

prof. zw. dr hab. inż. Zdzisław Gosiewski
 mgr inż. Andrzej Piotr Koszewnik
 Politechnika Białostocka, Wydział Mechaniczny, Katedra Automatyki i Robotyki

MODELOWANIE BELKI KONSOLOWEJ JAKO OBIEKTU STEROWANIA W AKTYWNYM UKŁADZIE STEROWANIA DRGANIAMI

W referacie zostanie przedstawiony aktywny układ tłumienia drgań na przykładzie belki wspornikowej z użyciem zmiennie lokalizowanych piezoelementów. Wyznaczona została optymalna lokalizacja piezo-pasków na podstawie obliczonych wskaźników jakości. Współczynniki korelacyjne pomiędzy siłą sterującą, odkształceniem, kształtem postaci, zmianami częstotliwości własnej, masami modalnymi i sztywnościami modalnymi zostały przeanalizowane w celu obliczenia quasi-optymalnego zlokalizowania piezo-sensora i piezo-aktuatora. W następnym etapie zredukowany model układu otwartego został zidentyfikowany oraz przebadany symulacyjnie w celu znalezienia najlepszego regulatora tłumiącego drgania konstrukcji. Układ sterowania z wybranym regulatorem został w kolejnym kroku przebadany eksperymentalnie.

MODELING OF THE BEAM AS A CONTROL PLANE FOR THE VIBRATION CONTROL SYSTEM

An active vibration damping system with the use of piezoelements fixed to the structure is presented in the paper. The optimal location of the piezo-stripes on the structure is calculated for given cost functions. Coefficient correlations between control forces, strains, mode shapes, frequencies changes, modal masses, modal stiffness are analyzed to find simpler method for calculation of the quasi-optimal localization of piezo-sensors and piezo-actuators. Reduced model of the open-loop system was identified and we have carried out simulation investigations to find the best controller which reduce the amplitude of vibrations. The correct choice of the controller was verified and investigated experimentally.

1. WSTĘP

Nowoczesne konstrukcje mechaniczne są lekkie i podatne, stąd też bardzo często są narażone na wpływ zewnętrznych zakłóceń, które w konsekwencji powodują drgania konstrukcji. Powstanie takich drgań obniża właściwości eksploatacyjne oraz powoduje straty energii. W celu stabilizacji konstrukcji i redukcji amplitud drgań poszukujemy aktywnego systemu tłumienia drgań. W celu zaprojektowania aktywnego tłumienia drgań konstrukcji mechanicznych z wykorzystaniem piezoelektryków należy rozważyć sześć zasadniczych etapów [3]:

- 1) Stworzenie modeli matematycznych belki dla różnego umiejscowienia elementów piezoelektrycznych z wykorzystaniem metody elementów skończonych – FEM.
- 2) Przeanalizowanie dynamiki badanej konstrukcji (obliczenie częstotliwości własnych, kształtu postaci, itd.).
- 3) Stworzenie zredukowanego modelu i potraktowanie go jako otwarty układ sterowania.
- 4) Zaprojektowanie prawa sterowania.

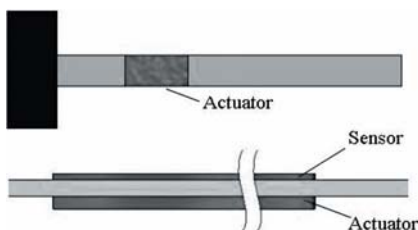
- 5) Przeprowadzenie symulacji dla zamkniętego układu sterowania.
- 6) Badania eksperymentalne i weryfikacja zamkniętego układu sterowania.

W naszym artykule będziemy rozważać aktywne tłumienie drgań belki konsolowej z użyciem piezo-elementów. Zaproponujemy szybki sposób prototypowania takich konstrukcji z wykorzystaniem poniższych trzech etapów:

- 1) Obliczenia dla quasi-optymalnej lokalizacji piezoelementów z wykorzystaniem FEM [1,4].
- 2) Identyfikacja parametrów otwartego układu sterowania (belka stalowa z przyklejonymi piezoelektrykami i wzmacniaczami).
- 3) Projektowanie prawa sterownia i weryfikacja prawa w wyniku badań eksperymentalnych.

2. MODELOWANIE AKTYWNEJ BELKI Z WYKORZYSTANIEM FEM

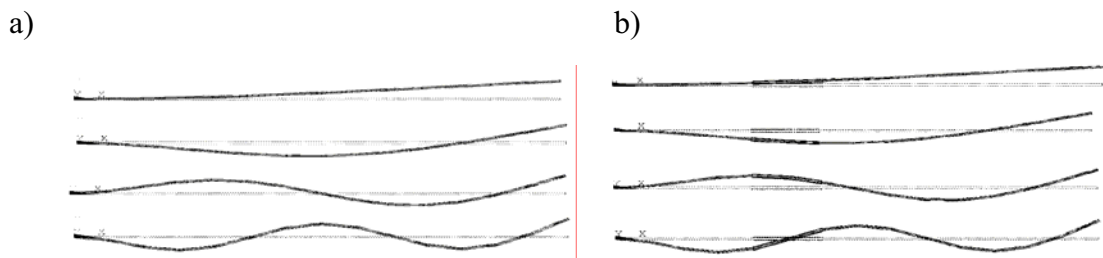
Aktywna belka wraz z przyklejonymi piezo-elementami ukazana jest na rys.1. Za pomocą metody elementów skończonych została przeanalizowana dynamika belki bez piezoelektryków, jak i z nimi. Parametry badanej konstrukcji są przedstawione w tab. 1. Rozważana belka jest belką konsolową, w której jeden koniec jest utwierdzony, drugi zaś jest swobodny. Pierwsze cztery postacie drgań badanej konstrukcji zostały obliczone, a rezultaty badań pokazane są na rys.2. Rys. 2a przedstawia pierwsze cztery postacie drgań belki bez piezoelementów, natomiast rys. 2b pierwsze cztery postacie belki z zlokalizowanymi już elementami piezoelektrycznymi.



Rys.1. Badana aktywna belka konsolowa

Tab. 1. Parametry konstrukcji

Parametry	stalowa belka	actuator	sensor
materiał	stal	piezo-cristal	piezo-cristal
wymiary (l) [m]	0.35x0.025x0.002	0.05x0.025x0.00076	0.05x0.025x0.00038
masa (m) [kg]	0.1365	0.00675	0.00342
gęstość (ρ) [kg/ m ³]	7800	7200	7200
objętość (V) [m ³]	17,5*10 ⁻⁶	0.9375*10 ⁻⁶	0.475*10 ⁻⁶
moduł Younga (E) [GPa]	200	0.18	0.18
współ. Poisson (ν)	0.3	0.28	0.28



Rys. 2. Postacie drgań badanej belki: a) stalowa belka, b) belka z piezo-elementami (aktywna belka)

Pierwsze cztery częstotliwości własne pasywnej oraz aktywnej belki zostały ukazane w tab. 2. Możemy powiedzieć, że dodanie piezo-elementów do konstrukcji spowodowało miejscowe zwiększenie sztywności, a co za tym idzie wyższe częstotliwości własne.

Tab. 2. Pierwsze cztery częstotliwości własne belki

częstotliwość [Hz]	pasywna belka	aktywna belka	wzrost [%]
f_1	13.53	13.87	2.51
f_2	85.69	87.94	2.62
f_3	245.33	251.67	2.58
f_4	498.16	509.99	2.37

3. OPTIMALNA LOKALIZACJA PIEZOELEMENTÓW

Kolejny etap badań dotyczy rozważenia optymalnej lokalizacji piezo-elementów na badanej konstrukcji. W pierwszym kroku obliczyliśmy wartości sił sterujących, mierzonego sygnału, kształtu postaci drgań, zmiany wartości częstotliwości, mas modalnych oraz sztywności modalnych. Każda procedura wyznaczenia powyższych wartości była powtarzana dla różnych lokalizacji piezoelektryków. Uzyskane na drodze symulacji rezultaty zostały szczegółowo opisane w [1]. W następnym kroku podjęliśmy próbę wyznaczenia wskaźników jakości, dzięki którym będziemy mogli uzyskać informacje o optymalnej lokalizacji piezo-aktuatora i piezo-sensora. W naszym przykładzie, chcemy zaprojektować układ tak, by tłumił on trzy najmniejsze częstotliwości drgań, zaś czwartą i wyższą czwartą postać drgań nie pobudzał. W takim przypadku aktuator powinien maksymalizować siły sterujące dla pierwszych trzech postaci, zaś dla czwartej je minimalizować. W związku z tym wskaźnik jakości przybierze następującą formułę:

$$J_F(l) = |Q_{A1}(l)| + |Q_{A2}(l)| + |Q_{A3}(l)| - |Q_{A4}(l)| \quad (1)$$

gdzie: Q_{An} – wartość siły sterującej n -tej postaci drgań.

W podobny sposób zaprojektowaliśmy wskaźnik jakości w celu optymalizacji sygnału pomiarowego (2) oraz wskaźniki jakości dla poszczególnych mas modalnych (3) i sztywności modalnych (4):

$$J_{\varepsilon}(l) = |\varepsilon_1(l)| + |\varepsilon_2(l)| + |\varepsilon_3(l)| - |\varepsilon_4(l)| \quad (2)$$

$$J_m(l) = |m_1(l)| + |m_2(l)| + |m_3(l)| - |m_4(l)| \quad (3)$$

$$J_k(l) = |k_1(l)| + |k_2(l)| + |k_3(l)| - |k_4(l)| \quad (4)$$

gdzie: ε_n – n -ta wartość modalnego odkształcenia,
 m_n – masa modalna n -tej postaci drgań,
 k_n – masa modalna n -tej postaci drgań

$$J_F(0,125) = |Q_{A1}(0,125)| + |Q_{A2}(0,125)| + |Q_{A3}(0,125)| - |Q_{A4}(0,125)| = 178,70 \quad (5)$$

$$J_{\varepsilon}(0,125) = |\varepsilon_1(0,125)| + |\varepsilon_2(0,125)| + |\varepsilon_3(0,125)| - |\varepsilon_4(0,125)| = 324,05 \quad (6)$$

$$J_m(0,125) = |m_1(0,125)| + |m_2(0,125)| + |m_3(0,125)| - |m_4(0,125)| = 18,780 \quad (7)$$

$$J_k(0,125) = |k_1(0,125)| + |k_2(0,125)| + |k_3(0,125)| - |k_4(0,125)| = -0,0871 \quad (8)$$

Po wykonaniu wszystkich obliczeń dla różnych lokalizacji piezo-pasków uzyskaliśmy maksymalne wartości wskaźników jakości sił sterujących, mierzonego sygnału pomiarowego [1], masy modalnej i sztywności modalnej dla odległości $l=0,125$ [m] (środek piezo-sensora i piezo-aktuatora). Zatem możemy przypuszczać, że ta lokalizacja piezo-elementów będzie lokalizacją optymalną.

4. KORELACJA POMIĘDZY UZYSKANymi WYNIKAMI BADAŃ

Bardzo istotnym elementem w poszukiwaniu optymalnego umiejscowienia piezo-elementów na konstrukcji jest porównanie uzyskanych powyższych wyników badań. W tym celu obliczymy cztery macierze korelacyjne, które powiązane są z pierwszymi czterema postaciami drgań. Każda macierz posiada czternaście wierszy, które odpowiadają pozycjom piezo-elementów na konstrukcji przy przesuwaniu ich wzdłuż belki oraz sześć kolumn zawierających odpowiednio wartości: sił sterującej, kształtu postaci, zmiany wartości częstotliwości własnej, odkształcenia, mas modalnych oraz sztywności modalnych [3]. W następnym etapie używając tych macierzy uzyskaliśmy współczynniki korelacyjne dla pierwszych czterech postaci drgań pomiędzy: siłą sterującą, kształtem postaci, zmianą wartości częstotliwości własnej, odkształcenia, mas modalnych oraz sztywności modalnych, które ukazane są w tab. 3-6.

Tab. 3. Współczynniki korelacyjne pierwszej częstotliwości własnej

	siła sterująca	kształt postaci	zm. częst.	odkształcenie	masa modalna	sztywność modalna
siła sterująca	1.0000	0.9837	-0.9039	-1.0000	0.8957	0.4983
kształt postaci	0.9837	1.0000	-0.9632	-0.9832	0.9578	0.5827
zm. częst.	-0.9039	-0.9632	1.0000	0.9028	-0.9990	-0.7127
odkształcenie	-1.0000	-0.9832	0.9028	1.0000	-0.8946	-0.4975
masa modalna	0.8957	0.9578	-0.9990	-0.8946	1.0000	0.7064
sztywność mod.	0.4983	0.5827	-0.7127	-0.4975	0.7064	1.0000

Tab. 4. Współczynniki korelacyjne drugiej częstotliwości własnej

	siła sterująca	kształt postaci	zm. częst.	odkształcenie	masa modalna	sztywność modalna
siła sterująca	1.0000	-0.5724	-0.6722	-1.0000	0.7471	0.6798
kształt postaci	-0.5724	1.0000	0.4364	0.5658	-0.6034	-0.4741
zm. częst.	-0.6722	0.4364	1.0000	0.6719	-0.9686	-0.3724
odkształcenie	-1.0000	0.5658	0.6719	1.0000	-0.7455	-0.6789
masa modalna	0.7471	-0.6034	-0.9686	-0.7455	1.0000	0.5446
sztywność mod.	0.6798	-0.4741	-0.3724	-0.6789	0.5446	1.0000

Tab. 5. Współczynniki korelacyjne trzeciej częstotliwości własnej

	siła sterująca	kształt postaci	zm. częst.	odkształcenie	masa modalna	sztywność modalna
siła sterująca	1.0000	0.9393	-0.4588	-0.9999	0.4507	0.2126
kształt postaci	0.9393	1.0000	-0.3447	-0.9357	0.2832	0.0683
zm. częst.	-0.4588	-0.3447	1.0000	0.4612	-0.9414	-0.0212
odkształcenie	-0.9999	-0.9357	0.4612	1.0000	-0.4548	-0.2155
masa modalna	0.4507	0.2832	-0.9414	-0.4548	1.0000	0.2683
sztywność mod.	0.2126	0.0683	-0.0212	-0.2155	0.2683	1.0000

Tab. 6. Współczynniki korelacyjne czwartej częstotliwości własnej

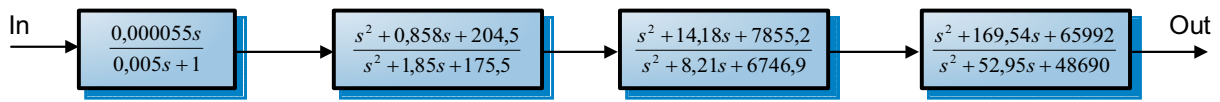
	siła sterująca	kształt postaci	zm. częst.	odkształcenie	masa modalna	sztywność modalna
siła sterująca	1.0000	-0.9019	-0.2014	-0.9997	0.2094	0.0497
kształt postaci	-0.9019	1.0000	0.2001	0.8915	-0.2468	0.1147
zm. częst.	-0.2014	0.2001	1.0000	0.2015	-0.9019	0.2305
odkształcenie	-0.9997	0.8915	0.2015	1.0000	-0.2053	-0.0554
masa modalna	0.2094	-0.2468	-0.9019	-0.2053	1.0000	0.0667
sztywność mod.	0.0497	0.1147	0.2305	-0.0554	0.0667	1.0000

Na podstawie uzyskanych współczynników korelacyjnych możemy powiedzieć, że niektóre zmienne są ze sobą silnie skorelowane. We wszystkich czterech tabelach zostały przedstawione silne zależności (pogrubione wartości w tabelach) pomiędzy odkształceniem, siłą sterującą, kształtem postaci, masami modalnymi i sztywnościami modalnymi.

5. PIEZOELEKTRYCZNY UKŁAD STEROWANIA DRGANIAMI

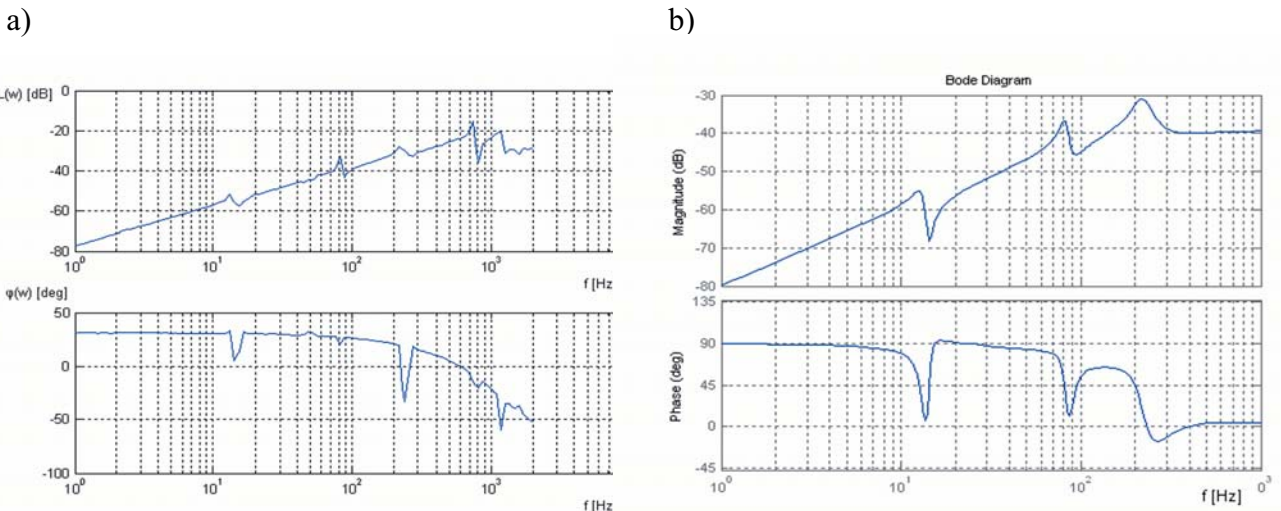
Kolejnym etapem badań było zbudowanie układu sterowania drganiami, w którym obiektem była belka przedstawiona na rys.1. Punktem wyjścia do zrealizowania tego etapu było przeprowadzenie identyfikacji metodą częstotliwościową otwartego układu sterowania, czyli belki wraz z piezo-elementami i wzmacniaczami. Uzyskane przebiegi charakterystyk częstotliwościowych, zdjęte przy użyciu analizatora sygnałów dynamicznych zostały przedstawione na rys. 4a. Z wykresu możemy zauważyć trzy częstotliwości rezonansowe 13.25; 82.14; 220.66 Hz oraz trzy częstotliwości antyrezonansowe 14.30; 88.63; 256.89 Hz. Odnosząc się do uzyskanych częstotliwości i przebiegu charakterystyki częstotliwościowej

dopasowaliśmy matematyczny model (rys. 3) poprzez właściwy wybór współczynników tłumienia. Wynikiem tego było uzyskanie charakterystyk przedstawionych na rys. 4b.

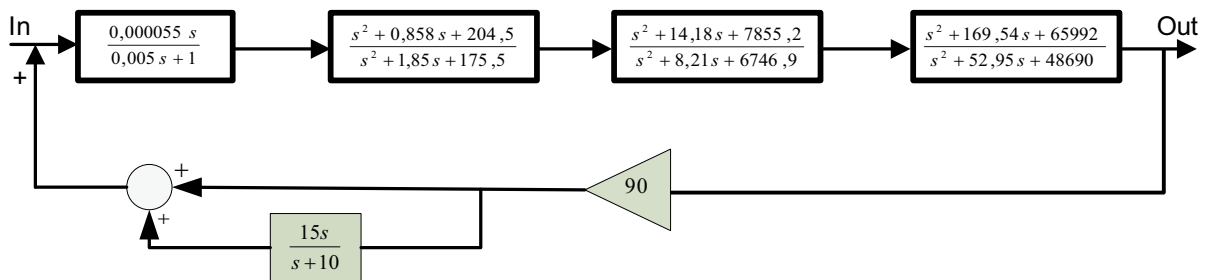


Rys. 3. Transmitancja układu otwartego

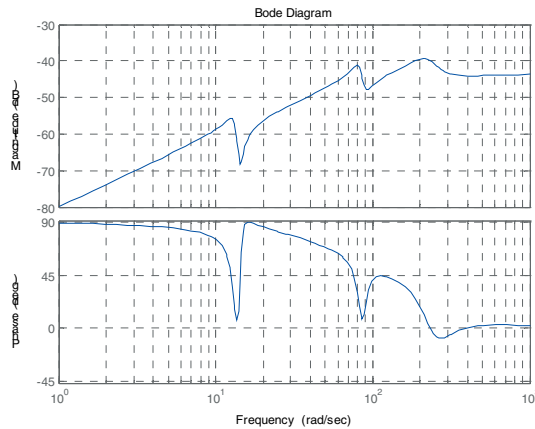
Przeprowadzając badania symulacyjne rozważyliśmy wpływ regulatora na zamknięty układ sterowania. W pierwszym kroku przebadaliśmy układ z różnymi typami regulatorów. Uzyskane rezultaty udowadniają, że regulator typu PD daje najlepsze tłumienie drgań. Zastosowanie tego typu regulatora obniżyło o 10 dB najwyższą amplitudę drgań układu zamkniętego w stosunku do układu otwartego. Zatem przedstawiamy tylko model układu zamkniętego z regulatorem typu PD (rys. 5), którego charakterystyki przedstawione są na rys. 6.



Rys. 4. Charakterystyka Bodego układu otwartego (a) z analizatora sygnałów dynamicznych, (b) zidentyfikowanego obiektu



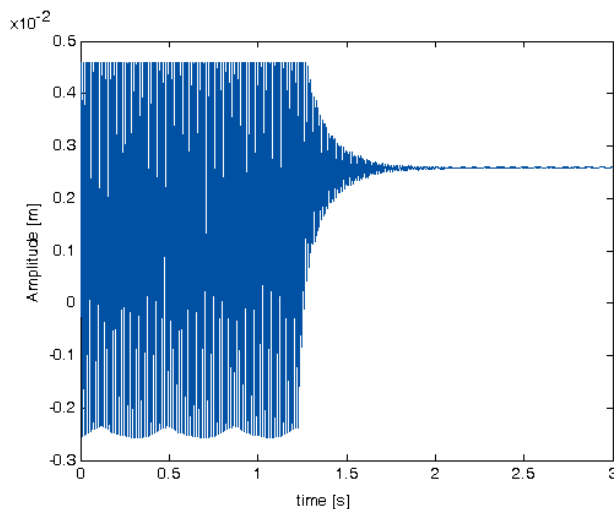
Rys. 5. Model zamkniętego układu z regulatorem typu PD



Rys. 6. Charakterystyka Bodego zamkniętego układu

6. WYNIKI EKSPERYMANTLANE

Badania eksperymentalne zostały przeprowadzone na stanowisku badawczym przy użyciu procesora sygnałowego DSP dla różnych typów regulatorów. Najlepsze rezultaty w tłumieniu sygnału uzyskaliśmy dla regulatora PD. Podczas pomiaru w 1,3 s został załączony układ sterowania, który spowodował gwałtowny spadek amplitudy drgań do bardzo małych wartości. Rezultaty tych badań możemy zobaczyć na rys. 7.



Rys. 7. Odpowiedź impulsowa aktywnie sterowanie belki

7. WNIOSKI

W artykule opisaliśmy badania aktywnego układu tłumienia drgań na przykładzie belki wspornikowej. W pierwszej kolejności uzyskaliśmy wzrost naturalnych częstotliwości własnych w przypadku, gdy do belki zostały przyklejone piezo-elementy. Odnależliśmy optymalną, najlepszą lokalizację piezo-pasków na konstrukcji przy pomocy wyznaczonych dla niej wskaźników jakości oraz ukazaliśmy dla tej lokalizacji silne zależności pomiędzy analizowanymi w referacie zmiennymi.

Następnie uzyskaliśmy właściwy model matematyczny układu otwartego, dla którego w badaniach symulacyjnych rozważyliśmy różne typy regulatorów w celu zaprojektowania właściwego prawa sterowania. Zamknięty układ sterowania z regulatorem PD został przebadany eksperymentalnie, a uzyskane wyniki udowadniają, że ten regulator silnie tłumí drgania belki.

8. LITERATURA

- [1] Gosiewski Z., Koszewnik A.: *The influence of the piezoelements placement on the active vibration damping system*. Materiały 8 Międzynarodowej Konferencji „Aktywna Redukcja Drgań i Hałasu”, Krasieczyn 2007, p.69.
- [2] Gosiewski Z.: *Identification of flexible structure model for piezoelectrics vibration control*, AGH Mechanics, Vol. 24, No. 2, 2005, p. 61.
- [3] Seto K.: *Modeling strategy suited to motion and vibration control for flexible structures*, 7th International Conference on Motion and Vibration Control, MOVIC 2004, Washington, p.18.
- [4] Guang M., Wenming Z.: *Active vibration control of micro-cantilever beam in MEMS*, Proceedings of the 2004 International Conference on Intelligent Mechatronics and Automotion, China, 2004, p. 272.