

mgr inż. Arkadiusz Mystkowski, prof. dr hab. inż. Zdzisław Gosiewski  
 Politechnika Białostocka, Wydział Mechaniczny, Katedra Automatyki i Robotyki

## **OPTYMALNE STEROWANIE DYNAMIKĄ WYSOKOBRÓTOWEGO WIRNIKA ŁOŻYSKOWANEGO MAGNETYCZNIE**

*W referacie przedstawiono procedurę projektowania optymalnego układu sterowania odpornego drganiami wirnika łożyskowanego magnetycznie. Przebadano zachowanie się dynamiczne układu zamkniętego w szerokim zakresie prędkości obrotowych. Dobrano funkcje wagowe ograniczające sygnały wejścia/wyjścia oraz ograniczające obciążenia zewnętrzne np. od niewyważenia wirnika. Dokonano optymalizacji układu minimalizując normę  $H_\infty$  nałożoną na układ zamknięty. Układ zamknięty z regulatorem  $H_\infty$  jest odpornie stabilny mimo niewyważenia i strukturalnej niestabilności aktywnego zawieszenia magnetycznego wirnika. Badania symulacyjne i eksperymentalne wykazały, że układ sterowania posiada dobrą jakość sterowania w stanach przejściowych, kompensację drgań wirnika oraz odporność regulatora na zmiany obiektu sterowania.*

## **OPTIMAL CONTROL OF HIGH SPEED ROTOR DYNAMIC SUPPORTED MAGNETICALLY**

*In the paper the robust control method was applied in the active magnetic bearings system (AMB). The dynamical behavior of closed-loop system in wide range of rotation speed was investigated. The input and output signals of the closed-loop system and the disturbances were limited by the weighting functions. The  $H_\infty$  robust controller was designed and the  $H_\infty$  closed-loop system was investigated. The  $H_\infty$  closed-loop system is robust stable in spite of unbalance and structural instability of AMB. Finally simulation and experimental results show the effectiveness of the control system as well as good initial responses/transient responses, unbalance compensation and robustness of the designed controller.*

### **1. WPROWADZENIE**

Badania nad metodami eliminacji drgań będących skutkiem różnego rodzaju wymuszeń w tym niewyważenia takich maszyn wirnikowych jak: turbiny, sprężarki, pompy, wentylatory, przekładnie, itd. są istotnym zagadnieniem współczesnej dynamiki maszyn. Poziom drgań względnych wirnika stanowi ważny parametr diagnostyczny w ocenie stanu dynamicznego każdej maszyny wirnikowej. Znane są różne metody kompensacji drgań. Możemy je podzielić na trzy główne grupy: pasywne, pasywno-aktywne i aktywne. Zastosowanie metod aktywnych tłumienia drgań daje dużo większe rezultaty i możliwości niż stosowanie metod pasywnych. Sposoby łożyskowania maszyn wirnikowych także możemy podzielić na trzy główne grupy: sztywne, sztywno-podatne i podatne. Dobrym przykładem zawieszenia podatnego jest zawieszenie magnetyczne.

Łożysko magnetyczne wraz z układem pomiarowym, zasilającym i układem sterowania w pętli sprzężenia zwrotnego stanowi układ sterowania. Aktywne zawieszenie magnetyczne może być wykorzystane jako wzbudnik lub jako układ aktywnego tłumienia drgań. Co więcej układ zawieszenia magnetycznego pozwala na ciągłą diagnostykę maszyny wirnikowej poprzez pomiar sił, przemieszczeń, prędkości i przyspieszeń w czasie rzeczywistym. Jednak nawet przy wykorzystaniu łożysk magnetycznych jako układu aktywnego tłumika drgań

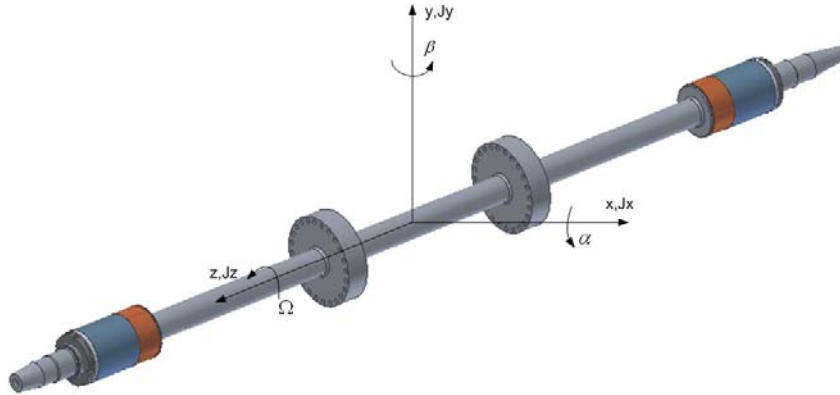
istnieje wiele problemów związanych z niwelowaniem skutków niewyważenia. Łożysko magnetyczne jest układem strukturalnie niestabilnym. Oznacza to, że aby wirnik mógł być zawieszony w polu magnetycznym do łożyska magnetycznego stale musi dopływać energia elektryczna. Dodatkowo sterowanie siłą generowaną przez cewki elektromagnetyczne umieszczone na obwodzie łożyska musi być na tyle szybkie, aby utrzymać wirnik w środku łożyska. Wymagana szybkość układu sterowania wzrasta wraz ze prędkością obrotową wirnika. Duże amplitudy drgań nie są do przyjęcia w łożysku magnetycznym, gdzie szerokość szczeliny powietrznej jest mniejsza od 0.5 [mm]. Dodatkowo nasilająca się wraz z częstotliwością obrotową wirnika siła od niewyważenia wymaga od łożyska coraz to większej siły kompensacyjnej. Wartość siły regulowana jest poprzez prądy zasilające cewki elektromagnetyczne. W efekcie prowadzi to do nasycenia układu wykonawczego, a co za tym idzie do utraty stabilności.

Wśród metod kompensacji drgań za pomocą układów sterowania stosuje się regulatory z małym wzmocnieniem, tak, aby nie powodować nasycenia wzmacniaczy przy wysokich częstotliwościach. Jednak układy te nie radzą sobie z kompensacją drgań przy małych częstotliwościach. Innym podejściem jest budowanie specjalnych obserwatorów niewyważenia montowanych w torze regulatora położenia wału. Takie podejście zostało zastosowane w pracach [1, 2]. Bardziej popularnymi metodami kompensacji drgań są metody sterowania tzw. „do przodu” (Feedforward). Także często stosowane są metody adaptacyjne. Wymagają one jednak układu pomiaru drgań. Innowacyjną metodą kompensacji drgań jest zastosowanie macierzy korekcyjnej w pętli sprzężenia zwrotnego. Algorytm estymacji współczynników macierzy działa on-line. Metoda ta nie sprawdza się przy dużych częstotliwościach wirowania wirnika i gwałtownych zmianach rozkładu drgań powodowanych przez szybkie przyspieszanie i hamowanie. Dokładny opis metody i eksperymentu znajduje się w pracach [3, 4].

W pracy wykorzystano metodę sterowania optymalnego, która pozwala na wyznaczenie regulatora odpornego na siły generowane przez niewyważenie i zmiany parametrów obiektu. W sterowaniu odpornym (ang. *Robust Control*) efekty niewyważenia wirnika można traktować jako wymuszenia zewnętrzne działające na obiekt. Wpływ tych wymuszeń można uwzględnić za pomocą funkcji wagowych i dodatkowych modeli niepewności obiektu. Dlatego zaprojektowany regulator będzie bardziej odporny na zmiany dynamiki układu wirnik-łożyska magnetyczne niż standardowe regulatory. W metodzie tej projektuje się optymalny regulator odporny, czyli taki regulator, który zapewnia stabilność obiektu, pomimo, że jego parametry zmieniają się w czasie jego eksploatacji (LPV - *Linear Parameter Varying*). Dodatkowo regulator odporny pozwala uwzględnić ograniczenia sygnałów oraz nieliniową zależność siły generowanej przez łożysko w funkcji prądu sterującego. W artykule przedstawiono badania układu sterowania odpornego zawieszeniem magnetycznym wirnika, którego głównym celem jest zapewnić stabilności i tłumienie drgań łożyskowanego wirnika.

## 2. MODEL DYNAMIKI WIRNIKA ŁOŻYSKOWANEGO MAGNETYCZNIE

Obiektem sterowania jest symetryczny wirnik sztywny poprzecznie zawieszony w dwóch aktywnych łożyskach magnetycznych promieniowych i jednym łożysku pasywnym osiowym. Wirnik posiada 5 stopni swobody kontrolowanych za pomocą łożysk magnetycznych. Model wirnika z układem osi bezwładności przedstawiono na rys. 1.



Rys. 1. Model wirnika

Ruch wirnika składający się z ruchu translacyjnego i obrotowego opisują następujące równania [5]:

$$\begin{aligned}
 m\ddot{x} &= F_{exl} + F_{exp} + G_x + F_{Rx}, \\
 m\ddot{y} &= F_{eyl} + F_{eyp} + G_y + F_{Ry}, \\
 I_x\ddot{\alpha} + \dot{\beta}\Omega(I_y - I_z) &= M_{ex}, \\
 I_y\ddot{\beta} + \dot{\alpha}\Omega(I_z - I_x) &= M_{ey},
 \end{aligned} \tag{1}$$

gdzie:

$m$  - masa wirnika,

$x, y$  - przemieszczenie środka wirnika w kierunku osi  $Ox$  i  $Oy$ ,

$\alpha, \beta$  - obrót wirnika wokół osi  $Ox$  i  $Oy$ ,

$I_x, I_y, I_z$  - promieniowe i osiowe moment bezwładności wirnika,

$\Omega$  - prędkość kątowna wirnika,

$F_{exl}, F_{exp}, F_{eyl}, F_{eyp}$  - wypadkowa siła elektromagnetyczna generowana przez siłowniki łożysk magnetycznych w kierunku osi  $Ox$  i  $Oy$  w lewej  $\{l\}$  i prawej  $\{p\}$  płaszczyźnie łożyskowania,

$M_{ex}, M_{ey}$  - moment sił elektromagnetycznych wokół osi  $Ox$  i  $Oy$ ,

$G_x, G_y$  - składowe siły ciężkości wirnika w kierunku osi  $Ox$  i  $Oy$ ,

$F_{Rx}, F_{Ry}$  - siły odśrodkowa wirnika w kierunku osi  $Ox$  i  $Oy$ .

Ruch wirnika można opisać względem płaszczyzn łożyskowania uwzględniając następujące zależności między współrzędnymi lokalnymi i globalnymi:

$y_p = y + \beta p, y_l = y - \beta l, x_p = x - \alpha p, x_l = x + \alpha l$ . Równania ruchu (1) można zapisać w postaci jednego równania macierzowego:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{MT}_b^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{MT}_b^{-1} \end{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_b + \Omega I_z \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{GT}_b^{-1} \\ -\mathbf{GT}_b^{-1} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_b = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_b^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{T}_b^T \end{bmatrix} \mathbf{F}, \tag{2}$$

gdzie:

$$\mathbf{T}_b = \begin{bmatrix} 1 & -a \\ 1 & b \end{bmatrix}, \quad \mathbf{M} = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & I_x \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F} = [F_{exl} \quad F_{exp} \quad F_{eyl} \quad F_{eyp}]^T, \quad \mathbf{q}_b = [x_l \quad x_p \quad y_l \quad y_p].$$

Osiowe momenty bezwładności wirnika z pominięciem tarcz są liczone następująco:  $I_x = I_y = 1/12(m3r^2 + l^2)$ ,  $I_z = 1/2(mr^2)$ , gdzie:  $l$  - długość wirnika,  $r$  - średnica wirnika.

### 3. OPIS STANOWISKA LABORATORYJNEGO

Stanowisko badawcze składa się z wirnika łożyskowanego w dwóch łożyskach promieniowych heteropolarnych oraz jednym łożysku osiowym. Pasywne łożysko osiowe zbudowane jest z magnesów trwałych typu Nd-Fe-B. Sterowanie położeniem wirnika odbywa się w pętli sprzężenia zwrotnego realizowanego za pomocą procesora sygnałowego czasu rzeczywistego DSP. Informacja o położeniu wirnika w kierunku promieniowym pochodzi od wiropędowych czujników pomiaru przemieszczenia wału. Wirnik napędzany jest silnikiem elektrycznym sterowanym przekształtnikiem częstotliwości. Maksymalna prędkość obrotowa silnika wynosi 24000 [obr/min]. Wirnik składa się z dwóch tarcz wyposażonych w 24 gwintowane otwory M5 do zadawania niewyważenia. Wirnik został wykonany z wysoko-wytrzymałościowej stali obrabianej cieplnie przed obróbką 2H17N2 stosowanej między innymi na wirniki elektrowrzecion oraz wysokoobrotowych wirników szlifierek. Parametry wirnika przedstawiono w tabeli 1.

Tabela 1. Parametry wirnika

Wirnik	Masa	$m_w = 6$ [kg]
	Długość	$d_w = 0,905$ [m]
	Średnica	$S_w = 24$ [mm]
Tarcza	Średnica zewnętrzna	$S_t = 80$ [mm]
	Szerokość	$b_t = 20$ [mm]
	Masa	$m_t = 0,78$ [kg]

Jako łożyska promieniowe zbudowano i wykorzystano łożysko heteropolarne [5]. Łożysko heteropolarne zbudowane jest z 8-u cewek elektromagnetycznych połączonych w cztery pary. Łożyska wyposażone są w pierścienie do mocowania czujników wiropędowych położenia wału w szczelinie powietrznej w osi  $x$ - $y$ . Łożyska składają się z części zewnętrznej cewek elektromagnetycznych statora i części wewnętrznej pakietu blach osadzonego na wirniku. Parametry łożysk heteropolarnych przedstawiono w tabeli 2.

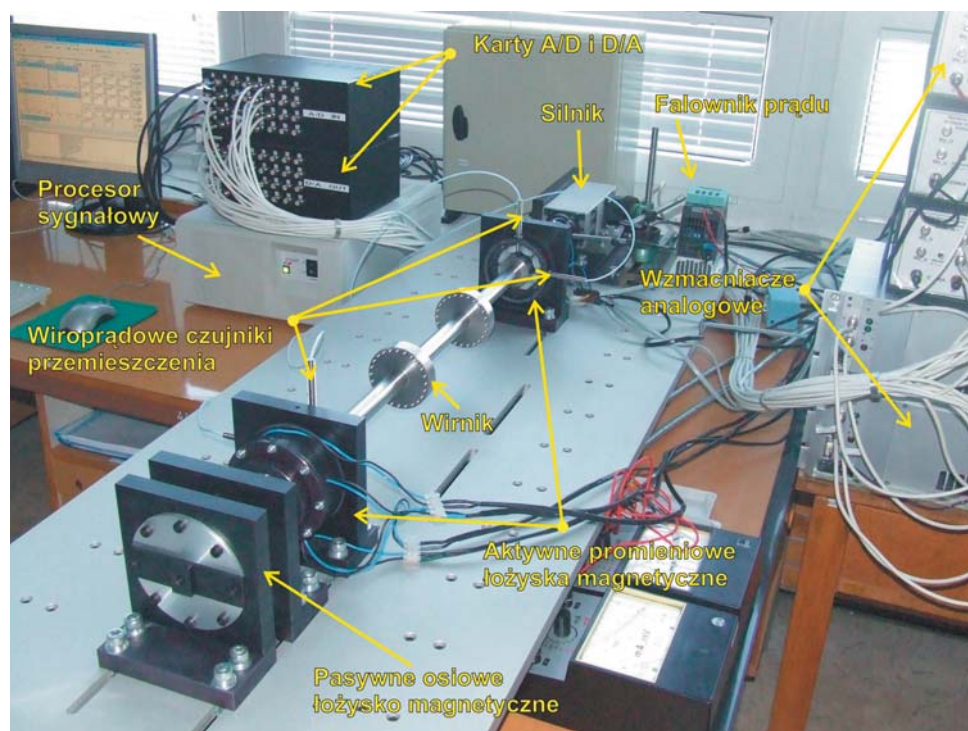
Tabela 2. Parametry łożysk heteropolarnych

Ilość biegunów	$n_p = 8$
Liczba zwojów jednej pary cewek	$N_p = 60$
Szerokość szczeliny powietrznej	$x_0 = 0,4$ mm
Średnica wewnętrzna statora	$d_s = 48$ mm
Średnica zewnętrzna statora	$D_s = 90$ mm
Stała łożyska	$K = 0,0000016937$ Nm <sup>2</sup> /A <sup>2</sup>
Prąd maksymalny	$i_{max} = 5$ A
Prąd punktu pracy	$i_0 = 2,5$ A
Maksymalna siła	$F_{max} = 61$ N
Sztywność prądowa	$K_i = 13,2$ N/A
Sztywność przemieszczeniowa	$K_s = 8,2 \cdot 10^4$ N/m
Indukcyjność	$L = 4$ mH

Dodatkowe elementy konstrukcyjne stanowiska to:

- płyta główna stanowiska – dla zapewnienia odpowiedniej sztywności i stabilności stanowiska. Podstawa wzmocniona jest dwoma dwuteownikami
- podpory łożysk heteropolarnych – dla zapewnienia mocowania łożysk promieniowych do podstawy stanowiska z zachowaniem dokładności położenia oraz z możliwością przemieszczania osiowego (możliwość stosowania wirników o różnej długości)
- podpora łożyska osiowego – do precyzyjnego mocowania łożyska osiowego do podstawy z możliwością regulacji przemieszczenia osiowego
- podpora i mocowanie silnika elektrycznego – zapewnia mocowanie jednostki napędowej do podstawy z uwzględnieniem regulacji położenia wirnika w osi  $x$ - $y$ - $z$
- elastyczne sprzęgło kłowe – dla przeniesienia napędu z silnika na wirnik. Sprzęgło pozwala na kompensację błędów ustawienia kąтового i promieniowego wirnika silnika i wirnika napędzanego.

Widok stanowiska laboratoryjnego przedstawiono na rys. 2.



Rys. 2. Konfiguracja stanowiska badawczego

Układ sterowania składa się z cyfrowego procesora sygnałowego DSP (*Digital Signal Processor*), przetworników: analogowo-cyfrowego A/D i cyfrowo-analogowego D/A, wzmacniaczy analogowych bipolarnych o maksymalnej wartości prądu 5 A, pięciu czujników wiroprądowych i komputera PC z oprogramowaniem ControlDesk, RTI, RTW i Matlab. Model symulacyjny systemu sterowania jest tworzony w Matlabie-Simulinku i przekazywany poprzez interfejs RTI (ang. *Real Time Interface*) do procesora DSP. Procesor DSP czyta wyjściowe sygnały z czujników wiroprądowych poprzez 16 bitowe przetworniki analogowo-cyfrowe. Sygnały sterujące są przesyłane do wzmacniaczy poprzez 14 bitowe przetworniki cyfrowo-analogowe. Częstotliwość próbkowania w procesorze DSP realizującym algorytm sterowania wynosi 10 [kHz].

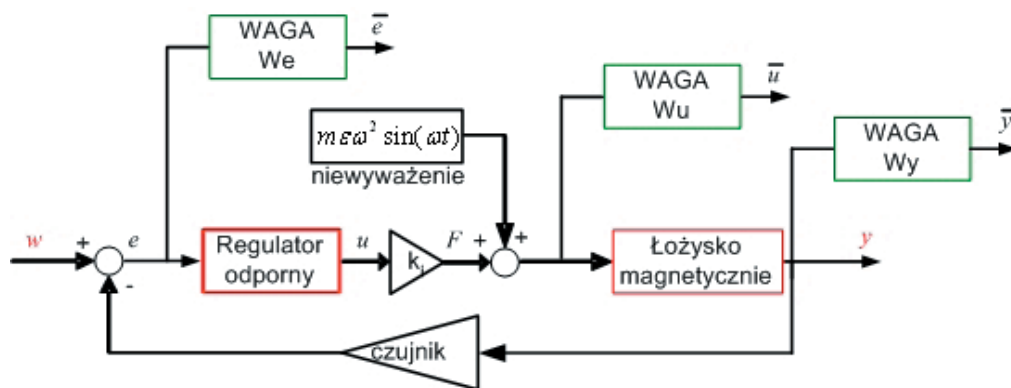
#### 4. STEROWANIE OPTYMALNE

Projektowanie regulatora odpornego  $H_\infty$  sprowadza się do wyznaczenia regulatora  $K$ , który zapewni stabilność zamkniętego układu regulacji przy uzyskaniu minimum wskaźnika optymalizacji opisanego następującą normą [6]:

$$\|T_{zw}\|_\infty < \gamma, \quad (3)$$

gdzie:  $T_{zw}$  jest funkcją przejścia układu zamkniętego,  $\gamma$  jest współczynnikiem kosztów. Dla standardowego regulatora  $H_\infty$  przyjmuje się  $\gamma=1$ .

Dokładny przebieg procesu projektowania regulatora odpornego  $H_\infty$  opisano w pracy [7]. W sterowaniu odpornym niewyważenie zostało uwzględnione jako siła zewnętrzna działająca na wirnik z częstotliwością równą częstotliwości obrotowej wirnika. Wpływ siły niewyważenia jest kompensowany przez układ sterowania generujący przeciw siłę. Niewyważenie było zamodelowane jako siła sinusoidalnie zmienna działająca na wejście obiektu sterowania. Zastosowanie funkcji wagowej  $W_u$  nałożonej na sygnał sterujący pozwoliło zapobiec negatywnemu efektowi nasycenia cewek elektromagnetycznych powstającemu wraz ze wzrostem prędkości obrotowej wirnika i amplitudy drgań. Szerokość pasma przenoszenia cewek elektromagnetycznych została uwzględniona podczas projektowania regulatora. Waga  $W_e$  pozwala na narzucenie dynamiki i zmiany maksymalnej wartości uchybu regulacji. Dodatkowa funkcja wagowa  $W_y$  pozwala ograniczyć maksymalną amplitudę drgań wirnika jaką regulator ma zapewnić. Schemat układu sterowania odpornego zawieszonym magnetycznym z uwzględnieniem funkcji wagowych przedstawiono na rys. 3.



Rys. 3. Schemat układu zamkniętego regulacji odpornej

W efekcie dzięki odpowiedniemu dobraniu funkcji wagowych można uzyskać zakładany stopień tłumienia drgań. Funkcje wagowe zostały dobrane na podstawie badania właściwości układu regulacji z wykorzystaniem funkcji: wrażliwości  $S$ , komplementarnej wrażliwości  $T$  i sterowania  $R$ . Dokładana metodyka doboru funkcji wagowych została przedstawiona w pracy [8]. W naszym przypadku wprowadziliśmy 3 funkcje wagowe o następujących transmitancjach:

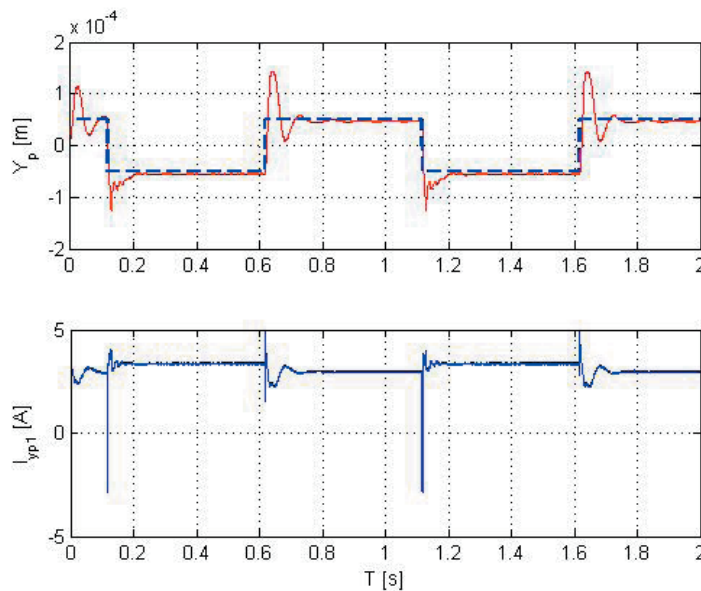
$$\begin{aligned}
 W_e(s) &= \frac{0,5s + 100}{s + 1}, \\
 W_u(s) &= \frac{s + 50000}{0,01s + 1e06}, \\
 W_y(s) &= \frac{s + 5000}{0,01s + 10000}.
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

Transmitancje dyskretne regulatorów optymalnych wyznaczono dla okresu próbkowania  $T = 0.0001$ . Zaprojektowano 4 regulatory odporne sterujące ruchem wirnika w osiach  $x$  i  $y$  dwóch łożysk promieniowych. Regulatory optymalne są 5-go rzędu z uwagi na wprowadzone funkcje wagowe. Transmitancja operatorowa optymalnego regulatora odpornego jest następująca:

$$H_\infty(s) = \frac{11.18s^4 - 20.7s^3 + 8.2s^2 + 1.3s - 3.8e-16}{s^5 - 2s^4 + 1.2s^3 - 0.1s^2 + 0.001s - 1.1e-20}.
 \tag{5}$$

## 5. BADANIA EKSPERYMENTALNE

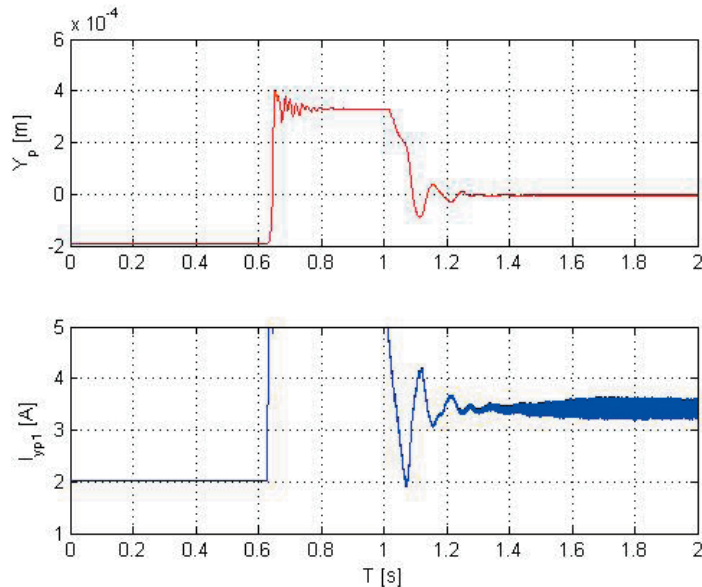
Wyniki badań eksperymentalnych przedstawiono dla wirnika obracającego się i nieobracającego się. Badania wykonano dla układu zawieszenia magnetycznego sterowanego przez układ regulacji odpornej i dla porównania układ regulacji PID. Na rys. 4 przedstawiono trajektorię ruchu środka geometrycznego wirnika w przypadku zakłócenia sygnału pomiarowego przemieszczenia wirnika. Pomiar przeprowadzono w prawym łożysku magnetycznym. Zakłócenie zostało generowane przez układ DSP i podawane w pętlę układu sterowania.



Rys. 4. Odpowiedź układu zamkniętego na zakłócenie skokowe położenia wirnika, linia niebieska przerywana – zakłócenie, linia ciągła czerwona – przemieszczenie wirnika, linia niebieska (dolny wykres) – przebieg prądu w górnej cewce

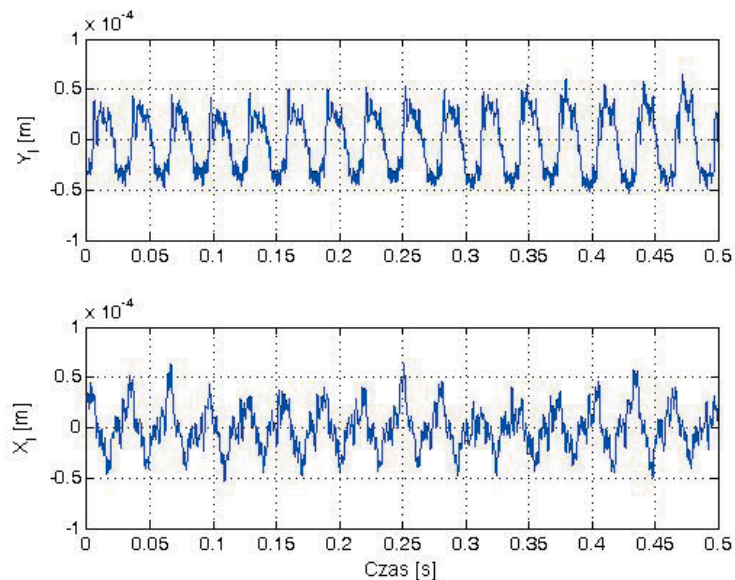
Następnie przeprowadzono analizę procesu włączenia łożysk magnetycznych do pracy. Na rys. 5 przedstawiono trajektorię ruchu środka geometrycznego wirnika podczas procesu startu. W czasie początkowym wirnik spoczywa na tocznych łożyskach bezpieczeństwa,

których szczelina powietrzna wynosi 0.2 mm. Z rys. 4 i 5 widać, że regulator odporny zapewnia stabilność układu i pozwala na samoczynne uruchomienie zawieszenia magnetycznego. Identycznych właściwości nie wykazuje układ regulacji PID.



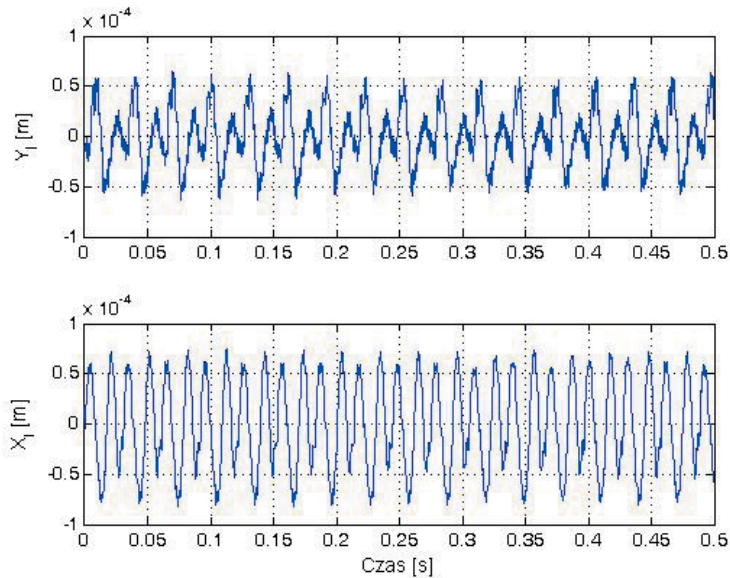
Rys. 5. Trajektoria ruchu środka geometrycznego wirnika i przebieg prądu w górnej cewce łożyska podczas procesu startu

Następnie przeprowadzono analizę kompensacji drgań wirnika. Na rys. 6 przedstawiono przebiegi drgań wirnika w osi  $y$  i  $x$  zmierzone w płaszczyźnie lewego łożyska magnetycznego. Prędkość obrotowa wirnika wynosiła 2000 obr/min. Z rys. 6 widać, że amplituda drgań wirnika nie przekracza 0.05 [mm] stanowi to zaledwie około 1/10 wartości szerokości szczeliny powietrznej. Oznacza to dobre właściwości tłumienia regulator odpornego.



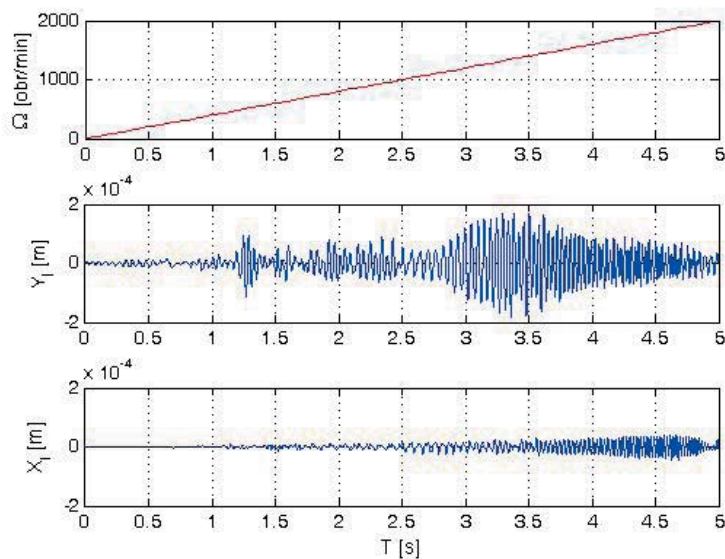
Rys. 6. Przebieg drgań wirnika w osi  $x$  i  $y$

Dla porównania na rys. 7 przedstawiono przebieg drgań wirnika w układzie sterowania PID. Wartości maksymalnych amplitud drgań przekraczają wartość 0.05 mm.



Rys. 7. Przebieg drgań wirnika w osi  $x$  i  $y$ , układ regulacji PID

Określenie poszczególnych rezonansów wirnika widoczne jest podczas wybiegu wirnika. Przebieg drgań wirnika w osi  $y$  i  $x$  dla prędkości obrotowej liniowo narastającej od 0 obr./min do 2000 obr./min został zarejestrowany w lewej płaszczyźnie wirnika i przedstawiony na rys. 8.



Rys. 8. Charakterystyka typu Swept-frequency sine

## 6. WNIOSKI

Metoda sterowania odpornego  $H_\infty$ , dzięki uwzględnieniu wszystkich istotnych właściwości obiektu oraz możliwości kształtowania sygnałów za pomocą funkcji wagowych, pozwala na skuteczne tłumienie drgań wywołanych przez niewyważenie wirnika oraz zapewnia stabilność układu w procesach dynamicznych. Sterowanie odporne szczególnie sprawdza się przy dużych prędkościach obrotowych z uwagi na szerokie pasmo przenoszenia regulatora. Regulator odporny jest regulatorem optymalnym, gdzie kryterium optymalizacji wyrażone jest normą funkcji układu zamkniętego w dziedzinie częstotliwości. Oznacza to, że układ regulacji odpornej zawieszenia magnetycznego zużywa mniej energii niż standardowe układy sterowania PID. Dodatkowo Regulator odporny pozwala sterować zawieszeniem magnetycznym o nieliniowych charakterystykach statycznych i dynamicznych. Układ zamknięty z regulatorem odpornym utrzymuje stałą jakość procesów przejściowych, czego nie można potwierdzić dla innych typów regulatorów.

## Podziękowania

Praca naukowa finansowana ze środków na naukę jako projekt badawczy nr PBZ-KBN-1009/T-10/2004.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] Matsumura F., Fujita M., Okawa K., Modeling and Control of Magnetic Bearing Systems achieving a Rotation Around the Axis of Inertia, *Proceeding of the 2<sup>nd</sup> International Symposium on Magnetic Bearings*, Tokyo, Japan, pp. 273-280, 1990.
- [2] Mizuno T., Higuchi T., Control of Magnetic Bearing Using the Observer for Unbalance, *Electrical Engineering in Japan*, Vol. 112, no. 2, pp. 95-104, 1992.
- [3] Burrows C., Sainkaya M., Clements S., Active Vibration Control of Flexible Rotors: an Experimental and Theoretical Study, *Proceedings of the Royal Society of London*, Vol. 422, pp.123-146, 1989.
- [4] Knopse C.R., Hope R.W., Fedigan S.J., Williams R.D., Experimental in the Control of Unbalance Response Using Magnetic Bearings, *Mechatronics*, Vol. 55, pp. 385-400, 1995.
- [5] Gosiewski Z., Falkowski K., *Wielofunkcyjne łożyska magnetyczne*, Biblioteka Naukowa Instytutu Lotnictwa, Warszawa, 2003.
- [6] Zhou K., Doyle J. C., *Essentials of Robust Control*, Prentice Hall, 1997.
- [7] Gosiewski Z., Mystkowski A., The robust control of magnetic bearings for rotating machinery, *Solid State Phenomena* Vol. 113, pp.125-130, 2006.
- [8] Gosiewski Z., Mystkowski A., *Dobór funkcji wagowych w układzie sterowania odpornego aktywnym zawieszeniem magnetycznym*, *Automation'2006: X Konferencja Naukowo-Techniczna*, str. 402-411, 2006.