra, 2002.
4. Chidambaram M., Padma Sree R.: *Control of unstable systems*. Alpha Science, 2006.
5. Datta A., Ho M.-T., Bhattacharyya S. P.: *Structure and synthesis of PID controllers*. Springer-Verlag, Londyn, 2000.
6. Górecki H.: *Analiza i synteza układów regulacji z opóźnieniem*. WNT, Warszawa, 1971.
7. O'Dwyer A.: *PI and PID controller tuning rules*. Imperial College Press/Word Scientific. London, 2003.
8. Parks T. R.: *Manual for 205/205a. Torsional Control System*. Educational Control Products. Woodlands Hills, CA, 1999.
9. Ruszewski A.: *D-stabilizacja układów regulacji automatycznej z opóźnieniem*. Materiały konferencyjne Automation 2005, s. 314-323, Warszawa, 2005.
10. Ruszewski A.: *Obszary D-stabilności układów regulacji z obiektem pierwszego rzędu z opóźnieniem*. Mat. XV Krajowej Konferencji Automatyki, Tom 1, s. 183-188, Warszawa, 2005.
11. Ruszewski A.: *Obszary stabilności w przestrzeni parametrów układów regulacji z obiektem wieloinercyjnym z opóźnieniem*. Mat. XV Krajowej Konferencji Automatyki, Tom 1, s. 189-192, Warszawa, 2005.
12. Ruszewski A.: *Odporna stabilność układów regulacji z regulatorem PI i obiektami pierwszego rzędu z opóźnieniem*. Mat. VII OWD, s. 223-228, Wisła, 2005.
13. Ruszewski A.: *Odporna stabilność układów regulacji z obiektami całkującymi z opóźnieniem i regulatorem PD*. Pomiary. Robotyka, nr 2 (2007), CD-ROM - XI Konferencja Naukowo-Techniczna Automation, Warszawa, 2007.
14. Shafiei Z., Shenton A. T., *Tuning of PID-type controllers for stable and unstable systems with time delay*, Automatica, 1994, Vol. 30, No. 10, pp. 1609-1615.
15. Silva G. J., Datta A., Bhattacharyya S. P.: *PID controllers for time-delay systems*. Birkhauser, Boston, 2005.
16. Skoczowski S.: *Projektowanie odpornego regulatora PID oparte o przybliżoną identyfikację modelu dla procesów z opóźnieniem*. Pomiary Automatyka Kontrola, 49(7/8) 2004, s. 24-27.
17. Soylemez M.T., Munro N., Baki H.: *Fast calculation of stabilizing PID controllers*, Automatica, 2003, Vol. 39, pp. 121–126.
18. Trybus L.: *Automatyczne strojenie regulatorów PID dla typowych modeli dwu granicznych obiektów*. W: S. Bańka (red.) „Współczesne techniki regulacji i pomiarów oraz metody sterowania”, praca zbiorowa dedykowana Prof. S. Skoczowskiemu. Wyd. Uczelniane Politechniki Szczecińskiej pod patronatem Komitetu Automatyki i Robotyki PAN. Szczecin, 2006, s. 279-291.