

Modelowanie dynamiki mobilnych robotów kołowych

Streszczenie

Praca dotyczy modelowania wybranych konstrukcji mobilnych robotów kołowych. Obejmuje część teoretyczną, symulacyjną i doświadczalną.

W części teoretycznej pracy opisany jest stan wiedzy dotyczący metod modelowania. Omówione są zagadnienia kinematyki i dynamiki, stosowane modele opon pojazdów kołowych oraz problematyka identyfikacji i analizy wrażliwości. Przedstawione są również alternatywne metody modelowania dynamiki robotów mobilnych oparte na technikach sztucznej inteligencji. Opisano problemy związane z opracowaniem modeli dynamiki mobilnych robotów kołowych i luki w stanie wiedzy. Podane zostały także przykłady praktycznego zastosowania opracowanych modeli robotów.

Następnie opisano w pracy nową uniwersalną metodykę modelowania dynamiki, która może być użyta do modelowania mobilnych robotów lądowych. W modelach dynamiki opisanych w pracy korzysta się z formalizmu Newtona-Eulera. Opracowana metodyka jest stosowana przede wszystkim do robotów kołowych. Omówione są także możliwości zastosowania tej metodyki do modelowania robotów kroczących i hybrydowych, tj. łączących cechy lokomocji ciągłej i dyskretniej. Opracowana metodyka może być stosowana dla różnej liczby efektorów (np. kół jezdnych, stóp) stykających się z podłożem. Pozwala na odwzorowanie warunków współpracy tych efektorów z podłożem o różnych właściwościach mechanicznych oraz uwzględnienie występowania poślizgów. W przypadku robotów kołowych uwzględniany jest model opon. W pracy rozpatrywane są dwie grupy robotów kołowych, tj. takie, dla których w typowych warunkach eksploatacji występują niewielkie poślizgi kół jezdnych oraz takie, w przypadku których poślizgi kół jezdnych są nieodłączną cechą ich ruchu.

W dalszej części pracy przedstawiono przykłady modeli dynamiki dla dwóch klas mobilnych robotów kołowych, które opracowano z użyciem zaproponowanej metodyki. Modele te zostały opracowane dla robota trzykołowego Pioneer 2DX z przednimi kołami jezdnyymi napędzanymi i tylnym samonastawnym kołem podpierającym oraz dla robota czterokołowego SCOUT z niekierowanymi kołami jezdnyymi. Omówiono zagadnienia kinematyki i dynamiki tych robotów.

W ramach badań symulacyjnych związanych z modelami dynamiki mobilnych robotów kołowych analizowany jest m.in. rozkład sił reakcji działających na robota od podłoża. Rozwiązywane są zadania proste i odwrotne dynamiki dla wybranych robotów. Wyznaczane są więc zarówno parametry ruchu robota dla znanych momentów napędowych, jak i momenty napędowe niezbędne do realizacji założonego ruchu. Dodatkowo w badaniach uwzględniane są modele napędów oraz opory ruchu w parach kinematycznych.

W pracy omówione są także zagadnienia sterowania ruchem mobilnych robotów kołowych, w tym zadania globalnego i lokalnego planowania ścieżki oraz sterowania ruchem nadążnym. Zaproponowano hierarchiczny układ sterowania dla mobilnego robota czterokołowego SCOUT z niekierowanymi kołami jezdnyymi,

w którym wyróżniono regulator pozycji i kursu robota, regulator prędkości platformy mobilnej oraz regulator prędkości kół jezdnych. Przedstawiono przykładowe wyniki symulacji wybranych struktur układów sterowania ruchem nadążnym na przykładzie tego robota. W badaniach tych wykorzystano opracowane wcześniej modele dynamiki.

Końcowa część pracy zawiera wybrane wyniki badań empirycznych zrealizowanych na robocie SCOUT. Porównano uzyskane wyniki badań doświadczalnych z wynikami badań symulacyjnych, w których wykorzystano opracowane modele. W większości przypadków uzyskano dużą zgodność otrzymanych wyników. W związku z tym opracowane modele robota mogą znaleźć zastosowania praktyczne w projektowaniu i optymalizacji tego typu konstrukcji robotów oraz w syntezie algorytmów sterowania ich ruchem. Przeprowadzone badania są także podstawą do dalszych prac związanych z identyfikacją parametrów modeli dynamiki robota.

Słowa kluczowe: mobilne roboty kołowe, kinematyka, modelowanie dynamiki, modelowanie opony, symulacje komputerowe, badania empiryczne, sterowanie hierarchiczne

Dynamics modeling of wheeled mobile robots

Abstract

The work covers dynamics modeling of selected designs of wheeled mobile robots. It contains theoretical, simulation-related and empirical parts.

In the theoretical part, state of the art of modeling methods is described. Problems of kinematics and dynamics, used tire models of wheeled vehicles and problems associated with identification of models and sensitivity analysis are discussed. Alternative methods of mobile robots dynamics modeling, grounded in artificial intelligence techniques, are also presented. Problems connected with development of dynamics models for wheeled mobile robots and deficiencies in the present knowledge in the field are described. Examples of practical applications of the developed models of robots are also given.

Next, a new universal methodology of dynamics modeling, well suited to modeling of land mobile robots, is proposed in the work. In the presented models, the Newton-Euler formalism is used. The methodology can be applied mainly to wheeled robots. However, also discussed are possibilities of using the methodology to modeling of walking robots and hybrid robots, that is, robots which combine features of continuous and discrete locomotion. Described methodology can be used for varying number of effectors (e.g., wheels, feet) in contact with the ground. It enables to replicate conditions of interaction of these effectors with grounds of various mechanical properties and to take into account the occurrence of slip. In case of wheeled robots, the tire model is included in dynamics analysis. In the work, two groups of wheeled robots are considered, that is, robots for which, for typical operating conditions, there is virtually no wheel slip, and those for which slips of wheels are inherent property of their motion.

In the subsequent part of the work, examples of dynamics models developed using the proposed methodology are presented for two classes of wheeled mobile robots. The models were proposed for a three-wheeled Pioneer 2DX robot with front wheels driven and rear self-steering supporting wheel as well as for four-wheeled SCOUT robot with non-steered wheels. Problems covering kinematics and dynamics of those robots are discussed.

As a part of simulation-related research associated with dynamics models of wheeled mobile robots, one of the analyzed problems is distribution of reaction forces acting on the robot from the ground. Forward and inverse dynamics problems for the chosen robots are solved. Therefore, both the parameters of robot's motion for known torques and torques required for realization of assumed motion are determined. Additionally, drives' models and resistances to motion in kinematic pairs are taken into account in the research.

In the work, problems associated with control of motion of wheeled mobile robots, including tasks of global and local path planning and tracking control of robot motion are also discussed. Hierarchical control system, for the four-wheeled SCOUT mobile robot with non-steered wheels, in which it is possible to distinguish position and heading regulator, mobile platform speed regulator, and wheel speed

regulator, is proposed. Some illustrative results of simulation of chosen structures of tracking control systems are presented on example of this robot. In those investigations the dynamics models mentioned earlier were used.

The final part of the work contains selected results of empirical research realized using the SCOUT robot. The obtained results of experimental investigations were compared to the results from simulation research, based on the developed models of robot's dynamics. In most cases a good agreement of the results from empirical and simulation research was obtained. In view of that, the dynamics models of the robot may find practical applications in design and optimization of construction of this kind of robots as well as in synthesis of algorithms for control of their motion. The conducted research is also a solid basis for further works connected with identification of parameters of models of robot's dynamics.

Keywords: wheeled mobile robots, kinematics, dynamics modeling, tire modeling, computer simulation, empirical research, hierarchical control

Spis ważniejszych oznaczeń

Układy odniesienia

$\{O\}$	– nieruchomy układ odniesienia,
$\{R\}$	– układ odniesienia związany z robotem,
$\{Ai\}$	– układ odniesienia związany z miejscem zamocowania do platformy mobilnej i -tego efektora (dla koła jezdnego układ wykonuje obroty wraz z kołem i znajduje się w jego środku geometrycznym),
$\{Ti\}$	– układ odniesienia związany z obszarem kontaktu i -tego efektora z otoczeniem,
$l = \{x, y, z\}$	– osie układu odniesienia,
${}^N \mathbf{e}_l^M$	– wektor jednostkowy (wersor) osi l układu odniesienia $\{M\}$ wyrażony w układzie odniesienia $\{N\}$.

Parametry geometryczne robotów

r	– promień opony (promień nieodkształconej opony),
r_d	– promień dynamiczny opony (odległość osi koła od punktu kontaktu opony z podłożem dla toczącego się koła, z uwzględnieniem odkształcenia promieniowego),
L	– odległości kół na kierunku wzdłużnym (rozstaw osi),
W	– odległości kół na kierunku poprzecznym (rozstaw kół).

Parametry kinematyczne robotów

$\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}$	– wektory: współrzędnych, prędkości i przyspieszeń uogólnionych,
${}^N \mathbf{r}_P = [{}^N x_P, {}^N y_P, {}^N z_P]^T$	– wektor określający pozycję punktu P robota w układzie odniesienia $\{N\}$,
${}^N \mathbf{w}_P = [{}^N w_{Px}, {}^N w_{Py}, {}^N w_{Pz}]^T$	– wektor prędkości bezwzględnej lub przyspieszenia bezwzględnego punktu P w układzie $\{N\}$, $\mathbf{w} = \{\mathbf{v}, \mathbf{a}\}$, $w = \{v, a\}$,
${}^N \mathbf{w}_P^M = [{}^N w_{Px}^M, {}^N w_{Py}^M, {}^N w_{Pz}^M]^T$	– wektor prędkości względnej lub przyspieszenia względnego punktu P poruszającego się względem układu $\{M\}$, wyrażony w układzie odniesienia $\{N\}$, $\mathbf{w} = \{\mathbf{v}, \mathbf{a}\}$, $w = \{v, a\}$.
Φ, Θ, Ψ	– tzw. kąty Eulera, wg konwencji z-y-x,
Φ	– kąt przechylenia (ang. <i>roll</i>),
Θ	– kąt pochylenia (ang. <i>pitch</i>),

Ψ	– kąt odchylenia (ang. <i>yaw</i>),
${}^N \mathbf{a}_i = [{}^N \alpha_{ix}, {}^N \alpha_{iy}, {}^N \alpha_{iz}]^T$	– wektor prędkości kątowej lub przyspieszenia kąto- wego obrotu i -tej bryły względem osi l układu od- niesienia $\{N\}$, $\mathbf{a} = \{\dot{\phi}, \ddot{\phi}\}$, $\alpha = \{\dot{\phi}, \ddot{\phi}\}$,
${}^M \phi_{il}^N$	– kąt obrotu i -tej bryły względem układu odniesienia $\{N\}$, wyrażony w układzie odniesienia $\{M\}$ (w szczególności może to być układ odniesienia tej bryły),
${}^M \mathbf{a}_i^N = [{}^M \alpha_{ix}^N, {}^M \alpha_{iy}^N, {}^M \alpha_{iz}^N]^T$	– wektor prędkości kątowej lub przyspieszenia kąto- wego obrotu i -tej bryły względem układu odniesie- nia $\{N\}$, wyrażony w układzie odniesienia $\{M\}$,
${}^M \alpha_{il}^N$	– wartość prędkości kątowej lub przyspieszenia kąto- wego obrotu i -tej bryły względem układu odniesie- nia $\{N\}$, wyrażona w układzie odniesienia $\{M\}$,
${}^N \mathbf{v}_r^i, {}^N \mathbf{\omega}_r^i$	– prędkości cząstkowe (ang. <i>partial velocities</i>) wy- znaczane jako pochodne cząstkowe odpowiednio prędkości liniowych i kątowych dla i -tej bryły po poszczególnych prędkościach uogólnionych, wyra- żane w układzie odniesienia $\{N\}$,
${}^N \mathbf{g}$	– wektor przyspieszenia grawitacyjnego wyrażony względem układu odniesienia $\{N\}$.

Macierze rotacji

${}^N_M \mathbf{R}$	– macierz rotacji z układu $\{M\}$ do układu $\{N\}$,
${}^N_M \mathbf{R}_l$	– macierz rotacji układu $\{M\}$ względem osi l układu $\{N\}$.

Parametry kinematyczne kół jezdnych

$\theta_i, \dot{\theta}_i, \ddot{\theta}_i$	– odpowiednio jako: kąt, prędkość kątowa i przyspie- szenie kątowe obrotu i -tego koła jezdnego,
ψ_i	– kąt skrętu i -tego koła jezdnego,
$\dot{\theta}_i^*$	– prędkość kątowa, jaką ma i -te koło jezdne toczące się bez poślizgu wzdłużnego z prędkością wzdłużną środka geometrycznego równą ${}^{Ai} v_x^O$.

Parametry masowe robotów

$m_i, \mathbf{I}_i$	– masa i tensor momentu bezwładności i -tego członu,
$m_R, \mathbf{I}_R$	– masa całkowita i tensor momentu bezwładności robotu,
${}^R \mathbf{r}_{CM}$	– wektor współrzędnych środka masy robota w ukła- dzie odniesienia $\{R\}$.

Wielkości związane z interakcją kół jezdnych z podłożem

μ_s	– współczynnik tarcia statycznego,
μ_k	– współczynnik tarcia kinetycznego/współczynnik przyczepności poślizgowej,
μ_p	– współczynnik przyczepności przyłgowej,
f_r	– współczynnik oporów toczenia,
Δr_i	– deformacja promieniowa opony dla i -tego koła jezdnych.

Wielkości charakteryzujące model opony

k_{ri}	– współczynnik sztywności promieniowej opony,
c_{ri}	– współczynnik tłumienia promieniowego opony,
e_{ri}	– wykładnik potęgi określający nieliniowość charakterystyki sztywności promieniowej opony (ang. <i>force exponent</i>),
$\kappa_{xi} = \lambda_i, \kappa_{yi}$	– współczynnik poślizgu wzdłużnego i poprzecznego,
r_{ei}	– promień efektywny toczenia,
α_i	– kąt poprzecznego znoszenia,
$B_i, C_i, D_i, S_{hi}, S_{vi}$	– współczynniki modelu „Magic Formula” H.B. Pacejki [155].

Siły i momenty sił

${}^N \mathbf{Q}_P^{(i)} = [{}^N Q_{Px}^{(i)}, {}^N Q_{Py}^{(i)}, {}^N Q_{Pz}^{(i)}]^T$	– wektory sił i momentów sił działających na i -tą bryłę w punkcie P , wyrażane w układzie odniesienia $\{N\}$, stosowane oznaczenia: $\mathbf{Q} = \{\mathbf{F}, \mathbf{R}, \mathbf{M}, \mathbf{T}, \boldsymbol{\tau}\}$, $Q = \{F, R, M, T, \tau\}$,
$(F_r)_i$	– uogólniona siła czynna dla i -tej bryły (wg metody Kane’a),
$(F_r^*)_i$	– uogólniona siła bezwładności dla i -tej bryły (wg metody Kane’a).

Praca, energia, funkcja Lagrange’a

E	– energia kinetyczna układu,
L	– funkcja Lagrange’a (tzw. potencjał kinetyczny),
$\mathbf{Q}$	– wektor sił uogólnionych,
$\boldsymbol{\lambda}$	– wektor mnożników Lagrange’a.

Wielkości opisujące zespoły napędowe

u_i	– napięcie wejściowe silnika dla i -tego koła jezdnych,
i_i	– prąd płynący w uzwojeniu twornika dla i -tego koła jezdnych,
τ_i	– moment napędowy działający na i -te koło jezdne,
L_d, R_d	– indukcyjność i rezystancja uzwojenia twornika,

k_e	– stała elektromotoryczna silnika,
k_m	– stała mechaniczna silnika,
n_d	– przełożenie przekładni (od napędu aż do osi koła jezdneho),
η_d	– współczynnik wydajności (sprawności) przekładni.

Parametry układów sterowania

θ_d, θ	– odpowiednio wektory zadanych i aktualnych kątów obrotu własnego napędzanych kół jezdnych,
θ_e	– wektor błędu obrotu napędzanych kół jezdnych,
$\mathbf{u}$	– wektor sterowania dla regulatora prędkości kół jezdnych,
$\hat{\mathbf{u}}$	– wektor sterowania równoważnego dla regulatora prędkości kół jezdnych,
$\mathbf{a}, \hat{\mathbf{a}}, \tilde{\mathbf{a}}$	– wektory odpowiednio: parametrów robota, ich oceny oraz błędów ocen tych parametrów,
γ	– wektor niedokładności parametrów robota występujących w jego modelu,
${}^R \mathbf{v}_d = [{}^R v_{Rd}^O, {}^R \dot{\phi}_{0zd}^O]^T$, ${}^R \mathbf{v} = [{}^R v_R^O, {}^R \dot{\phi}_{0z}^O]^T$	– wektory zadanych i aktualnych prędkości ruchu platformy mobilnej wyrażone w układzie związanym z robotem,
${}^R \mathbf{v}_e$	– błędy prędkości platformy mobilnej,
$\mathbf{u}_v$	– wektor sterowania dla regulatora prędkości platformy mobilnej,
${}^O \mathbf{q}_d = [{}^O x_{Rd}, {}^O y_{Rd}, {}^O \phi_{0zd}]^T$, ${}^O \mathbf{q} = [{}^O x_R, {}^O y_R, {}^O \phi_{0z}]^T$	– wektory zadanej i aktualnej trajektorii ruchu robota, tj. pozycji i kursu względem globalnego układu odniesienia $\{O\}$,
${}^R \mathbf{q}_e = [{}^R e_F, {}^R e_L, {}^R e_O]^T$, ${}^O \mathbf{q}_e = [{}^O e_{Rx}, {}^O e_{Ry}, {}^O e_{\psi}]^T$	– wektory błędów trajektorii ruchu robota, tj. pozycji i kursu odpowiednio w układzie odniesienia związanym z robotem $\{R\}$ oraz w układzie nieruchomym $\{O\}$,

1. Wstęp

1.1. Wprowadzenie

Śledząc rozwój robotyki, jaki miał miejsce w ostatnich latach w Polsce i na świecie, można zauważyć znaczną intensyfikację badań nad robotami mobilnymi. Sytuacja ta jest spowodowana ukierunkowaniem prac badawczych w dziedzinie robotyki na roboty osobiste, usługowe, wojskowe oraz do zastosowań specjalnych, co wynika z bieżących potrzeb rynku.

W Europie prace rozwojowe nad bezzałogowymi pojazdami lądowymi UGV (ang. *Unmanned Ground Vehicle*) są prowadzone w blisko 50 ośrodkach zlokalizowanych w 14 krajach [2].

Opracowana przez członków Europejskiej Platformy Technologicznej Robotyki EUROP (ang. *European Robotics Platform*) w 2009 r. strategiczna agenda badań w perspektywie do 2020 r. uznaje modelowanie na potrzeby robotyki (w tym modelowanie na potrzeby konstrukcyjne) za jedną z 18 technologii kluczowych dla rozwoju robotyki europejskiej [1].

Najbliższe 10 lat powinno być okresem intensywnych przeobrażeń i rozwoju szeroko rozumianej robotyki. Rozwój ten będzie następował w krajach wysokorozwiniętych Unii Europejskiej, co w naturalny sposób przełoży się na szanse rozwojowe Polski. Istotą rozwoju robotyki w najbliższych latach będzie szerokie wykorzystanie i zaangażowanie w rozwój specyficznych technologii bazujących na rozwiązaniach robotycznych firm do tej pory niezwiązanych bezpośrednio z tą branżą. Dodatkowo pojawią się nowe możliwości wykorzystania technologii robotycznych w społeczeństwie.

Zgodnie ze strategią Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego nastąpi konsolidacja najlepszych zespołów badawczych i integracja środowisk naukowych i gospodarczych wokół zagadnień kluczowych dla rozwoju kraju, co będzie miało odzwierciedlenie także w obszarze robotyki. Budowa kompetencji w zakresie zastosowania robotyki w branżach do tej pory bazujących na pracy człowieka zdecyduje o konkurencyjności polskich przedsiębiorstw. Pośrednio przełoży się to na możliwość powstania trwałych miejsc pracy dla specjalistów wytwarzających, integrujących, obsługujących i nadzorujących roboty zarówno w środowisku przemysłowym, jak i w społeczeństwie.

W Polsce dotąd najszerze zastosowanie mają roboty specjalne produkowane w Przemysłowym Instytucie Automatyki i Pomiarów PIAP [162]. Natomiast na świecie coraz częściej stosowane są roboty osobiste i usługowe, np. odkurzacze firmy iROBOT, czy roboty kosiarki do trawy, które mają wbudowany pewien stopień autonomii działania. Zgodnie z europejską strategią rozwoju robotyki [1], autonomia jest kluczową funkcjonalnością właśnie w przypadku robotów usługowych. Z tym wiąże się jednak problem odpowiedzialności w sytuacji, gdy autonomiczny robot spowoduje jakąś szkodę [82].

Oprócz wymienionych zastosowań, roboty mobilne są z powodzeniem stosowane w budownictwie i w innych gałęziach przemysłu [81]. Zasadniczym celem

stosowania robotów, w tym mobilnych, jest przede wszystkim wyłączenie człowieka z wykonywania prac, które są niebezpieczne, ciężkie i monotonne. W związku z tym od wielu lat stosowane są w akcjach ratowniczych w niebezpiecznych miejscach [201]. Nowymi zastosowaniami robotów mobilnych są m.in. kopalnie [116], w których robot może wykonywać pomiary zawartości metanu, kotły energetyczne [38], w których przeprowadzane są żmudne czynności diagnostyczne oraz zbiorniki wodne, wymagające okresowych inspekcji [69]. Podejmowane są też próby stosowania robotów mobilnych w procesie drażenia wyrobisk korytarzowych w kopalniach węgla kamiennego [84]. Roboty mobilne eksplorują też obce planety [101]. Wymagana jest tutaj pełna autonomia i możliwość działania nawet w przypadku częściowego uszkodzenia ze względu na brak możliwości wykonywania napraw.

Tab. 1.1. Scenariusze zastosowań robotów do 2020 r. według strategicznej agendy badań opracowanej przez członków Europejskiej Platformy Technologicznej Robotyki EUROP [1]

rola robota → sektor ↓	robot – pracownik	robot – współpracownik	robot w logistyce	robot w nadzorze i interwencji	robot w eksploracji i inspekcji	robot w edukacji i rozrywce
przemysł	v	v	v			
usługi profesjonalne	v	v	v	v	v	v
usługi domowe		v	v	v		v
bezpieczeństwo i ochrona		v	v	v	v	
eksploracja przestrzeni kosmicznej	v	v	v		v	

Dalszy rozwój robotów mobilnych będzie następował w kierunku ich lepszego dostosowania do współpracy z człowiekiem, co ma swoje odzwierciedlenie w europejskiej strategii rozwoju robotyki, stąd coraz większy udział będą miały roboty społeczne [74], które będą na co dzień wspomagały osoby starsze [32] i niepełnosprawne, w tym dzieci z autyzmem [183]. Roboty takie muszą umieć podążać za człowiekiem [75], mieć zbliżony wygląd do człowieka [34] oraz realizować zachowania podobne do ludzkich, w tym rozpoznawać i wykonywać typowe gesty [40].

Scenariusze możliwych zastosowań robota określa kombinacja dwóch zmiennych: obszaru aktywności człowieka, w którym robot ma się odnaleźć oraz ro-

li, jaką robot ma pełnić. Dla części spośród podanych scenariuszy istnieją już rozwiązania komercyjne (oznaczone w tab. 1.1 symbolem v), np. roboty mobilne Przemysłowego Instytutu Automatyki i Robotyki PIAP [162] pełniące zadania inspekcyjne w obszarze bezpieczeństwa i ochrony cywilnej [51].

Prace badawcze w obszarze robotyki mobilnej dotyczą przede wszystkim zagadnień konstrukcyjnych [146, 182] oraz modelowania i sterowania ich ruchem [70, 122]. Szczególnie atrakcyjnym zadaniem badawczym jest realizacja ruchu robota w trybie autonomii [57, 185, 218]. Pomimo prowadzonych od wielu lat prac badawczych w zakresie autonomii robotów mobilnych, wciąż poziom tej cechy jest daleki od realizowanej przez człowieka.

Do robotów mobilnych można zaliczyć przede wszystkim roboty lądowe, latające, pływające oraz podwodne. Należy się spodziewać, że wkrótce do tego grona mogą dołączyć roboty przeznaczone do poruszania się w przestrzeni kosmicznej, dedykowane do pracy w stanie nieważkości.

Mobilne roboty lądowe, ze względu na sposób poruszania, można podzielić na:

- kołowe [70, 85, 95, 182, 203],
- gąsienicowe [67, 187, 229],
- kroczące i skaczące [45, 171, 220, 236],
- pełzające [17, 47, 119],
- rzucane [16, 48, 199, 243],
- różnego typu rozwiązania hybrydowe [4, 191, 209, 213],
- oraz roboty o zmiennej konfiguracji [136, 179, 217].

Szczegółowy przegląd różnych sposobów realizacji ruchu mobilnych robotów lądowych zawiera praca [182], w której omówiono m.in. różne układy jezdne robotów kołowych i gąsienicowych. Autor pracy omawia także problematykę mobilności robotów mobilnych, czyli zdolności ich poruszania się w różnych warunkach terenowych.

Obecnie najwięcej rozwiązań konstrukcyjnych dotyczy robotów kołowych. Są one stosunkowo łatwe do wykonania, ale często nie mają wystarczająco dobrych właściwości jezdnych w zróżnicowanym terenie. Z kolei, konstrukcje robotów gąsienicowych pomimo nieco lepszych właściwości jezdnych mogą mieć wady, jak np. ograniczona trwałość gąsienic w przypadku poruszania się po twardym podłożu lub stosunkowo niska sprawność energetyczna układu jezdnego w stosunku do układów wyposażonych w koła jezdne. Opracowywane są konstrukcje umożliwiające dostosowywanie się układu jezdnego robota do nierówności terenu i jazdę w trudnych warunkach terenowych, czyli roboty o podwyższonej mobilności. Przykładem jest m.in. robot IBIS zaprojektowany i produkowany w Przemysłowym Instytucie Automatyki i Pomiarów PIAP [162]. Szczególną grupę stanowią roboty hybrydowe, które łączą np. wybrane cechy robotów kołowych i kroczących [219].

Opracowanie modelu robota mobilnego jest trudnym i istotnym zadaniem badawczym, stanowiącym zazwyczaj podstawę do realizacji innych prac związanych z zaprojektowaniem jego konstrukcji i opracowaniem algorytmów jego ruchu. Pod pojęciem modelu robota mobilnego rozumie się model obejmujący zagadnienia kinematyki oraz dynamiki [122, 203, 247]. Znajomość modelu kinematyki jest niezbędna i w niektórych przypadkach wystarczająca (gdy poślizgi kół jezdnych są pomijalnie małe) do poprawnej realizacji ruchu robota. W przypadku mobilnych ro-

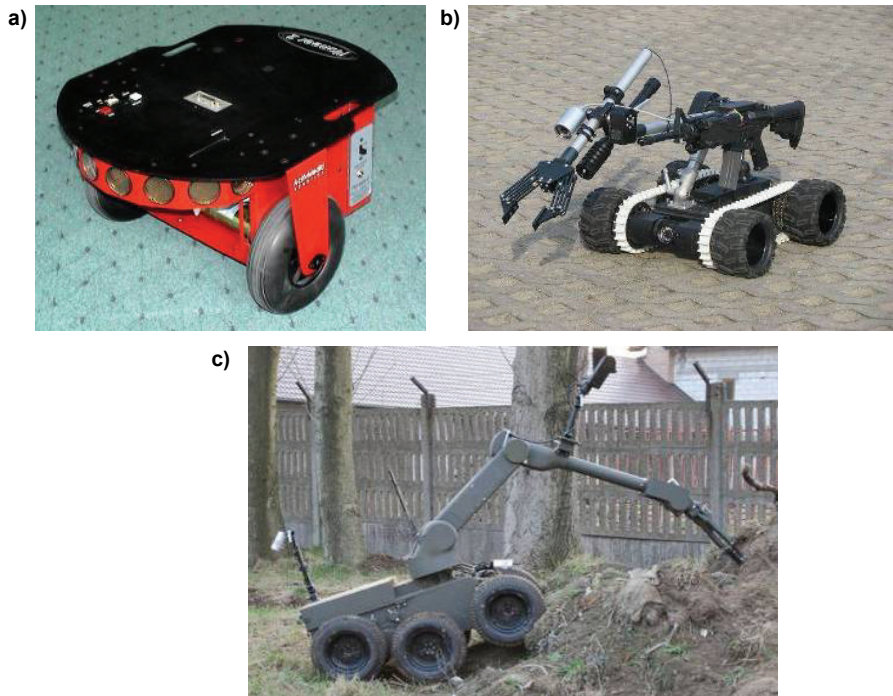
botów kołowych analizuje się głównie zadanie odwrotne kinematyki, w którym zakładane są tor ruchu punktu charakterystycznego robota i jego prędkość, a wyznaczone parametry ruchu związane z parametrami kątowymi obrotu własnego i skrętu kół jezdnych. Znajomość modelu dynamiki robota może być wykorzystana do różnych celów, np. do wyznaczenia wymaganych do realizacji ruchu momentów napędowych oraz sił i momentów sił przenoszonych przez konstrukcję robota, do syntezy ruchu robota itd. Przykłady takich modeli można znaleźć w licznych pracach [70, 121, 148, 203, 247].

Do podstawowych problemów związanych z modelowaniem dynamiki mobilnych robotów kołowych można zaliczyć konieczność opracowywania osobnego modelu dla każdego rodzaju robota, a nawet dla poszczególnych jego konfiguracji. Przykładowo, w klasycznym podejściu, zachodzi konieczność opracowania osobnych modeli dynamiki dla wszystkich przypadków współpracy układu jezdnego robota z podłożem, tj. dla różnej liczby kół jezdnych stykających się z podłożem, co wynika np. z nierówności podłoża. Z tego powodu konieczne jest opracowanie uniwersalnej metodyki tworzenia modeli dynamiki robotów mobilnych, które pozwolą na realizację badań symulacyjnych z użyciem jednego modelu dla wszystkich możliwych przypadków współpracy kół jezdnych z podłożem.

Kolejnym problemem jest niewyznaczalność równań dynamiki. Na przykład, dla robota cztero kołowego, którego ruchome człony traktuje się jako bryły sztywne, należy wyznaczyć 12 składowych sił reakcji podłoża, które są efektem kontaktu czterech kół robota z podłożem. Natomiast do opisanie robota jako całości jest tylko 6 równań wynikających z jego dynamiki, a kolejne 4 – z toczenia się kół jezdnych po podłożu. W związku z tym wyznaczenie wszystkich składowych sił reakcji podłoża wymaga przyjęcia dodatkowych założeń upraszczających. Co więcej, analizując dokładnie istotę zjawiska współpracy kół jezdnych z podłożem, należy uwzględnić m.in. momenty sił tarcia występujące podczas obrotu kół jezdnych wokół osi pionowej, co ma miejsce w trakcie manewru zakręcania robota, i ma szczególnie duże znaczenie w przypadku, gdy koła jezdne robota nie są kierowane. Dodatkowe równania można określić zakładając odkształcalność efektorów, lecz w przypadku większej liczby kół jezdnych stykających się z podłożem może to być nadal niewystarczające do wyznaczenia wszystkich niewiadomych sił i momentów sił reakcji podłoża. W związku z tym istnieje potrzeba opracowania takich metod modelowania, przy użyciu których będzie można wyznaczyć wszystkie możliwe składowe sił i momentów sił reakcji podłoża.

Analizując ruch mobilnych robotów kołowych często zakłada się, że są one bryłami sztywnymi i nie występuje poślizg kół jezdnych [66, 203]. Jest to uzasadnione w przypadku robota Pioneer 2DX (rys. 1.1a) poruszającego się z niedużą prędkością i z niewielkimi przyspieszeniami po jednolitym podłożu o dużym współczynniku przyczepności (np. wykładzina, beton). Wiele konstrukcji robotów kołowych jest jednak projektowanych w taki sposób, że poślizgi kół jezdnych są nieodłączną cechą ich ruchu. Przykładami takich rozwiązań są produkowane w Przemysłowym Instytucie Automatyki i Pomiarów PIAP roboty z niekierowanymi kołami jezdными, np. cztero kołowy robot SCOUT (rys. 1.1b) i sześciokołowy robot IBIS (rys. 1.1c). Roboty takie podczas manewru zakręcania zawsze będą poruszały się w warunkach poślizgu. O ich ruchu będą decydowały momenty napędowe kół jezd-

nych i warunki współpracy tych kół z podłożem. Wówczas konieczne jest uwzględnienie modelu opony w modelu dynamiki robota. Można wzorować się tutaj na odpowiednich opracowaniach dla pojazdów samochodowych [105, 155, 235].



Rys. 1.1. Robot mobilny Pioneer 2DX (a), roboty produkowane w Przemysłowym Instytucie Automatyki i Pomiarów PIAP [162]: czteroślowy mały robot mobilny SCOUT do rozpoznania terenu (b), sześciokołowy robot bojowy IBIS (c)

Należy zauważyć, że mimo rozwijanych od wielu lat metod modelowania ogumienia pojazdów samochodowych, w przeważającej większości przypadków nie uwzględniają one zastosowania w projektowaniu robotów mobilnych. Wynika to przede wszystkim ze specyfiki mobilnych robotów kołowych, która jest efektem innego zakresu prędkości, rodzaju ogumienia, innych warunków współpracy koła jezdnego z podłożem oraz innej konstrukcji opon. Różnice w zakresie współpracy kół jezdnych z podłożem są związane z ruchem po bardziej nachylonym terenie oraz z większymi wartościami poślizgów poprzecznych, które wynikają z występowania niekierowanych kół jezdnych. Ponadto roboty kołowe często poruszają się po podłożach nietypowych dla pojazdów samochodowych, jak wykładziny dywanowe oraz PCV. Inna konstrukcja opon robotów mobilnych związana jest z inną ich geometrią, odmiennym wypełnieniem (np. pianki) oraz nietypowymi wzorami bieżnika. Wymienione przyczyny, w szeregu przypadkach, uniemożliwiają bezpośrednie wykorzystanie wyników tych prac. Jednakże modele, które cechuje największa zgodność, mogą być stosowane w projektowaniu robotów mobilnych lub stanowić inspirację

do opracowania modeli ogumienia dla kół jezdnych robotów mobilnych. Występującą lukę w stanie wiedzy można wypełnić przez integrację środowisk badawczych z zakresu pojazdów samochodowych i robotyki mobilnej oraz realizację wspólnych badań, co może skutkować efektem synergii.

Porównując konstrukcje mobilnych robotów kołowych i pojazdów samochodów można także zauważyć, że w robotach nie stosuje się na ogół układów zawieszenia zawierających elementy sprężyste i tłumiące, gdyż komfort jazdy nie jest w tym przypadku istotny. Występujące drgania mają jednak wpływ na urządzenia znajdujące się na robocie i na trwałość całej konstrukcji. Ponadto w przypadku zastosowania robotów mobilnych w operacjach ratowniczych [47], gdzie konieczny jest transport ludzi przy pomocy robotów, zastosowanie układów zawieszenia jest konieczne. Jest to kolejny powód do zacieśnienia współpracy środowisk badawczych zajmujących się pojazdami samochodowymi i robotami kołowymi.

Zjawiska fizyczne związane z ruchem mobilnych robotów kołowych nie znajdują pełnego odzwierciedlenia w modelu ich dynamiki. Często nie uwzględnia się dynamiki zespołów napędowych kół jezdnych, pomija zjawiska tarcia w parach kinematycznych itd. Ponadto wartości współczynników występujących w dynamicznych równaniach ruchu nie zawsze mogą być dokładnie określone. Z punktu widzenia teorii sterowania najlepszy model to taki, który jest możliwie najprostszy i odzwierciedla istotne zjawiska sterowanego obiektu [91]. Ocena, które zjawiska są istotne, jest bardzo trudna. Podjęcie trafnej decyzji wymaga wszechstronnej wiedzy o systemie oraz doświadczenia badacza [79]. Podsumowując, każdy wysiłek prowadzący do zidentyfikowania nowych zjawisk, które są istotne z punktu widzenia tworzenia nowych modeli, ma kluczowe znaczenie.

Z przedstawionej analizy problemów związanych z modelowaniem dynamiki mobilnych robotów kołowych wynika, że konieczne jest opracowanie uniwersalnej metodyki modelowania dynamiki umożliwiającej opracowywanie modelu ruchu robota dla dowolnej liczby kół jezdnych, z uwzględnieniem poślizgu tych kół. Modele opracowane z użyciem takiej metodyki powinny uwzględniać przede wszystkim najważniejsze zjawiska mające wpływ na ruch analizowanego robota.

1.2. Cel i zakres pracy

Celem pracy jest przede wszystkim opracowanie ogólnej metodyki modelowania dynamiki małych mobilnych robotów kołowych, zwłaszcza poruszających się w warunkach poślizgu kół jezdnych, którą docelowo można zastosować do badań szerokiej gamy mobilnych robotów lądowych. Cel ten, w zakresie mobilnych robotów kołowych, został osiągnięty przez wykorzystanie dotychczasowych doświadczeń w zakresie modelowania ogumienia pojazdów samochodowych.

Istotnym elementem pracy jest opracowana uniwersalna metodyka modelowania dynamiki mobilnych robotów kołowych. Metodykę cechuje modułowość modelu, uwzględnia model kontaktu i współpracy opony z podłożem pozwalający na odwzorowanie w szerokim zakresie poślizgów, zawiera modele napędów oraz model tarcia w parach kinematycznych. Metodyka uwzględnia znaczną liczbę aspektów, umożliwia realizację kompleksowego podejścia do modelowania dynamiki mobilnych robotów kołowych.

W ramach pracy opracowano modele dwóch wybranych konstrukcji mobilnych robotów kołowych, tj. robota trzykołowego Pioneer 2DX i robota czterokołowego SCOUT, dla których wykonano badania symulacyjne ruchu robotów. Ponadto, dla robota SCOUT przeprowadzono badania doświadczalne, w których analizowano ruch robota z różną prędkością i po różnym podłożu.

Celem pracy jest także pokazanie na przykładach możliwości zastosowania opracowanych modeli robotów w procesie projektowania układów sterowania. Zakres pracy obejmuje w szczególności:

- opisanie stanu wiedzy w zakresie modelowania ruchu mobilnych robotów kołowych, zwłaszcza w zakresie dynamiki tego typu układów,
- opisanie stanu wiedzy w zakresie modelowania współpracy opon robotów mobilnych z nieodkształcalnym podłożem i jego odniesienie do stanu wiedzy dotyczącego modelowania opon pneumatycznych pojazdów samochodowych,
- nawiązanie do stanu wiedzy w zakresie modelowania współpracy opon robotów mobilnych z odkształcalnym podłożem,
- omówienie problemów związanych z modelowaniem mobilnych robotów kołowych, w szczególności identyfikacja luk w stanie wiedzy,
- szczegółowe opisanie przyjętej w pracy uniwersalnej metodyki modelowania dynamiki mobilnych robotów kołowych, która po modyfikacji może być także zastosowana np. do modelowania robotów kroczących i hybrydowych,
- omówienie alternatywnych (w stosunku do klasycznych) metod modelowania robotów mobilnych opartych na technikach sztucznej inteligencji,
- omówienie problematyki identyfikacji parametrów modeli robotów mobilnych i analizy wrażliwości modeli na zmiany wartości parametrów,
- realizację badań symulacyjnych dla opracowanych modeli mobilnych robotów kołowych,
- omówienie możliwości zastosowania modeli robotów mobilnych w syntezie i badaniach układów sterowania,
- realizacja badań symulacyjnych dla wybranych układów sterowania z zastosowaniem opracowanych modeli,
- realizacja badań doświadczalnych ruchu robota czterokołowego SCOUT z niekierowanymi kołami jezdnyymi w celu porównania uzyskanych wyników z tymi, które otrzymano w badaniach symulacyjnych z zastosowaniem opracowanego modelu,
- wskazanie potencjalnych kierunków dalszych badań.

Wynikiem pracy, który będzie mógł być zastosowany w praktyce inżynierskiej oraz w dalszych badaniach naukowych będą nowe modele dynamiki mobilnych robotów kołowych opracowane z użyciem autorskiej, uniwersalnej metodyki modelowania oraz różne warianty układów sterowania dla robota czterokołowego. Opracowane modele będą mogły być zastosowane na etapie projektowania i optymalizacji konstrukcji, natomiast układy sterowania pozwolą na poprawę dokładności realizacji ruchu robotów oraz optymalizację zużycia energii, co wpłynie na zwiększenie czasu ich pracy oraz zasięgu działań.

1.3. Zawartość pracy

Niniejsza praca składa się z ośmiu głównych rozdziałów. W pierwszym, wstępnym rozdziale dokonano wprowadzenia w tematykę pracy oraz przedstawiono jej główne cele i zakres.

W rozdziale drugim skupiono się na omówieniu metod opisu ruchu mobilnych robotów kołowych. Poruszono zagadnienia zarówno kinematyki, jak i dynamiki tego typu układów. Szczególnie dużo miejsca poświęcono przedstawieniu i porównaniu różnych metod tworzenia modeli dynamiki mobilnych robotów kołowych.

W rozdziale trzecim opisano przyjętą w pracy metodykę tworzenia modeli dynamiki mobilnych robotów kołowych, która umożliwia uwzględnienie poślizgów kół jezdnych i dzięki modułowemu podejściu, może być stosowana do opisu ruchu mobilnych robotów kołowych o dowolnej liczbie kół stykających się z podłożem.

Rozdział czwarty zawiera przykłady opisu ruchu dwóch wybranych konstrukcji mobilnych robotów kołowych, należących do różnych klas. Przedstawiono w nim obiekty badań, tj. robot trzykołowy Pioneer 2DX i czterokołowy SCOUT oraz dokonano opisu kinematyki i dynamiki tych układów. W ramach tego rozdziału opracowano dla robota SCOUT dwa modele dynamiki o różnym poziomie szczegółowości. Pierwszy, szczegółowy model służy przede wszystkim do symulacji ruchu robota, natomiast drugi jest przeznaczony głównie do syntezy i badań układów sterowania, w szczególności opartych na modelu obiektu.

Rozdział piąty obejmuje wyniki badań symulacyjnych ruchu wcześniej opisywanych konstrukcji robotów oraz dyskusję uzyskanych wyników. Dla każdego z robotów rozpatruje się dwie zadane trajektorie ruchu. Analiza ruchu robota SCOUT obejmuje dwie wersje jego napędzania, tj. z niezależnym napędem wyłącznie na tylne koła jezdne oraz z napędem hybrydowym, w którym napęd z tylnych kół jezdnych jest przekazywany na koła przednie za pomocą pasków zębatych.

W rozdziale szóstym omówiono problematykę sterowania ruchem mobilnych robotów kołowych. Opisano zagadnienia globalnego i lokalnego planowania ścieżki robota. Szczególnie skupiono się na układzie sterowania ruchem nadążnym robota czterokołowego, który potraktowano jako strukturę hierarchiczną. Przedstawiono wyniki symulacji wybranych wersji układów sterowania.

Przedostatni, siódmy rozdział zawiera wyniki badań empirycznych ruchu robota czterokołowego SCOUT, które można potraktować jako wstępną weryfikację opracowanych modeli dynamiki, mając świadomość, że naturalnym, kolejnym etapem badań powinna być szczegółowa identyfikacja paramentów tych modeli.

W ostatnim rozdziale dokonano podsumowania pracy, przedstawiono najważniejsze wnioski oraz podano kierunki dalszych badań.

2. Metody opisu ruchu mobilnych robotów kołowych

2.1. Wstęp

Ruch robotów mobilnych można opisywać w różnych układach odniesienia. Najczęściej stosowane układy współrzędnych to:

- prawoskrętny kartezjański układ odniesienia,
- układ współrzędnych naturalnych.

Do opisu ruchu mobilnych robotów lądowych, zarówno ich kinematyki, jak i dynamiki, można generalnie stosować:

- metody mechaniki klasycznej [87],
- metody mechaniki analitycznej [80, 102],
- wywodzącą się z nich tzw. metodę Kane’a [114],
- metody macierzowo-wektorowe stosujące tzw. macierze transformacji, w tym bardzo popularną konwencję Denavita-Hartenberga [192],
- metodę układów wieloczłonowych [233].

Zagadnienia kinematyki będą rozpatrywane w niniejszej pracy głównie z wykorzystaniem metody macierzowo-wektorowej.

W przypadku zagadnień dynamiki, w pracy zostaną omówione takie metody, jak: równania Newtona-Eulera, równania Lagrange’a II rodzaju z mnożnikami i pochodne formalizmy (jak równania Maggiego i Appella), metoda Kane’a i metoda układów wieloczłonowych. Zostaną omówione zalety, wady i ograniczenia poszczególnych metod oraz problemy związane z modelowaniem dynamiki mobilnych robotów kołowych.

2.2. Konwencja oznaczeń układów odniesienia i wektorów

W niniejszym podrozdziale opisana jest stosowana w pracy konwencja oznaczeń układów odniesienia i wielkości wektorowych.

Modelując ruch robotów mobilnych często konieczne jest zastosowanie kilku układów odniesienia. W niniejszej pracy przyjmuje się, że poszczególne układy odniesienia oznaczane są dużymi literami. Tymi samymi literami oznaczane są początki tych układów.

Zakłada się, że wszystkie układy odniesienia są prawoskrętnymi układami kartezjańskimi, których osie są do siebie wzajemnie prostopadłe.

W pracy wyróżnia się następujące podstawowe układy odniesienia:

- $\{O\}$ – nieruchomy układ odniesienia (inercjalny), którego oś z (pionowa) jest wyznaczona przez kierunek wektora przyspieszenia grawitacyjnego przy powierzchni Ziemi i ma zwrot przeciwny do niego, oś x jest skierowana na wschód, zaś oś y w stronę północy magnetycznej;
- $\{R\}$ – układ odniesienia związany z robotem;
- $\{CM\}$ – układ odniesienia związany ze środkiem masy robota, o osiach równoległych do osi układu $\{R\}$;

$\{Ai\}$ – układ odniesienia związany z miejscem zamocowania do platformy mobilnej i -go efektora (w przypadku koła jezdnego układ ten nie wykonuje obrotu wraz z kołem),

$\{Ti\}$ – układ odniesienia związany z kontaktem i -tego efektora z podłożem (w przypadku kontaktu efektora w kilku punktach stosuje się zapis $\{Ti,j\}$).

Osie układu odniesienia oznaczane są jako: x, y, z lub ${}^N x, {}^N y, {}^N z$ jeżeli na rysunku występuje kilka układów odniesienia, gdzie N oznacza układ odniesienia $\{N\}$.

W związku z przyjmowaniem różnych układów odniesienia, w lewym górnym indeksie wektorów umieszcza się nazwę układu odniesienia, w którym są one wyrażane. W prawym dolnym indeksie umieszcza się nr członu lub nazwę punktu i /lub nazwę osi, natomiast w prawym górnym nazwę układu, względem którego następuje ruch lub w przypadku sił i momentów sił numer członu, na który działa siła lub moment. Prawe indeksy pomija się w przypadku, gdy ich nazwa jest taka sama, jak nazwa układu odniesienia, w którym wektory te są opisywane.

Zasadniczą zaletą przyjętej konwencji oznaczeń jest fakt, że na podstawie oznaczenia wielkości wektorowych można jednoznacznie stwierdzić, w jakim układzie odniesienia są one opisane, co w przypadku stosowania kilku układów odniesienia ma zasadnicze znaczenie. W przypadku wielkości kinematycznych dodatkowo wiadomo, względem jakiego układu odniesienia odbywa się ruch i w jakim układzie odniesienia jest on opisywany.

Wektor jednostkowy (wersor) osi l układu odniesienia $\{M\}$, wyrażony w układzie odniesienia $\{N\}$, oznacza się jako ${}^N \mathbf{e}_l^M$, gdzie: l – nazwa osi układu odniesienia $\{M\}$, $l = \{x, y, z\}$. Jeżeli $N = M$, wówczas stosuje się skrócony zapis ${}^N \mathbf{e}_l$.

W pracy [61] zwrócono uwagę na możliwość stosowania reprezentacji geometrycznej i algebraicznej wektorów. Zgodnie z tą klasyfikacją wektory stanowiące uporządkowaną parę punktów są nazywane wektorami w reprezentacji geometrycznej, natomiast wektory rozumiane jako macierze kolumnowe są określane mianem wektorów w reprezentacji algebraicznej.

2.3. Kinematyka mobilnych robotów kołowych

W ramach niniejszego rozdziału zostaną omówione zagadnienia związane z przekształcaniem parametrów ruchu robota między wybranymi układami. Zostanie zaprezentowana metodyka takich przekształceń, z wykorzystaniem zapisu macierzowo-wektorowego. Omówione zostaną także tzw. prędkości cząstkowe występujące w metodzie Kane'a.

Następnie podane będą definicje zadania prostego i odwrotnego kinematyki. Zadania te będą szerzej analizowane w podrozdziale 4.2 pracy.

2.3.1. Wektor pozycji charakterystycznego punktu robota

Do jednoznacznego określenia położenia poszczególnych członów robota w przyjętym układzie odniesienia konieczne jest podanie pozycji charakterystycznych punktów należących do tych członów (np. środków mas lub środków geometrycznych) oraz orientacji tych członów.

Pozycja punktu materialnego P należącego do robota w przyjętym układzie odniesienia $\{N\}$ będzie opisywana za pomocą wektora pozycji w reprezentacji algebraicznej wektorów, tj. jako

$${}^N\mathbf{r}_P = \begin{bmatrix} {}^Nx_P, {}^Ny_P, {}^Nz_P \end{bmatrix}^T, \quad (2.1)$$

gdzie: ${}^Nl_P$ – współrzędna l punktu P w układzie odniesienia $\{N\}$, $l = \{x, y, z\}$.

Wektor ten w reprezentacji geometrycznej stosowanej w mechanice jest określany jako wektor promień wodzący [65, 152], wektor wodzący [80], wektor promień, promień-wektor [130] oraz wektor położenia i może być zapisany jako:

$${}^N\mathbf{r}_P = {}^Nx_P {}^N\mathbf{e}_x + {}^Ny_P {}^N\mathbf{e}_y + {}^Nz_P {}^N\mathbf{e}_z, \quad (2.2)$$

gdzie: ${}^N\mathbf{e}_l$ – wersor osi l układu odniesienia $\{N\}$, $l = x, y, z$.

Przekształcanie współrzędnych punktu z jednego układu współrzędnych do innego może być realizowane z zastosowaniem reprezentacji geometrycznej wektorów znanej z mechaniki klasycznej lub z wykorzystaniem rachunku macierzowo-wektorowego.

Stosowanie reprezentacji geometrycznej wektorów jest mało efektywne, dlatego w pracy będzie stosowany przede wszystkim opisany w kolejnych podrozdziałach rachunek macierzowo-wektorowy, tj. będzie stosowana głównie reprezentacja algebraiczna wektorów.

2.3.2. Orientacja robota – kąty Eulera

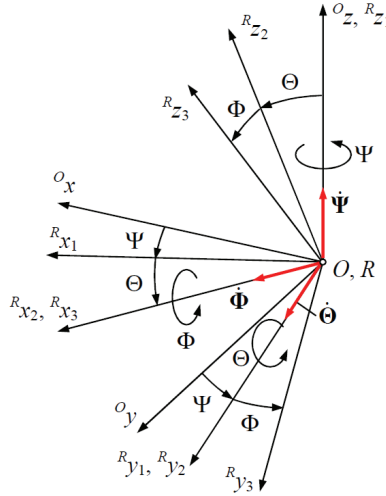
Do określenia orientacji przestrzennej robota, tj. obrotów układu odniesienia $\{R\}$ związanego z robotem względem nieruchomego układu odniesienia $\{O\}$ zostaną użyte tzw. kąty Eulera. Zostanie wykorzystana konwencja kątów oznaczana jako $z-y-x$, która jest stosowana m.in. w lotnictwie [27] oraz w dynamice pojazdów samochodowych [26]. Interpretacja tych kątów jest następująca:

- Φ – kąt przechylenia (ang. *roll*),
- Θ – kąt pochylenia (ang. *pitch*),
- Ψ – kąt odchylenia (ang. *yaw*).

Należy zauważyć, że w tym przypadku dokonuje się obrotów układu odniesienia $\{R\}$ związanego z robotem wokół osi tego układu w jego kolejnych położeniach, będących wynikiem poprzednich obrotów. Ilustrację kolejnych obrotów układu odniesienia $\{R\}$ względem nieruchomego układu odniesienia $\{O\}$ przedstawiono na rys. 2.1. Dla uproszczenia rozważań założono, że w położeniu początkowym zarówno początki układów odniesienia, jak i ich odpowiednie osie pokrywają się.

Kolejność stosowanych obrotów jest następująca:

- obrót wokół osi ${}^Oz = {}^Rz$ o kąt Ψ , w wyniku czego układ odniesienia związany z robotem osiąga położenie oznaczone jako 1;
- obrót wokół osi ${}^Ry_1$ o kąt Θ , w rezultacie czego układ odniesienia robota przyjmuje położenie 2;
- obrót wokół osi ${}^Rx_2$ o kąt Φ , w efekcie czego układ odniesienia robota uzyskuje położenie 3.



Rys. 2.1. Orientacja układu odniesienia $\{R\}$ związanego z robotem względem nieruchomego układu odniesienia $\{O\}$ (przy założeniu, że początki układów pokrywają się)

2.3.3. Macierz rotacji i przekształcanie wektorów pozycji między układami odniesienia

W celu rzutowania parametrów ruchu z jednego układu odniesienia do drugiego często stosuje się macierz rotacji [46, 192], którą otrzymuje się w wyniku mnożenia trzech macierzy reprezentujących obroty wokół kolejnych osi. W przypadku obrotu platformy robota mobilnego względem nieruchomego układu odniesienia poszczególne kąty obrotu są wcześniej omówionymi kątami Eulera.

W niniejszej pracy macierze rotacji zapisuje się z użyciem konwencji stosowanej w [46], czyli zgodnie z zasadą, że nazwę układu docelowego (tj. tego, do którego następuje transformacja) zapisuje się w lewym górnym indeksie oznaczenia macierzy, a nazwę układu początkowego (z którego nastąpiło przekształcenie) w lewym dolnym. Zatem macierz rotacji z układu $\{M\}$ do układu $\{N\}$ jest zapisywana jako ${}^N_M\mathbf{R}$.

Dla przypadku obrotu układu odniesienia $\{R\}$ związanego z robotem względem nieruchomego układu odniesienia $\{O\}$, stosując przyjętą konwencję kątów Eulera, można zapisać wzór na macierz rotacji w postaci:

$${}^O_R\mathbf{R} = {}^O_R\mathbf{R}_\Psi \cdot {}^O_R\mathbf{R}_\Theta \cdot {}^O_R\mathbf{R}_\Phi. \quad (2.3)$$

Poszczególne macierze wynoszą odpowiednio [46, 61, 192]:

$${}^O_R\mathbf{R}_\Phi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_\Phi & -s_\Phi \\ 0 & s_\Phi & c_\Phi \end{bmatrix}, \quad {}^O_R\mathbf{R}_\Theta = \begin{bmatrix} c_\Theta & 0 & s_\Theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_\Theta & 0 & c_\Theta \end{bmatrix}, \quad {}^O_R\mathbf{R}_\Psi = \begin{bmatrix} c_\Psi & -s_\Psi & 0 \\ s_\Psi & c_\Psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

gdzie: $c_\Phi = \cos \Phi$, $s_\Phi = \sin \Phi$, $c_\Theta = \cos \Theta$, $s_\Theta = \sin \Theta$, $c_\Psi = \cos \Psi$, $s_\Psi = \sin \Psi$.

W przypadku odwrotnego przekształcenia obowiązuje zależność:

$${}^R_O\mathbf{R} = {}^R_O\mathbf{R}_\Phi {}^R_O\mathbf{R}_\Theta {}^R_O\mathbf{R}_\Psi, \quad (2.5)$$

przy czym [27]:

$${}^R_O\mathbf{R}_\Phi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_\Phi & s_\Phi \\ 0 & -s_\Phi & c_\Phi \end{bmatrix}, \quad {}^R_O\mathbf{R}_\Theta = \begin{bmatrix} c_\Theta & 0 & -s_\Theta \\ 0 & 1 & 0 \\ s_\Theta & 0 & c_\Theta \end{bmatrix}, \quad {}^R_O\mathbf{R}_\Psi = \begin{bmatrix} c_\Psi & s_\Psi & 0 \\ -s_\Psi & c_\Psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.6)$$

Ostatecznie, w wyniku mnożenia macierzy (2.4) otrzymuje się macierz rotacji w postaci:

$${}^O_R\mathbf{R} = \begin{bmatrix} {}^O r_{xx} & {}^O r_{xy} & {}^O r_{xz} \\ {}^O r_{yx} & {}^O r_{yy} & {}^O r_{yz} \\ {}^O r_{zx} & {}^O r_{zy} & {}^O r_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_\Theta c_\Psi & -c_\Phi s_\Psi + s_\Phi s_\Theta c_\Psi & s_\Phi s_\Psi + c_\Phi s_\Theta c_\Psi \\ c_\Theta s_\Psi & c_\Phi c_\Psi + s_\Phi s_\Theta s_\Psi & -s_\Phi c_\Psi + c_\Phi s_\Theta s_\Psi \\ -s_\Theta & s_\Phi c_\Theta & c_\Phi c_\Theta \end{bmatrix}, \quad (2.7)$$

której poszczególne elementy odpowiadają elementom w macierzy kosinusów kierunkowych.

Należy zwrócić uwagę na fakt, że taki sam wynik można uzyskać w przypadku wykonywania trzech analogicznych obrotów w odwrotnej kolejności wokół osi ustalonych, tj. nieruchomego układu odniesienia [46].

Podobnie jak w przypadku macierzy rotacji ${}^O_R\mathbf{R}$, w wyniku mnożenia macierzy (2.6) otrzymuje się macierz:

$${}^R_O\mathbf{R} = \begin{bmatrix} {}^R r_{xx} & {}^R r_{xy} & {}^R r_{xz} \\ {}^R r_{yx} & {}^R r_{yy} & {}^R r_{yz} \\ {}^R r_{zx} & {}^R r_{zy} & {}^R r_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_\Theta c_\Psi & c_\Theta s_\Psi & -s_\Theta \\ s_\Phi s_\Theta c_\Psi - c_\Phi s_\Psi & s_\Phi s_\Theta s_\Psi + c_\Phi c_\Psi & s_\Phi c_\Theta \\ c_\Phi s_\Theta c_\Psi + s_\Phi s_\Psi & c_\Phi s_\Theta s_\Psi - s_\Phi c_\Psi & c_\Phi c_\Theta \end{bmatrix}. \quad (2.8)$$

Można także zauważyć, że:

- kolejne kolumny macierzy ${}^O_R\mathbf{R}$ i ${}^R_O\mathbf{R}$ zawierają wersory osi układów odniesienia $\{R\}$ i $\{O\}$ wyrażone odpowiednio w układach $\{O\}$ i $\{R\}$;
- kolejne wiersze tych macierzy stanowią transponowane wersory osi układów odniesienia $\{O\}$ i $\{R\}$ wyrażone odpowiednio w układach $\{R\}$ i $\{O\}$;
- macierz ${}^O_R\mathbf{R}$ stanowi odwrotność macierzy ${}^R_O\mathbf{R}$ i vice versa oraz, że macierz odwrotną uzyskuje się w wyniku transponowania macierzy;

czyli spełnione są zależności:

$${}^O_R\mathbf{R} = \begin{bmatrix} {}^O\mathbf{e}_x^R & {}^O\mathbf{e}_y^R & {}^O\mathbf{e}_z^R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ({}^R\mathbf{e}_x^O)^T \\ ({}^R\mathbf{e}_y^O)^T \\ ({}^R\mathbf{e}_z^O)^T \end{bmatrix}, \quad {}^R_O\mathbf{R} = \begin{bmatrix} {}^R\mathbf{e}_x^O & {}^R\mathbf{e}_y^O & {}^R\mathbf{e}_z^O \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ({}^O\mathbf{e}_x^R)^T \\ ({}^O\mathbf{e}_y^R)^T \\ ({}^O\mathbf{e}_z^R)^T \end{bmatrix}. \quad (2.9)$$

Na podstawie wzoru (2.7) można wyznaczyć dla dowolnej macierzy kosinusów kierunkowych ${}^O_R$ odpowiadającą jej trójkę kątów Eulera [61]. W tym celu można skorzystać z zależności:

$$\Theta = -\arcsin({}^O r_{zx}), \quad \Phi = \arctg2({}^O r_{zy}/c_\Theta, {}^O r_{zz}/c_\Theta), \quad \Psi = \arctg2({}^O r_{yx}/c_\Theta, {}^O r_{xx}/c_\Theta) \quad (2.10)$$

gdzie dwuargumentowa funkcja $\arctg2(\bullet, \bullet)$ umożliwia wyznaczenie wartości szukanego kąta w pełnym przedziale kąta Θ , gdy znany jest sinus i kosinus tego kąta.

Podobne zależności można uzyskać korzystając ze wzoru (2.8) na podstawie znanej macierzy kosinusów kierunkowych ${}^R_O$, tj.:

$$\Theta = -\arcsin({}^R r_{xz}), \quad \Phi = \arctg2({}^R r_{yz}/c_\Theta, {}^R r_{zz}/c_\Theta), \quad \Psi = \arctg2({}^R r_{xy}/c_\Theta, {}^R r_{xx}/c_\Theta). \quad (2.11)$$

Należy zauważyć, że w przypadku kątów Eulera istnieje szczególne położenie układów odniesienia, w których nie można wyznaczyć jednoznacznie wszystkich trzech kątów na podstawie danej macierzy kosinusów kierunkowych [61]. W analizowanym przypadku sytuacja taka zachodzi dla kąta $\Theta = \pm\pi/2$. Niedogodność ta nie występuje w przypadku stosowania rachunku kwaternionowego [30, 122], który stanowi alternatywę dla macierzy obrotu.

Jeżeli zachodzi potrzeba przekształcenia współrzędnych punktu należących do bryły w układzie związanym z tą bryłą (np. punktu A należącego do robota) do nieruchomego układu $\{O\}$, stosuje się zapis:

$${}^O \mathbf{r}_A = {}^O \mathbf{r}_R + {}^O_R {}^R \mathbf{r}_A, \quad (2.12)$$

gdzie: ${}^O \mathbf{r}_A = [{}^O x_A, {}^O y_A, {}^O z_A]^T$, ${}^O \mathbf{r}_R = [{}^O x_R, {}^O y_R, {}^O z_R]^T$ – wektor określający pozycję punktu R (początku układu odniesienia $\{R\}$ związanego z robotem) względem nieruchomego układu odniesienia $\{O\}$, ${}^R \mathbf{r}_A = [{}^R x_A, {}^R y_A, {}^R z_A]^T$ – wektor określający pozycję punktu A w układzie odniesienia $\{R\}$ związanym z robotem.

Należy zauważyć, że proponowany zapis opisu kinematyki jest mniej zwarty w porównaniu do zapisu z użyciem współrzędnych jednorodnych i macierzy transformacji [46, 192]. W pracy nie stosuje się współrzędnych jednorodnych i macierzy transformacji ze względu na to, że w takim przypadku występuje większa liczba operacji mnożenia i dodawania w stosunku do proponowanego zapisu. Ponadto stosowanie współrzędnych jednorodnych prowadzi niekiedy do niekonsekwencji zapisu, która pojawia się podczas wyznaczania prędkości i przyspieszeń jako pochodne odpowiednio wektorów pozycji i prędkości (ostatni element wektora pozostaje w typowym przypadku równy 1). Podobne podejście do zaproponowanego jest także stosowane w pracy [26].

2.3.4. Parametry katowe ruchu bryły

Opisując ruch poszczególnych brył robota, wektor prędkości katowej lub przyspieszenia katowego obrotu i -tej bryły względem układu $\{N\}$, wyrażony w tym samym układzie zapisuje się jako: ${}^N \mathbf{a}_i = [{}^N a_{ix}, {}^N a_{iy}, {}^N a_{iz}]^T$, gdzie: ${}^N a_{il}$ – wartość prędkości ką-

towej lub przyspieszenia kąowego obrotu i -tej bryły względem osi l układu odniesienia $\{N\}$, ${}^N\alpha_{il} = {}^N\dot{\alpha}_{il} {}^N\mathbf{e}_l$ – wektor prędkości kąowej lub przyspieszenia kąowego obrotu i -tej bryły względem osi l układu odniesienia $\{N\}$, $\alpha = \{\dot{\phi}, \ddot{\phi}\}$, $\alpha = \{\dot{\phi}, \ddot{\phi}\}$. Symbolem $\dot{\phi}$ oznaczane są wektory prędkości kąowej, natomiast symbolem $\ddot{\phi}$ wektory przyspieszenia kąowego.

W przypadku, gdy następuje obrót i -tej bryły względem układu $\{N\}$, lecz wyrażany jest on w układzie odniesienia $\{M\}$, wówczas stosuje się zapis ${}^M\alpha_i^N = [{}^M\alpha_{ix}^N, {}^M\alpha_{iy}^N, {}^M\alpha_{iz}^N]^T$. Zapis taki jest stosowany w niniejszej pracy w przypadku wyrażania parametrów kąowych ruchu platformy mobilnej w układzie odniesienia $\{R\}$ związanym z robotem.

Prędkości kąowe, z jakimi platforma mobilna (oznaczana symbolem 0) obraca się wokół poszczególnych osi układu odniesienia w kolejnych ich położeniach (rys. 2.1) zapisywane są w postaci wektora $\dot{\Omega} = [\dot{\Phi}, \dot{\Theta}, \dot{\Psi}]^T$. Jak wcześniej podano, kolejność wykonywanych obrotów zależy od przyjętej konwencji kątów Eulera.

Aby przekształcić wektor $\dot{\Omega} = [\dot{\Phi}, \dot{\Theta}, \dot{\Psi}]^T$ do wektora prędkości kąowej, z jaką platforma mobilna robota obraca się względem nieruchomego układu odniesienia $\{O\}$ i wyrazić ją w układzie odniesienia $\{R\}$ związanym z robotem, można skorzystać z zależności [27]:

$${}^R\dot{\Phi}_0^O = {}^R\mathbf{R}_\Phi {}^O\mathbf{R}_\Theta \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\Psi} \end{bmatrix} + {}^R\mathbf{R}_\Phi \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\Theta} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\Phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = {}^R\mathbf{E} \dot{\Omega}. \quad (2.13)$$

Zależność ta jest wynikiem rzutowania wektorów prędkości na osie układu odniesienia $\{R\}$ związanego z robotem (rys. 2.1), gdzie:

$${}^R\dot{\Phi}_0^O = \begin{bmatrix} {}^R\dot{\Phi}_{0x}^O \\ {}^R\dot{\Phi}_{0y}^O \\ {}^R\dot{\Phi}_{0z}^O \end{bmatrix}, \quad {}^R\mathbf{E} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -s_\Theta \\ 0 & c_\Phi & s_\Phi c_\Theta \\ 0 & -s_\Phi & c_\Phi c_\Theta \end{bmatrix}, \quad (2.14)$$

Chcąc wyznaczyć wektor prędkości kąowej, z jaką platforma mobilna robota obraca się względem nieruchomego układu odniesienia $\{O\}$ i wyrazić go w tym układzie, można skorzystać z zależności:

$${}^O\dot{\Phi}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\Psi} \end{bmatrix} + {}^O\mathbf{R}_\Psi \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\Theta} \\ 0 \end{bmatrix} + {}^O\mathbf{R}_\Psi {}^O\mathbf{R}_\Theta \begin{bmatrix} \dot{\Phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = {}^O\mathbf{E} \dot{\Omega}, \quad (2.15)$$

gdzie:

$${}^O\dot{\Phi}_0 = \begin{bmatrix} {}^O\dot{\Phi}_{0x} \\ {}^O\dot{\Phi}_{0y} \\ {}^O\dot{\Phi}_{0z} \end{bmatrix}, \quad {}^O\mathbf{E} = \begin{bmatrix} c_\Theta c_\Psi & -s_\Psi & 0 \\ c_\Theta s_\Psi & c_\Psi & 0 \\ -s_\Theta & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.16)$$

Następnie, różniczkując równania (2.13) i (2.15) otrzymuje się wektory przyspieszenia kąowego, z jaką platforma mobilna obraca się względem odpowiednio układu odniesienia $\{R\}$ związanego z robotem i względem nieruchomego układu odniesienia $\{O\}$ w postaci:

$${}^R\ddot{\Phi}_0 = {}^R\dot{\mathbf{E}} \dot{\Omega} + {}^R\mathbf{E} \ddot{\Omega}, \quad {}^O\ddot{\Phi}_0 = {}^O\dot{\mathbf{E}} \dot{\Omega} + {}^O\mathbf{E} \ddot{\Omega}, \quad (2.17)$$

gdzie:

$${}^R\dot{\mathbf{E}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\dot{\Theta}c_\Theta \\ 0 & -\dot{\Phi}s_\Phi & \dot{\Phi}c_\Phi c_\Theta + \dot{\Theta}s_\Phi s_\Theta \\ 0 & -\dot{\Phi}c_\Phi & -\dot{\Phi}s_\Phi c_\Theta - \dot{\Theta}c_\Phi s_\Theta \end{bmatrix}, \quad {}^O\dot{\mathbf{E}} = \begin{bmatrix} -\dot{\Theta}s_\Theta c_\Psi - \dot{\Psi}c_\Theta s_\Psi & -\dot{\Psi}c_\Psi & 0 \\ -\dot{\Theta}s_\Theta s_\Psi + \dot{\Psi}c_\Theta c_\Psi & -\dot{\Psi}s_\Psi & 0 \\ -\dot{\Theta}c_\Theta & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.18)$$

Należy zauważyć, że w przypadku wykonywania pojedynczych obrotów, tj. tylko wokół jednej osi, zarówno kąty Eulera Φ , Θ i Ψ , jak i ich pochodne będą równe analogicznym kątom ${}^R\varphi_{0x}$, ${}^R\varphi_{0y}$ i ${}^R\varphi_{0z}$ oraz prędkościom i przyspieszeniom kątowym wyrażonym w układzie odniesienia $\{R\}$ związanym z robotem.

Znając wektor prędkości ${}^R\dot{\Phi}_0$ lub ${}^O\dot{\Phi}_0$ można na podstawie odpowiednio zależności (2.13) lub (2.15) wyznaczyć pochodne kątów Eulera korzystając ze wzorów:

$$\dot{\Omega} = {}^R\mathbf{E}^{-1} {}^R\dot{\Phi}_0 \quad \text{oraz} \quad \dot{\Omega} = {}^O\mathbf{E}^{-1} {}^O\dot{\Phi}_0, \quad (2.19)$$

gdzie:

$${}^R\mathbf{E}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & s_\Phi s_\Theta / c_\Theta & c_\Phi s_\Theta / c_\Theta \\ 0 & c_\Phi & -s_\Phi \\ 0 & s_\Phi / c_\Theta & c_\Phi / c_\Theta \end{bmatrix}, \quad {}^O\mathbf{E}^{-1} = \begin{bmatrix} c_\Psi / c_\Theta & s_\Psi / c_\Theta & 0 \\ -s_\Psi & c_\Psi & 0 \\ s_\Theta c_\Psi / c_\Theta & s_\Theta s_\Psi / c_\Theta & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.20)$$

Na tej podstawie, na drodze różniczkowania po czasie, można wyznaczyć drugie pochodne kątów Eulera, tj. $\ddot{\Omega}$.

Porównując wzory (2.19) można zauważyć, że zachodzą zależności:

$${}^R\dot{\Phi}_0 = {}^R\mathbf{E} {}^O\dot{\Phi}_0 \quad \text{oraz} \quad {}^O\dot{\Phi}_0 = {}^O\mathbf{E} {}^R\mathbf{E}^{-1} {}^R\dot{\Phi}_0. \quad (2.21)$$

Ponieważ ${}^R\mathbf{E} {}^O\mathbf{E}^{-1} = {}^R\mathbf{O}$ i ${}^O\mathbf{E} {}^R\mathbf{E}^{-1} = {}^O\mathbf{R}$, stąd ostatecznie otrzymuje się:

$${}^R\dot{\Phi}_0 = {}^R\mathbf{O} {}^O\dot{\Phi}_0 \quad \text{oraz} \quad {}^O\dot{\Phi}_0 = {}^O\mathbf{R} {}^R\dot{\Phi}_0. \quad (2.22)$$

2.3.5. Wektory prędkości liniowej i przyspieszenia liniowego punktów robota

Wektor prędkości bezwzględnej lub przyspieszenia bezwzględnego punktu P w układzie $\{N\}$ zapisuje się jako: ${}^N\mathbf{w}_P = [{}^Nw_{Px}, {}^Nw_{Py}, {}^Nw_{Pz}]^T$, gdzie: ${}^Nw_{Pl}$ – rzut wektora prędkości bezwzględnej lub przyspieszenia bezwzględnego punktu P na oś l układu odniesienia $\{N\}$, ${}^N\mathbf{w}_{Pl} = {}^Nw_{Pl} {}^N\mathbf{e}_l$ – składowa wektora prędkości bezwzględnej lub przyspieszenia bezwzględnego punktu P wzdłuż osi l układu odniesienia $\{N\}$, $\mathbf{w} = \{\mathbf{v}, \mathbf{a}\}$, $w = \{v, a\}$. Literą $\mathbf{v}$ oznaczane są wektory prędkości, natomiast literą

$\mathbf{a}$ – wektory przyspieszenia. Jeżeli $P = N$, wówczas stosowany jest skrócony zapis:
 ${}^N\mathbf{w} = [{}^Nw_x, {}^Nw_y, {}^Nw_z]^T$, ${}^N\mathbf{w}_l = {}^Nw_l {}^N\mathbf{e}_l$.

Wektor prędkości względnej lub przyspieszenia względnego punktu P poruszającego się względem układu $\{M\}$, wyrażony w układzie odniesienia $\{N\}$ zapisuje się w postaci: ${}^N\mathbf{w}_P^M = [{}^Nw_{Px}^M, {}^Nw_{Py}^M, {}^Nw_{Pz}^M]^T$, gdzie: ${}^Nw_{Pl}^M$ – rzut na oś l układu odniesienia $\{N\}$ wektora prędkości względnej lub przyspieszenia względnego punktu P poruszającego się względem układu $\{M\}$, ${}^N\mathbf{w}_{Pl}^M = {}^Nw_{Pl}^M {}^N\mathbf{e}_l$ – składowa wzdłuż osi l układu odniesienia $\{N\}$ wektora prędkości względnej lub przyspieszenia względnego punktu P poruszającego się względem układu $\{M\}$, $\mathbf{w} = \{\mathbf{v}, \mathbf{a}\}$, $w = \{v, a\}$.

Przekształcając wektor prędkości punktu należącego do danej bryły, np. punktu A należącego do robota, z układu odniesienia związanego z tą bryłą, np. z układu odniesienia $\{R\}$ związanego z robotem, do nieruchomego układu odniesienia $\{O\}$ korzysta się z zależności:

$${}^O\mathbf{v}_A = {}^O\dot{\mathbf{r}}_A = \frac{d}{dt}({}^O\mathbf{r}_R + {}^O\mathbf{R}^R\mathbf{r}_A) = {}^O\dot{\mathbf{r}}_R + {}^O\dot{\mathbf{R}}^R\mathbf{r}_A + {}^O\mathbf{R}^R\dot{\mathbf{r}}_A. \quad (2.23)$$

Stąd ostatecznie:

$${}^O\mathbf{v}_A = {}^O\mathbf{v}_R + {}^O\dot{\boldsymbol{\phi}}_0 \times {}^O\mathbf{R}^R\mathbf{r}_A + {}^O\mathbf{R}^R\mathbf{v}_A. \quad (2.24)$$

W powyższym równaniu wykorzystano zależność:

$${}^O\dot{\mathbf{R}} = {}^O\dot{\boldsymbol{\phi}}_0 \times {}^O\mathbf{R}. \quad (2.25)$$

Analogiczną zależność, lecz z użyciem macierzy stowarzyszonej z wektorem ${}^O\dot{\boldsymbol{\phi}}_0$ można znaleźć w pracy [61]. W analizowanym przypadku znajomość wektora prędkości kątowej ${}^O\dot{\boldsymbol{\phi}}_0$ pozwala uniknąć operacji różniczkowania macierzy ${}^O\mathbf{R}$ i zastąpić ją operacją mnożenia.

Zakładając, że ${}^R\mathbf{r}_A = \text{const}$, czyli że nie występuje ruch względny punktu A względem układu odniesienia $\{R\}$, otrzymuje się:

$${}^O\mathbf{v}_A = {}^O\mathbf{v}_R + {}^O\dot{\boldsymbol{\phi}}_0 \times {}^O\mathbf{R}^R\mathbf{r}_A = {}^O\mathbf{R}^R\mathbf{v}_A^O, \quad (2.26)$$

gdzie ${}^R\mathbf{v}_A^O = [{}^Rv_{Ax}^O, {}^Rv_{Ay}^O, {}^Rv_{Az}^O]^T$ oznacza wektor prędkości, z jaką punkt A przemieszcza się względem nieruchomego układu odniesienia $\{O\}$, wyrażony w układzie odniesienia $\{R\}$ związanym z robotem.

Innymi słowy, wektor ${}^R\mathbf{v}_A^O$ zawiera rzuty prędkości punktu A przemieszczającego się względem nieruchomego układu odniesienia $\{O\}$ na osie układu odniesienia $\{R\}$ związanego z robotem.

Przez analogię, chcąc przekształcić wektor przyspieszenia punktu należącego do danej bryły z układu odniesienia związanego z tą bryłą do nieruchomego układu odniesienia $\{O\}$ stosuje się zależność:

$$\begin{aligned} {}^O \mathbf{a}_A &= {}^O \dot{\mathbf{v}}_A = \frac{d}{dt} \left({}^O \mathbf{v}_R + {}^O \dot{\Phi}_0 \times {}^O \mathbf{R}^R \mathbf{r}_A + {}^O \mathbf{R}^R \mathbf{v}_A \right) = \\ &= {}^O \dot{\mathbf{v}}_R + {}^O \ddot{\Phi}_0 \times {}^O \mathbf{R}^R \mathbf{r}_A + {}^O \dot{\Phi}_0 \times {}^O \dot{\mathbf{R}}^R \mathbf{r}_A + {}^O \dot{\Phi}_0 \times {}^O \mathbf{R}^R \dot{\mathbf{r}}_A + {}^O \dot{\mathbf{R}}^R \mathbf{v}_A + {}^O \mathbf{R}^R \dot{\mathbf{v}}_A. \end{aligned} \quad (2.27)$$

Ostatecznie:

$${}^O \mathbf{a}_A = {}^O \mathbf{a}_R + {}^O \ddot{\Phi}_0 \times {}^O \mathbf{R}^R \mathbf{r}_A + {}^O \dot{\Phi}_0 \times ({}^O \dot{\Phi}_0 \times {}^O \mathbf{R}^R \mathbf{r}_A) + 2 {}^O \dot{\Phi}_0 \times {}^O \mathbf{R}^R \mathbf{v}_A + {}^O \mathbf{R}^R \mathbf{a}_A. \quad (2.28)$$

Zakładając, jak poprzednio, że ${}^R \mathbf{r}_A = \text{const}$, otrzymuje się:

$${}^O \mathbf{a}_A = {}^O \mathbf{a}_R + {}^O \ddot{\Phi}_0 \times {}^O \mathbf{R}^R \mathbf{r}_A + {}^O \dot{\Phi}_0 \times ({}^O \dot{\Phi}_0 \times {}^O \mathbf{R}^R \mathbf{r}_A) = {}^O \mathbf{R}^R \mathbf{a}_A^O, \quad (2.29)$$

gdzie wektor ${}^R \mathbf{a}_A^O = [{}^R a_{Ax}^O, {}^R a_{Ay}^O, {}^R a_{Az}^O]^T$ zawiera rzuty przyspieszenia punktu A na osie układu odniesienia $\{R\}$ związanego z robotem.

Analogiczne przekształcenia, do wyżej opisanych, stosowane są w przypadku przekształcania wybranych parametrów ruchu robota z nieruchomego układu odniesienia do np. układu odniesienia związanego z robotem lub kołem jezdnym.

Chcąc wyznaczyć wektor prędkości lub przyspieszenia punktu A w ruchomym układzie odniesienia $\{R\}$ związanym z robotem można wykorzystać wzory:

$${}^R \mathbf{v}_A^O = {}^R \mathbf{v}_R^O + {}^R \dot{\Phi}_0 \times {}^R \mathbf{r}_A = {}^R \mathbf{O}^O \mathbf{v}_A, \quad (2.30)$$

$${}^R \mathbf{a}_A^O = {}^R \mathbf{a}_R^O + {}^R \ddot{\Phi}_0 \times {}^R \mathbf{r}_A + {}^R \dot{\Phi}_0 \times ({}^R \dot{\Phi}_0 \times {}^R \mathbf{r}_A) = {}^R \mathbf{O}^O \mathbf{a}_A. \quad (2.31)$$

Z analogicznych zależności można korzystać podczas obliczania wektora prędkości i przyspieszenia środka masy robota.

W przypadku analizy zagadnień dynamiki koniecznie będzie także przekształcenie wektora przyspieszenia grawitacyjnego ${}^O \mathbf{g} = [0, 0, -g]^T$ do ruchomego układu odniesienia, np. $\{R\}$, gdzie: $g = 9,81 \text{ m/s}^2$. W tym celu można skorzystać ze wzoru:

$${}^R \mathbf{g} = {}^R \mathbf{O}^O \mathbf{g}. \quad (2.32)$$

2.3.6. Parametry ruchu w parach kinematycznych

Wszystkie analizowane w niniejszej pracy pary kinematyczne są parami obrotowymi, dlatego w przypadku opisu ruchu w tych parach stosowane są następujące oznaczenia parametrów ruchu: $\theta_i, \dot{\theta}_i, \ddot{\theta}_i$ i są one określane odpowiednio jako: kąt, prędkość kątowa i przyspieszenie kątowe obrotu w i -tej parze kinematycznej. Położenie osi poszczególnych obrotów wynika z analizowanej struktury kinematycznej robota.

2.3.7. Metoda Kane'a opisu kinematyki

W metodzie Kane'a [114] wprowadza się wektor współrzędnych uogólnionych $\mathbf{q} = [q_1, q_2, \dots, q_m]^T$ dla analizowanego układu. Na tej podstawie wyznaczany jest wektor prędkości uogólnionych $\mathbf{u} = [u_1, u_2, \dots, u_m]^T$, które w typowym przypadku są pochodnymi po czasie współrzędnych uogólnionych ($u_r = \dot{q}_r$, $r = 1, \dots, m$).

W dalszej kolejności wyznaczane są wektory prędkości i przyspieszeń liniowych charakterystycznych punktów układu (${}^N\mathbf{v}_i$, ${}^N\mathbf{a}_i$) oraz wektory prędkości i przyspieszeń kątowych poszczególnych brył (${}^N\boldsymbol{\omega}_j$, ${}^N\boldsymbol{\epsilon}_j$) względem układu odniesienia $\{N\}$, w którym również wielkości te są wyrażane.

W przypadku analizy ruchu mobilnych robotów kołowych charakterystycznymi punktami układu są środki mas poszczególnych brył, więc liczba analizowanych punktów jest równa liczbie analizowanych brył (czyli $j = i$).

Kluczową koncepcją metody są tzw. prędkości cząstkowe (ang. *partial velocities*), które są pochodnymi cząstkowymi prędkości liniowych i kątowych po poszczególnych prędkościach uogólnionych:

$${}^N\mathbf{v}_r^i = \frac{\partial {}^N\mathbf{v}_i}{\partial u_r}, \quad {}^N\boldsymbol{\omega}_r^i = \frac{\partial {}^N\boldsymbol{\omega}_i}{\partial u_r}. \quad (2.33)$$

Na ich podstawie obliczane są uogólnione siły czynne $(F_r)_i$ i uogólnione siły bezwładności $(F_r^*)_i$ dla poszczególnych brył, co zostanie omówione w podrozdziale pracy dotyczącym dynamiki mobilnych robotów kołowych (podrozdział 2.4.2.3).

W przypadku stosowania metody Kane'a do przekształcania parametrów ruchu z jednego układu odniesienia $\{N\}$ do układu odniesienia $\{M\}$, podobnie jak w mechanice klasycznej, zamiast macierzy rotacji stosowany jest iloczyn skalarny wektora reprezentującego wybrany parametr ruchu i wersora osi układu odniesienia, do którego ma nastąpić przekształcenie, tj. $\{N\}$, np. dla prędkości lub przyspieszeń liniowych punktu P stosuje się wzór:

$${}^N w_{Pl} = {}^M \mathbf{w}_P \cdot {}^M \mathbf{e}_l^N, \quad (2.34)$$

gdzie $l = \{x, y, z\}$, $w = \{v, a\}$.

2.3.8. Zadanie proste kinematyki

Zadanie proste kinematyki dla robota mobilnego polega na wyznaczeniu wybranych parametrów ruchu robota lub jego zespołów na podstawie znanych parametrów ruchu w parach kinematycznych.

Przykładowo, w przypadku robota kołowego może ono polegać na znalezieniu parametrów kątowych ruchu związanych z obrotem własnym platformy mobilnej wokół osi pionowej oraz parametrów liniowych ruchu wybranego punktu robota na podstawie znanych parametrów kątowych obrotu własnego i skrętu kół jezdnych.

Natomiast zadanie proste kinematyki dla robota kroczącego może być związane z wyznaczaniem parametrów liniowych ruchu wybranego punktu stopy i jej parametrów kątowych na podstawie znanych parametrów ruchu w stawach nóg.

2.3.9. Zadanie odwrotne kinematyki

Zadanie odwrotne kinematyki dla robota mobilnego związane jest z wyznaczeniem parametrów ruchu w parach kinematycznych robota niezbędnych do realizacji założonego ruchu robota. Zadanie to jest najczęściej rozwiązywane przy okazji sterowania ruchem robota.

Dla robotów kołowych polega ono na wyznaczeniu parametrów kątowych obrotu własnego i skrętu kół jezdnych na podstawie znanych parametrów kątowych

ruchu związanych z obrotem własnym platformy mobilnej wokół osi pionowej i parametrów liniowych ruchu wybranego punktu robota [247].

W przypadku robotów kroczących zadanie odwrotne kinematyki polega na wyznaczeniu parametrów ruchu w stawach nóg, w celu otrzymania założonego ruchu stóp robota. W tym przypadku ogranicza się ono do wyznaczenia niezbędnych kątów lub przemieszczeń w stawach dla zadanego położenia stopy (tj. pozycji wybranego punktu i jej orientacji) [216].

Rozwiązanie takiego problemu jest także konieczne w przypadku niektórych robotów hybrydowych, tj. łączących cechy lokomocji kołowej i nożnej, co ma miejsce np. dla robota będącego przedmiotem artykułu [213].

2.4. Dynamika mobilnych robotów kołowych

2.4.1. Konwencja oznaczeń sił i momentów sił

Przed przystąpieniem do omawiania zagadnień dynamiki na początek zostanie omówiona stosowana w pracy konwencja oznaczania sił i momentów sił działających na robota mobilnego.

Wektory sił i momentów sił działających na i -tą bryłę w punkcie P i wyrażane w układzie odniesienia $\{N\}$ oznaczane są jako: ${}^N\mathbf{Q}_P^{(i)} = [{}^N Q_{Px}^{(i)}, {}^N Q_{Py}^{(i)}, {}^N Q_{Pz}^{(i)}]^T$, gdzie: ${}^N Q_{Pl}^{(i)}$ – rzut na oś l układu odniesienia $\{N\}$ wektora siły lub momentu siły działającego na bryłę i w punkcie P , ${}^N\mathbf{Q}_{Pl}^{(i)} = {}^N Q_{Pl}^{(i)} \mathbf{e}_l$ – składowa wzdłuż osi l układu odniesienia $\{N\}$ wektora siły lub momentu siły działającego na bryłę i w punkcie P , $\mathbf{Q} = \{\mathbf{F}, \mathbf{R}, \mathbf{M}, \mathbf{T}, \boldsymbol{\tau}\}$, $Q = \{F, R, M, T, \tau\}$.

Przykładowo, ${}^R R_{A2x}^{(0)}$ oznacza rzut na oś x układu odniesienia $\{R\}$ wektora siły $\mathbf{R}$ działającej na bryłę 0 w punkcie $A2$. Jeżeli $P = N$, wówczas stosuje się skrótowy zapis: ${}^N\mathbf{Q}^{(i)} = [{}^N Q_x^{(i)}, {}^N Q_y^{(i)}, {}^N Q_z^{(i)}]^T$. Jeżeli wiadomo, na którą bryłę działa wektor siły lub momentu siły (tak jest w przypadku sił reakcji podłoża działających na koło jezdne robota), wówczas indeks i jest pomijany. Indeks i jest stosowany zawsze w przypadku sił i momentów sił reakcji w parach kinematycznych.

Przyjmuje się, że:

- wektory sił i momentów sił reakcji związanych z kontaktem efektorów (kół jezdnych) z otoczeniem oznaczane są odpowiednio literami $\mathbf{F}$ i $\mathbf{T}$,
- wektory związane z siłami i momentami sił reakcji w parach kinematycznych oznacza się odpowiednio jako $\mathbf{R}$ i $\mathbf{M}$,
- dla wektorów momentów napędowych stosuje się oznaczenie $\boldsymbol{\tau}$,
- a dla momentu tarcia w parach kinematycznych oznaczenie $\boldsymbol{\tau}_f$.

2.4.2. Stosowane metody tworzenia modeli dynamiki mobilnych robotów kołowych

Mobilne roboty kołowe są układami nieholonomicznymi, co wynika z faktu, że równania więzów nieholonomicznych, tj. narzuconych na prędkości, są niecałkowalne [102, 151].

Do modelowania dynamiki mobilnych robotów kołowych stosuje się różne metody. Do najczęściej stosowanych można zaliczyć formalizm Newtona-Eulera

i Lagrange'a. Z formalizmu Lagrange'a powstało kilka formalizmów pochodnych, w tym równania Maggiego i Appella. Niekiedy korzysta się również z zasady d'Alemberta, która stanowi niejako inne ujęcie formalizmu Newtona-Eulera. Stosunkowo nowym formalizmem, bo opracowanym w XX w. jest metoda Kane'a, która została określona przez jej twórcę jako forma Lagrange'a zasady d'Alemberta. Coraz większe zastosowanie do tworzenia modeli dynamiki szerokiej gamy układów mechanicznych znajduje także metoda układów wieloczłonowych, która jest metodą typowo numeryczną.

Na początek zostaną opisane najczęściej stosowane metody tworzenia modeli dynamiki mobilnych robotów kołowych, co umożliwi omówienie ich zalet i wad. Należy podkreślić, że co prawda niniejsza praca jest ukierunkowana na modelowanie mobilnych robotów kołowych, to jednak znaczna część omawianych zagadnień i problemów dotyczy także innych układów mechanicznych.

2.4.2.1. Równania Newtona-Eulera

Stosując formalizm matematyczny Newtona-Eulera do opisu dynamiki mobilnych robotów kołowych należy na początku dokonać dekompozycji układu na podukłady związane z poszczególnymi członami układu. Wówczas dla każdego i -tego członu (podukładu), dla którego przyjmuje się układ odniesienia $\{N\}$, można zapisać dynamiczne równia ruchu w postaci:

$$m_i {}^N \mathbf{a}_i^O = {}^N \mathbf{F}^{(i)} + {}^N \mathbf{R}^{(i)}, \quad (2.35)$$

$$\mathbf{I}_i {}^N \ddot{\boldsymbol{\phi}}_i^O + {}^N \dot{\boldsymbol{\phi}}_i^O \times \mathbf{I}_i {}^N \dot{\boldsymbol{\phi}}_i^O = {}^N \mathbf{T}^{(i)} + {}^N \mathbf{M}^{(i)}, \quad (2.36)$$

gdzie: m_i , $\mathbf{I}_i$ – masa i tensor bezwładności i -tego członu, ${}^N \mathbf{a}_i^O$, ${}^N \dot{\boldsymbol{\phi}}_i^O$, ${}^N \ddot{\boldsymbol{\phi}}_i^O$ – wektory: przyspieszenia środka masy i -tego członu oraz prędkości i przyspieszenia kąto-
wego tego członu względem nieruchomego układu odniesienia $\{O\}$, wyrażone w układzie odniesienia $\{N\}$ wybranego członu, ${}^N \mathbf{F}^{(i)}$, ${}^N \mathbf{T}^{(i)}$ – wektory wypadkowe zewnętrznych sił i momentów sił działających na człon, ${}^N \mathbf{R}^{(i)}$, ${}^N \mathbf{M}^{(i)}$ – wektory wypadkowe wewnętrznych sił i momentów sił reakcji działających na człon.

Równania te zapisano dla układu współrzędnych związanego ze środkiem masy danego członu. Należy zwrócić uwagę, że równania (2.35) i (2.36) mogą być także w razie potrzeby zapisane dla całego analizowanego układu mechanicznego.

Wektory zewnętrznych sił i momentów sił są związane przede wszystkim z siłą ciężkości rozpatrywanego członu, reakcjami podłoża i ewentualnymi innymi zewnętrznymi siłami i momentami sił, co można zapisać jako:

$${}^N \mathbf{F}^{(i)} = m_i {}^N \mathbf{g} + \sum_k {}^N \mathbf{F}_k^{(i)}, \quad {}^N \mathbf{T}^{(i)} = \sum_k {}^N \mathbf{T}_k^{(i)}, \quad (2.37)$$

gdzie: ${}^N \mathbf{F}_k^{(i)}$, ${}^N \mathbf{T}_k^{(i)}$ – dodatkowe zewnętrzne siły i momenty sił działające na i -ty człon robota, ${}^N \mathbf{g}$ – wektor przyspieszenia grawitacyjnego wyrażony w układzie odniesienia tego członu.

Wektory wewnętrznych sił i momentów sił reakcji (w tym momentów napędowych), wynikające ze współpracy i -tego członu ze współpracującymi z nim członami są określane jako:

$${}^N \mathbf{R}^{(i)} = \sum_j {}^N \mathbf{R}_j^{(i)}, \quad {}^N \mathbf{M}^{(i)} = \sum_j {}^N \mathbf{M}_j^{(i)}, \quad (2.38)$$

gdzie indeks j oznacza numer członu współpracującego z i -tym członem.

Ponadto zapisuje się równania wynikające ze wzajemnego oddziaływania na siebie poszczególnych podukładów (członów), tj. równania dla poszczególnych wektorów wewnętrznych sił i momentów sił reakcji:

$${}^N \mathbf{R}_i^{(j)} = -{}^N \mathbf{R}_j^{(i)}, \quad {}^N \mathbf{M}_i^{(j)} = -{}^N \mathbf{M}_j^{(i)}. \quad (2.39)$$

Równania Newtona-Eulera pozwalają na kompleksową analizę dynamiczną dowolnego układu mechanicznego, są więc bardzo uniwersalne. Stosując metodę Newtona-Eulera można zdekomponować układ, czyli podzielić go na mniejsze elementy, co ułatwia tworzenie złożonych modeli oraz numeryczną implementację modelu dynamiki układu. Niekiedy zastosowanie formalizmu Newtona-Eulera ma też wadę – w równaniach występują wewnętrzne siły i momenty sił wynikające ze wzajemnego oddziaływania na siebie poszczególnych brył układu. Wielkości te nie wykonują pracy, a ich wyznaczenie nie zawsze jest potrzebne, co w takim przypadku czyni metodę mniej efektywną, np. w porównaniu z formalizmem Lagrange’a czy Kane’a.

2.4.2.2. Równania Lagrange’a II rodzaju z mnożnikami i formalizmy pochodne

2.4.2.2.1. Równania Lagrange’a II rodzaju z mnożnikami

Równania Lagrange’a II rodzaju z mnożnikami są najczęściej stosowane do tworzenia modeli dynamiki mobilnych robotów kołowych [70, 247]. Wynika to z faktu, że formalizm ten jest dobrze znany i pozwala na wyznaczenie modelu dynamiki całego robota, a otrzymany model jest w wielu przypadkach wystarczająco dokładny do wykorzystania w zagadnieniach praktycznych związanych najczęściej ze sterowaniem ruchem robota.

Na początek wprowadza się wektor współrzędnych uogólnionych $\mathbf{q}$. Wektor ten zawiera współrzędne charakterystycznego punktu należącego do robota wyrażone w układzie nieruchomym, kąty określające orientację platformy mobilnej oraz zmienne konfiguracyjne, np. kąty obrotu własnego i skręcenia kół jezdnych.

Ruch modelu jest ostatecznie opisywany przy użyciu równania Lagrange’a II rodzaju z mnożnikami, które w zapisie macierzowo-wektorowym ma postać [70]:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right)^T - \left(\frac{\partial E}{\partial \mathbf{q}} \right)^T = \mathbf{Q} + \mathbf{J}^T \boldsymbol{\lambda}, \quad (2.40)$$

gdzie: E – energia kinetyczna układu, $\mathbf{Q}$ – wektor sił uogólnionych, $\mathbf{J}$ – macierz jacobianowa, $\boldsymbol{\lambda}$ – wektor mnożników Lagrange’a.

Wektor sił uogólnionych $\mathbf{Q}$ może być wyznaczony przez obliczenie pracy wykonanej przez siły czynne działające na układ.

Inna postać równań Lagrange'a II rodzaju z mnożnikami określana z zależności [148]:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right)^T - \left(\frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}} \right)^T = \mathbf{Q} + \mathbf{J}^T \boldsymbol{\lambda}, \quad (2.41)$$

korzysta z tzw. funkcji Lagrange'a (tzw. potencjału kinetycznego), która stanowi różnicę energii kinetycznej i potencjalnej układu, czyli:

$$L = E - V, \quad (2.42)$$

gdzie: L – energia kinetyczna układu, V – energia potencjalna tego układu.

Zarówno energia kinetyczna, jak i energia potencjalna układu są równe sumie algebraicznej tych energii dla poszczególnych członów tego układu, czyli:

$$E = \sum_i E^{(i)}, \quad V = \sum_i V^{(i)}. \quad (2.43)$$

Energia kinetyczna dla i -tego członu układu jest określana z zależności:

$$E^{(i)} = \frac{1}{2} m_i ({}^N \mathbf{v}_i^O)^T \cdot {}^N \mathbf{v}_i^O + \frac{1}{2} ({}^N \boldsymbol{\omega}_i^O)^T \mathbf{I}_i \cdot {}^N \boldsymbol{\omega}_i^O, \quad (2.44)$$

natomiast energia potencjalna położenia jako:

$$V^{(i)} = -m_i ({}^O \mathbf{g})^T \cdot {}^O \mathbf{r}_i, \quad (2.45)$$

gdzie: ${}^N \mathbf{v}_i^O$, ${}^N \boldsymbol{\omega}_i^O$ – wektory: prędkości środka masy i -tego członu i prędkości kątowej tego członu względem nieruchomego układu odniesienia $\{O\}$, wyrażone w układzie odniesienia $\{N\}$ tego członu, ${}^O \mathbf{g}$, ${}^O \mathbf{r}_i$ – wektory: przyspieszenia grawitacyjnego oraz pozycji środka masy członu w nieruchomym układzie odniesienia $\{O\}$.

W równaniu (2.44) zamiast wektorów ${}^N \mathbf{v}_i^O$, ${}^N \boldsymbol{\omega}_i^O$ mogą być użyte analogiczne wektory wyrażone w nieruchomym układzie odniesienia $\{O\}$.

Znak „-” w równaniu (2.45) wynika z faktu, że składowa pionowa przyspieszenia grawitacyjnego (na kierunku osi z nieruchomego układu odniesienia $\{O\}$) ma wartość ujemną. Dodatnią wartość energii potencjalnej przyjmuje się w przypadku, gdy masa członu znajduje się nad powierzchnią zerowego potencjału. Zakłada się, że powierzchnię zerowego potencjału stanowi płaszczyzna Oxy nieruchomego układu odniesienia $\{O\}$.

Następnie wprowadza się równanie więzów nieholonomicznych:

$$\mathbf{J} \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0}, \quad (2.46)$$

czyli równanie więzów narzuconych na prędkości.

Wektor sił uogólnionych $\mathbf{Q}$ zawiera zewnętrzne siły i momenty sił działające na robota oraz momenty napędowe działające na poszczególne koła jezdne. Uwzględnienie w tych równaniach momentów napędowych stanowi pewną nieści-

słość, gdyż w rzeczywistości są one wynikiem działania sił wewnętrznych układu. W przypadku pierwszej wersji równań Lagrange'a II rodzaju z mnożnikami (równania (2.40)) wektor sił uogólnionych $\mathbf{Q}$ zawiera także siły ciężkości. Z kolei w drugiej wersji tych równań (zależności (2.41)), siły ciężkości są uwzględnione w energii potencjalnej układu. Siły tarcia leżące w płaszczyźnie styczności kół jezdnych z podłożem wprowadzone są jako mnożniki Lagrange'a [70].

Należy podkreślić, że wyznaczenie równań dynamiki układu wymaga zastosowania przekształceń symbolicznych związanych z wyznaczaniem różniczek i pochodnych, co stanowi największą wadę w stosunku do formalizmu Newtona-Eulera, uniemożliwiającą wyłącznie numeryczne rozwiązywanie problemów.

Ponadto równania Lagrange'a nie nadają się do bezpośredniego zastosowania w przypadku układów mechanicznych, w których na ruch poszczególnych członów mają wpływ siły wewnętrzne.

2.4.2.2.2. Równania Maggiego

Równania Maggiego, podobnie jak równania Lagrange'a II rodzaju z mnożnikami, pozwalają na opis ruchu układu we współrzędnych uogólnionych. Ogólną postać tych równań z uwzględnieniem występujących więzów zapisuje się w postaci układu [70, 80]:

$$\mathbf{C} \left(\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right)^T - \left(\frac{\partial E}{\partial \mathbf{q}} \right)^T \right) = \mathbf{\Theta}, \quad (2.47)$$

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{C}^T \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{G}, \quad (2.48)$$

gdzie: $\mathbf{C}$, $\mathbf{G}$ – współczynniki; $\mathbf{e}$ – charakterystyki (parametry) kinetyczne układu we współrzędnych uogólnionych; $\mathbf{\Theta}$ – wektor współczynników wynikających z rozwiązania równań:

$$\sum_i \Theta_i \delta e_i = \sum_j Q_j \delta q_j = \sum_i \delta e_i \sum_j C_{ij} Q_j. \quad (2.49)$$

Równania Maggiego zostały użyte m.in. przez autorów pracy [70] do wyprowadzenia modelu dynamiki robota trzykołowego.

2.4.2.2.3. Równania Appella

Do innych, rzadziej stosowanych do modelowania dynamiki mobilnych robotów kołowych formalizmów wywodzących się z równań Lagrange'a II rodzaju z mnożnikami można zaliczyć równania Appella, które można uzyskać z równań Maggiego doprowadzając je do bardziej zwartej postaci. Równania te zapisuje się w postaci układu [80, 102]:

$$\left(\frac{\partial S}{\partial \ddot{\mathbf{e}}} \right)^T = \mathbf{\Theta}, \quad (2.50)$$

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{C}^T \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{G}, \quad (2.51)$$

gdzie: S jest tzw. energią przyspieszenia lub funkcją Appella.

Funkcja Appella może być wyznaczona w funkcji przyspieszeń bezwzględnych $\mathbf{a}_i$ z zależności:

$$S = \frac{1}{2} \sum_i (m_i ({}^N \mathbf{a}_i^O)^T \cdot {}^N \mathbf{a}_i^O). \quad (2.52)$$

Jak zauważono w [25], wadą równań Appella jest brak jasnych zasad dotyczących sposobu generowania funkcji przyspieszeń.

Przykłady modeli dynamiki opracowanych w oparciu o równania Appella dla robota trzykołowego można znaleźć np. w pracach [37, 168].

2.4.2.2.4. Inne formalizmy wywodzące się z równań Lagrange'a II rodzaju z mnożnikami

Znane są nieliczne przypadki zastosowania innych formalizmów, wywodzących się z równań Lagrange'a II rodzaju, do modelowania dynamiki mobilnych robotów kołowych. Jednym z przykładów jest praca [54], w której autorzy zastosowali zasadę d'Alemberta-Lagrange'a do opracowania modelu dynamiki robota trzykołowego. W pracy [102] omówiono równania Voronca oraz Czapłygina, które mogą być także użyte do modelowania robotów mobilnych.

2.4.2.3. Metoda Kane'a (forma Lagrange'a zasady d'Alemberta)

Metoda Kane'a została określona przez jej autora jako forma Lagrange'a zasady d'Alemberta [114].

Równania ruchu analizowanego układu formułuje się jako sumę poszczególnych uogólnionych sił czynnych F_r i uogólnionych sił bezwładności F_r^* , tj. korzystając z równania:

$$F_r + F_r^* = 0, \quad (2.53)$$

jak ma to miejsce w przypadku zasady d'Alemberta, gdzie $r = 1, \dots, m$; m – liczba stopni swobody analizowanego układu.

Uogólnione siły czynne $(F_r)_i$ dla poszczególnych brył wyznacza się jako iloczyny skalarne prędkości cząstkowych ${}^N \mathbf{v}_r^i$ i ${}^N \boldsymbol{\omega}_r^i$ oraz sił i momentów sił czynnych $\mathbf{F}_i$ i $\mathbf{T}_i$ działających na te bryły, czyli:

$$(F_r)_i = {}^N \mathbf{v}_r^i \cdot \mathbf{F}_i + {}^N \boldsymbol{\omega}_r^i \cdot \mathbf{T}_i. \quad (2.54)$$

Następnie wyznacza się siły i momenty sił bezwładności dla poszczególnych brył korzystając z zależności:

$$\mathbf{F}_i^* = -m_i {}^N \mathbf{a}_i, \quad \mathbf{T}_i^* = -{}^N \boldsymbol{\varepsilon}_i \cdot \mathbf{I}_i - {}^N \boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{I}_i \cdot {}^N \boldsymbol{\omega}_i, \quad (2.55)$$

gdzie m_i , $\mathbf{I}_i$ są odpowiednio masą i tensorem bezwładności i -tej bryły.

Na tej podstawie określa się uogólnione siły bezwładności $(F_r^*)_i$ dla kolejnych brył jako iloczyny skalarne prędkości cząstkowych ${}^N \mathbf{v}_r^i$ i ${}^N \boldsymbol{\omega}_r^i$ oraz sił i momentów sił bezwładności $\mathbf{F}_i^*$ i $\mathbf{T}_i^*$ wynikających z ruchu tych brył, tj. wykorzystując równania:

$$(F_r^*)_i = {}^N \mathbf{v}_r^i \cdot \mathbf{F}_i^* + {}^N \boldsymbol{\omega}_r^i \cdot \mathbf{T}_i^* . \quad (2.56)$$

Wreszcie wyznacza się uogólnione siły czynne i uogólnione siły bezwładności dla całego układu sumując wyniki uzyskane dla poszczególnych brył:

$$F_r = \sum_{i=1}^n (F_r)_i , \quad F_r^* = \sum_{i=1}^n (F_r^*)_i . \quad (2.57)$$

Na koniec formuluje się równania ruchu jako sumę uogólnionych sił czynnych i uogólnionych sił bezwładności, tj. korzystając z równania (2.53).

Stosując metodę Kane'a w jej standardowej postaci przyjmuje się oznaczenia członów układu dużymi literami, nazwy układów małymi literami, a dla osi układu wprowadza się oznaczenia 1, 2, 3.

Uważa się, że metoda Kane'a zawiera zalety formalizmów Newtona-Eulera oraz Lagrange'a i nie jest obciążona ich wadami. Metoda ta jest jednak stosunkowo mało rozpowszechniona. Jedną z nielicznych prac dotyczących modelowania robotów mobilnych z zastosowaniem metody Kane'a jest publikacja [204].

W przypadku tego formalizmu nie zachodzi konieczność wprowadzania sił i momentów sił wynikających z interakcji poszczególnych brył. Ponieważ nie wprowadza się funkcji energetycznych, więc nie ma konieczności symbolicznego wyznaczania różniczek i pochodnych. Parametry kinematyczne – prędkości i przyspieszenia są wyznaczane w postaci iloczynów wektorowych. Zachodzi natomiast konieczność symbolicznego wyznaczania tzw. prędkości cząstkowych.

Wadą metody Kane'a, w stosunku do formalizmu Newtona-Eulera jest stosunkowo duża pracochłonność wyznaczania równań dynamiki układu.

2.4.2.4. Metoda układów wieloczłonowych

W metodzie układów wieloczłonowych, z której korzysta m.in. program MD Adams stosuje się współrzędne absolutne, które definiuje się w postaci wektora:

$$\mathbf{q}_i = [{}^N \mathbf{r}_i^T, {}^N \boldsymbol{\phi}_i^T]^T , \quad (2.58)$$

gdzie wektor $\mathbf{r}_i = [x_i, y_i, z_i]^T$, określa pozycję środka masy i -tego członu, a wektor $\boldsymbol{\phi}_i = [\psi_i, \theta_i, \phi_i]^T$ orientację tego członu zdefiniowaną za pomocą kątów Eulera w sekwencji obrotów określanych symbolicznie jako „313” lub z - x - z [61].

Współrzędne opisujące pozycję i orientację wszystkich n członów układu można zapisać w postaci:

$$\mathbf{q} = [\mathbf{q}_1^T, \mathbf{q}_2^T, \dots, \mathbf{q}_n^T]^T . \quad (2.59)$$

Współrzędne te wykorzystuje się w algorytmach obliczeniowych do opisu kinematyki i dynamiki poszczególnych członów układu. W przypadku opisu dynamiki układu współrzędne te oraz ich pochodne muszą spełniać następujące równania ruchu [233]:

$$\mathbf{M} \dot{\mathbf{u}} - \mathbf{L}_r^T + \boldsymbol{\Phi}_r^T \boldsymbol{\lambda} - \mathbf{H}_F^T \mathbf{F} = \mathbf{0}_{3n \times 1} , \quad (2.60)$$

$$\dot{\mathbf{p}} - \mathbf{L}_\phi^T + \boldsymbol{\Phi}_\phi^T \boldsymbol{\lambda} - \mathbf{H}_T^T \mathbf{T} = \mathbf{0}_{3n \times 1} , \quad (2.61)$$

$$\mathbf{p} - L_{\phi}^T = \mathbf{0}_{3n \times 1}, \quad (2.62)$$

$$\mathbf{u} - \dot{\mathbf{r}} = \mathbf{0}_{3n \times 1}, \quad (2.63)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} - \dot{\boldsymbol{\phi}} = \mathbf{0}_{3n \times 1}, \quad (2.64)$$

oraz poniższe równanie więzów par kinematycznych i więzów kierujących:

$$\boldsymbol{\Phi} = \mathbf{0}_{m \times 1}, \quad (2.65)$$

a w konsekwencji wynikające z niego liniowe równania więzów względem prędkości i przyspieszeń uogólnionych:

$$\boldsymbol{\Phi}_q \dot{\mathbf{q}} = -\boldsymbol{\Phi}_t, \quad (2.66)$$

$$\boldsymbol{\Phi}_q \ddot{\mathbf{q}} = -(\boldsymbol{\Phi}_q \dot{\mathbf{q}})_q \dot{\mathbf{q}} - 2 \boldsymbol{\Phi}_{qt} \dot{\mathbf{q}} - \boldsymbol{\Phi}_{tt} = \boldsymbol{\Gamma}, \quad (2.67)$$

gdzie: L – funkcja Lagrange’a; $L_r^T, L_{\phi}^T, L_{\phi}^T$ – jej różniczki względem $\mathbf{r}$, $\boldsymbol{\phi}$ i $\dot{\boldsymbol{\phi}}$; $\boldsymbol{\lambda}$ – wektor mnożników Lagrange’a; $\mathbf{p}$ – składowa pędu uogólnionego odpowiadająca współrzędnym kątowym; $\mathbf{F}$, $\mathbf{T}$ – odpowiednio wektory zewnętrznych sił i momentów sił działających na układ; $\mathbf{H}_F^T, \mathbf{H}_T^T$ – macierze projekcji odpowiedzialne za przeliczanie wektorów sił i momentów sił na siły uogólnione; $\mathbf{u}$, $\boldsymbol{\varepsilon}$ – wektory opisujące wyrażenia na prędkości liniowe i kątowe.

W przypadku pojedynczego, swobodnego członu układ równań (2.60)–(2.64) odpowiada 12 skalarnym równaniom różniczkowym pierwszego rzędu i 3 skalarnym równaniom algebraicznym (równanie (2.62)). Układ ten można rozwiązać metodą Newtona-Raphsona względem niewiadomych $\mathbf{r}$, $\boldsymbol{\phi}$ oraz $\boldsymbol{\lambda}$, znajdując poszukiwaną konfigurację mechanizmu oraz siły reakcji więzów [233].

Układ równań (2.60)–(2.65) z matematycznego punktu widzenia stanowi nieliniowy mieszany układ równań różniczkowych pierwszego rzędu (z czasem jako zmienną niezależną) oraz równań algebraicznych (równania (2.62) i (2.65) uzupełnione o dodatkowe równania definiujące siły i momenty sił w postaci funkcji wektorowych zależnych od czasu). Zagadnienie całkowania takiego układu równań jest znacznie bardziej skomplikowane, niż całkowanie układu równań złożonego tylko z układu równań różniczkowych zwyczajnych. Problemy z tym związane są podobne do tych, jakie występują w całkowaniu równań różniczkowych zwyczajnych źle uwarunkowanych [233].

Reasumując, w ogólnym przypadku zastosowanie metody układów wieloczłonowych będzie wymagało zastosowania większej liczby równań w stosunku do wcześniej opisanych formalizmów opisu dynamiki. Metoda układów wieloczłonowych ma jednak tę zaletę, że można ją stosować dla praktycznie dowolnego układu mechanicznego, jest więc przez to bardzo uniwersalna. Jej poprawne zastosowanie wymaga dobrej znajomości metod numerycznych i odpowiedniego doboru metody całkowania (solvera) do danego problemu.

Metoda układów wieloczłonowych obok robotów mobilnych znajduje przede wszystkim zastosowanie do modelowania dynamiki pojazdów samochodowych [26].

2.4.2.5. Alternatywne metody tworzenia modeli dynamiki mobilnych robotów kołowych

Należy zauważyć, że obok metod klasycznych coraz częściej można spotkać przykłady zastosowania alternatywnych metod modelowania dynamiki mobilnych robotów kołowych. Stosuje się w tym celu inteligentne systemy obliczeniowe oparte na układach z logiką rozmytą [111], sztucznych sieciach neuronowych [200], algorytmach ewolucyjnych lub genetycznych [144] oraz innych metod i technik sztucznej inteligencji [177].

W takim przypadku model dynamiki robota jest tworzony na podstawie znajomości sygnałów wejściowych i wyjściowych układu, co stanowi analogię do identyfikacji strukturalnej.

Przykładem takiego podejścia do tworzenia modelu dynamiki robota kołowego jest tzw. emulator, który został opracowany na bazie sztucznych sieci neuronowych [92]. W pracy [248] zastosowano w tym celu układy z logiką rozmytą, w [36] – algorytmy genetyczne, a w [67] – sztuczne sieci neuronowe i układy z logiką rozmytą. Zastosowanie metod sztucznej inteligencji do modelowania i sterowania ruchem mobilnych robotów kołowych omówiono w [66].

Wadą omówionych technik jest to, że otrzymany model jest trudny do interpretacji, gdyż nie stanowi modelu analitycznego, tzn. nie został opisany za pomocą równań różniczkowych. Problem ten występuje zwłaszcza w przypadku zastosowania sztucznych sieci neuronowych.

Inną ciekawą metodą tworzenia modeli dynamiki robotów mobilnych może być zastosowanie techniki programowania genetycznego [165]. W takim przypadku, w wyniku działania algorytmu genetycznego, można otrzymać model obiektu w postaci równań różniczkowych. Przykładem takiego podejścia jest praca [117], w ramach której otrzymano model zespołów napędowych robota SCOUT.

2.4.2.6. Porównanie metod tworzenia modeli dynamiki mobilnych robotów kołowych

Porównując opisane metody tworzenia modeli dynamiki mobilnych robotów kołowych można wyciągnąć poniższe główne wnioski.

- Równania Lagrange’a II rodzaju z mnożnikami i formalizmy pochodne, jak równania Maggieo i Appella sprawdzają się dobrze w przypadku, gdy nie ma potrzeby znajomości wewnętrznych reakcji więzów układu (sił i momentów sił reakcji wynikających ze wzajemnego oddziaływania na siebie brył wchodzących w skład układu). Pozwala to wówczas na wyznaczenie przede wszystkim niezbędnych niewiadomych, przez co występuje mniejsza liczba równań w stosunku do formalizmu Newtona-Eulera. Wadą tych formalizmów jest jednak konieczność realizacji przekształceń symbolicznych i duża pracochłonność wyznaczania równań dynamiki.
- Zaletą równań Newtona-Eulera jest dekompozycja układu na mniejsze elementy, co upraszcza proces modelowania i pozwala na łatwiejsze zrozumienie działania układu. Wadą tego formalizmu jest natomiast konieczność zapisu dodatkowych równań dla wewnętrznych reakcji więzów, które nie zawsze są przedmiotem badań, a które powodują zwiększenie ogólnej liczby równań niezbędnych do rozwiązania.

- Metoda Kane’a pozwala na wyznaczenie przede wszystkim niezbędnych niewiadomych dla danego modelu dynamiki dzięki temu, że nie zachodzi konieczność wprowadzania wewnętrznych reakcji więzów. W stosunku do formalizmu Lagrange’a z mnożnikami i pochodnych formalizmów nie ma konieczności symbolicznego wyznaczania różniczek i pochodnych, natomiast zachodzi konieczność symbolicznego wyznaczania tzw. prędkości cząstkowych. Ponadto wadą tej metody jest stosunkowo dużą pracochłonność wyznaczania równań dynamiki układu.
- Metoda układów wieloczłonowych jest w dużej mierze uniwersalna, co pozwala na zastosowanie jej do modelowania dynamiki szerokiej gamy układów mechanicznych. Niestety w jej przypadku występuje duża liczba równań dla ogólnego przypadku. Ponadto rozwiązanie otrzymanego układu równań jest bardziej skomplikowane w stosunku do poprzednich metod modelowania dynamiki oraz wymaga dobrej znajomości metod numerycznych i odpowiedniego doboru metody całkowania (solvera) do danego problemu.
- Alternatywne metody modelowania dynamiki mobilnych robotów kołowych oparte na inteligentnych systemach obliczeniowych sprawdzają się tam, gdzie nie są znane dokładne parametry i/lub struktura modelu oraz w przypadku, gdy badacz nie ma niezbędnej wiedzy na temat zjawisk mechaniki. Model dynamiki robota jest tworzony na podstawie znajomości sygnałów wejściowych i wyjściowych układu, przez co metoda ta jest stosunkowo uniwersalna. Wadą takiego podejścia są jednak trudności w fizycznej interpretacji otrzymanego modelu, szczególnie w przypadku zastosowania sztucznych sieci neuronowych. Ponadto otrzymany model może być nadmiernie rozbudowany, co może być związane np. z jego nadmiernym dopasowaniem się do rejestrowanych sygnałów, które mogą być zaszumione i/lub obciążone różnymi błędami.

2.4.3. Zadania dynamiki

2.4.3.1. Równania dynamiki

Niezależnie od wybranej metody tworzenia modelu dynamiki, ostatecznie równania dynamiki robota mogą być zapisane w następującej zwartej postaci macierzowo-wektorowej:

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{Q} + \mathbf{B}, \quad (2.68)$$

gdzie: $\mathbf{M}$ – macierz bezwładności, $\mathbf{C} \dot{\mathbf{q}}$ – wektor sił odśrodkowych i Coriolisa, $\mathbf{Q}$, $\mathbf{B}$ – wektory odpowiednio uogólnionych sił zewnętrznych i uogólnionych sił wewnętrznych.

W przypadku mobilnych robotów kołowych wektor $\mathbf{B}$ zawiera momenty napędowe, a niekiedy także siły i momenty sił wynikające ze wzajemnego oddziaływania na siebie poszczególnych brył układu (np. dla formalizmu Newtona-Eulera).

Jeżeli do opisu dynamiki robota stosowany jest formalizm Newtona-Eulera, w miejsce równania (2.68) można zapisać dwa równania wynikające odpowiednio z dynamiki całego robota i poszczególnych kół jezdnych (efektorów), tzn.:

$$\mathbf{M}_R \ddot{\mathbf{q}}_R + \mathbf{C}_R \dot{\mathbf{q}}_R = \mathbf{Q}_R, \quad (2.69)$$

$$\mathbf{M}_W \ddot{\mathbf{q}}_W + \mathbf{C}_W \dot{\mathbf{q}}_W = \mathbf{Q}_W + \mathbf{B}_W, \quad (2.70)$$

przy czym w wyniku podziału macierzy $\mathbf{M}$ i $\mathbf{C}$ oraz wektorów $\mathbf{Q}$, $\mathbf{B}$, $\dot{\mathbf{q}}$ i $\mathbf{q}$ otrzymuje się:

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_R \\ \mathbf{q}_W \end{bmatrix}, \quad \mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_R \\ \mathbf{M}_W \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_R \\ \mathbf{C}_W \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_R \\ \mathbf{Q}_W \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_R \\ \mathbf{B}_W \end{bmatrix}. \quad (2.71)$$

Wektory prędkości i przyspieszeń uogólnionych zawierają prędkości i przyspieszenia (liniowe i kątowe) dla robota i dla kół jezdnych, tj.:

$$\dot{\mathbf{q}}_R = \begin{bmatrix} {}^R \mathbf{v}_{CM}^O \\ {}^R \dot{\boldsymbol{\phi}}_0^O \end{bmatrix}, \quad \ddot{\mathbf{q}}_R = \begin{bmatrix} {}^R \mathbf{a}_{CM}^O \\ {}^R \ddot{\boldsymbol{\phi}}_0^O \end{bmatrix}, \quad \dot{\mathbf{q}}_W = \begin{bmatrix} {}^R \mathbf{v}_W^O \\ {}^R \boldsymbol{\omega}_W \end{bmatrix}, \quad \ddot{\mathbf{q}}_W = \begin{bmatrix} {}^R \mathbf{a}_W^O \\ {}^R \boldsymbol{\varepsilon}_W \end{bmatrix}, \quad (2.72)$$

Wyprowadzone równania dynamiki robota mogą posłużyć do rozwiązania zadania prostego i odwrotnego dynamiki.

Tematyka dynamicznych równań ruchu mobilnych robotów kołowych zostanie szerzej omówiona w rozdziale 3.

2.4.3.2. Zadanie proste dynamiki

Zadanie proste dynamiki dla mobilnego robota kołowego polega na wyznaczeniu szukanych parametrów jego ruchu na podstawie znanych sił i momentów sił działających na tego robota. W celu rozwiązania tego zadania można przekształcić równanie (2.68) do postaci:

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{Q} + \mathbf{B} - \mathbf{C} \dot{\mathbf{q}}). \quad (2.73)$$

Jako parametry ruchu układu rozumie się przemieszczenia, prędkości i przyspieszenia zarówno liniowe (przede wszystkim środka masy brył układu) jak i kątowe (poszczególnych brył).

Zadanie to można podzielić na dwa mniejsze podzadania związane z wyznaczeniem parametrów ruchu kół jezdnych (efektorów) i korpusu robota (platformy mobilnej), co sprowadza się do rozwiązania równań (2.69) i (2.70).

Należy zwrócić uwagę, że wynikowy ruch platformy mobilnej robota zależy od sił i momentów sił reakcji działających na robota od jego otoczenia. W przypadku mobilnych robotów kołowych reakcje te są związane przede wszystkim ze współpracą kół jezdnych robota z podłożem. Dlatego zadanie proste dynamiki dla platformy mobilnej polega na wyznaczeniu jej parametrów ruchu na podstawie sił i momentów sił działających na całego robota. Parametrami ruchu są w tym przypadku parametry kątowe ruchu platformy mobilnej oraz parametry liniowe wybranego jej punktu (np. środka masy lub początku układu odniesienia dla robota).

Z równania (2.69) wyznacza się wektor:

$$\ddot{\mathbf{q}}_R = \mathbf{M}_R^{-1}(\mathbf{Q}_R - \mathbf{C}_R \dot{\mathbf{q}}_R), \quad (2.74)$$

czyli przyspieszenia liniowe środka masy korpusu ${}^R \mathbf{a}_{CM}^O$ oraz przyspieszenia kątowe platformy mobilnej ${}^R \ddot{\boldsymbol{\phi}}_0^O$.

Zadanie proste dynamiki dla kół jezdnych polega na wyznaczeniu parametrów ruchu w parach kinematycznych na podstawie znanych momentów napędowych. Z równania (2.70) można wyznaczyć przyspieszenia kątowe obrotu własnego kół jezdnych. Należy zauważyć, że w przypadku pojedynczego niekierowanego koła jezdnego do dyspozycji będą trzy równania skalarne opisujące ruch środka masy tego koła i trzy równania skalarne opisujące ruchy obrotowe wokół poszczególnych osi układu odniesienia.

Szukane przyspieszenie kątowe obrotu własnego i -tego koła jezdnego $\ddot{\theta}_i$ można w takim przypadku obliczyć z jednego z tych równań. Pozostałe równania można pominąć lub obliczyć z nich składowe sił i momentów sił reakcji ${}^R\mathbf{R}_{Ai}$ i ${}^R\mathbf{M}_{Ai}$. Oczywiście, w przypadku koła kierowanego wyznaczane jest dodatkowo przyspieszenie $\ddot{\psi}_i$ związane ze skrętem tego koła.

W pracy przyjęto konwencję zapisu polegającą na oddzieleniu wektora ${}^R\mathbf{M}_{Ai}$ związanego z momentami sił reakcji od wektora momentów napędowych $\boldsymbol{\tau}_i$. W związku z tym w przypadku, gdy oś y koła jest osią obrotu, wówczas składowa momentu reakcji ${}^R\mathbf{M}_{Aiy}$ jest równa zero. Analogiczna sytuacja zachodzi w przypadku, gdy oś z jest osią skrętu koła jezdnego.

2.4.3.3. Zadanie odwrotne dynamiki

Zadanie odwrotne dynamiki dla mobilnego robota kołowego polega na wyznaczeniu szukanych sił i momentów sił działających na tego robota na podstawie zadanych parametrów jego ruchu.

Zadanie to można podzielić podobnie jak poprzednio na dwa mniejsze podzadania związane z wyznaczeniem parametrów ruchu kół jezdnych (efektorów) i korpusu robota (platformy mobilnej), co sprowadza się do rozwiązania równań (2.69) i (2.70).

Zadanie odwrotne dynamiki dla kół jezdnych związane jest z wyznaczeniem momentów napędowych niezbędnych do realizacji założonych parametrów kątowych ruchu w parach kinematycznych.

Należy zauważyć, że podobnie jak poprzednio w przypadku pojedynczego niekierowanego koła jezdnego do dyspozycji będą trzy równania skalarne opisujące ruch środka masy tego koła i trzy równania skalarne opisujące ruchy obrotowe wokół poszczególnych osi układu odniesienia. Szukane momenty napędowe związane z obrotem i -tego koła jezdnego wokół osi y (osi obrotu własnego), czyli τ_{iy} , można w takim przypadku obliczyć z jednego z tych równań. Pozostałe równania można pominąć lub obliczyć z nich składowe sił i momentów sił reakcji ${}^R\mathbf{R}_{Ai}$ i ${}^R\mathbf{M}_{Ai}$. Oczywiście, w przypadku koła kierowanego wyznaczany jest dodatkowy moment napędowy związany ze skrętem tego koła.

Zadanie odwrotne dynamiki dla platformy mobilnej polega na określeniu sił i momentów sił działających na całego robota niezbędnych do realizacji założonych dla niego parametrów ruchu. Związane jest ono z siłami i momentami sił reakcji działającymi na koła jezdne robota w związku z ich współpracą z podłożem. Należy zauważyć, że w przypadku nawet niewielkiej liczby kół jezdnych będących w kontakcie z podłożem, zadanie to jest niewyznaczalne ponieważ istnieje nieskończenie wiele możliwych rozwiązań.

2.4.4. Problemy związane z opracowywaniem modeli dynamiki

W praktyce, przy podejściu klasycznym, z opracowaniem modelu dynamiki mobilnego robota kołowego wiąże się szereg problemów, do których można zaliczyć:

- potrzebę opracowywania modelu osobno dla każdego rodzaju robota, a nawet dla poszczególnych jego konfiguracji (w szczególności dla różnej liczby kół jezdnych stykających się z podłożem);
- niewyznaczalność równań dynamiki, która wynika z faktu, że do wyznaczenia jest więcej niewiadomych niż jest dostępnych równań (zwłaszcza w przypadku, gdy poszukiwane są wszystkie składowe sił i momentów sił reakcji związane z kontaktem kół jezdnych z podłożem);
- konieczność uwzględnienia poślizgów wzdłużnych i poprzecznych kół jezdnych, co ma szczególne znaczenie w przypadku robotów z kołami niekierowanymi (np. roboty czterokołowe z niekierowanymi kołami jezdными [123, 211]) i innych robotów kołowych poruszających się z dużą prędkością (która ze względu na występowanie przyspieszenia normalnego ma duże znaczenie dla manewru zakręcania) i/lub po podłożu o różnych właściwościach (np. ruch robota trzykołowego przy zmianie podłoża z betonu na lód [212]).

W związku z pierwszym z wymienionych problemów, stosując klasyczne podejście do modelowania dynamiki, opracowuje się osobne modele dynamiki robota dla analizowanego przypadku. Taką metodykę modelowania zastosowano w analizie ruchu robota hybrydowego po schodach [213], gdzie dla każdej z konfiguracji robota opracowano osobny model dynamiki. Dwie przykładowe konfiguracje robota pokazano na rys. 2.2.

Problem niewyznaczalności równań dynamiki układu jest niekiedy rozwiązywany poprzez wprowadzenie dodatkowych równań wynikających z przyjętych założeń upraszczających.

Przykładowo w pracy [105] zapisano dodatkowe równanie, które stosuje się dla składowych normalnych sił reakcji podłoża dla pojazdu wieloosiowego znajdującego się na równi pochyłej pod warunkiem, że uwzględni się podatność opon kół jezdnych. Zakłada się przy tym, że osie kół jezdnych leżą w jednej płaszczyźnie. Równanie takie, wg konwencji stosowanej w niniejszej pracy ma postać:

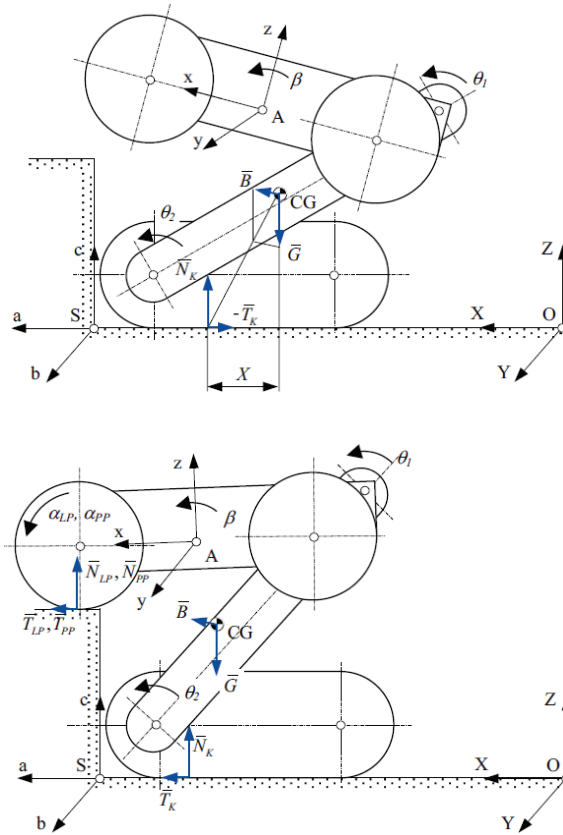
$$\frac{{}^R F_{Aiz}}{k_i} - \frac{{}^R x_{Ai} - {}^R x_{A1}}{{}^R x_{An} - {}^R x_{A1}} \left(\frac{{}^R F_{Anz}}{k_n} - \frac{{}^R F_{A1z}}{k_1} \right) - \frac{{}^R F_{A1z}}{k_1} = 0, \quad (2.75)$$

gdzie ${}^R F_{Aiz}$ jest składową normalną siłą reakcji podłoża działającą na daną oś, ${}^R x_{Ai}$ określa położenie tej osi na kierunku osi Rx względem środka masy pojazdu, k_i jest sztywnością opon dla danej osi, i oznacza nr osi, dla której zapisuje się równanie ($i = \{2, 3, \dots, n-1\}$), indeks 1 dotyczy przedniej osi, a n oznacza liczbę osi pojazdu.

Postać równania (2.75) wynika z założenia, że korpus pojazdu i podłoże nie ulegają odkształceniu, więc wszystkie punkty należące do środków kół jezdnych będą leżeć w tym przypadku w jednej płaszczyźnie. Stosując podobne rozumowanie można zapisać analogiczne równania dla dowolnego przypadku, w którym znana jest geometria podłoża i układu jezdnych oraz sztywność poszczególnych opon.

Wracając do zadań dynamiki, należy zauważyć, że o ile rozwiązanie zadania prostego dynamiki polegającego na wyznaczeniu parametrów ruchu platformy mo-

bilnej i jej kół jezdnych na podstawie równania (2.68) jest możliwe dla dowolnej liczby kół jezdnych, to nie jest już możliwe rozwiązanie zadania odwrotnego dynamiki polegającego na wyznaczeniu zarówno sił i momentów sił działających na platformę mobilną (związanych przede wszystkim z reakcjami podłoża), jak i momentów napędowych. Wynika to z faktu, że w ogólnym przypadku liczba niewiadomych składowych sił i momentów sił jest zbyt duża w stosunku do możliwych do zapisu równań. Można natomiast wyznaczyć wektory wypadkowe tych sił i momentów sił. Można także w miejsce kilku rzeczywistych kół jezdnych wprowadzać tzw. koła zastępcze. Takie podejście zastosowano do modelowania dynamiki robota trzykołowego i czterokołowego [247].



Rys. 2.2. Przykładowe konfiguracje robota hybrydowego [213]

Analizując zjawisko poślizgu kół jezdnych, należy zwrócić uwagę, że jest ono związane z rodzajem zastosowanego ogumienia kół i podłoża, po którym porusza się robot. Oczywiście jest, że inaczej będzie zachowywało się koło jezdne toczące się po betonie, a inaczej to samo koło toczące się po lodzie. W przypadku, gdy poślizg kół jezdnych w istotny sposób wpływa na ruch robota konieczne jest

uwzględnienie modelu opony w modelu robota. Problematyka modelowania opon kół jezdnych jest szerzej omówiona w podrozdziałach 2.4.6 i 3.3.

2.4.5. Modele dynamiki mobilnych robotów kołowych

W literaturze można znaleźć sporo przykładów modeli dynamiki mobilnych robotów kołowych i ich symulacji. Większość modeli jest opracowywanych z użyciem formalizmu Lagrange’a i pochodnych formalizmów. Takie podejście jest stosowane w przypadku, gdy na podstawie modelu robota jest wykonywana synteza algorytmu sterowania. Model robota powinien więc uwzględniać najbardziej istotne zjawiska.

Z użyciem formalizmu Lagrange’a opracowano model robota jednokołowego [172], model robota w układzie roweru [239], model robota dwukołowego [125, 180], model robota dwukołowego uwzględniający poślizg kół jezdnych [150], model robota czterokołowego z odwróconym wahadłem [166].

Opracowano też model robota trzykołowego sterowanego różnicowo z użyciem równań Maggiiego [66, 70] oraz modele analogicznych robotów z zastosowaniem równań Apella [37, 168].

Równania Newtona-Eulera są często stosowane do opisu dynamiki mobilnych robotów kołowych [42, 147, 159, 225]. Przykładowo w [225] przeanalizowano cztery różne konstrukcje robotów mobilnych – robot trzykołowy z przednimi kołami napędzanymi i trzecim podpierającym kołem samonastawnym; robot czterokołowy z kołami niekierowanymi i sprzężonymi parami za pomocą pasków; robot gąsienicowy z dwiema niezależnymi gąsienicami oraz robot trzykołowy z trzema niekierowanymi tzw. kołami szwedzkimi. W publikacji [147] omówiono model dynamiki robota czterokołowego z dwoma manipulatorami i z elastycznym zawieszeniem. W badaniach uwzględniono nierówności terenu, po którym poruszał się robot. W artykule [159] opisano opracowany model dynamiki robota czterokołowego, którego obie osie kół jezdnych były połączone ze sobą za pomocą elastycznej ramy.

Jak wcześniej stwierdzono, niewiele prac jest poświęconych modelowaniu dynamiki robotów kołowych z użyciem metody Kane’a. Jedną z takich prac jest artykuł [204].

Znaczna grupa prac związanych z modelowaniem dynamiki dotyczy konstrukcji robotów czterokołowych i sześciokołowych z niekierowanymi kołami (ang. *skid-steered robots*). W tego typu robotach zmiana kierunku ruchu następuje poprzez zróżnicowanie prędkości kątowych obrotu własnego kół jezdnych znajdujących się po lewej i prawej stronie. Ponadto w trakcie manewru zakręcania lub obrotu wokół osi pionowej występuje poślizg na kierunku poprzecznym.

Roboty tego typu znajdują coraz częściej zastosowania praktyczne ze względu na dużą sztywność konstrukcji i są przeznaczone do poruszania się w otwartym terenie (ang. *outdoor robots*), w tym po różnego typu nierównościach. Przykładami prac dotyczących takich konstrukcji robotów czterokołowych są m.in. [11, 60, 123] oraz [58, 126] dla robotów sześciokołowych. Na ruch robotów z niekierowanymi kołami jezdными istotny wpływ mają siły boczne występujące na styku kół jezdnych z podłożem.

Coraz częściej w modelach dynamiki robotów uwzględnia się występowanie poślizgu kół jezdnych [178, 189, 227, 232]. Problem ten znany jest z niektórych wcześniej omówionych prac. W [178] analizowano dynamikę robota wyposażonego w układ dwunastu niekierowanych kół. Robot jest przeznaczony do poruszania się

po schodach. Koła jezdne robota zostały pogrupowane po trzy. Każda z grup mogła wykonywać niezależny obrót. W modelu dynamiki robota uwzględniono występowanie poślizgu kół jezdnych.

W modelach dynamiki robotów kołowych coraz częściej uwzględnia się także podatność gruntu, korzystając z wiedzy z obszaru terramechaniki, za której tworzącę uznaje się uczonego polskiego pochodzenia M.G. Bekkera [19]. Przykładem takiej pracy jest m.in. [133], gdzie badany jest robot czterokołowy przeznaczony do misji na obcych planetach. W opracowanym modelu uwzględnia się także występowanie poślizgu kół jezdnych. Inną tego typu pracą jest [124].

W niektórych pracach dotyczących modelowania dynamiki robotów kołowych duży nacisk kładzie się na model dynamiki napędów. Przykładem są artykuły [98, 123], które dotyczą minimalizacji zużycia energii przez robota trzykołowego z tzw. kołami szwedzkimi. W pracy tych w badaniach wykorzystano modele napędów. Zużycie energii przez robota ma z kolei istotny wpływ na jego zasięg, dlatego jest to istotny parametr z punktu widzenia użytkownika.

2.4.6. Modele ogumienia stosowane w modelowaniu dynamiki pojazdów kołowych

W literaturze dotyczącej metodyki modelowania dynamiki mobilnych robotów kołowych często zakłada się ich ruch bez poślizgów, co ma odzwierciedlenie w pracach [[70, 132, 148, 203]. Jest to uzasadnione w przypadku robotów poruszających się z niedużą prędkością i z niewielkim przyspieszeniem po podłożu utwardzonym o dużym współczynniku przyczepności (np. beton). W takich przypadkach wartości sił tarcia występujących na styku kół jezdnych z podłożem są mniejsze od maksymalnej dostępnej siły przyczepności. Ponadto koła jezdne robota muszą mieć opony o dużej sztywności, aby ich deformacje nie miały istotnego wpływu na ruch. Spowodowane jest to tym, że zmniejszanie sztywności opon (z powodu np. zmniejszania ciśnienia w oponach) prowadzi do zwiększania współczynników oporu toczenia. Z drugiej strony powoduje to zwiększenie współczynnika przyczepności, co jest zjawiskiem pozytywnym. Ponadto, im mniejsza jest sztywność koła, tym podczas zakręcania występuje większe poprzeczne znoszenie środka koła jezdnego pomimo niewielkiego poślizgu poprzecznego, na co zwrócono uwagę w pracy [167].

W przypadku ruchu robotów kołowych z większymi prędkościami (1 m/s lub więcej) i/lub po podłożu o niewielkim współczynniku przyczepności (znacznie mniejszym od 1) konieczne jest uwzględnienie modelu opony w modelu dynamiki robota. Model opony powinien także być uwzględniany w przypadku zmiennego ruchu robota, tj. w obecności dużych przyspieszeń, gdyż wówczas występują duże wartości sił tarcia na styku kół jezdnych z podłożem, bliskie granicznym wartościom maksymalnym (bliskie tzw. tarcia rozwiniętemu). Ponadto zwiększeniu ulegają wtedy poślizgi kół jezdnych i pojawiają się nieliniowości w charakterystyce siły tarcia w funkcji poślizgu, co powoduje potrzebę uwzględniania modeli opon w modelach dynamiki robotów.

Przyjmuje się, że dla małych poślizgów, tj. wynoszących kilka procent charakterystyka ta jest liniowa [235]. Konieczność uwzględniania modelu opony wynika więc przede wszystkim z faktu, że siły wynikające z interakcji koła jezdnego z podłożem mają obok sił grawitacji zasadniczy wpływ na ruch robota kołowego. Co więcej, siły te jako jedyne mają wpływ na sterowanie ruchem robota. Siły oporu

aerodynamicznego są w większości przypadków pomijane ze względu na ich małe wartości w stosunku do sił tarcia. Wynika to z faktu, że prędkości rozwijane przez roboty kołowe są na ogół znacznie mniejsze od prędkości rozwijanych przez pojazdy samochodowe.

Problematyka modelowania ruchu z uwzględnieniem poślizgu kół jezdnych jest od wielu lat przedmiotem badań wielu ośrodków zajmujących się problematyką samochodową, gdzie modelowanie współpracy koła ogumionego z podłożem stało się istotnym obszarem badawczym. Wyniki takich badań można odnaleźć m.in. w pracach [8, 26, 105, 155, 235]. Obszerny przegląd modeli i stosowanego oprogramowania symulacyjnego wraz z porównaniem uzyskanych wyników zawarto w pracy [138]. Podobne prace z zakresu modelowania opon prowadzi się także dla kół jezdnych samolotów [76], co ma istotne znaczenie zwłaszcza w przypadku ich hamowania [12].

Modele ogumienia omawiane w niniejszej pracy są przeznaczone do badań dynamiki mobilnych robotów kołowych. Modele ogumienia pojazdów, znane z literatury, można podzielić na dwa osobne modele [7]:

- model struktury opony,
- model tarcia powierzchni styku opony z podłożem.

Model struktury opony tworzy się odwzorowując jej własności sprężyste i tłumiące [7]. Model taki, opracowany na wzór podejścia stosowanego m.in. w programie MD Adams [142], będzie w tej pracy określany mianem modelu kontaktu i będzie dotyczył sztywności i tłumienia opony na kierunku promieniowym. Będzie on podstawą wyznaczania sił normalnych działających na oponę w miejscu jej kontaktu z podłożem. Szerzej ta problematyka jest omówiona w podrozdziale 3.2.

W przypadku modelu tarcia na powierzchni styku opony z podłożem, można uwzględnić tzw. tarcie punktowe, rozłożone na odcinku linii prostej lub na powierzchni styku [7]. W pracy będą analizowane przede wszystkim proste modele opon, a większy nacisk zostanie położony na modelowanie dynamiki całego robota. Z tego względu stosowane będą modele z tarcie punktowym.

Modele współpracy opony z podłożem mogą być opracowywane przy założeniu nieodkształcalnego podłoża, czego przykładem jest spora grupa modeli stosowanych w modelowaniu dynamiki pojazdów samochodowych, w tym modele opisane w pracach [155, 197, 235].

Stosowane są także modele zakładające odkształcalność podłoża, co jest szczególnie konieczne w przypadku naturalnych rodzajów podłoża takich, jak: nieutwardzona gleba, trawa, piasek, żwir, błoto, śnieg itp. W takich przypadkach obok modelu opony zachodzi konieczność użycia modelu podłoża. Jedną z ważniejszych publikacji na ten temat jest praca [19]. Praca ta zawiera podstawy mechaniki gruntu i jest podstawą wielu późniejszych prac. W nowszych pracach, w tym [86], uwzględniono dodatkowo efekty wielokrotnego przejazdu przez odkształcalne podłoże i zagłębiania się kół w podłoże w efekcie buksowania.

W badaniach dynamiki mobilnych robotów kołowych niekiedy uwzględnia się modele opon bazując na wynikach badań doświadczalnych dla opon pojazdów samochodowych [26, 105, 155, 235]. Do rzadkości należą natomiast prace związane z badaniami opon małych robotów mobilnych. Wyniki takich prac można znaleźć w [52, 175], gdzie w drugim przypadku przedstawiono charakterystyki siły w funk-

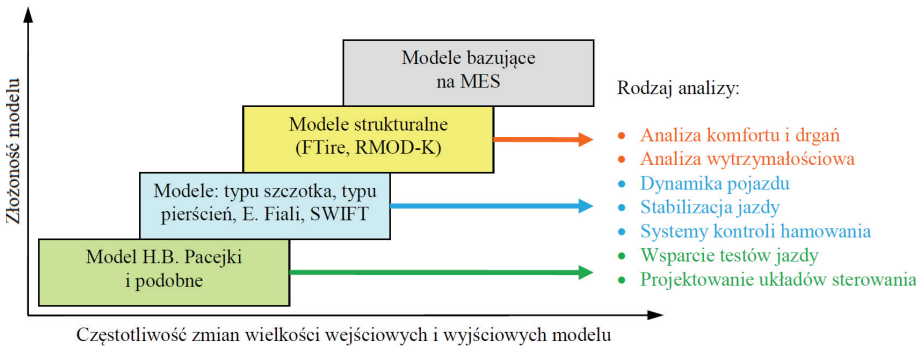
cji poślizgu, bazując na badaniach doświadczalnych ruchu całego robota mobilnego wyposażonego w niepneumatyczne koła jezdne.

W literaturze można także znaleźć wyniki nielicznych badań związanych z modelowaniem dynamiki robotów mobilnych z uwzględnieniem ich interakcji ze zróżnicowanym podłożem oraz estymacją parametrów tego podłoża [101]. Takie zagadnienia są w szczególności w obszarze zainteresowań badaczy zajmujących się robotami do zastosowań kosmicznych (ang. *planetary rovers*).

Model opony dla robota mobilnego, na wzór doświadczeń przemysłu samochodowego, może być na podstawie [6, 88, 173] opracowany jako:

- a) model matematyczny służący do aproksymacji charakterystyk uzyskanych w badaniach doświadczalnych (w szczególności za pomocą zależności „Magic Formula” [155]);
- b) model szczotkowy (ang. *brush tire model*) [197], model w postaci sztywnego pierścienia (ang. *rigid belt model*) [242], z użyciem prostego modelu E. Fiali [26] lub modelu SWIFT [184], stanowiącego połączenie modelu w postaci pierścienia z modelem aproksymującym charakterystyki doświadczalne;
- c) model strukturalny, w którym oponę modeluje się najczęściej przy pomocy odpowiednio dobranego zestawu elementów sprężystych i tłumiących [7] lub jako elastyczny pierścień – najbardziej popularnym tego typu modelem jest Tire [26, 71, 194], który został zaimplementowany w programie MD Adams, innym modelem stosowanym także w programie MD Adams jest model RMOD-K [154];
- d) modelu bazującego na metodzie elementów skończonych (MES), co ma odzwierciedlenie m.in. w pracach [5, 128].

Zaprezentowane modele zostały wymienione wg rosnącej ich złożoności i rosnącego zakresu uwzględnianych przez model częstotliwości zmian wielkości wejściowych i wyjściowych, dla których mogą być stosowane, tj. modele typu (a) mogą być stosowane dla najniższej częstotliwości zmian, a typu (d) dla najwyższej. Klasyfikacja modeli opon w zależności od ich złożoności i zakresu częstotliwości zmian parametrów wg [6] została zilustrowana na rys. 2.3.



Rys. 2.3. Klasyfikacja modeli opon na podstawie ich złożoności i zakresu częstotliwości zmian wielkości wejściowych i wyjściowych [6]

Obok wymienionych modeli można także znaleźć wcześniej opracowane modele teoretyczne, np. model M. Kiełdysza [151] oraz modele opisane w pracy przeglądowej [106].

Z uwagi na różnice między oponami stosowanymi w mobilnych robotach kołowych a tymi, z których korzystają pojazdy samochodowe, konieczne jest przeprowadzenie szczegółowych badań pozwalających na opracowanie modeli opon dedykowanych do takich zastosowań, w szczególności dla małych robotów mobilnych. Potrzeba taka wynika m.in.: z różnic w geometrii tych opon (w tym bieżnika), stosowanych materiałów, z różnego typu wypełnieniami opon (w robotach mobilnych zamiast powietrza często na wypełnienia stosowane są różnego typu pianki) oraz z różnic konstrukcyjnych opon. Różnice konstrukcyjne polegają na tym, że w oponach małych robotów mobilnych nie stosuje się np. kevlarowego opasania, czy stalowych wzmocnień pasa, co występuje w każdej oponie samochodowej. Roboty tego typu mają opony jednorodne wykonane najczęściej z gumy lub witonu.

Ponadto, w przypadku niektórych konstrukcji robotów kołowych, jak dla omawianego w tej pracy robota SCOUT, wszystkie koła jezdne są niekierowane, co powoduje, że zakres poślizgu poprzecznego jest znacznie większy niż dla pojazdów samochodowych. Poza tym zróżnicowanie podłoża, po którym może poruszać się robot kołowy jest w ogólnym przypadku większe niż dla pojazdów samochodowych. W przypadku poruszania się w budynkach opony robota mobilnego muszą współpracować z nietypowymi dla pojazdów samochodowych rodzajami podłoża, jak wykładzina dywanowa i wykładzina PCV. Oprócz tego opona robota ma często głęboki bieżnik o rzeźbie klockowej, co ma istotny wpływ na ruch robota, np. podczas pokonywania krawężnika. Przypadku takiego nie można symulować stosując model gładkich opon. Podobny problem będzie występował w przypadku symulacji ruchu robota po stalowej kracie.

Należy także zwrócić uwagę, że model opony powinien uwzględniać fakt, że koła jezdne oraz cały robot mogą znajdować się na pochylonym terenie. Faktu tego zazwyczaj nie uwzględniają dostępne modele opon opracowane dla pojazdów samochodowych. W pracy przez model opony rozumie się model umożliwiający wyznaczenie sił i momentów sił reakcji podłoża działających na oponę w miejscach (punktach) jej kontaktu z podłożem. Zakłada się przy tym, że podłoże, po którym porusza się robot mobilny jest nieodkształcalne.

Tematyka modeli opon jest szerzej omówiona w podrozdziale 3.3, gdzie opisano model H.B. Panejki [155], który zastosowano w badaniach symulacyjnych ruchu mobilnych robotów kołowych.

2.4.7. Problematyka identyfikacji i analizy wrażliwości modelu dynamiki mobilnych robotów kołowych

Jak wspomniano wcześniej, modele dynamiki mobilnych robotów kołowych opisują zjawiska ruchu w sposób przybliżony. Z kolei z punktu widzenia teorii sterowania najlepszy model to taki, który jest możliwie najprostszy i odzwierciedla istotne zjawiska sterowanego obiektu [91].

Odpowiedź na pytanie, które współczynniki występujące w modelu dynamiki robota powinny być identyfikowane, ponieważ ich wpływ jest znaczący, daje analiza wrażliwości. Ocena wpływu współczynników modelu na parametry ruchu będzie możliwa jeżeli rozwiązane zostaną równania wrażliwości łącznie z dynamicznymi

równaniami ruchu analizowanego robota. Przyjęta metoda identyfikacji zależy m.in. od rodzaju modelowanego obiektu. W związku z tym metody identyfikacji dzieli się na metody identyfikacji modeli: liniowych i nieliniowych, parametrycznych i nieparametrycznych, stacjonarnych i niestacjonarnych, o parametrach skupionych i rozłożonych oraz stanowiących kombinacje metod podstawowych [56, 68].

Identyfikacja obiektu może następować w wyniku eksperymentu czynnego, w którym oddziałuje się na obiekt oraz eksperymentu biernego, w którym dokonuje się jedynie pomiaru sygnałów wejściowych i wyjściowych badanego obiektu. W procesie identyfikacji istotny jest wybór zastosowanego kryterium jakości, tj. kryterium chwilowego lub całkowego. Często stosuje się kwadratową funkcję jakości. Stosowana procedura identyfikacji może bazować na jawnych zależnościach matematycznych, metodach z dostrajaniem modelu lub na metodach statystycznych. Stosuje się tutaj metody on-line oraz metody wsadowe (off-line) [141, 153].

Najkorzystniejszą metodą identyfikacji właściwości dynamicznych robotów mobilnych jest metoda on-line, w której uaktualnianie parametrów modelu następuje na podstawie bieżących danych pomiarowych. Metoda ta może być realizowana w czasie rzeczywistym i służyć do estymacji parametrów modeli układów stacjonarnych i niestacjonarnych. Algorytm identyfikacji może być realizowany w trybie on-line, jeżeli jest wystarczająco wydajny, czyli może być zrealizowany w dostatecznie krótkim cyklu [35, 141, 153].

Roboty mobilne są układami nieliniowymi. Ze względu na swoją złożoność nie doczekały się dotąd opracowania ogólnych metod identyfikacji. Opracowane metody dla układów nieliniowych dotyczą jedynie wybranych klas modeli. Na uwagę zasługują metody: szeregu czasowego, grupowej obróbki danych, bezpośredniej identyfikacji parametrów modelu, dostrajania modelu oraz nieliniowego modelu regresyjnego NARMAX. Spośród tych metod na szczególną uwagę zasługuje metoda dostrajania modelu ze względu na to, że jest metodą ściśle parametryczną, pozwalającą na aktualizację ocen parametrów on-line i w czasie rzeczywistym na podstawie bieżących danych pomiarowych [56, 68, 153].

Do alternatywnych metod modelowania i identyfikacji dynamiki robotów mobilnych można zaliczyć metody oparte na sztucznej inteligencji, co ma odzwierciedlenie m.in. w pracach [36, 70, 153]. Stosuje się w tym celu znane techniki sztucznej inteligencji [177], jak sztuczne sieci neuronowe [120, 200], układy z logiką rozmytą [111, 241], algorytmy genetyczne [198] oraz kombinacje tych metod. Cechą wspólną tych metod jest to, że służą one do aproksymacji funkcji nieliniowych występujących w modelu obiektu. Podejście to jest szczególnie korzystne w przypadku ograniczonej wiedzy o badanym obiekcie.

W celu przeprowadzenia identyfikacji dynamicznych równań ruchu najczęściej przyjmuje się strukturę identyfikacji parametrów, równoległą lub szeregowo-równoległą. Jeżeli znany jest pełny wektor stanu, to w procesie identyfikacji można przyjąć strukturę emulatora stanu. W przypadku, gdy nie dysponuje się pełnym wektorem stanu, można przyjąć strukturę identyfikacji w postaci struktury identyfikatora (mierzonych zmiennych stanu) lub obserwatora (niemierzonych zmiennych stanu) [35, 70, 153].

3. Opracowana metodyka tworzenia modeli dynamiki mobilnych robotów kołowych

W związku z problemami wymienionymi w podrozdziale 2.4.4 została opracowana autorska uniwersalna i kompleksowa metodyka tworzenia modeli dynamiki mobilnych robotów kołowych, uwzględniająca występowanie poślizgu kół jezdnych. Metodyka ta może być zastosowana do modelowania robota o dowolnej liczbie kół jezdnych stykających się z podłożem. Uniwersalność proponowanej metodyki polega na możliwości zastosowania jej do szerokiej gamy mobilnych robotów kołowych. Kompleksowość metodyki wynika z uwzględnienia wielu zjawisk (poślizg kół jezdnych, tarcie w parach kinematycznych), które są często pomijane, a mają wpływ na ruch robota.

Istotą metodyki jest zastosowanie modelu kontaktu efektorów z podłożem oraz podział modelu dynamiki robota na część związaną z platformą mobilną (tj. opisującą ruch całego robota) i na części związane z poszczególnymi efektorami. Przez efekторы rozumie się te zespoły robota, które są w interakcji z otoczeniem. W omawianym przypadku mobilnych robotów kołowych efektorami są koła jezdne, natomiast w przypadku innych robotów mogą to być manipulatory, pedipulatory itd. Model dynamiki robota zbudowano w oparciu o równania Newtona-Eulera.

W opracowanej metodyce wyznaczanie składowych normalnych sił reakcji działających na poszczególne efekторы następuje na podstawie modelu ich kontaktu z podłożem dla znanego położenia efektorów i danego modelu otoczenia. Na podstawie modeli efektorów (w analizowanym przypadku są to modele opon) wyznaczane są pozostałe składowe sił i momentów sił reakcji występujące w miejscach kontaktu. Ostatecznie mogą one być zredukowane do punktów zamocowania efektorów do platformy mobilnej. Na podstawie uzyskanych równań możliwe jest rozwiązanie zadania prostego lub odwrotnego dynamiki.

Należy podkreślić, że dzięki zastosowaniu proponowanego podejścia opracowany model składa się z modułów, co pozwala na łatwą jego modyfikację w celu opracowania innego robota, np. zawierającego inną liczbę kół jezdnych.

Model dynamiki robota opracowano stosując założenia upraszczające:

- opory ruchu ośrodka, w którym porusza się robot są pomijane,
- platformę mobilną robota tworzy jedna lub większa liczba brył sztywnych,
- pomija się odkształcenie podłoża pod wpływem ruchu robota,
- pomija się luzy w parach kinematycznych i w przekładniach robota.

Pominięcie oporów ruchu jest uzasadnione, gdyż mobilne roboty lądowe, zwłaszcza małe, poruszają się z niewielkimi prędkościami. Ponieważ przyjmuje się, że opory ruchu zależą od kwadratu prędkości, więc dla typowego zakresu prędkości ruchu mobilnych robotów kołowych są one pomijalnie małe. Takie założenie jest stosowane w przeważającej liczbie prac z zakresu modelowania dynamiki robotów kołowych.

Założenie dotyczące traktowania platformy mobilnej jako bryły sztywnej lub zbioru brył sztywnych wynika z faktu, że biorąc pod uwagę siły działające na robota, deformacje tych brył pod wpływem ruchu robota są niewielkie i mają charakter odkształceń sprężystych. Założenie to jest też powszechnie stosowane w literaturze.

Założenie braku odkształcalności podłoża pod wpływem ruchu po nim robota stanowi dosyć duże uproszczenie. Jest ono uzasadnione w przypadku ruchu po typowych dla samochodów osobowych rodzajach podłoża, jak asfalt, beton, utwardzona droga itp. i jest powszechnie stosowane w literaturze (przykłady takiego podejścia można odnaleźć w pracach [122, 155, 203, 248]). Zasadne jest także, gdy robot porusza się po podłożach występujących w budynkach, jak różnego typu wykładziny, posadzki itp. W przypadku ruchu robota po miękkim lub sypkim podłożu należałoby uwzględnić odkształcalność podłoża. Opracowana metodyka, ze względu na jej uniwersalność umożliwia uwzględnienie odkształcalności podłoża przez rozbudowanie modelu kontaktu opony z podłożem. W tym celu można zastosować znane z literatury zależności dla różnego rodzaju podłoża [19].

W parach kinematycznych robotów mobilnych występują dokładne pasowania, stąd występujące luzy są pomijalnie małe. Z kolei luzy w przekładniach mają znaczenie przede wszystkim podczas zmiany kierunku obrotu kół jezdnych, kiedy to następuje kasowanie luzów. Zmiana taka nie występuje jednak często w typowych warunkach eksploatacji mobilnych robotów kołowych. Efekt kasowania luzów może także wystąpić w chwili rozpoczęcia jazdy robota i zależy od tego, w jaki sposób robot zakończył poprzedni ruch. Luzy w parach kinematycznych i przekładniach zębatych są pomijane w przeważającej większości prac dotyczących dynamiki robotów kołowych [14, 70, 122, 148, 204, 247].

W pracy zakłada się, że koła jezdne robota są wyposażone w podatne na odkształcenia opony deformujące się pod wpływem działających na nie sił. Wynika to z faktu, że koła jezdne robotów mobilnych posiadają opony pneumatyczne podobnie jak pojazdy samochodowe; lub ich opony są wykonane z materiałów typu guma albo viton i mają elastyczne wkłady z pianek; są powlekane gumą lub innym materiałem sprężystym. Dlatego pod wpływem sił działających na robota, podobnie jak w przypadku pojazdów samochodowych [155, 167, 235], opony te odkształcają się. Ponieważ roboty mobilne poruszają się ze zmienną prędkością, więc zmianie ulegają siły działające na robota, stąd odkształcenia opon ulegają zmianie w trakcie ruchu. Ma to wpływ na ruch platformy mobilnej, która może ulegać przechyłaniu i pochylaniu.

Przygotowanie modelu mobilnego robota kołowego zgodnie z proponowaną metodyką przebiega w kilku następujących po sobie krokach:

- wyznaczenie, na podstawie modelu otoczenia (zawierającego informację o jego geometrii i rodzaju podłoża), współczynników tarcia/przyczepności i oporu toczenia opisujących współpracę opony z podłożem (w postaci wektora μ_i , np. $\mu_i = [\mu_{pi}, f_{ri}]^T$);
- obliczenie deformacji promieniowej opon Δr_i na podstawie znanej geometrii podłoża i geometrii opon oraz pozycji środków geometrycznych kół jezdnych (tj. wektorów ${}^O\mathbf{r}_{Ai}$);
- wyznaczenie składowych normalnych sił reakcji ${}^T F_{iz}$ działających na poszczególne koła jezdne na podstawie modelu kontaktu tych kół z podłożem, w układach związanych z miejscami kontaktu;
- obliczenie wartości poślizgu wzdłużnego λ_i i kąta poprzecznego znoszenia α_i dla kół jezdnych na podstawie aktualnych wartości składowych prędkości

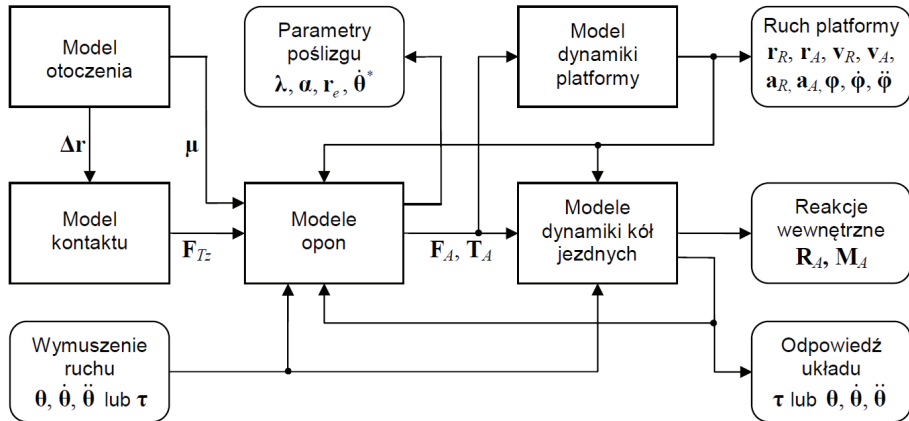
- środków geometrycznych kół ${}^{Ai}v_x^O$, ${}^{Ai}v_y^O$ oraz prędkości kątowych ich obrotu własnego $\dot{\theta}_i$;
- e) wyznaczenie wartości składowych sił i momentów sił reakcji (${}^{Ti}F_x$, ${}^{Ti}F_y$, ${}^{Ti}T_x$, ${}^{Ti}T_y$, ${}^{Ti}T_z$) w miejscach kontaktu kół jezdnych z podłożem z przyjętego modelu opony na podstawie obciążenia kół jezdnych (tj. wartości składowych normalnych ${}^{Ti}F_z$) oraz wartości poślizgu wzdłużnego λ_i , kąta poprzecznego znoszenia α_i , kąta przechylenia koła γ_i (ang. *camber angle*) oraz współczynników przyczepności/tarcia dla i -tego koła jezdnego i podłoża, po którym się porusza, a które zależą m.in. od rodzaju ogumienia, obciążenia koła, ciśnienia powietrza w oponie (dla opon pneumatycznych) [235];
 - f) zredukowanie sił i momentów sił reakcji działających na koła jezdne do początków układów odniesienia tych kół (przy założeniu, że układy te nie obracają się wraz z nimi), tj. obliczenie wektorów ${}^{Ai}\mathbf{F}$, ${}^{Ai}\mathbf{T}$;
 - g) obliczenie na podstawie dynamicznych równań ruchu kół jezdnych parametrów kątowych ruchu kół jezdnych dla znanych momentów napędowych (w przypadku zadania prostego dynamiki) lub momentów napędowych dla założonych parametrów kątowych ruchu tych kół (zadanie odwrotne dynamiki) oraz sił i momentów sił reakcji wewnętrznych;
 - h) wyznaczenie parametrów ruchu platformy mobilnej na podstawie dynamicznych równań ruchu opisujących całego robota (gdy platforma mobilna składa się z kilku członów, wówczas należy uwzględnić dodatkowe układy dynamicznych równań ruchu).

Na podkreślenie zasługuje fakt, że proponowana metodyka jest na tyle uniwersalna, że może zostać wykorzystana do opracowania modelu dynamiki robota mobilnego o dowolnej liczbie kół stykających się z podłożem. Zastosowano tu koncepcję modelowania fizycznego, analogiczną do stosowanej w przyborniku SimScape pakietu MATLAB/Simulink lub do tzw. koncepcji modeli częściowych [137]. Idea takiego podejścia polega na dekompozycji modelu na szereg mniejszych elementów składowych, odpowiadających fizycznym komponentom układu. Każdy pojedynczy komponent (blok) może zostać wykorzystany do opracowania modelu innego układu. W analizowanym przypadku opracowane modele platformy mobilnej i kół jezdnych, uwzględniające modele kontaktu i opony, mogą być po zmianie ich parametrów wykorzystane do opracowania modeli innych robotów mobilnych, np. zawierających inną liczbę kół jezdnych.

Schemat ideowy modelu dynamiki mobilnego robota kołowego, opracowanego za pomocą opisanej metodyki, został przedstawiony na rys. 3.1. Prostokątnymi blokami zaznaczono poszczególne modele składowe użyte w metodyce, natomiast blokami owalnymi wielkości wejściowe i wyjściowe. Na schemacie pominięto przekształcenia parametrów kinematycznych robota.

Proponowana metodyka umożliwia wyznaczenie, dla zadanego wymuszenia ruchu, szukanej odpowiedzi układu, tj. wyznaczenie parametrów kątowych ruchu kół jezdnych dla działających momentów napędowych (zadanie proste dynamiki) lub wyznaczenie momentów napędowych dla zakładanych parametrów kątowych tych kół (zadanie odwrotne dynamiki). Należy zwrócić uwagę, że w obu przypadkach wyznaczany jest ruch platformy mobilnej, który można także traktować jako

odpowiedź układu. Ruch platformy mobilnej wynika z określonych, na podstawie modelu kontaktu oraz modelu opon, sił i momentów sił reakcji podłoża.



Rys. 3.1. Schemat ideowy modelu dynamiki mobilnego robota kołowego opracowanego za pomocą autorskiej metodyki, wraz z zaznaczeniem kluczowych parametrów

W wielu modelach dynamiki mobilnych robotów kołowych, w których pomią-ja się występowanie poślizgu kół jezdnych, odpowiedzią układu są wyłącznie parametry katowe kół jezdnych lub momenty napędowe, co ma odzwierciedlenia w pracach [70, 132, 148, 203]. W takich przypadkach parametry ruchu platformy mobilnej uzyskuje się w wyniku rozwiązania zadania prostego kinematyki nie zaś jako wynik działania modelu dynamiki robota.

3.1. Model otoczenia

W modelu otoczenia zadawana jest geometria i typ podłoża, z którego wynikają parametry współpracy koła jezdne z podłożem. W zależności od rodzaju wybranego modelu opony korzysta się z różnych współczynników służących do opisu interakcji opony z podłożem.

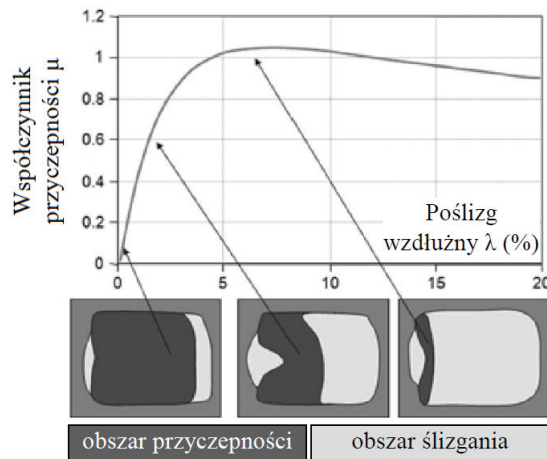
Zakłada się, że:

- podłoże jest suche,
- nie odkształca się pod wpływem działających na nie sił,
- współczynniki charakteryzujące interakcję efektorów z poszczególnymi rodzajami podłoża mają jednakowe wartości we wszystkich kierunkach,
- współczynniki te nie zależą od prędkości ruchu robota.

W przypadku, gdy efekтором jest koło jezdne robota, interakcja opony z podłożem opisywana jest za pomocą współczynników przyczepności i oporu toczenia dla par opona-podłoże. Należy zwrócić uwagę, że ze względu na szczególny charakter współpracy kół jezdnych z podłożem, zazwyczaj wprowadza się pojęcie współczynników przyczepności zamiast współczynników tarcia. Ponadto wyróżnia się współczynnik przyczepności przylgowej μ_p oraz poślizgowej μ_k , który jest równoważny współczynnikowi tarcia kinetycznego, stąd pracy oznaczany jest tym samym

symbolem. Współczynnik przyczepności przylgowej μ_p dotyczy przypadku, w którym na koło jezdne toczące się po poziomym podłożu działa maksymalna wartość składowej wzdłużnej siły reakcji podłoża. Przypadek taki występuje dla poślizgu wzdłużnego wynoszącego ok. $\pm 10\text{--}20\%$ [235].

Drugi skrajny przypadek, w którym zastosowanie ma współczynnik przyczepności poślizgowej μ_k dotyczy poślizgu wzdłużnego wynoszącego $\pm 100\%$. Między współczynnikiem tarcia statycznego μ_s oraz współczynnikami przyczepności przylgowej μ_p i poślizgowej μ_k (współczynnikiem tarcia kinetycznego) zachodzi związek: $\mu_s > \mu_p > \mu_k$. To, że współczynnik przyczepności przylgowej μ_p ma wartość pośrednią między współczynnikami tarcia statycznego i kinetycznego wynika z faktu, że w trakcie toczenia się koła jezdnego powierzchnia styku opony z podłożem zawiera obszar przyczepności (adhezji) i ślizgania, dla których obowiązują odpowiednio współczynniki μ_s i μ_k . Obszary te zilustrowano na rys. 3.2 na podstawie [88]. Należy zauważyć, że wartość współczynnika przyczepności przylgowej μ_p dla danej opony zależy nie tylko od rodzaju stykających się powierzchni, ale także od ukształtowania bieżnika opony.



Rys. 3.2. Obszary przyczepności i ślizgania występujące na styku opony z podłożem [88]

W przypadku niektórych modeli opon, np. w modelu szczotkowym, interakcję opon z podłożem opisuje się za pomocą współczynników tarcia, wyróżniając współczynnik tarcia statycznego μ_s i kinetycznego μ_k , przy czym $\mu_s > \mu_k$.

Przyjęte w pracy wartości współczynników opisujących interakcję opon z różnymi rodzajami podłoża zestawiono w tab. 3.1.

Wartości współczynników tarcia ślizgowego i przyczepności dla współpracy opon robota SCOUT (będącego przedmiotem badań) oraz wykładziny dywanowej i wykładziny PCV określono w wyniku badań empirycznych. W tym celu użyto równi pochyłej, do której przymocowywano badany materiał podłoża. Następnie na równi pochyłej umieszczono opony robota i zwiększano kąt nachylenia równi pochyłej aż do osiągnięcia granicznego kąta, przy którym rozpoczął się ruch opon.

Tab. 3.1. Wartości współczynników tarcia ślizgowego, przyczepności i oporu toczenia opisujące interakcję opon z wybranymi rodzajami podłoża wg [105, 235] i innych źródeł

Rodzaj podłoża	Współczynnik tarcia statycznego	Współczynnik przyczepności przylgowej	Współczynnik tarcia kinetycznego	Współczynnik oporu toczenia
	μ_s	μ_p	μ_k	f_r
asfalt i beton	1,0	0,85	0,75	0,015
wykładzina dywanowa	1,05 ¹	0,87 ¹	0,76 ¹	0,03 ²
wykładzina PCV	0,60 ¹	0,51 ¹	0,45 ¹	0,02 ²
walcowany żwir	0,71	0,6	0,55	0,02
nietwardzona droga	0,80	0,68	0,65	0,05
ubity śnieg	0,24	0,2	0,15	0,031
lód	0,12	0,1	0,07	0,01

W badaniach symulacyjnych szukane współczynniki charakteryzujące współpracę opony z podłożem określa się korzystając z zależności:

$$\mu_i = gc({}^0x_{Ai}, {}^0y_{Ai}) . \quad (3.1)$$

gdzie: $gc({}^0x_{Ai}, {}^0y_{Ai})$ – funkcja opisująca wektor współczynników charakteryzujących współpracę opony z podłożem w wybranym miejscu podłoża (tj. dla danych współrzędnych ${}^0x_{Ai}$ i ${}^0y_{Ai}$).

Współczynniki charakteryzujące współpracę opony z podłożem zależą od przyjętego modelu opony i podłoża. W przypadku sztywnego podłoża i użycia modelu H.B. Panejki [155], są nimi współczynnik przyczepności przylgowej i współczynnik oporów toczenia. Dla tzw. modelu szczotkowego opony [197] i również sztywnego podłoża, zamiast współczynnika przyczepności przylgowej wprowadza się współczynniki tarcia statycznego i kinetycznego.

3.2. Model kontaktu opony z podłożem

Jako model kontaktu rozumie się model umożliwiający wyznaczenie siły działającej na oponę na kierunku normalnym do powierzchni jej styku z podłożem.

Zgodnie z przyjętymi założeniami na początku niniejszego rozdziału, w opisywanym modelu kontaktu stosowanym w pracy zakłada się, że podłoże jest sztywne, czyli nie odkształca się pod wpływem działających na nie sił, natomiast odkształcalne są elementy efektorów (opon) mających kontakt z podłożem. Ponadto, zakłada się, że obszar styku jest płaski i występuje tylko jeden obszar styku, co przyjmuje się w większości prac dotyczących modelowania współpracy opony z podłożem ze względu na to, że jest to sytuacja typowa.

Jeśli przedmiotem badań byłoby pokonywanie przeszkód terenowych (typu krawężnik), należałoby przyjąć bardziej złożony model kontaktu opony z podłożem uwzględniający wielopunktowy styk. Aby uwzględnić podatność podłoża, można zastosować model opracowany w [19] lub w pracach z zakresu terramechaniki.

¹ Szacunkowe wartości uzyskane w wyniku własnych badań doświadczalnych.

² Wartość współczynnika przyjęta w niniejszej pracy.

W przypadku koła jeźdnego robota mobilnego deformacja promieniowa opony Δr_i wyznaczana jest na podstawie znanej geometrii podłoża, promienia nieodkształconej opony r_i , pozycji środka geometrycznego opony oraz jej orientacji względem nieruchomego układu odniesienia.

W przypadku poziomego podłoża oraz niewielkiego przechylenia/pochylenia robota i kół jeźdnych, deformację i -tego koła jeźdnego można wyznaczyć ze wzoru:

$$\Delta r_i = \max(\text{gh}({}^0x_{Ai}, {}^0y_{Ai}) + r_i - {}^0z_{Ai}, 0), \quad (3.2)$$

gdzie: r_i – promień nieodkształconej opony i -tego koła jeźdnego, ${}^0z_{Ai}$ – pionowa współrzędna środka geometrycznego tego koła w nieruchomym układzie odniesienia, $\text{gh}({}^0x_{Ai}, {}^0y_{Ai})$ – funkcja wyznaczająca wysokość podłoża, tj. wysokość nad płaszczyzną Oxy układu nieruchomego, dla zadanych współrzędnych ${}^0x_{Ai}$, ${}^0y_{Ai}$.

Deformacja opony wyznaczana jest w środku obszaru styku opony z podłożem. Musi ona być nieujemna, dlatego stosuje się dodatkową funkcję $\max(\bullet, 0)$. Na podstawie znanej deformacji promieniowej opony wyznaczana jest wartość składowej normalnej siły reakcji podłoża w miejscu kontaktu.

W przypadku niewielkiego przechylenia/pochylenia robota i podłoża, składową normalną siły reakcji podłoża w układzie związanym z miejscem kontaktu można wyznaczyć z zależności:

$${}^T F_z = k_{ri} \Delta r_i^{e_{ri}} + c_{ri} \text{sgn}(\Delta r_i) \Delta \dot{r}_i, \quad \Delta \dot{r}_i = \frac{d}{dt} \Delta r_i, \quad (3.3)$$

gdzie: k_{ri} – współczynnik sztywności promieniowej opony, c_{ri} – współczynnik tłumienia promieniowej opony, e_{ri} – wykładnik potęgi określający nieliniowość charakterystyki sztywności promieniowej opony (ang. *force exponent*) [142], $\Delta \dot{r}_i$ – prędkość zmian deformacji promieniowej opony, $\text{sgn}(\bullet)$ – funkcja określająca znak argumentu.

W przypadku niewielkiego przechylenia/pochylenia robota i podłoża przyjmuje się, że ${}^O F_{Tiz} \approx {}^T F_z$, czyli składowa siły reakcji normalna do podłoża ma tę samą wartość wyrażoną w nieruchomym układzie odniesienia i układzie związanym z kontaktem koła jeźdnego z podłożem.

Jeżeli znana jest charakterystyka sztywności opony, składową normalną siły reakcji podłoża w układzie związanym z miejscem kontaktu można określić ze wzoru:

$${}^T F_z = f_{kri}(\Delta r_i) + c_{ri} \text{sgn}(\Delta r_i) \Delta \dot{r}_i, \quad \Delta \dot{r}_i = \frac{d}{dt} \Delta r_i, \quad (3.4)$$

w której f_{kri} jest funkcją opisującą charakterystykę sztywności i -tej opony.

Charakterystykę tego typu otrzymano w wyniku badań empirycznych opon zastosowanych w robocie SCOUT, który jest analizowany w niniejszej pracy (podrozdział 4.1.2). Badania te były realizowane w ramach pracy dyplomowej [231] pod kierunkiem autora niniejszego opracowania.

Z przeprowadzonych badań doświadczalnych wynika, że charakterystykę sztywności opony można bardzo dobrze opisać za pomocą wielomianu czwartego stopnia ze względu na deformację promieniową opony, tj. za pomocą funkcji:

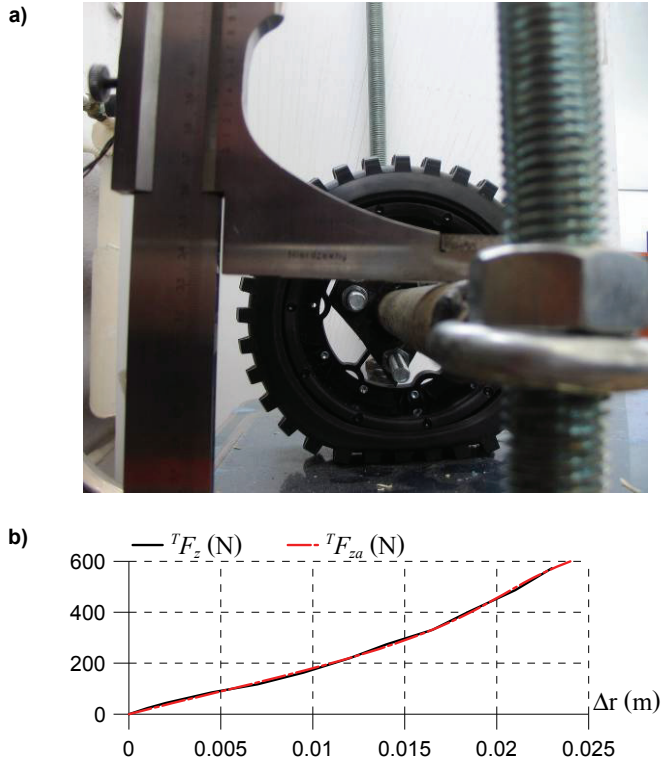
$$f_{kri} = \sum_{j=0}^4 k_{ri,j} \Delta r_i^j, \quad (3.5)$$

gdzie: $k_{ri,j}$ – współczynniki wielomianu.

Badania zostały przeprowadzone z użyciem wagi cyfrowej, która umożliwiła wyznaczenie działającej na oponę siły normalnej ${}^{Ti}F_z$ i wysokościomierza suwmiarkowego, za pomocą którego zmierzono deformację promieniową opony Δr_i .

Badana opona była oponą niepneumatyczną i istotnie różniła się od opon samochodowych pod względem geometrii, konstrukcji i rodzaju użytych materiałów. Opona miała średnicę zewnętrzną $d_i = 0,193$ m oraz szerokość $w_i = 0,072$ m. Zewnętrzna część opony była jednorodna i wykonana z witonu. We wnętrzu znajdowało się wypełnienie w postaci pianki.

Stanowisko badawcze i uzyskaną w wyniku badań charakterystykę sztywności promieniowej opony przedstawiono na rys. 3.3a. Natomiast na rys. 3.3b zilustrowano zarówno charakterystykę ${}^{Ti}F_z(\Delta r_i)$ uzyskaną w wyniku pomiaru, jak i charakterystykę ${}^{Ti}F_{zd}(\Delta r_i)$ wynikającą z aproksymacji tej charakterystyki.



Rys. 3.3. Badania doświadczalne opony robota SCOUT: wyznaczenie charakterystyki sztywności promieniowej opony na stanowisku badawczym (a), otrzymana charakterystyka i jej przybliżenie za pomocą wielomianu czwartego stopnia (b)

W wyniku aproksymacji uzyskano funkcję opisującą zmianę siły normalnej ${}^{Ti}F_z$ w zależności od deformacji promieniowej Δr_i w postaci:

$${}^{Ti}F_{za} = 2,66 \cdot 10^{-13} (\Delta r_i)^4 - 2,93 \cdot 10^{-10} (\Delta r_i)^3 + 5,83 \cdot 10^{-8} (\Delta r_i)^2 + 5,29 \cdot 10^{-5} \Delta r_i. \quad (3.6)$$

Z uzyskanego przebiegu ${}^{Ti}F_z(\Delta r_i)$ widać, że charakterystyka ta może być także aproksymowana w zakresie ${}^{Ti}F_z$ od 0 N do 200 N za pomocą linii prostej, dla której $k_{ri} = 18\,197$ N/m.

Otrzymane wyniki badań empirycznych wykorzystano na etapie badań symulacyjnych (podrozdział 5.2), w których dla uproszczenia założono liniową charakterystykę sztywności promieniowej opony i wypełnienia, przyjmując współczynnik $k_{ri} = 20\,000$ N/m.

W badaniach symulacyjnych dla typowych opon samochodowych zazwyczaj przyjmuje się współczynnik tłumienia promieniowego opony c_{ri} (Ns/m) o dwa rzędy mniejszy w stosunku do współczynnika sztywności promieniowej k_{ri} (N/m) przy założeniu liniowej charakterystyki sztywności.

Przez analogię do charakterystyki sztywności, w miejsce liniowej charakterystyki tłumienia opony można wprowadzić charakterystykę nieliniową wynikającą z badań doświadczalnych opony.

3.3. Model opony

W pracy zostaną zaprezentowane wyniki badań modelu współpracy opon robotów mobilnych z podłożem, bazującego na tzw. zależności „Magic Formula” opracowanej przez H.B. Pacejkę. Należy podkreślić, że na ruch robotów mobilnych, mają także wpływ inne zjawiska fizyczne, jak drgania mechaniczne [76]. Zagadnienie to nie jest jednak analizowane w niniejszej pracy.

3.3.1. Poślizg wzdłużny i poprzeczny

W przypadku modelowania charakterystyk opon konieczne jest wprowadzenie pojęcia poślizgu wzdłużnego i poprzecznego. W literaturze można spotkać różne konwencje dotyczące poślizgu wzdłużnego (nazywany też poślizgiem obwodowym [7]), m.in. w postaci [14, 62, 155, 224, 235]:

$$\lambda_i = \frac{r_{di} \dot{\theta}_i}{{}^{Ai}v_x^O} - 1, \quad \lambda_i = 1 - \frac{{}^{Ai}v_x^O}{r_{di} \dot{\theta}_i}, \quad \lambda_i = \frac{{}^{Ai}v_x^O - r_{ei} \dot{\theta}_i}{r_{ei} \dot{\theta}_i}, \quad \lambda_i = \frac{\dot{\theta}_i - \dot{\theta}_i^*}{\max(\dot{\theta}_i, \dot{\theta}_i^*)}, \quad (3.7)$$

gdzie: $\dot{\theta}_i$ – prędkość kątowa obrotu własnego i -tego koła, $\dot{\theta}_i^* = {}^{Ai}v_x^O / r_{di}$ – prędkość kątowa, jaką ma ogumione koło jezdne toczące się bez poślizgu wzdłużnego z prędkością wzdłużną środka geometrycznego równą ${}^{Ai}v_x^O$, $r_{di} = r_i - \Delta z_i$ – promień toczącego się (odkształconego) koła, $r_{ei} = {}^{Ai}v_x^O / \dot{\theta}_i$ – tzw. promień efektywny toczenia.

Promień toczącego się koła r_{di} uwzględnia deformację opony. Gdy jest ona niewielka można przyjąć, że $r_{di} = r_i$.

Niezależnie od zastosowanego wzoru, zarówno poślizg wzdłużny jak i poprzeczny są wyrażane jako iloraz prędkości poślizgu i prędkości obwodowej koła jezdne lub składowej wzdłużnej prędkości środka geometrycznego koła, czyli:

$$\kappa_{xi} = \lambda_i = \frac{{}^{Ai}v_{sx}^O}{{}^{Ai}v_x^O, v_{oi}}, \quad \kappa_{yi} = \frac{{}^{Ai}v_{sy}^O}{{}^{Ai}v_x^O, v_{oi}}, \quad (3.8)$$

przy czym prędkość poślizgu na kierunku wzdłużnym i poprzecznym określane są z zależności:

$${}^{Ai}v_{sx}^O = {}^{Ai}v_x^O - v_{oi}, \quad {}^{Ai}v_{sy}^O = {}^{Ai}v_y^O, \quad (3.9)$$

a prędkość obwodowa jako:

$$v_{oi} = \dot{\theta}_i r_i, \quad (3.10)$$

gdzie: ${}^{Ai}v_x^O$ i ${}^{Ai}v_y^O$ to odpowiednio składowa wzdłużna i poprzeczna prędkości środka geometrycznego koła jezdnego.

Wyznaczone z zależności (3.9) prędkości poślizgu są słuszne w przypadku odpowiednio dużej sztywności wzdłużnej i poprzecznej opony. Wartość poślizgu podaje się w przedziale $(-1, 1)$ lub alternatywnie $(-100\%, 100\%)$.

Należy zauważyć, że wybór zależności na poślizg jest kluczowy i podyktowany tym, czy analizuje się toczenie koła jezdnego pod wpływem momentu napędowego czy też jest ono hamowane lub jest swobodne. W przypadku napędzanego koła jezdnego korzystnie jest odnieść prędkość poślizgu do prędkości obwodowej tego koła v_{oi} , natomiast gdy jest ono hamowane lub swobodne, odnieść do prędkości wzdłużnej jego środka geometrycznego.

Ze względu na to, że w pracy będzie analizowany ruch mobilnych robotów kołowych w pełnym zakresie poślizgu, dlatego przyjęta do badań definicja poślizgu powinna uwzględniać wszystkie możliwe przypadki ruchu, a także jego brak. W związku z tym w ramach pracy opracowano definicję poślizgu, w której wyróżnikiem tego czy koło jezdne jest napędzane czy też hamowane lub swobodne jest wartość momentu napędowego τ_{iy} . W przypadku robota mobilnego wartość ta zakładana jest jako znana. W zależności bierze się także pod uwagę przypadek koła nieruchomego. Poślizg dla i -tego koła jezdnego w przypadku złożonego ruchu do przodu definiuje się zatem w postaci:

$$\lambda_i = \kappa_{xi} = \begin{cases} -1 & \text{dla } \tau_{iy} \geq 0 \text{ i } {}^{Ai}v_x^O \neq 0 \text{ i } v_{oi} = 0 \\ {}^{Ai}v_{sx}^O / {}^{Ai}v_x^O & \text{dla } \tau_{iy} < 0 \text{ i } {}^{Ai}v_x^O \neq 0 \\ 0 & \text{dla } {}^{Ai}v_x^O = 0 \text{ i } v_{oi} = 0 \\ {}^{Ai}v_{sx}^O / v_{oi} & \text{dla } \tau_{iy} \geq 0 \text{ i } v_{oi} \neq 0 \\ 1 & \text{dla } \tau_{iy} < 0 \text{ i } {}^{Ai}v_x^O = 0 \text{ i } v_{oi} \neq 0 \end{cases} \quad (3.11)$$

gdzie $\kappa_{xi} = \lambda_i$.

Kolejne zależności układu (3.11) odpowiadają następującym przypadkom:

- koło przemieszcza się bez obracania (np. koło jest zablokowane przy hamowaniu),
- koło jest hamowane,
- koło jest nieruchome lub toczy się bez poślizgu,
- koło jest napędzane,

- koło obraca się w miejscu (tzw. buksowanie).

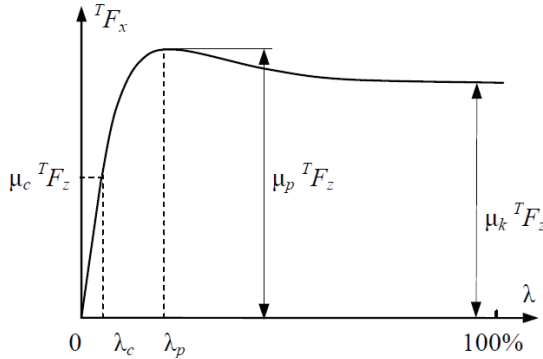
W przypadku ruchu koła jeźdnego do tyłu obowiązuje analogiczna zależność, przy czym zmieniają się na przeciwne znaki v_{oi} , ${}^{Ai}v_x^O$ i τ_{iy} oraz znaki nierówności.

Charakterystyczne przypadki toczenia się koła jeźdnego i odpowiadające im wartości poślizgu wzdłużnego zebrano w tab. 3.2 [7].

Tab. 3.2. Przypadki toczenia się koła jeźdnego [7]

Koło jezdne toczące się swobodnie	Koło jezdne napędzane ($\tau_{iy} > 0$)		Koło jezdne hamowane ($\tau_{iy} < 0$)	
bez poślizgu $\kappa_{xi} = 0$	z poślizgiem $0 < \kappa_{xi} < 1$	z poślizgiem $\kappa_{xi} = 1$	z poślizgiem $0 > \kappa_{xi} > -1$	z poślizgiem $\kappa_{xi} = -1$
${}^{Ai}v_x^O = \dot{\theta}_i r_{di}$	${}^{Ai}v_{sx}^O < \dot{\theta}_i r_{di}$	${}^{Ai}v_{sx}^O = 0$	${}^{Ai}v_{sx}^O > \dot{\theta}_i r_{di}$	$\dot{\theta}_i = 0$
${}^{Ai}v_{sx}^O = 0$	${}^{Ai}v_{sx}^O = {}^{Ai}v_x^O - \dot{\theta}_i r_{di}$ $\kappa_{xi} = {}^{Ai}v_{sx}^O / \dot{\theta}_i r_{di}$	${}^{Ai}v_{sx}^O = -\dot{\theta}_i r_{di}$	${}^{Ai}v_{sx}^O = {}^{Ai}v_x^O - \dot{\theta}_i r_{di}$ $\kappa_{xi} = {}^{Ai}v_{sx}^O / {}^{Ai}v_x^O$	${}^{Ai}v_{sx}^O = {}^{Ai}v_x^O$

Wpływ poślizgu wzdłużnego na siłę wzdłużną (aktualną wartość współczynnika przyczepności μ_{ix}) zilustrowano na rys. 3.4.



Rys. 3.4. Wpływ poślizgu wzdłużnego po siłę wzdłużną [235]

Z pokazanego przebiegu widać, że siła wzdłużna jest równa 0 dla zerowego poślizgu wzdłużnego. Wynika stąd wniosek, że wystąpienie poślizgu wzdłużnego jest warunkiem koniecznym zaistnienia toczenia się koła jeźdnego, gdy znajduje się ono na poziomym podłożu, gdyż aby rozpoczął się ruch na koło jezdne musi zadziałać siła wzdłużna. Odmienna sytuacja może być w przypadku, gdy robot znajduje się

na równi pochyłej, kiedy to ruch robota może wywołać siła ciężkości. W trakcie ruchu ustalonego, jak zauważono w pracy [155], gdy koło jezdne nie jest obciążone momentem napędowym lub hamującym wówczas poślizg wzdłużny może także być równy 0. Ponieważ w praktyce w parze kinematycznej w trakcie ruchu będą występowały także siły tarcia, sytuacja taka wystąpi w przypadku, gdy suma momentów napędowych, hamujących i tarcia w parach kinematycznych będzie równa 0. Dodatkowe opory ruchu, które mają w tym przypadku znaczenie, związane są z zespołami napędowymi, w tym z przekładniami.

W ramach prac związanych z modelowaniem współpracy opony z podłożem, np. w [163], przybliżona wartość aktualnego współczynnika przyczepności μ_{ix} wyliczana jest z modelu Kiencke'a [118]:

$$\mu_{ix} = \frac{2\mu_p \lambda_p \lambda_i}{\lambda_p^2 + \lambda_i^2}, \quad (3.12)$$

na podstawie którego wyznaczana jest wartość siły wzdłużnej jako:

$${}^T F_{ix} = \mu_{ix} {}^T F_{iz}, \quad (3.13)$$

gdzie λ_p oznacza wartość poślizgu wzdłużnego odpowiadającą współczynnikowi przyczepności przyłgowej μ_p (rys. 3.4).

Model Kiencke'a ma jednak tę wadę, że wartość współczynnika przyczepności jest zbyt niska dla dużych wartości poślizgu, tj. dobrze odwzorowuje on zależność $\mu_{ix}(\lambda_i)$ dla wartości λ_i w zakresie $-\lambda_p \leq \lambda_i \leq \lambda_p$.

Z wyników badań doświadczalnych dla opon pojazdów samochodowych wynika także, że współczynnik przyczepności μ_{ix} dla opony i podłoża zmienia się praktycznie liniowo w zakresie $-\mu_p/2 \leq \mu_{ix} \leq \mu_p/2$, co występuje dla odpowiadającego jemu zakresowi poślizgu wzdłużnego $-\lambda_c \leq \lambda_i \leq \lambda_c$ (rys. 3.4) [235]. W takim przypadku można skorzystać ze wzoru:

$$\mu_{ix} = \frac{\mu_c}{\lambda_c} \lambda_i, \quad (3.14)$$

gdzie: $\mu_c = \mu_p/2$, $-\lambda_c \leq \lambda_i \leq \lambda_c$.

Zgodnie z [88, 234] i innymi źródłami, wartość siły wzdłużnej zależy od tzw. przyczepności opony, czyli zdolności powierzchni opony pojazdu do przylegania do podłoża. Według zasad mechaniki klasycznej siła tarcia zależy od współczynnika tarcia pomiędzy współpracującymi powierzchniami oraz od siły reakcji normalnej. O wartości tej nie decyduje wielkość powierzchni przylegania. Pogląd ten nie uwzględnia jednak własności opony, gdyż nie stanowi ona bryły sztywnej i jej elastyczność determinuje inny charakter styku z podłożem. Klasyczne opieranie się przy określaniu zjawisk zachodzących na styku opona-jezdni na współczynniku tarcia jest niewystarczające i niepełne. Z tego względu wprowadza się współczynniki przyczepności przyłgowej i poślizgowej.

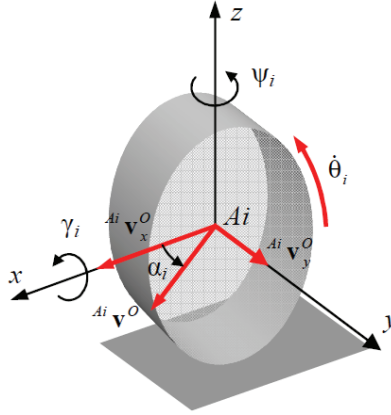
Największa wartość siły wzdłużnej występuje dla poślizgu wzdłużnego wynoszącego około 10–20 % [235]. Odpowiada ona iloczynowi siły normalnej i wartości współczynnika przyczepności przyłgowej μ_p . Z kolei wartość siły wzdłużnej dla maksymalnego poślizgu wzdłużnego stanowi iloczyn siły normalnej i współczynni-

ka przyczepności poślizgowej, który jest równoważny współczynnikowi tarcia kinetycznego, dlatego dla obu stosuje się wspólne oznaczenie μ_k .

Poślizg poprzeczny jest określany za pomocą współczynnika poślizgu poprzecznego, który wyraża stosunek prędkości poprzecznej do prędkości wzdłużnej środka geometrycznego koła jezdnego. Pomiedzy wektorem prędkości środka geometrycznego koła jezdnego, a płaszczyzną tego koła wprowadza się tzw. kąt poprzecznego znoszenia α_i (rys. 3.5). Kąt ten (dla osi układu odniesienia przyjętych wg tzw. konwencji ISO [155]) jest obliczany w niniejszej pracy wg zależności:

$$\alpha_i = \begin{cases} 0 & \text{dla } {}^{Ai}v_y^O = 0, \\ \arctg 2({}^{Ai}v_y^O, |{}^{Ai}v_x^O|) & \text{dla } |{}^{Ai}v_x^O| > 0. \end{cases} \quad (3.15)$$

Należy zauważyć, że w powyższej zależności w mianowniku brana jest pod uwagę wartość bezwzględna prędkości wzdłużnej ${}^{Ai}v_x^O$, gdyż w ogólnym przypadku kąt poprzecznego znoszenia α_i może być większy od $\pm\pi/2$.



Rys. 3.5. Konwencja opisu wielkości kinematycznych modelu koła

Fakt ten nie jest zazwyczaj uwzględniany w literaturze, w której typowo podaje się zależność na tangens tego kąta w postaci [155, 235]:

$$\text{tg}(\alpha_i) = {}^{Ai}v_y^O / {}^{Ai}v_x^O. \quad (3.16)$$

Standardowa zależność nie obowiązuje dla przypadku, gdy ${}^{Ai}v_x^O < 0$. Sytuacja taka jest nietypowa dla pojazdów samochodowych, natomiast występuje w przypadku obracania analizowanego w pracy robota SCOUT wokół osi pionowej (podrozdział 7.4). Jeśli wartość składowej prędkości ${}^{Ai}v_x^O = 0$, tangens kąta α_i jest równy zero (unikana jest osobliwość typowego równania, związanej z dzieleniem przez zero).

W celu obliczenia kąta określającego kierunek prędkości ślizgania wprowadza się w pracy zależność:

$$\beta_i = \begin{cases} 0 & \text{dla } {}^{Ai}\mathbf{v}_{sy}^O = 0, \\ \arctg 2({}^{Ai}\mathbf{v}_{sy}^O, |{}^{Ai}\mathbf{v}_{sx}^O|) & \text{dla } |{}^{Ai}\mathbf{v}_{sx}^O| > 0, \end{cases} \quad (3.17)$$

który umożliwia wyznaczenie tego kąta w pełnym przedziale.

3.3.2. Model opony H.B. Pacejki

Do badań symulacyjnych został wybrany model opony bazujący na zależności „Magic Formula” H.B. Pacejki [13] ze względu na prostotę jego implementacji i weryfikacji. Model ten zostanie zastosowany dla przypadku ruchu robota po poziomym podłożu. Jest on dedykowany do wsparcia testów jazdy pojazdów samochodowych i projektowania układów sterowania [6].

W celu wyznaczenia składowej wzdłużnej i poprzecznej siły w miejscu kontaktu opony z podłożem, czyli ${}^{Ti}F_x$ i ${}^{Ti}F_y$, oraz momentu stabilizującego ${}^{Ti}T_z$ (ang. *self-aligning torque*) korzysta się z zależności „Magic Formula”, która została opracowana na podstawie badań empirycznych przeprowadzonych dla opon samochodowych. Wielkości te wyznacza się na podstawie wartości poślizgu wzdłużnego λ_i , kąta poprzecznego znoszenia α_i , maksymalnej wartości współczynnika przyczepności przyłgowej μ_p , składowej normalnej siły reakcji podłoża w miejscu kontaktu ${}^{Ti}F_z$ oraz kąta przechylenia koła γ_i (ang. *camber angle*). Zależności „Magic Formula” [155, 235] definiuje się w następujący sposób:

$$x_l = X_l + S_{hl}, \quad X_l = \{\lambda_i, \alpha_i, \alpha_i\}, \quad (3.18)$$

$$y_l = D_l \sin[C_l \arctg(B_l x_l - E_l(B_l x_l - \arctg(B_l x_l)))] \quad (3.19)$$

$$Y_l = y_l + S_{vl}, \quad Y_l = \{{}^{Ti}F_x, -{}^{Ti}F_y, -{}^{Ti}T_z\}, \quad (3.20)$$

gdzie: $l = \{x, y, z\}$, a współczynniki B_l , C_l , D_l , S_{hl} , S_{vl} są obliczane wg [155, 235] w następujący sposób:

$$D_x = D_y = 1000\mu_{pi} {}^{Ti}F_z, \quad D_z = a_{1z}({}^{Ti}F_z)^2 + a_{2z} {}^{Ti}F_z, \quad (3.21)$$

$$BCD_{x,z} = \frac{a_{3x,z}({}^{Ti}F_z)^2 + a_{4x,z} {}^{Ti}F_z}{e^{a_{5x,z} {}^{Ti}F_z}}, \quad BCD_y = a_{3y} \sin[a_{4y} \arctg(a_{5y} {}^{Ti}F_z)], \quad (3.22)$$

$$C_x = 1,65, \quad C_y = 1,50^3, \quad C_z = 2,40, \quad (3.23)$$

$$B_l = (1 - a_{12l}|\gamma_i|)BCD_l/C_l D_l, \quad E_l = \frac{a_{6l}({}^{Ti}F_z)^2 + a_{7l} {}^{Ti}F_z + a_{8l}}{1 - a_{13l}|\gamma_i|}, \quad (3.24)$$

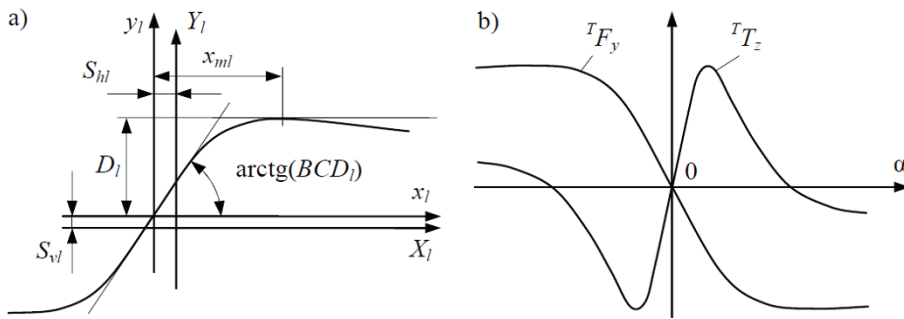
$$S_{vl} = [a_{10l}({}^{Ti}F_z)^2 + a_{11l} {}^{Ti}F_z] \gamma_i. \quad (3.25)$$

³ Wartość współczynnika przyjęta w niniejszej pracy. W literaturze zazwyczaj przyjmuje się $C_y = 1,3$.

Kolejność argumentów Y_l w równaniu (3.20) odpowiada kolejności argumentów X_l w równaniu (3.18) i jednocześnie wynika z kolejności współrzędnych l .

W pracy przyjęto wartość współczynnika $C_y = 1,50$ w celu lepszego dopasowanie charakterystyki ${}^{Ti}F_y(\alpha_i)$ dla dużych wartości kąta α_i . Typowa wartość tego współczynnika wynosi $C_y = 1,30$ i sprawdza się bardzo dobrze w węższych przedziałach kąta α_i (tj. dla mniejszych bezwzględnych wartości tego kąta).

Zmiana znaków dla ${}^{Ti}F_y$ i ${}^{Ti}T_z$ w stosunku do zależności podanych w [155, 235] wynika z przyjęcia układu odniesienia zgodnego z konwencją ISO. Wartość ${}^{Ti}F_z$ wstawia się do powyższych wzorów w (kN), a kąt γ_i w ($^\circ$). Na rys. 3.6a przedstawiono graficzną ilustrację zależności „Magic Formula”, a na rys. 3.6b przebiegi ${}^{Ti}F_y(\alpha_i)$ i ${}^{Ti}T_z(\alpha_i)$ dla konwencji ISO.



Rys. 3.6. Ilustracja graficzna zależności „Magic Formula” [155, 235] (a) oraz przebiegi ${}^{Ti}F_y(\alpha)$ i ${}^{Ti}T_z(\alpha)$ z uwzględnieniem znaków tych wielkości wg konwencji ISO (b)

Występujące w równaniach wielkości mają następującą interpretację: B_l – współczynnik sztywności (ang. *stiffness factor*), C_l – współczynnik kształtu (ang. *shape factor*), D_l – wartość maksymalna (ang. *peak value*), E_l – współczynnik krzywizny (ang. *curvature factor*), S_{hl} – przesunięcie poziome (ang. *horizontal shift*), S_{vl} – przesunięcie pionowe (ang. *vertical shift*). Wartości współczynników a_1 – a_{13} zaczerpnięte z [235] zestawiono w tab. 3.3.

Tab. 3.3. Współczynniki w zależnościach „Magic Formula” [235]

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8
${}^{Ti}F_x$ (N)	–21,300	1144,00	40,90	226,00	0,069	–0,006	0,056	0,850 ⁴
${}^{Ti}F_y$ (N)	–22,100	1011,00	1078,00	5,46 ⁵	0,208	0,000	–0,354	0,707
${}^{Ti}T_z$ (Nm)	–2,720	–2,28	–1,86	–2,73	0,110	–0,070	0,643	–4,040

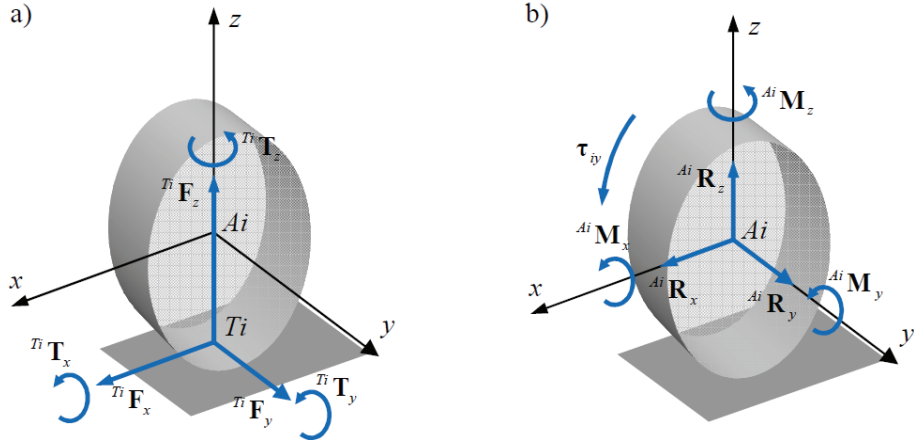
	a_9	a_{10}	a_{11}	a_{12}	a_{13}
${}^{Ti}F_y$ (N)	0,028	0,000	14,800	0,022	0,000
${}^{Ti}T_z$ (Nm)	0,015	–0,066	0,945	0,030	0,070

⁴ Przyjęta wartość współczynnika, w literaturze wynosi zazwyczaj 0,486.

⁵ Przyjęta wartość współczynnika, w literaturze wynosi zazwyczaj 1,82.

Niektóre wartości współczynników a_1 – a_{13} zmieniono w celu lepszego dopasowania przebiegów ${}^{Ti}F_x(\lambda_i)$ i ${}^{Ti}F_y(\alpha_i)$ w końcowych zakresach odpowiednio λ_i oraz α_i . Standardowe wartości tych współczynników zapewniają dobre dopasowanie przebiegów ${}^{Ti}F_x(\lambda_i)$ i ${}^{Ti}F_y(\alpha_i)$ do przebiegów rzeczywistych w wąskim przedziale wartości odpowiednio λ_i oraz α_i .

Niezależnie od wyboru modelu opony na koło jezdne działają siły i momenty sił związane z kontaktem opony z podłożem oraz z zamocowaniem koła do platformy mobilnej (rys. 3.7)



Rys. 3.7. Ilustracja sił i momentów sił związanych z kontaktem opony z podłożem (a), siły i momenty sił reakcji w miejscu zamocowania koła do platformy mobilnej (b)

W modelach opon pominięto wpływ momentu przechyłającego (ang. *overturning moment*). Wpływ tego momentu na dynamikę koła jeznego będzie analizowany w ramach dalszych prac badawczych autora.

Na toczenie się koła jeznego ma wpływ moment oporów toczenia (ang. *rolling resistance moment*), który wyznacza się z zależności:

$${}^{Ti}T_y = -{}^{Ti}F_z r_i f_{ri} \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_i), \quad (3.26)$$

gdzie: f_{ri} – współczynnik oporów toczenia.

Moment oporów toczenia związany jest z odkształceniem opony, a niekiedy również z nierównościami i odkształceniem podłoża. Współczynnik oporów toczenia zależy od rodzaju i gładkości podłoża oraz od kwadratu prędkości [235]. Z uwagi na niewielkie prędkości, z jakimi poruszają się analizowane roboty, przyjmuje się stałe wartości tego współczynnika.

Moment stabilizujący ${}^{Ti}M_z$ wynika z faktu, że działająca na koło ogumione siła ${}^{Ti}F_y$ jest przemieszczona na kierunku osi x w stosunku do położenia osi symetrii (i zarazem osi obrotu własnego) koła jeznego.

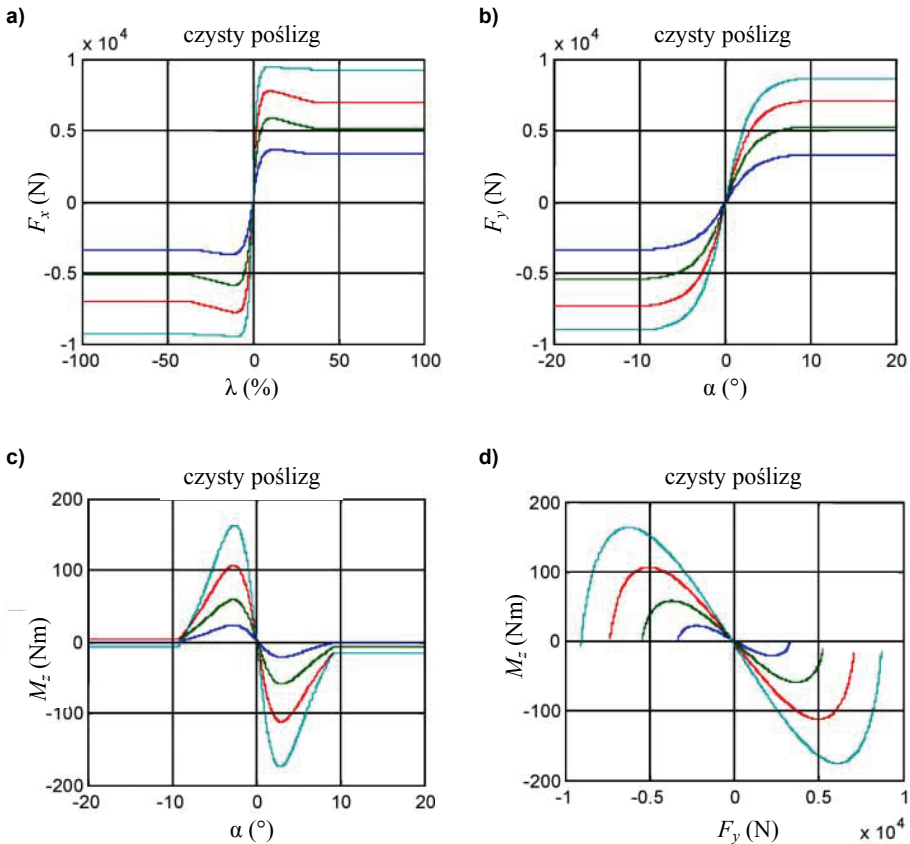
Ponieważ wielkości ${}^{Ti}F_x$, ${}^{Ti}F_y$ i ${}^{Ti}T_z$ wyznaczone w modelu opony bazującym na zależności „Magic Formula”, są funkcją poślizgu wzdłużnego, kąta poprzecznego

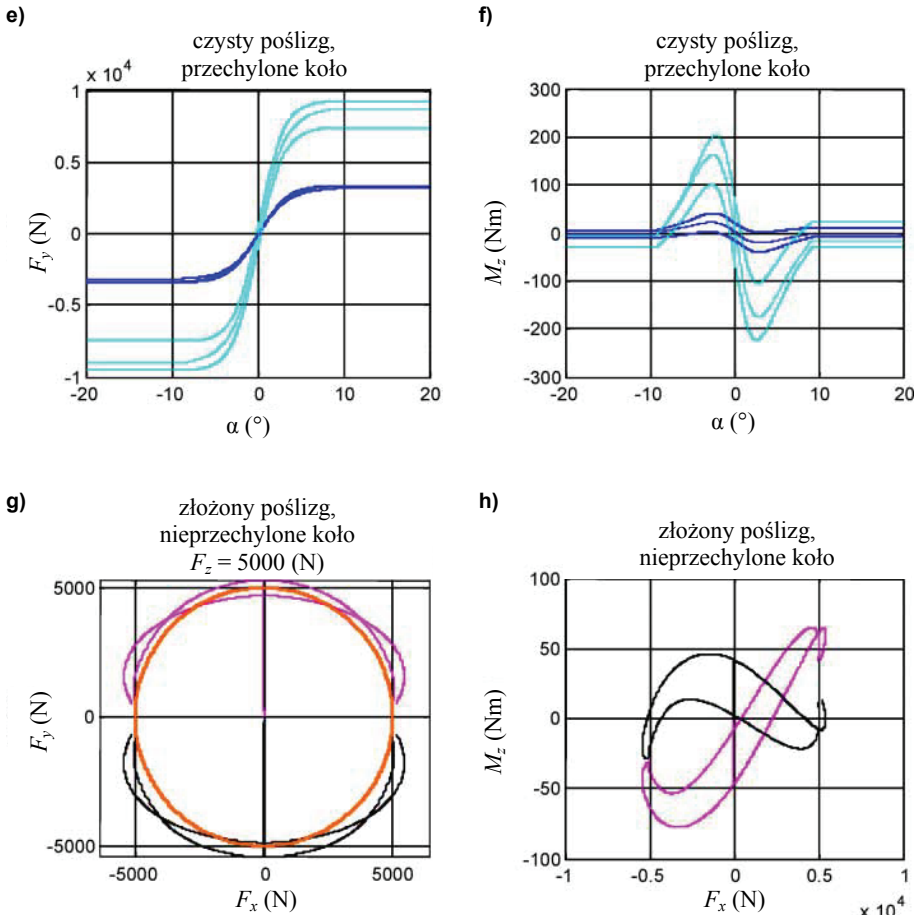
znoszenia, kąta przechylenia koła oraz jego obciążenia, dlatego taki model nie zawsze będzie dobrze działał np. w przypadku, gdy robot będzie znajdował się na nachylonym terenie. Wówczas bardziej korzystne będzie zastosowanie modelu szotkowskiego opony.

3.3.3. Zbiór charakterystyk modelu opony

Właściwości modelu opony mogą być jednoznacznie scharakteryzowane za pomocą zbioru charakterystyk – tzw. „odcisku palca” modelu opony (ang. *tire fingerprint*) [173], czyli unikalnego dla danego modelu opony zestawu charakterystyk: ${}^{Ti}F_x(\lambda_i)$, ${}^{Ti}F_y(\alpha_i)$, ${}^{Ti}M_z(\alpha_i)$, ${}^{Ti}M_z({}^{Ti}F_y)$, ${}^{Ti}F_y({}^{Ti}F_x)$, ${}^{Ti}M_z({}^{Ti}F_x)$. Część z tych charakterystyk jest sporządzana dla różnego obciążenia koła, część dla różnego kąta przechylenia koła (ang. *camber angle*), a pozostałe dla różnych kątów poprzecznego znoszenia.

Przykład tzw. „odcisku palca” modelu opony przedstawiono na rys. 3.8 [173]. Widoczne na rysunku charakterystyki zostały wygenerowane w oparciu o zależność „Magic Formula” H.B. Paneyki [155]. Generując je ustawiono ograniczenia na wielkości wejściowe, więc w niektórych miejscach charakterystyki te są błędne (są nimi poziome linie na rys. 3.8a, c, f), co skomentowano szczegółowo w pracy [173].





Rys. 3.8. Przykładowy zbiór charakterystyk modelu opony – tzw. „odcisku palca” modelu opony [173]

Charakterystyki widoczne na rys. 3.8a–d dotyczą obciążenia koła w zakresie 3000–9000 N, na rys. 3.8e–f zostały sporządzone dla kątów przechylenia koła w zakresie od -5° do 5° , zaś pokazane na rys. 3.8g–h dla kątów w przedziale od $-12,5^\circ$ do $12,5^\circ$. Porównując charakterystyki dla modelu opony z charakterystykami uzyskanymi z badań doświadczalnych można zauważyć, gdzie występują największe różnice.

3.4. Model koła jezdnego

Przez model koła jezdznego rozumie się model umożliwiający wyznaczenie momentów napędowych dla zadanych parametrów ruchu w parach kinematycznych (występujących pomiędzy kołami jezdными i platformą mobilną) lub momentów napę-

dowych niezbędnych do realizacji założonego ruchu w tych parach kinematycznych (zależnie od rozwiązywanego zadania dynamiki).

Siły i momenty sił są ostatecznie redukowane do umownego punktu zamocowania koła jezdnego do platformy mobilnej, który oznacza się dla i -tego koła jezdnego jako Ai . Otrzymuje się więc:

$${}^{Ai}\mathbf{F} = {}^{Ti}\mathbf{F}, \quad {}^{Ai}\mathbf{T} = {}^{Ai}\mathbf{r}_{Ti} \times {}^{Ti}\mathbf{F} + {}^{Ti}\mathbf{T}. \quad (3.27)$$

Dynamiczne równania ruchu koła robota, traktowanego jako ciało sztywne, w układzie odniesienia $\{Ai\}$ (związany z miejscem zamocowania i -tego koła do platformy mobilnej) można zapisać w postaci:

$$m_i {}^{Ai}\ddot{\mathbf{r}}_{CM}^O = {}^{Ai}\mathbf{F} + {}^{Ai}\mathbf{R}^{(i)} + m_i {}^{Ai}\mathbf{g}, \quad (3.28)$$

$$\mathbf{I}_i \left({}^{Ai}\ddot{\boldsymbol{\theta}}^R + {}^R\ddot{\boldsymbol{\phi}}_0^O \right) + \left({}^{Ai}\dot{\boldsymbol{\theta}}^R + {}^R\dot{\boldsymbol{\phi}}_0^O \right) \times \mathbf{I}_i \left({}^{Ai}\dot{\boldsymbol{\theta}}^R + {}^R\dot{\boldsymbol{\phi}}_0^O \right) = {}^{Ai}\mathbf{T} + {}^{Ai}\mathbf{M}^{(i)} + {}^{Ai}\boldsymbol{\tau}^{(i)}, \quad (3.29)$$

gdzie: m_i , $\mathbf{I}_i$ – masa i tensor bezwładności koła jezdnego, ${}^{Ai}\ddot{\mathbf{r}}_{CM}^O$ – wektor przyspieszenia środka masy tego koła, ${}^{Ai}\mathbf{F}$ – wektor sił w miejscu kontaktu, ${}^{Ai}\mathbf{T}$ – wektor momentu sił pochodzący od sił i momentów sił w miejscu kontaktu, ${}^{Ai}\mathbf{R}^{(i)}$, ${}^{Ai}\mathbf{M}^{(i)}$ – wektory siły i momentu siły reakcji wewnętrznych, działających na koło w miejscu jego zamocowania do platformy mobilnej, ${}^{Ai}\mathbf{g}$ – wektor przyspieszenia grawitacyjnego, ${}^R\dot{\boldsymbol{\phi}}_0^O$, ${}^R\ddot{\boldsymbol{\phi}}_0^O$ – wektory prędkości i przyspieszenia kąowego platformy mobilnej, ${}^R\dot{\boldsymbol{\theta}}_{Ai}$, ${}^R\ddot{\boldsymbol{\theta}}_{Ai}$ – wektory prędkości i przyspieszenia kąowego obrotu koła jezdnego względem platformy mobilnej, ${}^{Ai}\boldsymbol{\tau}^{(i)} = {}^{Ai}\boldsymbol{\tau}_d^{(i)} + {}^{Ai}\boldsymbol{\tau}_f^{(i)}$ – suma wektorów momentu napędowego i oporów ruchu w parze kinematycznej.

Zakłada się, że punkt Ai jest także środkiem geometrycznym i środkiem masy koła jezdnego, czyli ${}^{Ai}\ddot{\mathbf{r}}_{CM}^O = {}^{Ai}\ddot{\mathbf{r}}^O$ i koło jezdne jest wyrównoważone dynamicznie.

Wektor przyspieszenia grawitacyjnego wyrażony w nieruchomym układzie odniesienia $\{O\}$ wynosi ${}^O\mathbf{g} = [0, 0, -g]^T$, natomiast ten sam wektor w układzie odniesienia $\{Ai\}$ związanym z kołem jezdnym, otrzymuje się poprzez przekształcenie:

$${}^{Ai}\mathbf{g} = {}^{Ai}\mathbf{R}^O \mathbf{g}. \quad (3.30)$$

Rzuty wektora przyspieszenia grawitacyjnego na osie układu odniesienia związanego z kołem jezdnym zależą od aktualnej orientacji platformy mobilnej oraz i -tego koła, tj. kątów przechylenia, pochylenia i odchylenia oraz ewentualnego skrętu koła jezdnego.

Równania (3.28) i (3.29) umożliwiają wyznaczenie sił i momentów sił reakcji w miejscu połączenia koła jezdnego z platformą mobilną lub przyspieszeń liniowych (środku masy) i kątowych tego koła.

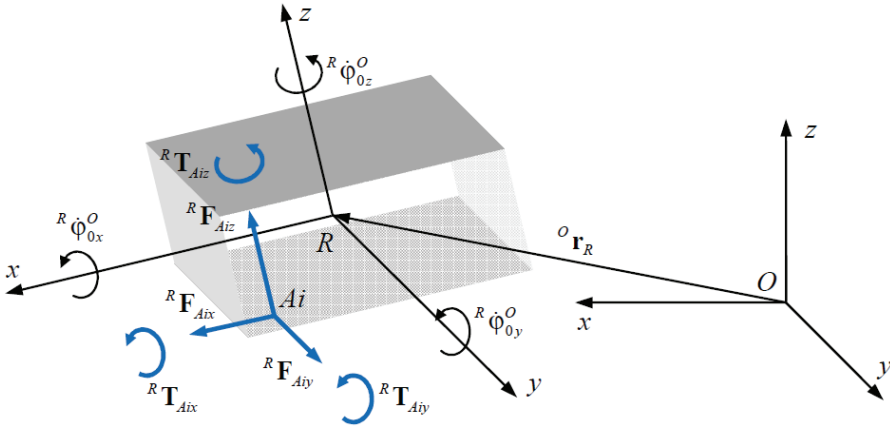
W przypadku napędzanego niekierowanego koła jezdnego wyznaczane są wartości: ${}^{Ai}R_x^{(i)}$, ${}^{Ai}R_y^{(i)}$, ${}^{Ai}R_z^{(i)}$, ${}^{Ai}M_x^{(i)}$, ${}^{Ai}M_z^{(i)}$ i $\ddot{\theta}_{iy}$, gdy rozwiązywane jest zadanie proste dynamiki lub wartości: ${}^{Ai}R_x^{(i)}$, ${}^{Ai}R_y^{(i)}$, ${}^{Ai}R_z^{(i)}$, ${}^{Ai}M_x^{(i)}$, ${}^{Ai}M_z^{(i)}$ i τ_{iy} – w przypadku rozwiązywania zadania odwrotnego dynamiki.

Na tym etapie obliczeń można także uwzględnić występowanie oporów ruchu w parach kinematycznych.

3.5. Model platformy mobilnej

Ruch robota jest wynikiem działających na efektory sił i momentów sił, które mogą być zredukowane do miejsc ich połączeń z platformą mobilną. Pomija się oddziaływanie dodatkowych sił zewnętrznych, w tym sił związanych z oporem ośrodka.

Na rys. 3.9 pokazano siły i momenty sił działające na i -ty efektor (np. koło jezdne) i zredukowane do punktu Ai , który jest traktowany jako punkt zamocowania tego efektora do platformy mobilnej. W przypadku koła jezdne punktem tym jest środek geometryczny koła.



Rys. 3.9. Układy współrzędnych $\{O\}$ i $\{R\}$ oraz siły i momenty sił związane z i -tym efekto-rem i działające na platformę mobilną

Dynamiczne równania ruchu platformy mobilnej, zakładając, że działają na nią wyłącznie siły ciężkości oraz siły i momenty sił związane z kontaktem kół jezdnych (efektorów) z podłożem, mogą być zapisane jako:

$$m_R {}^R \mathbf{a}_{CM}^O = \sum_i {}^R \mathbf{F}_{Ai} + m_R {}^R \mathbf{g}, \quad (3.31)$$

$$\mathbf{I}_R {}^R \ddot{\boldsymbol{\phi}}_0^O + {}^R \dot{\boldsymbol{\phi}}_0^O \times \mathbf{I}_R {}^R \dot{\boldsymbol{\phi}}_0^O = \sum_i \left[{}^R \mathbf{T}_{Ai} + ({}^R \mathbf{r}_{Ai} - {}^R \mathbf{r}_{CM}) \times {}^R \mathbf{F}_{Ai} \right], \quad (3.32)$$

gdzie: m_R , $\mathbf{I}_R$, ${}^R \mathbf{a}_{CM}^O$ – masa całkowita, tensor bezwładności i wektor przyspieszenia środka masy robota.

Na podstawie tych równań można wyznaczyć parametry ruchu robota:

$${}^R \mathbf{a}_{CM}^O = \frac{1}{m_R} \left(\sum_i {}^R \mathbf{F}_{Ai} + m_R {}^R \mathbf{g} \right), \quad (3.33)$$

$${}^R\ddot{\boldsymbol{\phi}}_0^O = \mathbf{I}_R^{-1} \left\{ \sum_i \left[{}^R\mathbf{T}_{Ai} + ({}^R\mathbf{r}_{Ai} - {}^R\mathbf{r}_{CM}) \times {}^R\mathbf{F}_{Ai} \right] - {}^R\dot{\boldsymbol{\phi}}_0^O \times \mathbf{I}_R {}^R\dot{\boldsymbol{\phi}}_0^O \right\}. \quad (3.34)$$

Wektor przyspieszenia grawitacyjnego wyrażony w układzie odniesienia $\{R\}$ związanym z robotem otrzymuje się w wyniku przekształcenia:

$${}^R\mathbf{g} = {}^R\mathbf{R}^O \mathbf{g}. \quad (3.35)$$

Rzuty tego wektora na osie układu odniesienia $\{R\}$ zależą od aktualnej orientacji platformy mobilnej, tj. od kątów Eulera, odpowiednio: przechylenia Φ , pochylenia Θ oraz odchylenia Ψ (podrozdział 2.3.2) i wynoszą:

$${}^Rg_x = g s_\Theta, \quad {}^Rg_y = -g s_\Phi c_\Theta, \quad {}^Rg_z = -g c_\Phi c_\Theta, \quad (3.36)$$

gdzie: $c_\Phi = \cos \Phi$, $s_\Phi = \sin \Phi$, $c_\Theta = \cos \Theta$, $s_\Theta = \sin \Theta$, $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.

Należy zauważyć, że w przypadku niektórych robotów, np. robota IBIS [39], czy robota trzykołowego analizowanego w pracy [212], platforma mobilna składa się z kilku członów, które połączone są ze sobą parami kinematycznymi. W takim przypadku należy zapisać dodatkowe równania ruchu dla poszczególnych członów platformy. Równania takie pozwalają na wyznaczenie sił i momentów sił reakcji w parach kinematycznych oraz przyspieszeń (w przypadku zadania prostego dynamiki) lub momentów napędowych (w przypadku zadania odwrotnego dynamiki), o ile pary te są napędzane.

3.6. Dynamiczne równania ruchu robota

Dynamiczne równania ruchu całego robota ((3.31) i (3.32)) oraz jego kół jezdnych ((3.28) i (3.29)) można zapisać w zwartej postaci jako:

$$\mathbf{M}_R \ddot{\mathbf{q}}_R + \mathbf{C}_R \dot{\mathbf{q}}_R = \mathbf{Q}_R, \quad (3.37)$$

$$\mathbf{M}_W \ddot{\mathbf{q}}_W + \mathbf{C}_W \dot{\mathbf{q}}_W = \mathbf{Q}_W + \mathbf{B}_W, \quad (3.38)$$

gdzie wektory prędkości i przyspieszeń uogólnionych zawierają prędkości i przyspieszenia (liniowe i kątowe) dla robota i dla kół jezdnych:

$$\dot{\mathbf{q}}_R = \begin{bmatrix} {}^R\mathbf{v}_{CM}^O \\ {}^R\dot{\boldsymbol{\phi}}_0^O \end{bmatrix}, \quad \ddot{\mathbf{q}}_R = \begin{bmatrix} {}^R\mathbf{a}_{CM}^O \\ {}^R\ddot{\boldsymbol{\phi}}_0^O \end{bmatrix}, \quad \dot{\mathbf{q}}_W = \begin{bmatrix} {}^R\mathbf{v}_W^O \\ {}^R\boldsymbol{\omega}_W \end{bmatrix}, \quad \ddot{\mathbf{q}}_W = \begin{bmatrix} {}^R\mathbf{a}_W^O \\ {}^R\boldsymbol{\epsilon}_W \end{bmatrix}, \quad (3.39)$$

poszczególne macierze i wektory mają postać:

$$\mathbf{Q}_R = \begin{bmatrix} \sum_i {}^R\mathbf{F}_{Ai} + m_R {}^R\mathbf{g} \\ \sum_i ({}^R\mathbf{T}_{Ai} + ({}^R\mathbf{r}_{Ai} - {}^R\mathbf{r}_{CM}) \times {}^R\mathbf{F}_{Ai}) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q}_W = \begin{bmatrix} {}^R\mathbf{F}_A + {}^R\mathbf{F}_t + {}^R\mathbf{G} \\ {}^R\mathbf{T}_A + {}^R\mathbf{T}_t \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_W = \begin{bmatrix} {}^R\mathbf{R}_A \\ {}^R\mathbf{M}_A + {}^R\boldsymbol{\tau} \end{bmatrix}, \quad (3.40)$$

$${}^R\mathbf{F}_A = \begin{bmatrix} {}^R\mathbf{F}_{A1} \\ \dots \\ {}^R\mathbf{F}_{An} \end{bmatrix}, \quad {}^R\mathbf{T}_A = \begin{bmatrix} {}^R\mathbf{T}_{A1} \\ \dots \\ {}^R\mathbf{T}_{An} \end{bmatrix}, \quad {}^R\mathbf{F}_t = \begin{bmatrix} {}^R\mathbf{F}_{t1} \\ \dots \\ {}^R\mathbf{F}_{tn} \end{bmatrix}, \quad {}^R\mathbf{T}_t = \begin{bmatrix} {}^R\mathbf{T}_{t1} \\ \dots \\ {}^R\mathbf{T}_{tn} \end{bmatrix}, \quad (3.41)$$

$${}^R\mathbf{G} = \begin{bmatrix} m_1 {}^R\mathbf{g} \\ \dots \\ m_n {}^R\mathbf{g} \end{bmatrix}, \quad {}^R\mathbf{R}_A = \begin{bmatrix} {}^R\mathbf{R}_{A1} \\ \dots \\ {}^R\mathbf{R}_{An} \end{bmatrix}, \quad {}^R\mathbf{M}_A = \begin{bmatrix} {}^R\mathbf{M}_{A1} \\ \dots \\ {}^R\mathbf{M}_{An} \end{bmatrix}, \quad {}^R\boldsymbol{\tau} = \begin{bmatrix} {}^R\boldsymbol{\tau}_1^{(1)} \\ \dots \\ {}^R\boldsymbol{\tau}_n^{(n)} \end{bmatrix}, \quad (3.42)$$

$${}^R\mathbf{v}_W = \begin{bmatrix} {}^R\mathbf{v}_1^O \\ \dots \\ {}^R\mathbf{v}_n^O \end{bmatrix}, \quad {}^R\mathbf{a}_W = \begin{bmatrix} {}^R\mathbf{a}_1^O \\ \dots \\ {}^R\mathbf{a}_n^O \end{bmatrix}, \quad {}^R\boldsymbol{\omega}_W = \begin{bmatrix} {}^R\dot{\boldsymbol{\theta}}_1 + {}^R\dot{\boldsymbol{\phi}}_0^O \\ \dots \\ {}^R\dot{\boldsymbol{\theta}}_n + {}^R\dot{\boldsymbol{\phi}}_0^O \end{bmatrix}, \quad {}^R\boldsymbol{\varepsilon}_W = \begin{bmatrix} {}^R\ddot{\boldsymbol{\theta}}_1 + {}^R\ddot{\boldsymbol{\phi}}_0^O \\ \dots \\ {}^R\ddot{\boldsymbol{\theta}}_n + {}^R\ddot{\boldsymbol{\phi}}_0^O \end{bmatrix}, \quad (3.43)$$

zaś macierze $\mathbf{M}_R$, $\mathbf{C}_R$, $\mathbf{M}_W$ i $\mathbf{C}_W$ wynikają z rozwiązania następujących równań:

$$\mathbf{M}_R \ddot{\mathbf{q}}_R = \begin{bmatrix} m_R {}^R\mathbf{a}_{CM}^O \\ \mathbf{I}_R {}^R\ddot{\boldsymbol{\phi}}_0^O \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_R \dot{\mathbf{q}}_R = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3n \times 1} \\ {}^R\dot{\boldsymbol{\phi}}_0^O \times \mathbf{I}_R {}^R\dot{\boldsymbol{\phi}}_0^O \end{bmatrix}, \quad (3.44)$$

$$\mathbf{M}_W \ddot{\mathbf{q}}_W = \begin{bmatrix} m_1 {}^R\mathbf{a}_1^O \\ \dots \\ m_n {}^R\mathbf{a}_n^O \\ \mathbf{I}_1 ({}^R\ddot{\boldsymbol{\theta}}_1 + {}^R\ddot{\boldsymbol{\phi}}_0^O) \\ \dots \\ \mathbf{I}_n ({}^R\ddot{\boldsymbol{\theta}}_n + {}^R\ddot{\boldsymbol{\phi}}_0^O) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_W \dot{\mathbf{q}}_W = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3n \times 1} \\ ({}^R\dot{\boldsymbol{\theta}}_1 + {}^R\dot{\boldsymbol{\phi}}_0^O) \times \mathbf{I}_1 ({}^R\dot{\boldsymbol{\theta}}_1 + {}^R\dot{\boldsymbol{\phi}}_0^O) \\ \dots \\ ({}^R\dot{\boldsymbol{\theta}}_n + {}^R\dot{\boldsymbol{\phi}}_0^O) \times \mathbf{I}_n ({}^R\dot{\boldsymbol{\theta}}_n + {}^R\dot{\boldsymbol{\phi}}_0^O) \end{bmatrix}. \quad (3.45)$$

Wektory ${}^R\mathbf{F}_t$ i ${}^R\mathbf{T}_t$ są związane z występowaniem sił i momentów sił pochodzących od pasków zębatych łączących koła jezdne, co ma miejsce w przypadku analizowanego w pracy robota SCOUT.

3.7. Model tarcia w parach kinematycznych

W pracach badawczych zazwyczaj pomijane jest zjawisko tarcia w parach kinematycznych robota, np. na osiach kół, co jest uzasadnione niewielkim wpływem tarcia na ruch robota. Jednak wpływ ten jest istotny w przypadku niewielkich prędkości ruchu robota, szczególnie w chwili rozpoczynania i kończenia ruchu. Wówczas zjawisko tarcia w parach kinematycznych może powodować powstawanie momentów o wartościach porównywalnych z wartością momentów napędowych.

Uwzględnienie tarcia w parach kinematycznych ma szczególne znaczenie podczas rozwiązywania zadania prostego dynamiki. Wynika to z faktu, że jeżeli pominie się tarcie w parach kinematycznych, to w przypadku braku momentów napędowych nawet niewielkie błędy numeryczne symulacji spowodują niezamierzony ruch w tych parach, a w konsekwencji niezamierzony ruch całego robota.

Najprostszym stosowanym modelem tarcia jest model tarcia Coulomba, który dotyczy stanu spoczynku i ruchu. Niestety, nie odwzorowuje on zjawisk tarcia występujących przy przejściu ze stanu spoczynku do ruchu. Ponadto z praktycznego punktu widzenia trudno jest określić w symulacji, kiedy prędkość powinna być uznana jako równa zero. Należy raczej posługiwać się niewielkim przedziałem, w którym prędkość jest bliska zero. Taką ideę realizuje model tarcia Karnoppa [7]. Innym modelem tarcia jest model LuGre [53], który jest już znacznie bardziej złożonym modelem dynamicznym, stanowiącym rozwinięcie tzw. modelu Dahla [49].

W pracy korzysta się natomiast z modelu tarcia ciągłego i różniczkowalnego [140], który dzięki modułowej budowie umożliwia uwzględnienie lub pominięcie wybranych efektów związanych z tarcie. Zgodnie z tym modelem aktualny współczynnik tarcia w i -tej parze kinematycznej ma następującą nieliniową parametryczną postać:

$$f_i = \gamma_{i,1} (\tanh(\gamma_{i,2} \dot{\theta}_i) - \tanh(\gamma_{i,3} \dot{\theta}_i)) + \gamma_{i,4} \tanh(\gamma_{i,5} \dot{\theta}_i) + \gamma_{i,6} \dot{\theta}_i, \quad (3.46)$$

gdzie: $\gamma_{i,j}$ – dodatni stały parametr, i – nr pary kinematycznej, j – numer parametru, $j = \{1, 2, \dots, 6\}$, a jednostką $\dot{\theta}_i$ jest (rad/s).

Współczynnik tarcia statycznego μ_{si} jest odwzorowany w postaci wyrażenia $\gamma_{i,1} + \gamma_{i,4}$, natomiast współczynnik tarcia kinetycznego μ_{ki} stanowi wyraz $\gamma_{i,4}$. Wyrażenie $\tanh(\gamma_{i,2} \dot{\theta}_i) - \tanh(\gamma_{i,3} \dot{\theta}_i)$ odzwierciedla efekt Striebecka, w którym współczynnik tarcia zmniejsza się od wartości odpowiadającej współczynnikowi tarcia statycznego wraz ze wzrostem prędkości ślizgania. Tarcie lepkie jest uwzględnione w postaci wyrażenia $\gamma_{i,6} \dot{\theta}_i$. Tarcie Coulomba jest modelowane wyrażeniem $\gamma_{i,4} \tanh(\gamma_{i,5} \dot{\theta}_i)$.

Moment sił tarcia w parze kinematycznej jest wyznaczany w niniejszej pracy z następującej zależności:

$$\tau_{fi} = -\|\mathbf{R}_i\| r_{fi} f_i, \quad (3.47)$$

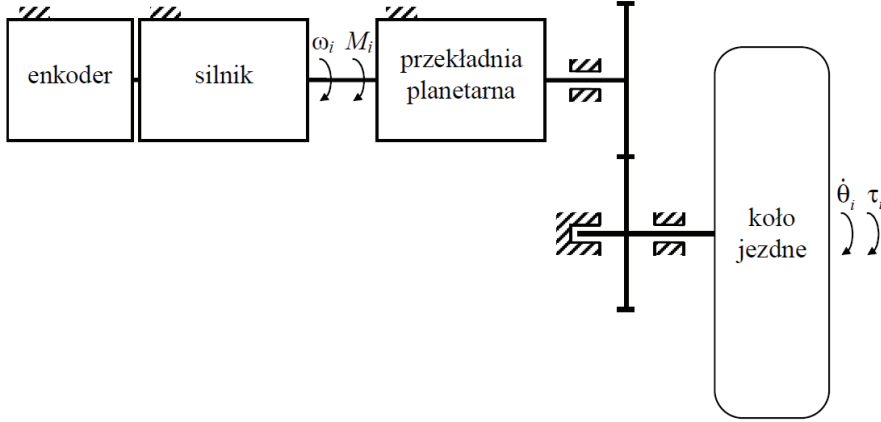
gdzie: $\|\mathbf{R}_i\|$ – moduł siły reakcji w parze kinematycznej, r_{fi} – promień tarcia w parze kinematycznej.

Zakłada się, że promień tarcia w parze kinematycznej jest równy promieniowi, na jakim pracują elementy łożyska.

3.8. Model napędów robota

W modelu robota można także uwzględnić model jego napędów. Ma to szczególnie duże znaczenie, gdy chce się połączyć model dynamiki robota (traktowanego jako układ wieloczłonowy) z układem sterowania. W takim przypadku model napędu stanowi ogniwo pośrednie między układem sterowania a modelem dynamiki robota. Model napędów robota może mieć zastosowanie zarówno w przypadku rozwiązywania zadania prostego dynamiki, jak i zadania odwrotnego dynamiki. W bardziej zaawansowanych modelach można uwzględnić też wpływ napędów robota na drgania konstrukcji w celu ich redukcji [143]. Przyjmuje się, że napędy robota są serwowane mechanizmami prądu stałego. Każdy serwomechanizm zawiera silnik prądu stałego, enkoder i przekładnię. Napęd z silnika jest przekazywany za pomocą przekład-

ni na oś koła jezdneho (rys. 3.10). W przypadku robota SCOUT poza przekładnią zębatą występuje przekładnia łańcuchowa, za pomocą której moment napędowy jest ostatecznie przekazywany na koło jezdne.



Rys. 3.10. Schemat układu przeniesienia napędu z silnika prądu stałego na oś koła jezdneho

Zakłada się, że:

- serwomechanizmy robota nie są samohamowne, tj. mogą obracać się swobodnie pod wpływem działających zewnętrznych momentów sił,
- masowe momenty bezwładności obracających się elementów serwomechanizmów – silnika prądu stałego, enkodera i przekładni są małe w porównaniu z masowymi momentami bezwładności napędzanych elementów robota (kół jezdnych), dlatego są pomijane.

3.8.1. Zadanie proste dynamiki napędów

Zależności opisujące napięcie wejściowe silnika (przy pomocy którego jest on sterowany), prąd płynący w uzwojeniu twornika oraz moment napędowy na kole jezdnym mogą być opisane następującymi równaniami [72]:

$$\frac{di_i}{dt} = (u_i - k_e n_d \dot{\theta}_i - R_d i_i) / L_d, \quad (3.48)$$

$$\tau_i = \eta_d n_d k_m i_i, \quad (3.49)$$

gdzie: u_i – napięcie wejściowe, i_i – prąd płynący w uzwojeniu twornika, L_d , R_d – odpowiednio indukcyjność i rezystancja uzwojenia twornika, k_e – stała elektromotoryczna, k_m – stała mechaniczna, n_d – przełożenie przekładni od napędu aż do osi koła jezdneho, η_d – współczynnik wydajności przekładni.

Przyjęty model napędu umożliwia wyznaczenie prądu płynącego w uzwojeniu twornika oraz momentu napędowego przenoszonego na koło jezdne dla znanych wartości napięcia wejściowego silnika i prędkości kątowej koła jezdneho. Rozwiązywanie tego problemu będzie nazywane zadaniem prostym dynamiki napędu. Tego

typu model napędu zastosowany w połączeniu z zadaniem prostym dynamiki robota umożliwi odwzorowanie zachowania się rzeczywistego robota. Może być zastosowany łącznie z układem sterownia ze sprzężeniem zwrotnym, którego celem jest wypracowanie napięcia wejściowego powodującego założony ruch robota (co będzie przedmiotem podrozdziałów 4.3 i 6.2).

Można także przyjąć dla uproszczenia, że napięcie wejściowe zależy od zadanej prędkości kątowej $\dot{\theta}_{id}$ obrotu własnego tego koła, zgodnie ze wzorem:

$$u_i = k_e n_d \dot{\theta}_{id}, \quad (3.50)$$

co pozwala na realizację sterowania w tzw. otwartej pętli.

Wykorzystanie tej zależności prowadzi do rozwiązania zadania prostego dynamiki robota dla zadanej trajektorii ruchu bez potrzeby stosowania regulatora ze sprzężeniem zwrotnym. Zależność ta stanowi dobre przybliżenie zachowania się napędu w ruchu ustalonym i gdy pobierany przez napęd prąd jest niewielki.

Uwzględnienie dynamiki napędu ma szczególnie duże znaczenie w przypadku zadawania skokowych zmian prędkości kątowych obrotu własnego kół jezdnych $\dot{\theta}_{id}$. Wówczas powinna być stosowana bardziej dokładna zależność (3.48). Jak wiadomo, w praktyce nie jest możliwa skokowa zmiana tej prędkości, m.in. ze względu na ograniczenia wynikające z dynamiki napędów, w szczególności ich bezwładności. Zadając skokową zmianę napięcia wejściowego można w zadanych warunkach uzyskać odpowiedź skokową obiektu, jakim jest mobilny robot kołowy. Oczywiście odpowiedź taka będzie zależała od warunków współpracy efektora z podłożem.

3.8.2. Zadanie odwrotne dynamiki napędów

Przekształcając równania (3.48) i (3.49) do postaci:

$$i_i = \tau_{iy} / (\eta_d n_d k_m), \quad (3.51)$$

$$u_i = k_e n_d \dot{\theta}_i + L_d \frac{di_i}{dt} + R_d i_i \quad (3.52)$$

można wyznaczyć prąd płynący w uzwojeniu twornika oraz wartość napięcia wejściowego silnika niezbędne do realizacji ruchu koła jezdnego zadaną prędkością kątową i dla zadanego momentu napędowego przenoszonego przez to koło.

Rozwiązywanie takiego problemu będzie nazywane zadaniem odwrotnym dynamiki napędu. Tego typu model napędu może zostać zastosowany w połączeniu z układem sterowania robota lub nawet stanowić jego część. Dzięki znajomości dynamiki napędów układ sterowania może wypracować sterowanie, które zapewni lepszą dokładność realizacji założonego ruchu w stosunku do rozwiązania, w którym nie jest wykorzystywana wiedza o dynamice napędów (wyniki taki badań można odnaleźć w podrozdziale 6.2.).

4. Opis ruchu mobilnych robotów kołowych

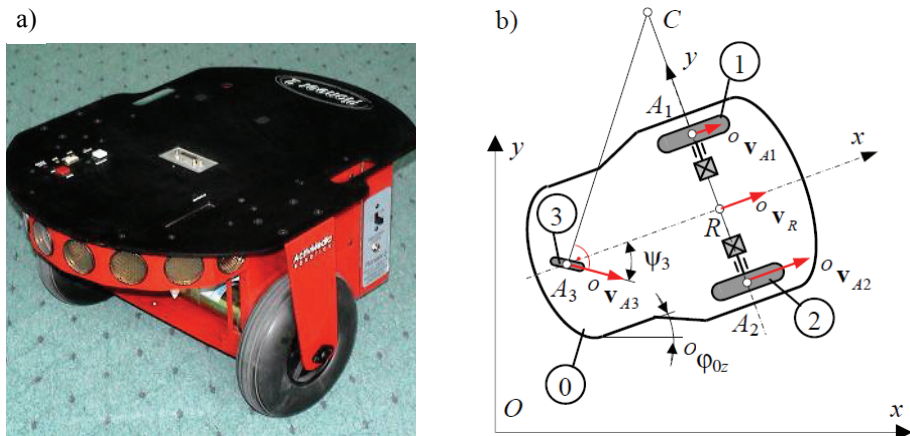
4.1. Obiekty badań

4.1.1. Robot trzykołowy

Pierwszym analizowanym w tej pracy robotem mobilnym będzie robot Pioneer 2DX (rys. 4.1a). Robot ten był m.in. tematem pracy [95], w której korzystając z modelu dynamiki opisanego równaniami Maggieo [70], analizowano problem sterowania ruchem nadążnym, przy założeniu ruchu robota bez poślizgów. Natomiast ruch robota z uwzględnieniem występujących poślizgów analizowano w [214].

Do rozważań przyjęto model robota pokazany na rys. 4.1b, w którym wyróżniono podstawowe zespoły robota oznaczone jako: 0 – platforma mobilna, 1, 2 – napędzane koła jezdne, 3 – samonastawne koło podpierające. Koła jezdne 1 i 2 napędzane są oddzielnymi silnikami elektrycznymi prądu stałego, które wraz z przekładnią tworzą zespół napędzający dane koło.

W modelu robota przyjęto następujące oznaczenia dla i -tego koła jezdnego: A_i – środek geometryczny, r_i – promień, θ_i – kąt obrotu własnego. Kąt obrotu własnego platformy mobilnej oznaczony jest jako ϕ_{0z} , a kąt skrętu samonastawnego koła podpierającego jako ψ_3 .



Rys. 4.1. Mobilny robot kołowy Pioneer 2DX: widok robota (a), model robota (b)
($A_1R = A_2R = W/2$, $A_3R = L$)

Do badań symulacyjnych przyjmuje się następujące parametry robota:

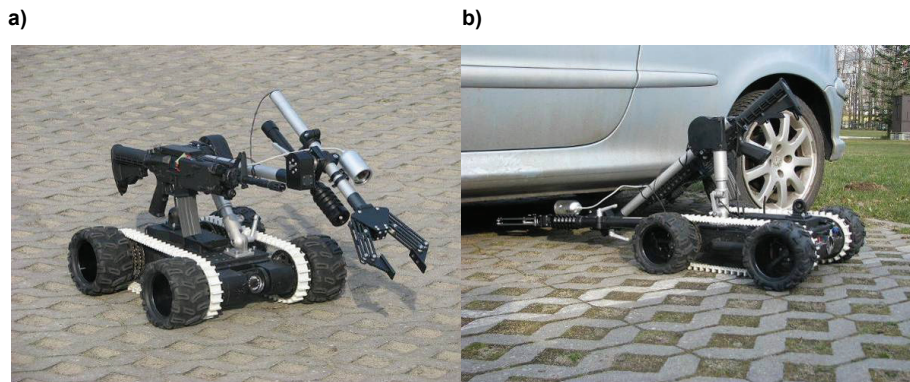
- wymiary geometryczne (oznaczenia W i L jak na rys. 4.1b): $L = 0,217$ m, $W = 0,326$ m, $r_1 = r_2 = r = 0,0825$ m, $r_3 = 0,04$ m;
- masy poszczególnych członów: $m_0 = 5,67$ kg, $m_1 = m_2 = 1,5$ kg, $m_3 = 0,5$ kg;
- wektory określające pozycję środków mas poszczególnych członów w (m):
 ${}^R\mathbf{r}_0 = [-0,0941, 0, 0]^T$, ${}^{A_i}\mathbf{r} = [0, 0, 0]^T$,

- tensory bezwładności⁶ w (kg m^2): $\mathbf{I}_0 = [0,078, 0, 0; 0, 0,101, 0; 0, 0, 0,154]$,
 $\mathbf{I}_1 = \mathbf{I}_2 = [0,003, 0, 0; 0, 0,007, 0; 0, 0, 0,003]$,
 $\mathbf{I}_3 = [0,00024, 0, 0; 0, 0,00055, 0; 0, 0, 0,00024]$;
- parametry opony: $k_i = 20\,000 \text{ N/m}$, $c_i = 250 \text{ Ns/m}$, $e_i = 1$;
- parametry zespołów napędowych robota: $L_d = 0,00066 \text{ H}$, $R_d = 0,71 \, \Omega$,
 $k_e = 0,023 \text{ Vs/rad}$, $k_m = 0,023 \text{ Nm/A}$, $n_d = 19,7$, $\eta_d = 0,8$.

Wartości tych parametrów przyjęto na podstawie dostępnej dokumentacji robota [3] i jego napędów [164], pracy [66] oraz szacunkowych obliczeń i założeń autora.

4.1.2. Robot czterokołowy

W ramach pracy analizowana będzie także wersja niekomercyjna robota czterokołowego SCOUT (rys. 4.2), który został opracowany w Przemysłowym Instytucie Automatyki i Pomiarów PIAP. Robot ma niezależnie napędzane tylne koła jezdne. Napęd z tylnych kół jezdnych jest przekazywany na koła przednie za pośrednictwem pasków zębatych, które po zdjęciu kół jezdnych mogą także pełnić rolę gąsienic. Maksymalna prędkość robota w analizowanej wersji wynosi około 2,22 m/s, tj. około 8 km/h.

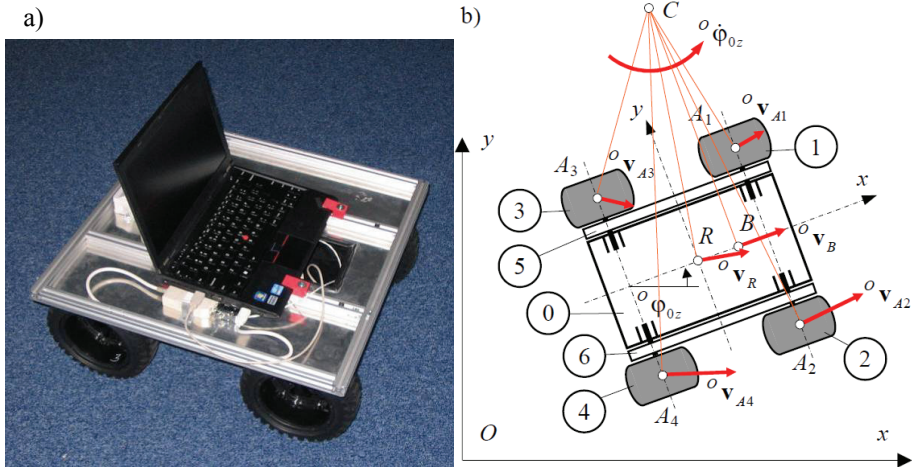


Rys. 4.2. Robot SCOUT produkcji PIAP: widok robota (a), robot podejmujący przedmiot znajdujący się pod podwoziem samochodu (b) [219]

Robot SCOUT charakteryzuje się małymi gabarytami, niewielką masą i stosunkowo dużą prędkością maksymalną oraz posiada możliwość dołączania urządzeń takich jak manipulator z chwytakiem lub dodatkowe kamery, czy też różnego rodzaju czujniki lub uzbrojenie. Przyjęte rozwiązanie zapewnia małe rozmiary i masę robota, dzięki czemu może on być transportowany w typowym plecaku wojskowym. Połączenie dużej prędkości maksymalnej robota z możliwością przemieszczania się w ograniczonej przestrzeni pozwala na szybkie i zdalne rozpoznanie terenu akcji. Za pomocą robota można sprawdzić podwozie podejrzanego samochodu, ciasne pomieszczenie lub szyb wentylacyjny [162].

⁶ Poszczególne elementy w wierszach macierzy oddzielono przecinkami, a wiersze oddzielono średnikami.

Na potrzeby realizacji badań doświadczalnych robot został wyposażony w dodatkowy stelaż, laptop i czujniki, natomiast usunięto z niego manipulator. Robot SCOUT w wersji dostosowanej do badań empirycznych pokazano na rys. 4.3a, a przyjęty w pracy model robota został przedstawiony na rys. 4.3b.



Rys. 4.3. Robot SCOUT w wersji dostosowanej do badań empirycznych (a), przyjęty model robota (b) ($A_1A_3 = A_2A_4 = L$, $A_1A_2 = A_3A_4 = W$)

W modelu wyróżnia się następujące podstawowe zespoły robota: 0 – platformę mobilną (korpus z dołączonym do niego stelażem), 1–4 – koła jezdne. Dodatkowo przednie koła jezdne mogą być sprzężone z tylnymi kołami jezdными za pomocą pasków zębatych (gąsienic) oznaczonych jako 5 i 6.

Przyjęto analogiczne oznaczenia dla i -tego koła jezdneho, jak w przypadku robota Pioneer 2DX: A_i – środek geometryczny, r_i – promień, θ_i – kąt obrotu własnego. Kąt obrotu własnego platformy mobilnej oznaczony jest jako ϕ_{0z} .

Podczas badań analizuje się dwie konfiguracje układu napędowego robota:

- koła jezdne robota są rozprzęgnięte, tj. napędzane są niezależnie tylne koła jezdne, natomiast przednie są swobodne;
- koła jezdne napędzane są tak, jak w oryginalnej wersji robota, tj. napędzane są niezależnie tylne koła jezdne, a napęd na przednie koła jezdne przekazywany jest z tylnych kół jezdnych za pomocą pasków zębatych.

W robocie zastosowano silniki prądu stałego wraz z przekładniami. Ich model został opisany w podrozdziale 3.8.

Do badań symulacyjnych przyjmuje się m.in. następujące parametry robota:

- wymiary geometryczne (oznaczenia W i L pokazano na rys. 4.3b):
 $L = 0,35$ m, $W = 0,386$ m, $r_i = 0,0965$ m, $i = \{1, \dots, 4\}$,
- masy poszczególnych członów: $m_0 = 15,02$ kg, $m_i = 0,66$ kg, $m_5 = m_6 = 0,17$ kg,
- wektory określające pozycje środków mas kolejnych członów w (m):
 ${}^R\mathbf{r}_0 = [0,01, -0,002, 0,04]^T$, ${}^{A_i}\mathbf{r} = [0, 0, 0]^T$, ${}^R\mathbf{r}_5 = [0, W/2, 0]^T$, ${}^R\mathbf{r}_6 = [0, -W/2, 0]^T$,
- tensory bezwładności w (kg m^2): $\mathbf{I}_0 = [0,13, 0, 0; 0, 0,31, 0; 0, 0, 0,42]$,

$\mathbf{I}_i = [0,007, 0, 0; 0, 0,011, 0; 0, 0, 0,007]$, $\mathbf{I}_5 = \mathbf{I}_6 = [0, 0, 0]$ (pomija się tensor bezwładności dla pasków zębatych),

- parametry opony: $k_i = 20\,000$ N/m, $c_i = 250$ Ns/m, $e_i = 1$,
- parametry zespołów napędowych robota: $L_d = 0,0000823$ H, $R_d = 0,317$ Ω , $k_e = 0,0301$ Vs/rad, $k_m = 0,0302$ Nm/A, $n_d = 26 \cdot 20/15$, $\eta_d = 0,8$.

Wartości tych parametrów przyjęto na podstawie dostępnej dokumentacji robota i jego napędów, pomiarów oraz szacunkowych obliczeń i założeń autora.

4.2. Przykłady opisu kinematyki mobilnych robotów kołowych

4.2.1. Współrzędne i prędkości uogólnione

Zadawanie odpowiedniego ruchu robota wymaga analizy zadania odwrotnego kinematyki i jest związane z wyznaczaniem parametrów ruchu kół jezdnych w przypadku, gdy zadawany jest ruch wybranego punktu robota. Żąda się wówczas, aby określony punkt robota przemieszczał się po zadanym torze ruchu z odpowiednią prędkością. Na tej podstawie wyznacza się parametry ruchu członów napędzających [247].

Zakłada się, że ruch przyjętego modelu odbywa się w płaszczyźnie Oxy układu $\{O\}$. Platforma mobilna robota może być w ruchu postępowym, obrotowym lub płaskim. Pozycję i orientację platformy mobilnej opisuje wektor współrzędnych uogólnionych:

$${}^O\mathbf{q} = [{}^Ox_R, {}^Oy_R, {}^O\varphi_{0z}]^T, \quad (4.1)$$

gdzie: ${}^Ox_R, {}^Oy_R$ – współrzędne punktu R platformy mobilnej, ${}^O\varphi_{0z}$ – kąt obrotu własnego platformy mobilnej względem nieruchomego układu odniesienia $\{O\}$.

Wektory prędkości uogólnionych, odpowiednio w układach $\{O\}$ i $\{R\}$, można zapisać w postaci:

$${}^O\dot{\mathbf{q}} = [{}^O\dot{x}_R, {}^O\dot{y}_R, {}^O\dot{\varphi}_{0z}]^T, \quad {}^R\dot{\mathbf{q}} = [{}^R\dot{x}_R^O, {}^R\dot{y}_R^O, {}^R\dot{\varphi}_{0z}^O]^T, \quad (4.2)$$

przy czym: ${}^Ov_{Rx} = {}^O\dot{x}_R$, ${}^Ov_{Ry} = {}^O\dot{y}_R$, ${}^Rv_{Rx}^O = {}^R\dot{x}_R^O$, ${}^Rv_{Ry}^O = {}^R\dot{y}_R^O$.

Miedzy wektorami ${}^O\dot{\mathbf{q}}$ i ${}^R\dot{\mathbf{q}}$ zachodzi zależność:

$${}^O\dot{\mathbf{q}} = {}^O\mathbf{J}^R {}^R\dot{\mathbf{q}}, \quad (4.3)$$

gdzie macierz ${}^O\mathbf{J}^R$ jest macierzą Jakobiego i ma następującą postać:

$${}^O\mathbf{J}^R = \begin{bmatrix} \cos({}^O\varphi_{0z}) & -\sin({}^O\varphi_{0z}) & 0 \\ \sin({}^O\varphi_{0z}) & \cos({}^O\varphi_{0z}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.4)$$

Wektor prędkości uogólnionych ${}^O\dot{\mathbf{q}}$ może być określony na podstawie złożonej wartości prędkości ruchu punktu R robota na kierunku osi x układu $\{R\}$ związanej z robotem, tj. ${}^Rv_{Rx}^O$, i prędkości kątowej obrotu własnego platformy mobilnej, tj. ${}^R\dot{\varphi}_{0z}^O$, na podstawie kinematycznych równań ruchu w postaci:

$${}^O \dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} {}^O \dot{x}_R \\ {}^O \dot{y}_R \\ {}^O \dot{\phi}_{0z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos({}^O \phi_{0z}) & 0 \\ \sin({}^O \phi_{0z}) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^R v_{Rx}^O \\ {}^R \dot{\phi}_{0z}^O \end{bmatrix}. \quad (4.5)$$

Powyższe równanie jest słuszne w przypadku, gdy robot porusza się po poziomym podłożu.

4.2.2. Opis kinematyki robota trzykołowego

Na rys. 4.1b pokazano rozkład prędkości charakterystycznych punktów robota. Punkt C jest chwilowym środkiem obrotu (prędkości) platformy mobilnej robota.

Należy zauważyć, że jeśli platforma mobilna składa się z kilku członów połączonych parami kinematycznymi, jak to ma miejsce w przypadku robota opisanego w pracach [94, 212], wówczas podczas ruchu robota można wyróżnić więcej niż jeden chwilowy środek obrotu.

Rzut punktu C na oś x układu $\{R\}$ będzie oznaczany jako punkt B . Wektor prędkości punktu B w układzie $\{R\}$ ma kierunek osi x . W ogólnym przypadku, między wektorami prędkości punktów R i B zachodzą zależności:

$${}^R \mathbf{v}_B^O = {}^R \mathbf{v}_R^O + {}^R \mathbf{v}_{BR}^O, \quad {}^R \mathbf{v}_{BR}^O = {}^R \dot{\phi}_{0z}^O x_B {}^R \mathbf{e}_y = -{}^R \mathbf{v}_{Ry}^O, \quad (4.6)$$

gdzie: ${}^R \mathbf{v}_{BR}^O$ – wektor prędkości punktu B względem punktu R , ${}^R \mathbf{e}_y$ – wektor jednostkowy (wersor) osi y układu $\{R\}$ wyrażony w tym samym układzie.

Rzuty wektora prędkości punktu B na osie układu $\{R\}$ spełniają równania:

$${}^R v_{Bx}^O = {}^O v_{Rx} \cos({}^O \phi_{0z}) + {}^O v_{Ry} \sin({}^O \phi_{0z}) = {}^R v_{Rx}^O, \quad (4.7)$$

$${}^R v_{By}^O = -{}^O v_{Rx} \sin({}^O \phi_{0z}) + {}^O v_{Ry} \cos({}^O \phi_{0z}) + {}^O \dot{\phi}_{0z}^O x_C = 0, \quad (4.8)$$

$${}^R v_{Bz}^O = 0, \quad (4.9)$$

przy czym ${}^R x_C = {}^R x_B$.

Wektor prędkości punktu B w układzie $\{R\}$ może być zapisany w funkcji wektora prędkości uogólnionych w postaci:

$${}^R \mathbf{v}_B^O = \mathbf{A} {}^O \dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \cos({}^O \phi_{0z}) & \sin({}^O \phi_{0z}) & 0 \\ -\sin({}^O \phi_{0z}) & \cos({}^O \phi_{0z}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} {}^R x_C \begin{bmatrix} {}^O v_{Rx} \\ {}^O v_{Ry} \\ {}^O \dot{\phi}_{0z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^R v_{Rx}^O \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (4.10)$$

Analizowane w pracy mobilne roboty kołowe są układami nieholonomicznymi. Z rozkładu wektora prędkości punktu B wynika, że narzucone są na niego więzy nieholonomiczne, które można zapisać w następującej postaci:

$$\mathbf{a} {}^O \dot{\mathbf{q}} = 0. \quad (4.11)$$

gdzie: $\mathbf{a} = [-\sin({}^O \phi_{0z}), \cos({}^O \phi_{0z}), {}^R x_C]$.

W przypadku robota Pioneer 2DX, gdy jego koła jezdne toczą się bez poślizgu, chwilowy środek obrotu, tj. punkt C leży na osi y układu $\{R\}$ związanego z robotem, czyli punkt B pokrywa się z punktem R . Przypadek taki (rys. 4.1b) zachodzi, gdy robot porusza się z niewielkimi prędkościami i przyspieszeniami, co będzie omawiane w dalszej części pracy (podrozdział 5.1). Można wówczas zauważyć, że ${}^R x_C = {}^R x_B = {}^R x_R = 0$, więc:

$$\mathbf{A} = ({}^O \mathbf{J}^R)^T = {}^R \mathbf{J}^O. \quad (4.12)$$

W takim przypadku równanie więzów nieholonomicznych może być także zapisane w postaci [247]:

$${}^O \dot{y}_R = {}^O \dot{x}_R \operatorname{tg}({}^O \varphi_{0z}) \text{ lub } {}^O \dot{y}_R = {}^O \dot{x}_R \operatorname{tg} {}^O \varphi_{0z}. \quad (4.13)$$

Prędkości charakterystycznych punktów Ai robota mogą być wyznaczone z rozkładu prędkości (rys. 4.1b). Można je obliczyć na podstawie znajomości wektorów prędkości charakterystycznego punktu R , tj. ${}^R \mathbf{v}_R^O$ oraz prędkości kątowej obrotu własnego korpusu robota ${}^R \dot{\boldsymbol{\varphi}}_0^O$ z zależności:

$${}^R \mathbf{v}_{Ai}^O = {}^R \mathbf{v}_R^O + {}^R \mathbf{v}_{Ai-R}^O = {}^R \mathbf{v}_R^O + {}^R \mathbf{r}_{Ai} \times {}^R \dot{\boldsymbol{\varphi}}_0^O, \quad (4.14)$$

gdzie: ${}^R \mathbf{v}_{Ai-R}^O = {}^R \mathbf{r}_{Ai} \times {}^R \dot{\boldsymbol{\varphi}}_0^O$ jest prędkością związaną z obrotem punktu Ai wokół punktu R , ${}^R \mathbf{r}_{Ai}$ określa pozycję punktu Ai w układzie odniesienia $\{R\}$ związanym z robotem.

W przypadku braku poślizgu kół jezdnych, prędkości punktów Ai dla napędzanych kół jezdnych można wyznaczyć ze wzoru:

$$\begin{bmatrix} {}^R v_{A1}^O \\ {}^R v_{A2}^O \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -W/2 \\ 1 & W/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^R v_{Rx}^O \\ {}^R \dot{\varphi}_{0z}^O \end{bmatrix}. \quad (4.15)$$

Prędkości kątowe obrotu własnego napędzanych kół jezdnych dla robota Pioneer 2DX można wyznaczyć z zależności (4.16), zakładając, że toczą się one bez poślizgu:

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} 1 & -W/2 \\ 1 & W/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^R v_{Rx}^O \\ {}^R \dot{\varphi}_{0z}^O \end{bmatrix}, \quad (4.16)$$

gdzie: $r = r_1 = r_2$ – promienie napędzanych kół jezdnych.

Równanie to umożliwia rozwiązanie zadania odwrotnego kinematyki dla robota Pioneer 2DX, tj. wyznaczenie prędkości kątowych obrotu własnego napędzanych kół jezdnych, zakładając przy tym ruch robota bez poślizgu z prędkością liniową ${}^R v_{Rx}^O$ punktu R oraz prędkością kątową ${}^R \dot{\varphi}_{0z}^O$ platformy mobilnej.

Natomiast zadanie proste kinematyki dla robota Pioneer 2DX może być rozwiązywane w oparciu o równanie:

$$\begin{bmatrix} {}^R v_{Rx}^O \\ {}^R \dot{\varphi}_{0z}^O \end{bmatrix} = \left(\frac{1}{r} \begin{bmatrix} 1 & -W/2 \\ 1 & W/2 \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} = r \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 \\ -1/W & 1/W \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix}, \quad (4.17)$$

które odpowiada dwóm zależnościom:

$${}^R v_{Rx}^O = (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)r/2, \quad {}^R \dot{\phi}_{0z}^O = (\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1)\frac{r}{W}. \quad (4.18)$$

Prędkość punktu A_3 samonastawnego koła jezdnego 3 i prędkość kątowna obrotu własnego tego koła mogą być natomiast obliczone z zależności:

$${}^{A3} v_x^O = \sqrt{({}^R v_{Rx}^O)^2 + L({}^R \dot{\phi}_{0z}^O)^2}, \quad \dot{\theta}_3 = \sqrt{({}^R v_{Rx}^O)^2 + L({}^R \dot{\phi}_{0z}^O)^2} / r_3. \quad (4.19)$$

Z kolei kąt skrętu tego koła można wyznaczyć ze wzoru:

$$\text{tg}(\Psi_3) = L \frac{{}^R \dot{\phi}_{0z}^O}{{}^R v_{Rx}^O}. \quad (4.20)$$

4.2.3. Opis kinematyki robota czterokołowego

Na rys. 4.3b zilustrowano rozkład prędkości charakterystycznych punktów robota przy założeniu, że punkt C jest chwilowym środkiem obrotu (prędkości) platformy mobilnej robota. Pozycja tego punktu w istotny sposób zależy od poślizgów kół jezdnych. Rzut tego punktu na oś x układu $\{R\}$ jest oznaczany jako punkt B . Dla wektora prędkości tego punktu obowiązują zależności (4.6)–(4.10) oraz równanie więzów nieholonomicznych (4.11) podane dla robota Pioneer 2DX.

Podobnie jak poprzednio, prędkości punktów A_i (tj. środków geometrycznych kół jezdnych) robota można obliczyć na podstawie znajomości wektorów prędkości charakterystycznego punktu R , tj. ${}^R \mathbf{v}_R^O$ oraz prędkości kątowej obrotu własnego korpusu robota, czyli ${}^R \dot{\phi}_0^O$. W tym celu można wykorzystać następujący wzór:

$${}^R \mathbf{v}_{Ai}^O = {}^R \mathbf{v}_R^O + {}^R \mathbf{v}_{Ai-R}^O = {}^R \mathbf{v}_R^O + {}^R \mathbf{r}_{Ai} \times {}^R \dot{\phi}_0^O, \quad (4.21)$$

gdzie: ${}^R \mathbf{v}_{Ai-R}^O = {}^R \mathbf{r}_{Ai} \times {}^R \dot{\phi}_0^O$ oznacza prędkość związaną z obrotem punktu Ai wokół punktu R , natomiast ${}^R \mathbf{r}_{Ai}$ jest wektorem pozycji punktu Ai w układzie odniesienia $\{R\}$ związanym z robotem.

W przypadku rzutów prędkości punktów A_i na osie x i y układu $\{R\}$, spełniają one podane w [123] zależności:

$${}^R v_{Aix}^O = {}^R v_{A1x}^O = {}^R v_{A3x}^O, \quad {}^R v_{Aix}^O = {}^R v_{A2x}^O = {}^R v_{A4x}^O, \quad (4.22)$$

$${}^R v_{Aiy}^O = {}^R v_{A1y}^O = {}^R v_{A2y}^O, \quad {}^R v_{Aiy}^O = {}^R v_{A3y}^O = {}^R v_{A4y}^O, \quad (4.23)$$

gdzie: l – lewe koła jezdne $l = \{1, 3\}$, r – prawe koła jezdne $r = \{2, 4\}$, f – przednie koła jezdne $f = \{1, 2\}$, b – tylne koła jezdne $b = \{3, 4\}$.

Zakładając, że korpus robota jest w ruchu płaskim, zależności między rzutami prędkości punktów A_i na osie x i y układu $\{R\}$ mogą być opisane w funkcji prędkości uogólnionych w następującej postaci:

$$\begin{bmatrix} {}^R v_{Alx}^O \\ {}^R v_{Arx}^O \\ {}^R v_{Afy}^O \\ {}^R v_{Aby}^O \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -W/2 \\ 1 & W/2 \\ 0 & L/2 - {}^R x_C \\ 0 & -L/2 - {}^R x_C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^R v_{Rx}^O \\ {}^O \dot{\phi}_{0z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -W/2 + {}^R y_C \\ 0 & W/2 + {}^R y_C \\ 1 & L/2 \\ 1 & -L/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^R v_{Ry}^O \\ {}^O \dot{\phi}_{0z} \end{bmatrix}. \quad (4.24)$$

Ponadto rzuty prędkości punktu A_i należącego do i -tego koła jezdnego na osie x i y układu $\{R\}$ zależą od prędkości kątowej obrotu własnego koła jezdnego $\dot{\theta}_i$ i prędkości poślizgu, czyli spełnione są równania:

$${}^R v_{Alx}^O = \dot{\theta}_i r_i + {}^R v_{Six}^O, \quad {}^R v_{Aiy}^O = {}^R v_{Siy}^O, \quad (4.25)$$

gdzie: ${}^R v_{Six}^O, {}^R v_{Siy}^O$ – składowe prędkości poślizgu w układzie $\{R\}$, czyli ruchu punktów styczności koła jezdnego względem podłoża.

Prędkości uogólnione można zatem zapisać w postaci:

$$\begin{aligned} {}^R v_{Rx}^O &= ({}^R v_{Alx}^O + {}^R v_{Arx}^O)/2, & {}^R v_{Ry}^O &= -{}^R \dot{\phi}_{0z} {}^R x_B, \\ {}^O \dot{\phi}_{0z} &= ({}^R v_{Arx}^O - {}^R v_{Alx}^O)/W = ({}^R v_{Aby}^O - {}^R v_{Afy}^O)/L. \end{aligned} \quad (4.26)$$

Współrzędne chwilowego środka obrotu, tj. punktu C (rys. 4.3b) mogą być wyznaczone z równań:

$${}^R x_C = {}^R x_B = -{}^R v_{Ry}^O / {}^R \dot{\phi}_{0z}, \quad {}^R y_C = {}^R v_{Rx}^O / {}^R \dot{\phi}_{0z}. \quad (4.27)$$

Położenie punkt B ma decydujący wpływ na stabilność ruchu robota. Jeżeli początek układu odniesienia związanego z robotem znajduje się w połowie odległości między przednimi i tylnymi kołami jezdными, wówczas można przyjąć, że współrzędne tego punktu powinny spełniać zależność:

$${}^R x_B \in (-L/2, L/2). \quad (4.28)$$

Ruch robota czterokołowego SCOUT w dużej mierze zależy od występujących poślizgów kół jezdnych. Jeśli chodzi o przypadek ruchu wzdłużnego robota, w którym korpus jest w ruchu postępowym, a koła jezdne w ruchu płaskim, jeżeli poślizgi wzdłużne nie są duże, można korzystając ze wzoru:

$$\dot{\theta}_i = \frac{{}^R v_{Rx}^O}{r}, \quad i = \{3, 4\} \quad (4.29)$$

wyznaczyć prędkości kątowe obrotu własnego napędzanych kół jezdnych niezbędne do ruchu z zadaną prędkością ${}^R v_{Rx}^O$, czyli rozwiązać zadanie odwrotne kinematyki dla analizowanego przypadku.

Sytuacja znacznie komplikuje się, gdy robot wykonuje manewr zakręcania lub obraca się wokół osi pionowej. Ponieważ koła jezdne robota nie są kierowane, więc jego ruch zależy od działających sił wzdłużnych na styku kół jezdnych z pod-

łożem, a także w dużym stopniu od działających sił poprzecznych, czyli ogólnie od dynamiki robota (podrozdziały 7.4 i 7.5).

W takim przypadku spełniona jest nierówność:

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_l \\ \dot{\theta}_r \end{bmatrix} \geq \frac{1}{r} \begin{bmatrix} 1 & -W/2 \\ 1 & W/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^R v_{Rx}^O \\ {}^R \dot{\phi}_{0z}^O \end{bmatrix}, \quad (4.30)$$

gdyż wskutek działających sił poprzecznych robot będzie wykonywał obrót wokół osi pionowej z mniejszą prędkością kątową ${}^R \dot{\phi}_{0z}^O$ niż wynika to z zadanych prędkości kątowych $\dot{\theta}_l$ i $\dot{\theta}_r$. Różnica ta będzie tym większa, im mniejsza liczba kół jezdnych będzie napędzana, gdyż wówczas mniejszy będzie udział sił wzdłużnych powodujących ruch w stosunku do pozostałych sił przeszkadzających w realizacji zakładanego ruchu (w szczególności sił poprzecznych oraz sił wzdłużnych dla nienapędzanych kół jezdnych).

Jako pierwsze przybliżenie można zastosować zależność:

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_l \\ \dot{\theta}_r \end{bmatrix} = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} 1 & -W/2 \\ 1 & W/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^R v_{Rx}^O \\ k_{\omega 0z} {}^R \dot{\phi}_{0z}^O \end{bmatrix}, \quad (4.31)$$

w której współczynnik $k_{\omega 0z} \geq 1$ zależy przede wszystkim od sposobu napędzania robota, czyli im mniej jest napędzanych kół jezdnych, tym $k_{\omega 0z}$ jest większe, ponadto mają na niego wpływ przede wszystkim zastosowane opony, rodzaj podłoża, po którym porusza się robot oraz stan współpracujących powierzchni (np. ich chropowatość, temperatura i wilgotność).

Takie podejście może być zastosowane, gdy poślizgi kół jezdnych występują głównie podczas manewru zakręcania robota i obrotu wokół jego osi pionowej, ale są pomijalnie małe w ruchu wzdłużnym. Sytuacja taka może zachodzić w przypadku ruchu robota z niewielką prędkością ${}^R v_{Rx}^O$ i niewielkim przyspieszeniem ${}^R a_{Rx}^O$.

Współczynnik $k_{\omega 0z}$, jak zostanie to pokazane dalej (podrozdziały 7.4 i 7.5), może być wyznaczony doświadczalnie dla danego sposobu napędzania robota, dla danej prędkości jego ruchu, zastosowanych opon i rodzaju podłoża, po którym się on porusza.

Podobne zastrzeżenia jak powyżej dotyczą też rozwiązania zadania prostego kinematyki dla analizowanego robota. Zatem, w ogólnym przypadku zachodzi nierówność:

$$\begin{bmatrix} {}^R v_{Rx}^O \\ {}^R \dot{\phi}_{0z}^O \end{bmatrix} \leq r \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 \\ -1/W & 1/W \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_l \\ \dot{\theta}_r \end{bmatrix}. \quad (4.32)$$

Analogicznie jak w przypadku zależności (4.31) można jako pierwsze przybliżenie zastosować wzór:

$$\begin{bmatrix} {}^R v_{Rx}^O \\ {}^R \dot{\phi}_{0z}^O \end{bmatrix} = r \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 \\ -1/(k_{\omega 0z} W) & 1/(k_{\omega 0z} W) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_l \\ \dot{\theta}_r \end{bmatrix}. \quad (4.33)$$

Szerzej ta problematyka będzie omawiana w podrozdziale (6.2) dotyczącym układu sterowania ruchem nadążnym robota.

4.2.4. Lokalizacja robota i wyznaczanie parametrów jego ruchu z zastosowaniem nawigacji bezwładnościowej

W praktyce stosuje się następujące główne metody lokalizacji i wyznaczania parametrów ruchu robota:

- nawigację GPS (ang. *Global Positioning System*) lub pochodne systemy [55, 96, 97, 181],
- nawigację bezwładnościową INS (ang. *Inertial Navigation System*) [33, 208, 226],
- czujniki typu skanery laserowe lub systemy wizyjne w połączeniu z mapami otoczenia [160, 190, 205],
- odometrię robota [28, 44, 157, 158],
- połączenie kilku technik, np. nawigacji GPS oraz bezwładnościowej INS [78, 196, 207] lub nawigacji GPS i czujników otoczenia w połączeniu z mapami otoczenia [174].

Zastosowanie standardowej nawigacji GPS nie gwarantuje wystarczającej dokładności określenia pozycji robota, a tym samym parametrów jego ruchu. Dlatego w miejsce klasycznych odbiorników GPS coraz częściej wprowadza się odbiorniki GNSS [161]. Odbiorniki takie w połączeniu z tzw. stacjami referencyjnymi mogą zagwarantować dokładność określania pozycji robota już na poziomie pojedynczych centymetrów. O dokładności określania parametrów ruchu robota, poza dokładnością wyznaczania pozycji, decydować będzie częstotliwość, z jaką otrzymuje on informacje dotyczące pozycji robota z widocznych satelitów (co zależy od rodzaju wykupionej licencji).

Nawigacja bezwładnościowa INS [208] w stosunku do nawigacji GPS ma tę zaletę, że umożliwia określenie parametrów ruchu układu z większą dokładnością, jednak z drugiej strony ma tę wadę, że wskutek całkowania przyspieszeń (z akcelerometrów) i prędkości kątowych (z żyroskopów) błędy niektórych wyznaczanych parametrów ruchu wzrastają w czasie. Do zalet nawigacji INS opartej na układach MEMS można zaliczyć znacznie mniejsze wymiary urządzenia pomiarowego, brak zależności od otoczenia (działa wszędzie, nawet w przestrzeni kosmicznej), ponadto cechuje ją wielokrotnie niższa cena [50]. W celu wykorzystania zalet nawigacji GPS i nawigacji bezwładnościowej stosuje się połączenie obu lub większej liczby technik nawigacji [78].

W pracy dla robota SCOUT zostanie zastosowana metoda nawigacji bezwładnościowej do lokalizacji robota i wyznaczania parametrów jego ruchu. Do pomiaru parametrów ruchu pojazdów mogą zostać wykorzystane akcelerometry (typu MEMS), pod rygorem spełnienia następujących warunków [50]:

- a) wykonanie kalibracji w celu ograniczenia błędów wynikających z konstrukcji instrumentu,
- b) pomiar kąta między kierunkiem wektora przyspieszenia grawitacyjnego a osią „pionową” (z) akcelerometru, wykorzystywanego do wyeliminowania wpływu przyspieszenia grawitacyjnego na wskazania instrumentu,
- c) minimalizacja niepewności chwili czasowej, w której wykonuje się pomiar przyspieszenia, co ma istotne znaczenie przy wyznaczaniu parametrów ruchu w procesie całkowania,

- d) dobór instrumentu cechującego się jak najniższym poziomem szumu w sygnale przyspieszenia, z uwzględnieniem uzasadnienia ekonomicznego.

Zakłada się, że robot jest wyposażony w czujnik składający się z akcelerometru trzyosiowego oraz żyroskopu trzyosiowego, który jest umieszczony w charakterystycznym punkcie I . Z czujnika otrzymuje się informacje odnośnie przyspieszeń liniowych (z akcelerometru) oraz prędkości kątowych ruchu robota (z żyroskopu) w układzie odniesienia $\{R\}$ związanym z robotem, odpowiednio: ${}^R\mathbf{f}_I$ i ${}^R\dot{\boldsymbol{\phi}}_0^O$.

Przyjmuje się, że na akcelerometr działa siła ciężkości związana z przyspieszeniem grawitacyjnym ${}^R\mathbf{g}$ i siła bezwładności pochodząca od ruchu robota z przyspieszeniem ${}^R\mathbf{a}_I^O$. Pomija się przyspieszenia związane z obrotem własnym Ziemi, ponieważ są małe w stosunku do innych przyspieszeń związanych z ruchem robota.

Zatem w celu wyznaczenia wektora przyspieszenia związanego z ruchem robota należy w pierwszej kolejności od wektora przyspieszenia odczytanego z akcelerometru odjąć wektor przyspieszenia grawitacyjnego. Zakładając, że przyspieszenie grawitacyjne wskazywane przez daną oś akcelerometru jest dodatnie, gdy oś ta jest skierowana do góry (tak jest często w przypadku akcelerometrów MEMS dostępnych na rynku), należy skorzystać ze wzoru:

$${}^R\mathbf{a}_I^O = {}^R\mathbf{f}_I + {}^R\mathbf{g}, \quad (4.34)$$

przy czym:

$${}^R\mathbf{g} = {}^R\mathbf{R}^O \mathbf{g}, \quad {}^R\mathbf{R}^O = \begin{bmatrix} c_\Theta c_\Psi & c_\Theta s_\Psi & -s_\Theta \\ s_\Phi s_\Theta c_\Psi - c_\Phi s_\Psi & s_\Phi s_\Theta s_\Psi + c_\Phi s_\Psi & s_\Phi c_\Theta \\ c_\Phi s_\Theta c_\Psi + s_\Phi s_\Psi & c_\Phi s_\Theta s_\Psi - s_\Phi s_\Psi & c_\Phi c_\Theta \end{bmatrix}, \quad {}^O\mathbf{g} = [0, 0, -g]^T. \quad (4.35)$$

Do wyliczenia wektora ${}^R\mathbf{g}$ niezbędna jest znajomość tzw. kątów Eulera dla platformy mobilnej, które można otrzymać w wyniku całkowania pochodnych tych kątów, tj. $\dot{\boldsymbol{\Omega}} = [\dot{\Phi}, \dot{\Theta}, \dot{\Psi}]^T$, wyznaczonych na podstawie wzoru (podrozdział 2.3.4):

$$\dot{\boldsymbol{\Omega}} = {}^R\mathbf{E}^{-1} {}^R\dot{\boldsymbol{\phi}}_0^O, \quad {}^R\mathbf{E}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & s_\Phi s_\Theta / c_\Theta & c_\Phi s_\Theta / c_\Theta \\ 0 & c_\Phi & -s_\Phi \\ 0 & s_\Phi / c_\Theta & c_\Phi / c_\Theta \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

czyli:

$$\boldsymbol{\Omega} = \int \dot{\boldsymbol{\Omega}} dt = \Delta\boldsymbol{\Omega} + \boldsymbol{\Omega}_0, \quad (4.37)$$

gdzie: $\Delta\boldsymbol{\Omega}$ zawiera przyrosty tzw. kątów Eulera od chwili początkowej $t = 0$ s, natomiast $\boldsymbol{\Omega}_0 = [\Phi_0, \Theta_0, \Psi_0]^T$ początkowe wartości tych kątów.

Początkową wartość kąta Ψ można przyjąć jako równą 0 lub wyznaczyć ją na podstawie danych odczytanych z magnetometru, jeżeli kurs równy zero ma odpowiadać północy magnetycznej. Początkowe wartości kątów Φ i Θ można otrzymać na podstawie znajomości wektora ${}^R\mathbf{f}_I$ w chwili początkowej [139], który wynosi:

$${}^R \mathbf{f}_{I0} = {}^R \mathbf{a}_{I0} - {}^R \mathbf{g}_0 = -{}^R \mathbf{g}_0 = -g[s_{\Theta_0}, -s_{\Phi_0}c_{\Theta_0}, -c_{\Phi_0}c_{\Theta_0}]^T, \quad (4.38)$$

gdzie: $c_{\Phi_0} = \cos \Phi_0$, $s_{\Phi_0} = \sin \Phi_0$, $c_{\Theta_0} = \cos \Theta_0$, $s_{\Theta_0} = \sin \Theta_0$.

Ponieważ dane z akcelerometru są zazwyczaj zaszumione, więc w praktyce zamiast pojedynczej wartości w chwili początkowej można wziąć pod uwagę średnią wartość ${}^R \mathbf{f}_I$ z przedziału czasu, w którym robot pozostaje nieruchomy.

Początkowe wartości tzw. kątów Eulera przyjmują wartości:

$$\mathbf{\Omega}_0 = [\arctg({}^R g_{y0}/{}^R g_{z0}), \arcsin({}^R g_{x0}), \Psi_0]^T. \quad (4.39)$$

Wektor prędkości kątowej platformy mobilnej robota wyrażony w ruchomym układzie odniesienia $\{R\}$ związanym z robotem można wyznaczyć korzystając z zależności:

$${}^R \dot{\Phi}_0^O = {}^R \mathbf{E} \dot{\mathbf{\Omega}}, \quad {}^R \mathbf{E} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -s_{\Theta} \\ 0 & c_{\Phi} & s_{\Phi}c_{\Theta} \\ 0 & -s_{\Phi} & c_{\Phi}c_{\Theta} \end{bmatrix}. \quad (4.40)$$

Na tej podstawie, na drodze różniczkowania, można obliczyć przyspieszenie kątowe platformy mobilnej w tym samym układzie odniesienia, tj. ${}^R \ddot{\Phi}_0^O$.

Wektor przyspieszenia liniowego punktu R robota w układzie odniesienia $\{R\}$ (rys. 4.3b) można wyznaczyć na podstawie znanego wektora przyspieszenia punktu I stosując wzór:

$${}^R \mathbf{a}_R^O = {}^R \mathbf{a}_I^O - {}^R \ddot{\Phi}_0^O \times {}^R \mathbf{r}_I - {}^R \dot{\Phi}_0^O \times ({}^R \dot{\Phi}_0^O \times {}^R \mathbf{r}_I). \quad (4.41)$$

Wektor prędkości punktu R robota można uzyskać na drodze bezpośredniego całkowania przyspieszenia ${}^R \mathbf{a}_R^O$:

$${}^R \mathbf{v}_R^O = \int {}^R \mathbf{a}_R^O dt = {}^R \Delta \mathbf{v}_R^O + {}^R \mathbf{v}_{R0}^O, \quad (4.42)$$

gdzie ${}^R \Delta \mathbf{v}_R^O$ stanowi przyrost wektora prędkości od chwili początkowej, a ${}^R \mathbf{v}_{R0}^O$ jest wektorem początkowej prędkości punktu R .

Wektory prędkości i przyspieszenia charakterystycznych punktów Ai robota (rys. 4.3b) można otrzymać korzystając ze wzorów:

$${}^R \mathbf{v}_{Ai}^O = {}^R \mathbf{v}_R^O + {}^R \dot{\Phi}_0^O \times {}^R \mathbf{r}_{Ai}, \quad (4.43)$$

$${}^R \mathbf{a}_{Ai}^O = {}^R \mathbf{a}_R^O + {}^R \ddot{\Phi}_0^O \times {}^R \mathbf{r}_{Ai} + {}^R \dot{\Phi}_0^O \times ({}^R \dot{\Phi}_0^O \times {}^R \mathbf{r}_{Ai}), \quad (4.44)$$

gdzie indeks i oznacza numer koła jezdnego.

Następnie można obliczyć wektory prędkości i przyspieszenia wybranych punktów w nieruchomym układzie odniesienia $\{O\}$ korzystając z zależności:

$${}^O \mathbf{v}_P = {}^O \mathbf{R} {}^R \mathbf{v}_P^O, \quad {}^O \mathbf{a}_P = {}^O \mathbf{R} {}^R \mathbf{a}_P^O, \quad (4.45)$$

gdzie $P = \{R, Ai\}$.

Wektor pozycji charakterystycznego punktu R robota w nieruchomym układzie odniesienia $\{O\}$ oblicza się na drodze całkowania prędkości tego punktu, czyli:

$${}^O\mathbf{r}_R = \int {}^O\mathbf{v}_R dt = {}^O\Delta\mathbf{r}_R + {}^O\mathbf{r}_{R0}, \quad (4.46)$$

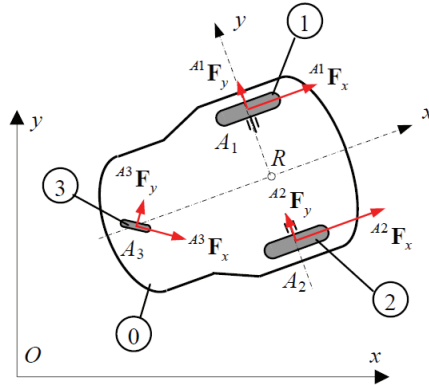
gdzie ${}^O\Delta\mathbf{r}_R$ stanowi przyrost wektora pozycji od chwili początkowej, a ${}^O\mathbf{r}_{R0}$ jest wektorem początkowej pozycji punktu R .

4.3. Przykłady opisu dynamiki mobilnych robotów kołowych

4.3.1. Opis dynamiki robota trzykołowego

W oparciu o metodykę modelowania dynamiki opisaną w rozdziale 3 został opracowany model dynamiki dla robota Pioneer 2DX przedstawionego w podrozdziale 4.1.1. Model ten został opracowany w wersji umożliwiającej rozwiązanie zadania odwrotnego dynamiki, tj. wyznaczenie momentów napędowych τ_1 i τ_2 niezbędnych do realizacji zadanego ruchu.

Na rys. 4.4 przedstawiono składowe siły reakcji działające w płaszczyźnie stycznej kół jezdnych z podłożem, tj. ${}^{Ai}\mathbf{F}_x$ i ${}^{Ai}\mathbf{F}_y$, $i = \{1, 2, 3\}$.

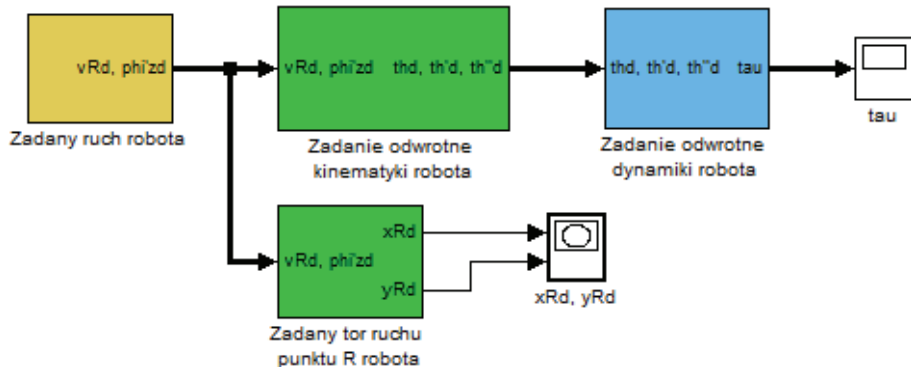


Rys. 4.4. Ilustracja sił reakcji działających na robota Pioneer 2DX w płaszczyźnie stycznej kół jezdnych z podłożem

Siły te mają decydujący wpływ na ruch robota, przy czym w przypadku jazdy z niewielkimi prędkościami i przyspieszeniami składowe ${}^{Ai}\mathbf{F}_y$ są niewielkie. Składowe ${}^{Ai}\mathbf{F}_y$ (poprzeczne) mają wpływ na ruch robota przede wszystkim w trakcie zakręcania i zależą wówczas głównie od prędkości kątowej zakręcania. Z kolei składowe ${}^{Ai}\mathbf{F}_x$ (wzdłużne) osiągają duże wartości w przypadku dużych przyspieszeń liniowych na kierunku osi Rx , dlatego ich największe wartości obserwuje się najczęściej podczas rozpędzania i hamowania.

Obok wymienionych składowych sił reakcji, na styku kół jezdnych z podłożem występują także składowe normalne ${}^{Ai}\mathbf{F}_z$ oraz składowe momentów, tj. ${}^{Ai}\mathbf{T}_x$, ${}^{Ai}\mathbf{T}_y$, i ${}^{Ai}\mathbf{T}_z$ (podrozdział 3.3), które typowo mają już mniejszy wpływ na ruch robota.

Schemat modelu robota opracowanego z użyciem pakietu obliczeniowego MATLAB/Simulink został zaprezentowany na rys. 4.5.



Rys. 4.5. Schemat modelu robota Pioneer 2DX umożliwiający rozwiązanie zadania odwrotnego dynamiki, opracowany z użyciem pakietu MATLAB/Simulink

Model robota Pioneer 2DX zawiera następujące podsystemy:

- Zadany ruch robota – generuje zadane przebiegi prędkości charakterystycznego punktu R robota ${}^R v_{Rd}^O$ i prędkości kątowej jego korpusu ${}^R \dot{\phi}_{0zd}^O$;
- Zadanie odwrotne kinematyki robota – wyznacza zadane prędkości kątowe obrotu własnego napędzanych kół jezdnych $\dot{\theta}_{1d}$ i $\dot{\theta}_{2d}$ na podstawie zadanych prędkości ${}^R v_{Rd}^O$ i ${}^R \dot{\phi}_{0zd}^O$, korzystając z równania (4.16);
- Zadany tor ruchu punktu R robota – oblicza wektor zadanych prędkości uogólnionych ${}^O \dot{\mathbf{q}}_d$ na podstawie zadanych prędkości ${}^R v_{Rd}^O$ i ${}^R \dot{\phi}_{0zd}^O$, z użyciem równania (4.5), a następnie na drodze całkowania wyznacza zadane współrzędne charakterystycznego punktu R robota ${}^O x_{Rd}$ i ${}^O y_{Rd}$ (co pozwala na wyznaczenie zadanego toru ruchu tego punktu) oraz zadaną orientację korpusu robota ${}^R \phi_{0zd}^O$;
- Zadanie odwrotne dynamiki robota – rozwiązuje zadanie odwrotne dynamiki dla robota Pioneer 2DX z wykorzystaniem metodyki opisanej w rozdziale 3, tj. z użyciem zaproponowanych modeli:
 - otoczenia (podrozdział 3.1);
 - kontaktu opony z podłożem (podrozdział 3.2), tj. równania (3.3);
 - opony z zastosowaniem modelu H.B Pacejki (podrozdział 3.3.2) i przyjętej zależności na poślizg wzdłużny kół jezdnych – układ równań (3.11);
 - koła jezdnego (podrozdział 3.4), tj. z użyciem równań (3.28) i (3.29);
 - platformy mobilnej (podrozdział 3.5), korzystając z równań (3.31) i (3.32);
 - oraz tarcia w parach kinematycznych (podrozdział 3.7) – zależności (3.46) i (3.47).

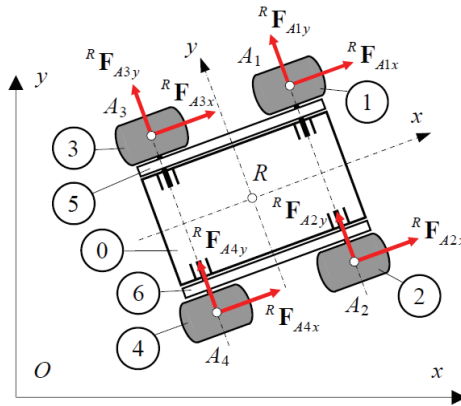
Szczegóły dotyczące zadanych parametrów ruchu robota i uzyskanych wyników symulacji komputerowych zostaną podane w podrozdziale 5.1 opisującym symulację ruchu robota Pioneer 2DX.

4.3.2. Opis dynamiki robota czterokołowego

Dla robota SCOUT przedstawionego w podrozdziale 4.1.2 zostały opracowane dwa modele dynamiki. Pierwszy model dynamiki robota, nazywany modelem szczegółowym został opracowany w oparciu o metodykę opisaną w rozdziale 3. Model ten jest szczegółowo omówiony w kolejnym podrozdziale 4.3.2.1.

Drugi – uproszczony model dynamiki robota został opracowany w celu użycia go w syntezie układów sterowania na bazie modelu robota. Jest on wyprowadzony w podrozdziale 4.3.2.2.

Niezależnie od wybranego modelu w płaszczyźnie styczności kół jezdnych z podłożem działają siły reakcji ${}^{Ai}\mathbf{F}_x$ i ${}^{Ai}\mathbf{F}_y$, $i = \{1, 2, 3, 4\}$ zilustrowane na rys. 4.6, które mają decydujący wpływ na ruch robota. Oprócz nich, na styku kół jezdnych z podłożem występują także składowe normalne ${}^{Ai}\mathbf{F}_z$ oraz składowe momentów, tj. ${}^{Ai}\mathbf{T}_x$, ${}^{Ai}\mathbf{T}_y$, i ${}^{Ai}\mathbf{T}_z$ (podrozdział 3.3). Składowa ${}^{Ai}\mathbf{T}_x$ momentu siły nie jest uwzględniana, natomiast składowa ${}^{Ai}\mathbf{T}_z$ jest wyznaczana tylko w modelu szczegółowym.



Rys. 4.6. Ilustracja sił reakcji działających na robota SCOUT w płaszczyźnie styczności kół jezdnych z podłożem

Zgodnie z tym, na co zwrócono uwagę już w trakcie omawiania zagadnień kinematyki robota SCOUT (podrozdział 4.2.3), na zakręcanie robota lub obracanie wokół jego osi pionowej obok składowych wzdłużnych sił reakcji podłoża ${}^{Ai}\mathbf{F}_x$ istotny wpływ mają składowe poprzeczne ${}^{Ai}\mathbf{F}_y$. Zasadniczy wpływ na ruch robota ma wówczas także sposób jego napędzania.

Przykładowo, jeżeli napęd jest przekazywany na wszystkie koła jezdne (bezpośrednio lub za pośrednictwem pasków zębatach), wówczas w przypadku obracania w miejscu (wokół osi pionowej), np. w lewo składowe wzdłużne sił reakcji podłoża ${}^{Ai}\mathbf{F}_x$ mają zwroty zgodne ze zwrotem osi x układu odniesienia związanego z robotem dla kół jezdnych znajdujących się po prawej stronie robota, a przeciwnie dla kół jezdnych usytuowanych po stronie lewej. Z kolei składowe poprzeczne sił reak-

cji podłoża ${}^{Ai}\mathbf{F}_y$, mają wtedy zwroty zgodne ze zwrotem osi y tego samego układu odniesienia dla kół tylnych, a przeciwne dla kół przednich. W przypadku obracania się robota w prawo wokół osi pionowej omówione składowe siły reakcji podłoża mają zwroty przeciwne do wymienionych. Zatem w przypadku obracania się robota wokół osi pionowej wszystkie składowe wzdłużne siły reakcji podłoża będą powodowały ruch, a wszystkie składowe poprzeczne będą temu ruchowi przeciwdziały. Dlatego też prędkość kąтова platformy mobilnej robota w trakcie obracania nie będzie w ścisły sposób wynikała z prędkości kątowych kół jezdnych, tj. będą spełnione nierówności (4.30) i (4.32). Zatem rozwiązanie zadań prostego i odwrotnego kinematyki dla robota nie będzie wystarczająco dokładne.

Jeszcze gorszy przypadek występuje, gdy napęd jest przekazywany tylko na dwa koła jezdne robota (np. tylne), a pozostałe są swobodne. Wówczas tylko dwie składowe wzdłużne siły reakcji podłoża dla napędzanych kół jezdnych będą powodowały ruch, a wszystkie pozostałe składowe siły reakcji w płaszczyźnie styczności kół jezdnych z podłożem będą temu ruchowi przeciwdziały.

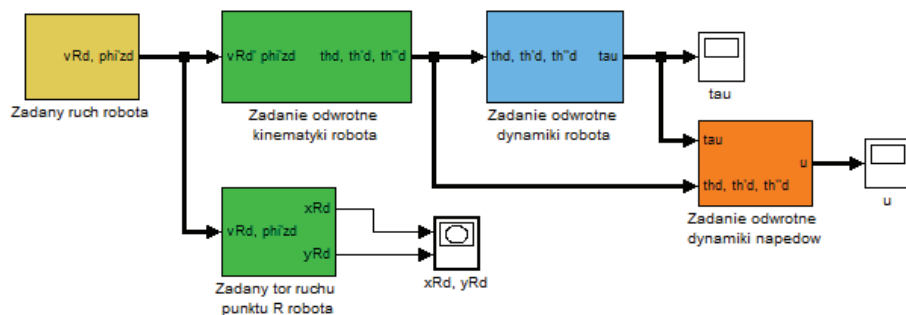
Niezależnie od sposobu napędzania, wszystkie składowe siły reakcji podłoża będą zależały od: zastosowanych opon, rodzaju podłoża, po którym porusza się robot i stanu współpracujących powierzchni, z których wynikają wartości współczynników charakteryzujących współpracę kół jezdnych z podłożem (podrozdział 3.1).

Z powyższych rozważań wynika fakt, że w celu realizacji ruchu robota z zadowalającą dokładnością, zadane prędkości kątowe obrotu własnego kół jezdnych powinny być wyznaczane na bieżąco przez regulator na podstawie zadanych i aktualnych prędkości ruchu robota, tj. prędkości liniowej punktu R oraz prędkości kątowej obrotu platformy mobilnej wokół jej osi pionowej.

4.3.2.1. Model szczegółowy

Szczegółowy model dynamiki robota SCOUT (opisanego w podrozdziale 4.1.2) został opracowany z użyciem metodyki modelowania omówionej w rozdziale 3. Model ten został przygotowany w dwóch wersjach:

- w wersji umożliwiającej rozwiązanie zadania odwrotnego dynamiki, tj. wyznaczenie niezbędnych do zadanego ruchu momentów napędowych;
- oraz w wersji przeznaczonej do rozwiązania zadania prostego dynamiki, czyli wyznaczenia ruchu robota na podstawie danych momentów napędowych.

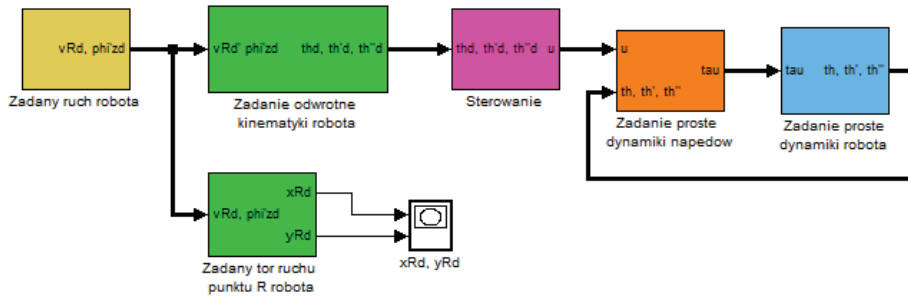


Rys. 4.7. Schemat modelu robota SCOUT umożliwiający rozwiązanie zadania odwrotnego dynamiki, opracowany z użyciem pakietu MATLAB/Simulink

Schemat blokowy pierwszej wersji modelu robota SCOUT został pokazany na rys. 4.7 i zawiera analogiczne podsystemy, jak model opracowany dla robota Pioneer 2DX (podrozdział 4.3.1).

Dodatkowo na schemacie wprowadzono blok „Zadanie odwrotne dynamiki napędów”, który może pozwolić na wyznaczenie takich parametrów napędów, jak aktualnie pobierany prąd, czy niezbędne do założonego ruchu napięcie wejściowe, na podstawie znanych momentów napędowych i zadanych parametrów kątowych obrotu własnego kół jezdnych, czyli w oparciu o równania (3.51) i (3.52). Ponadto, w przypadku zadania odwrotnego kinematyki może być stosowana zależność (4.31) zamiast (4.16).

Schemat blokowy modelu umożliwiającego rozwiązanie zadania prostego dynamiki jest przedstawiony na rys. 4.8.



Rys. 4.8. Schemat modelu robota SCOUT umożliwiający rozwiązanie zadania prostego dynamiki, opracowany z użyciem pakietu MATLAB/Simulink

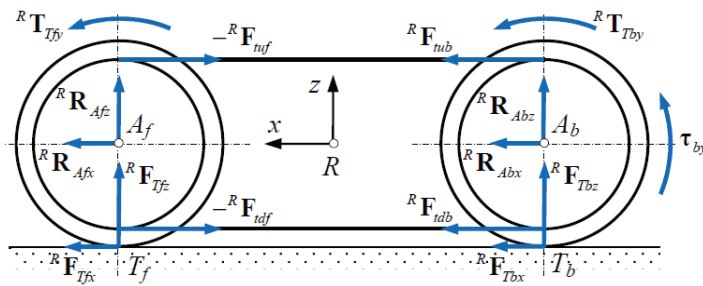
Powyższy schemat zawiera podsystemy:

- Zadany ruch robota – generuje zadane przebiegi prędkości charakterystycznego punktu R robota ${}^R v_{Rd}^O$ i prędkości kątowej jego korpusu ${}^R \dot{\phi}_{0zd}^O$;
- Zadanie odwrotne kinematyki robota – wyznacza zadane prędkości kątowe obrotu własnego napędzanych kół jezdnych $\dot{\theta}_{3d}$ i $\dot{\theta}_{4d}$ na podstawie zadanych prędkości ${}^R v_{Rd}^O$ i ${}^R \dot{\phi}_{0zd}^O$, korzystając z równania (4.31);
- Zadany tor ruchu punktu R robota – oblicza wektor zadanych prędkości uogólnionych ${}^O \dot{\mathbf{q}}_d$ na podstawie zadanych prędkości ${}^R v_{Rd}^O$ i ${}^R \dot{\phi}_{0zd}^O$, z użyciem równania (4.5), a następnie na drodze całkowania wyznacza zadane współrzędne charakterystycznego punktu R robota ${}^O x_{Rd}$ i ${}^O y_{Rd}$ (co pozwala na narysowanie zadanego toru ruchu tego punktu) oraz zadaną orientację korpusu robota ${}^R \phi_{0zd}^O$;
- Sterowanie – oblicza napięcie wejściowe niezbędne do ruchu robota z zakładanymi prędkościami kątowymi kół jezdnych $\dot{\theta}_{3d}$ i $\dot{\theta}_{4d}$, ze wzoru (3.50);
- Zadanie proste dynamiki napędów – umożliwia wyznaczenie poboru prądu i momentu napędowego dla napędów robota na podstawie aktualnego napię-

- cia wejściowego i aktualnych parametrów kątowych obrotu własnego napędzanych kół jezdnych, na podstawie równań (3.48) i (3.49);
- Zadanie proste dynamiki robota – rozwiązuje zadanie proste dynamiki robota korzystając z modeli:
 - otoczenia (podrozdział 3.1);
 - kontaktu opony z podłożem (podrozdział 3.2), tj. równania (3.3);
 - opony z zastosowaniem modelu H.B. Pacejki (podrozdział 3.3.2) oraz przyjętej w pracy zależności na poślizg wzdłużny kół jezdnych – układ równań (3.11);
 - koła jezdnego uzupełnionego o model przekładni pasowej łączącej koła tylne i przednie znajdujące się po jednej stronie robota, tj. z użyciem równań omówionych w niniejszym podrozdziale;
 - platformy mobilnej (podrozdział 3.5), z równań (3.31) i (3.32);
 - oraz tarcia w parach kinematycznych (podrozdział 3.7) – zależności (3.46) i (3.47).

Ta wersja modelu zostanie użyta w badaniach symulacyjnych w celu zbadania wpływu dynamiki napędów na ruch robota oraz będzie wykorzystana w badaniach dotyczących realizacji ruchu nadążnego robota (podrozdział 6.2). W badaniach tych szczegółowy model dynamiki robota będzie odwzorowywał zachowanie rzeczywistego obiektu.

W przypadku użycia w robocie hybrydowego układu jezdnego, w którym niezależnie napędzane są tylne koła jezdne, a następnie napęd z nich przenoszony jest na koła przednie za pomocą pasków zębatych (które mogą także pełnić rolę gąsienic) konieczne jest uwzględnienie dodatkowo przekładni pasowej z paskami zębatymi w modelu robota. Model przekładni wraz z dwoma kołami jezdными oraz działającymi na nie siłami i momentami sił zilustrowano na rys. 4.9. W modelu tym zakłada się, że pasek zębaty nie ślizga się po powierzchni kół pasowych, ponieważ są one zaopatrzone w zęby współpracujące z tymi, które są na pasku.



Rys. 4.9. Model przekładni pasowej wraz z tylnym i przednim kołem jezdным

Należy zauważyć, że w analizowanym przypadku oprócz sił i momentów sił związanych z kontaktem kół jezdnych z podłożem, momentów napędowych i momentów tarcia w parach kinematycznych, na koła te działają także siły związane z napięciem górnej i dolnej części paska zębatego (gąsienicy), odpowiednio ${}^R \mathbf{F}_{tui}$ i ${}^R \mathbf{F}_{tdi}$. Siły i momenty sił pochodzące od paska zębatego można zapisać jako:

$${}^R\mathbf{F}_{ti} = {}^R\mathbf{F}_{tui} + {}^R\mathbf{F}_{tdi}, \quad {}^R\mathbf{T}_{ti} = {}^R\mathbf{r}_{ui} \times {}^R\mathbf{F}_{tui} + {}^R\mathbf{r}_{di} \times {}^R\mathbf{F}_{tdi}, \quad (4.47)$$

gdzie: ${}^R\mathbf{r}_{ui} = -{}^R\mathbf{r}_{di} = [0, 0, r_t]^T$, r_t – promień podziałowy koła pasowego (z zębami), na którym umieszczone są paski zębate.

Siły napięcia górnej i dolnej części gąsienicy określone są z zależności:

$${}^R\mathbf{F}_{icb} = -{}^R\mathbf{F}_{icf} = [F_{cs}, 0, 0]^T, \quad F_{cs} = k_t \Delta l_{cs}, \quad \Delta l_{cs} = \max(\Delta l_0 \pm (\theta_f - \theta_b) r_t, 0), \quad (4.48)$$

gdzie: Δl_0 – wstępne napięcie gąsienicy, Δl_{cs} – aktualne wydłużenie gąsienicy, k_t – współczynnik sztywności gąsienicy, F_{cs} – aktualne napięcie gąsienicy, $c = \{u, d\}$, u – górna część gąsienicy, d – dolna część gąsienicy, $s = \{l, r\}$, l – lewa gąsienica, r – prawa gąsienica, $f = \{1, 2\}$, $b = \{3, 4\}$, f – przednie koła jezdne, b – tylne koła jezdne, $f = 1$ i $b = 3$ dla $s = l$ oraz $f = 2$ i $b = 4$ dla $s = r$.

W powyższym równaniu znak „+” obowiązuje dla górnej gąsienicy ($c = u$), natomiast „-” dla dolnej ($c = d$).

Dynamiczne równania ruchu koła jezdnego mogą być zapisane w analogicznej postaci do równań (3.28) i (3.29) po ich uzupełnieniu o siły i momenty sił wynikające z zastosowanych pasków zębatych, tj. jako:

$$m_i {}^R\mathbf{a}_i^O = {}^R\mathbf{F}_{Ai} + {}^R\mathbf{F}_{ti} + {}^R\mathbf{R}_{Ai}^{(i)} + m_i {}^R\mathbf{g}, \quad (4.49)$$

$$\mathbf{I}_i ({}^R\ddot{\boldsymbol{\theta}}_i + {}^R\ddot{\boldsymbol{\phi}}_0^O) + ({}^R\dot{\boldsymbol{\theta}}_i + {}^R\dot{\boldsymbol{\phi}}_0^O) \times \mathbf{I}_i ({}^R\dot{\boldsymbol{\theta}}_i + {}^R\dot{\boldsymbol{\phi}}_0^O) = {}^R\mathbf{T}_{Ai} + {}^R\mathbf{T}_{ti} + {}^R\mathbf{M}_{Ai}^{(i)} + {}^R\boldsymbol{\tau}^{(i)}, \quad (4.50)$$

gdzie: m_i , $\mathbf{I}_i$ – masa i tensor bezwładności koła jezdnego, ${}^R\mathbf{a}_i^O$ – wektor przyspieszenia środka masy tego koła, ${}^R\mathbf{F}_{Ai}$ – wektor sił reakcji w miejscu kontaktu, ${}^R\mathbf{T}_{Ai}$ – wektor momentu sił reakcji pochodzący od sił i momentów sił reakcji w miejscu kontaktu, ${}^R\mathbf{R}_{Ai}^{(i)}$, ${}^R\mathbf{M}_{Ai}^{(i)}$ – wektory siły i momentu siły reakcji wewnętrznych, działające na koło w miejscu jego zamocowania do platformy mobilnej, ${}^{Ai}\mathbf{g}$ – wektor przyspieszenia grawitacyjnego, ${}^R\dot{\boldsymbol{\phi}}_0^O$, ${}^R\ddot{\boldsymbol{\phi}}_0^O$ – wektory prędkości i przyspieszenia kątoowego platformy mobilnej, ${}^R\dot{\boldsymbol{\theta}}_i$, ${}^R\ddot{\boldsymbol{\theta}}_i$ – wektory prędkości i przyspieszenia kątoowego obrotu własnego koła jezdnego względem platformy mobilnej, ${}^R\boldsymbol{\tau}^{(i)} = {}^R\boldsymbol{\tau}_d^{(i)} + {}^R\boldsymbol{\tau}_f^{(i)}$ – suma wektorów momentu napędowego i oporów ruchu w parze kinematycznej.

Należy zauważyć, że analizowany robot SCOUT ma wyłącznie niekierowane koła jezdne, w związku z tym nie ma potrzeby zapisywania równań (4.49) i (4.50) w układach odniesienia $\{Ai\}$ związanych z tymi kołami, gdyż ich osie mają zawsze tę samą orientację co układ odniesienia $\{R\}$ związany z robotem. W związku z tym równania te zostały zapisane w układzie odniesienia $\{R\}$ związanym z robotem.

Szczegóły dotyczące zadanych parametrów ruchu robota i uzyskanych wyników zostaną opisane w punkcie 5.2 dotyczącym symulacji ruchu robota SCOUT.

4.3.2.2. Model uproszczony

Na potrzeby projektowania i symulacji układów sterowania opartych na modelu obiektu (sterowanie adaptacyjne, odporne itp.) zostanie wyprowadzony uproszczony model robota SCOUT dla wszystkich możliwych konfiguracji układu napędowego:

- napędzania tylko tylnych kół jezdnych,
- hybrydowego układu jezdnego (napędzania tylnych kół jezdnych i przeniesienia napędu na koła przednie za pomocą pasków zębatych),
- oraz niezależnego napędu na wszystkie cztery koła jezdne.

Niżej podane zależności są wyprowadzane zgodnie z kolejnością ich stosowania w obliczeniach modelu dynamiki robota.

Zakłada się, że na robota jezdne działają następujące siły zewnętrzne:

- siły reakcji podłoża ${}^R\mathbf{F}_{Ai} = [{}^RF_{Aix}, {}^RF_{Aiy}, {}^RF_{Aiz}]^T$ działające na poszczególne koła jezdne,
- siła ciężkości ${}^R\mathbf{G} = m_R {}^R\mathbf{g}$, gdzie m_R oznacza masę całkowitą robota.

Siła ciężkości ${}^R\mathbf{G}$ jest funkcją przyspieszenia grawitacyjnego ${}^R\mathbf{g} = [{}^Rg_x, {}^Rg_y, {}^Rg_z]^T$ i jest przyłożona w środku masy robota, którego pozycję określa wektor ${}^R\mathbf{r}_{CM} = [{}^Rx_{CM}, {}^Ry_{CM}, {}^Rz_{CM}]^T$.

W wyniku działania wymienionych sił, zgodnie z II prawem Newtona, robot porusza się z przyspieszeniem ${}^R\mathbf{a}_{CM}^O = [{}^Ra_{CMx}^O, {}^Ra_{CMy}^O, {}^Ra_{CMz}^O]^T$.

Dla wszystkich konfiguracji układu napędowego robota obowiązują więc następujące dynamiczne równania ruchu środka masy robota:

$$m_R {}^Ra_{CMx}^O = \sum_{i=1}^4 {}^RF_{ix} + m_R {}^Rg_x, \quad (4.51)$$

$$m_R {}^Ra_{CMy}^O = \sum_{i=1}^4 {}^RF_{iy} + m_R {}^Rg_y, \quad (4.52)$$

$$m_R {}^Ra_{CMz}^O = \sum_{i=1}^4 {}^RF_{iz} + m_R {}^Rg_z. \quad (4.53)$$

Wektor przyspieszenia grawitacyjnego, wyrażony w układzie odniesienia $\{R\}$ związanym z robotem, otrzymuje się w wyniku przekształcenia:

$${}^R\mathbf{g} = {}^R\mathbf{R}^O \mathbf{g}, \quad (4.54)$$

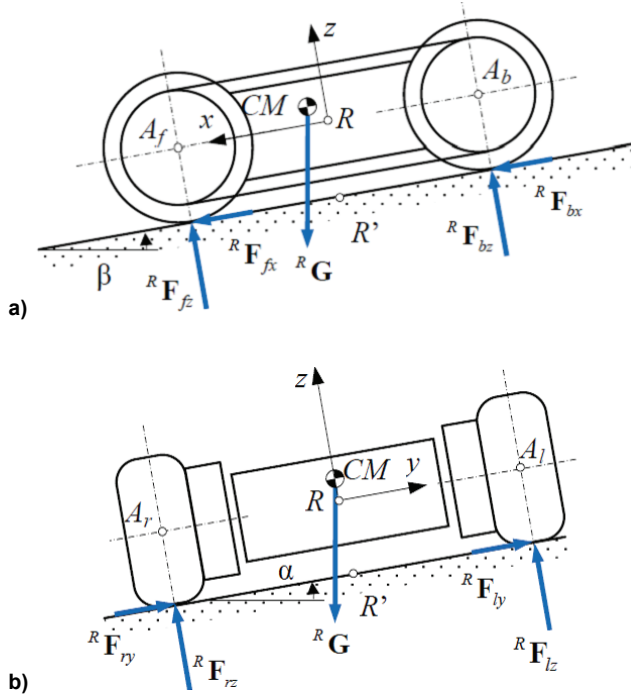
gdzie ${}^R\mathbf{R}^O$ jest macierzą rotacji z nieruchomego układu odniesienia $\{O\}$ do ruchomego układu odniesienia $\{R\}$ związanego z robotem, zaś wektor przyspieszenia grawitacyjnego, wyrażony w nieruchomym układzie odniesienia $\{O\}$, wynosi ${}^O\mathbf{g} = [0, 0, -g]^T$.

Rzuty tego wektora na osie układu odniesienia $\{R\}$ zależą od aktualnej orientacji platformy mobilnej, tj. od kątów Eulera, odpowiednio: przechylenia Φ , pochylenia Θ oraz odchylenia Ψ (podrozdział 2.3.2) i wynoszą:

$${}^Rg_x = g s_\Theta, \quad {}^Rg_y = -g s_\Phi c_\Theta, \quad {}^Rg_z = -g c_\Phi c_\Theta. \quad (4.55)$$

Zakłada się, że robot nie wykonuje obrotów wokół osi R_x i R_y oraz nie przemieszcza się na kierunku osi R_z , tj. ${}^R a_{CMz}^O = 0$. Wprowadza się pomocniczy układ odniesienia $R'xyz$ o początku w punkcie przecięcia osi R_z z podłożem (tj. w punkcie R' – rys. 4.10) oraz o osiach równoległych do osi układu odniesienia związanego z robotem.

Działające na robota siły zewnętrzne w płaszczyznach Rxz i Ryz dla opisanego przypadku (przyjmując, że ${}^R y_{CM} = 0$) zilustrowano na rys. 4.10. Wprowadzone na rysunku indeksy przy siłach reakcji podłoża oznaczają odpowiednie koła jezdne: $f = \{1, 2\}$ – koła przednie, $b = \{3, 4\}$ – koła tylne, $l = \{1, 3\}$ – koła lewe i $r = \{2, 4\}$ – koła prawe.



Rys. 4.10. Ilustracja sił zewnętrznych działających na robota w płaszczyznach: Rxz (a) i Ryz (b)

Na podstawie rozkładu sił pokazanych na rys. 4.10 można zapisać dwa poniższe równania równowagi momentów sił wokół osi $R'x$ oraz $R'y$, które znajdują się w płaszczyźnie stycznej kół jezdnych z podłożem:

$$m_R ({}^R a_{CMy}^O - {}^R g_y)(r + {}^R z_{CG}) + m_R {}^R g_z {}^R y_{CM} + ({}^R F_{1z} + {}^R F_{3z} - {}^R F_{2z} - {}^R F_{4z})W / 2 = 0, \quad (4.56)$$

$$m_R (-{}^R a_{CMx}^O + {}^R g_x)(r + {}^R z_{CG}) - m_R {}^R g_z {}^R x_{CM} + ({}^R F_{3z} + {}^R F_{4z} - {}^R F_{1z} - {}^R F_{2z})L / 2 = 0, \quad (4.57)$$

gdzie: L i W – odległości środków kół jezdnych odpowiednio na kierunku osi R_x i R_y , r – promień nieodkształconego koła jezdneho.

Zakładając, że:

- korpus robota jest bryłą sztywną,
- punkty styczności kół jezdnych z podłożem leżą w jednej płaszczyźnie,
- opony kół jezdnych deformują się wprost proporcjonalnie do działających sił reakcji na kierunku normalnym do podłoża oraz odwrotnie proporcjonalnie do ich sztywności k (przyjmując, że sztywności opony są jednakowe dla wszystkich kół jezdnych),

można zapisać następującą zależność na deformacje poszczególnych kół jezdnych:

$$(\Delta_3 - \Delta_1)/L = (\Delta_4 - \Delta_2)/L. \quad (4.58)$$

Podstawiając $\Delta_i = {}^R F_{iz}/k$ (bo ${}^R F_{iz} = \Delta_i k$) otrzymuje się dodatkowe równanie:

$${}^R F_{3z} - {}^R F_{1z} = {}^R F_{4z} - {}^R F_{2z}. \quad (4.59)$$

Przyjmując, że ${}^R y_{CM} = 0$, można na podstawie równań (4.53), (4.56), (4.57) i (4.59) wyznaczyć składowe normalne sił reakcji podłoża (zakładając, że znane są przyspieszenia środka masy robota ${}^R a_{CMx}^O$, ${}^R a_{CMy}^O$ i ${}^R a_{CMz}^O$, oraz ${}^R a_{CMz}^O = 0$) jako:

$${}^R F_{1z} = m_R \left((({}^R g_x - {}^R a_{CMx}^O)/(2L) + ({}^R g_y - {}^R a_{CMy}^O)/(2W))(r + {}^R z_{CM}) - {}^R g_z (1/4 + {}^R x_{CM}/(2L)) \right), \quad (4.60)$$

$${}^R F_{2z} = m_R \left((({}^R g_x - {}^R a_{CMx}^O)/(2L) - ({}^R g_y - {}^R a_{CMy}^O)/(2W))(r + {}^R z_{CM}) - {}^R g_z (1/4 + {}^R x_{CM}/(2L)) \right), \quad (4.61)$$

$${}^R F_{3z} = m_R \left((({}^R a_{CMx}^O - {}^R g_x)/(2L) + ({}^R g_y - {}^R a_{CMy}^O)/(2W))(r + {}^R z_{CM}) - {}^R g_z (1/4 - {}^R x_{CM}/(2L)) \right), \quad (4.62)$$

$${}^R F_{4z} = m_R \left((({}^R a_{CMx}^O - {}^R g_x)/(2L) - ({}^R g_y - {}^R a_{CMy}^O)/(2W))(r + {}^R z_{CM}) - {}^R g_z (1/4 - {}^R x_{CM}/(2L)) \right). \quad (4.63)$$

W przypadku poziomego podłoża powyższe wzory upraszczają się do postaci:

$${}^R F_{1z} = m_R \left((-{}^R a_{CMx}^O/(2L) - {}^R a_{CMy}^O/(2W))(r + {}^R z_{CM}) + g(1/4 + {}^R x_{CM}/(2L)) \right), \quad (4.64)$$

$${}^R F_{2z} = m_R \left((-{}^R a_{CMx}^O/(2L) + {}^R a_{CMy}^O/(2W))(r + {}^R z_{CM}) + g(1/4 + {}^R x_{CM}/(2L)) \right), \quad (4.65)$$

$${}^R F_{3z} = m_R \left(({}^R a_{CMx}^O/(2L) - {}^R a_{CMy}^O/(2W))(r + {}^R z_{CM}) + g(1/4 - {}^R x_{CM}/(2L)) \right), \quad (4.66)$$

$${}^R F_{4z} = m_R \left(({}^R a_{CMx}^O/(2L) + {}^R a_{CMy}^O/(2W))(r + {}^R z_{CM}) + g(1/4 - {}^R x_{CM}/(2L)) \right). \quad (4.67)$$

Należy zauważyć, że w celu obliczenia wartości składowych normalnych sił reakcji podłoża niezbędna jest znajomość parametrów ruchu środka masy robota CM i środków geometrycznych kół jezdnych, tj. charakterystycznych punktów Ai . W tym celu do obliczeń bierze się wartości tych parametrów z poprzedniego kroku obliczeń, tj. z chwili $t - \Delta t$, gdzie Δt jest przyjętym krokiem dyskretyzacji. W pierwszym kroku obliczeń brane są po uwagę znane warunki początkowe.

Aktualną wartość poślizgu wzdłużnego dla i -tego koła jezdnego wyznacza się ze wzoru:

$$\lambda_i = \begin{cases} 0 & \text{dla } {}^{Ai}v_x^O = 0 \text{ i } v_{oi} = 0, \\ ({}^{Ai}v_x^O - v_{oi}) / \max({}^{Ai}v_x^O, v_{oi}) & \text{dla innych } {}^{Ai}v_x^O \text{ i } v_{oi}, \end{cases} \quad (4.68)$$

który jest uproszczoną wersją zależności (3.11), gdzie $v_{oi} = \dot{\theta}_i r_i$ oraz ${}^{Ai}v_x^O$ są odpowiednio prędkością obwodową tego koła i składową wzdłużną jego środka geometrycznego.

Aktualną wartość współczynnika przyczepności na kierunku wzdłużnym dla tego koła oblicza się korzystając z modelu Kiencke'a [163] rozszerzonego przez autora, tj. ze wzoru:

$$\mu_{ix} = \begin{cases} \frac{2\mu_p \lambda_p \lambda_i}{\lambda_p^2 + \lambda_i^2} & \text{dla } |\lambda_i| \leq \lambda_p, \\ a_{\lambda x} \lambda_i + b_{\lambda x} \operatorname{sgn}(\lambda_i) & \text{dla } |\lambda_i| > \lambda_p, \end{cases} \quad (4.69)$$

gdzie λ_p oznacza wartość poślizgu wzdłużnego odpowiadającą współczynnikowi przyczepności przyłgowej μ_p (rys. 3.4), a współczynniki $a_{\lambda x}$ i $b_{\lambda x}$ określają wzory:

$$a_{\lambda x} = \frac{\mu_p - \mu_k}{\lambda_p - \lambda_{max}}, \quad b_{\lambda x} = \mu_p - a_{\lambda x} \lambda_p, \quad (4.70)$$

gdzie μ_k oznacza współczynnik przyczepności poślizgowej (tożsamy ze współczynnikiem tarcia kinetycznego), a $\lambda_{max} = 100$ jest maksymalną analizowaną w pracy wartością poślizgu wzdłużnego.

Składowa wzdłużna siły reakcji podłoża dla i -tego koła jezdnego zależy od aktualnej wartości współczynnika przyczepności na kierunku wzdłużnym, zgodnie z zależnością:

$${}^R F_{ix} = \mu_{ix} {}^R F_{iz}. \quad (4.71)$$

Z kolei aktualna wartość kąta poprzecznego znoszenia dla i -tego koła jezdnego wyznaczana jest z zależności:

$$\alpha_i = \begin{cases} 0 & \text{dla } {}^{Ai}v_y^O = 0, \\ \arctg 2({}^{Ai}v_y^O, |{}^{Ai}v_x^O|) & \text{dla } |{}^{Ai}v_x^O| > 0, \end{cases} \quad (4.72)$$

gdzie ${}^{Ai}v_x^O$ i ${}^{Ai}v_y^O$ to odpowiednio prędkością wzdłużną i poprzeczną środka geometrycznego i -tego koła jezdnego.

Na podstawie kąta poprzecznego znoszenia można obliczyć dla i -tego koła jezdnego aktualną wartość współczynnika przyczepności na kierunku poprzecznym. W tym celu wprowadza się przybliżoną, w stosunku do modelu H.B. Pacejki [155], zależność:

$$\mu_{iy} = -\mu_{ymax} \sin(\alpha_i), \quad (4.73)$$

gdzie μ_{ymax} oznacza maksymalną wartość współczynnika przyczepności na kierunku poprzecznym (przyjmuje się, że $\mu_p \geq \mu_{ymax} \geq \mu_k$).

Stąd składową poprzeczną siły reakcji podłoża dla i -tego koła jezdnego oblicza się ze wzoru:

$${}^R F_{iy} = \mu_{iy} {}^R F_{iz}. \quad (4.74)$$

Znając wartości składowych wzdłużnych i poprzecznych sił reakcji podłoża dla poszczególnych kół jezdnych można na podstawie zależności (4.51) i (4.52) obliczyć wartości przyspieszeń na kierunkach wzdłużnym i poprzecznym ze wzorów:

$${}^R a_{CMx}^O = \sum_{i=1}^4 {}^R F_{ix} / m_R + {}^R g_x, \quad (4.75)$$

$${}^R a_{CMy}^O = \sum_{i=1}^4 {}^R F_{iy} / m_R + {}^R g_y, \quad (4.76)$$

natomiast w przypadku poziomego podłoża można skorzystać z uproszczonych zależności:

$${}^R a_{CMx}^O = \sum_{i=1}^4 {}^R F_{ix} / m_R, \quad (4.77)$$

$${}^R a_{CMy}^O = \sum_{i=1}^4 {}^R F_{iy} / m_R. \quad (4.78)$$

Dla robota można także zapisać następujące dynamiczne równanie ruchu wynikające z jego obrotu z przyspieszeniem ${}^R \ddot{\phi}_{0z}^O$ wokół osi Rz :

$$\begin{aligned} I_{Rz} {}^R \ddot{\phi}_{0z}^O = & \sum_{i=1}^4 {}^R T_{iz} - ({}^R F_{1x} + {}^R F_{3x})(W / 2 - {}^R y_{CM}) + ({}^R F_{2x} + {}^R F_{4x})(W / 2 + {}^R y_{CM}) + \\ & + ({}^R F_{1y} + {}^R F_{2y})(L / 2 - {}^R x_{CM}) - ({}^R F_{3y} + {}^R F_{4y})(L / 2 + {}^R x_{CM}), \end{aligned} \quad (4.79)$$

gdzie: I_{Rz} – masowy moment bezwładności robota wokół osi Rz , ${}^R T_{iz}$ – tzw. moment stabilizujący związany z obrotem i -tego koła jezdnego wokół osi Rz , wynikający z działających sił tarcia na styku opony z podłożem.

Zakładając, że ${}^R T_{iz} \approx 0$, tj. moment stabilizujący jest pomijalnie mały w stosunku do pozostałych momentów sił działających wokół osi Rz , oraz korzystając z równania (4.79) można wyznaczyć wartość przyspieszenia związanego z obrotem robota wokół osi Rz jako:

$$\begin{aligned} {}^R \ddot{\phi}_{0z}^O = & \left(-({}^R F_{1x} + {}^R F_{3x})(W / 2 - {}^R y_{CM}) + ({}^R F_{2x} + {}^R F_{4x})(W / 2 + {}^R y_{CM}) + \right. \\ & \left. + ({}^R F_{1y} + {}^R F_{2y})(L / 2 - {}^R x_{CM}) - ({}^R F_{3y} + {}^R F_{4y})(L / 2 + {}^R x_{CM}) \right) / I_{Rz}, \end{aligned} \quad (4.80)$$

a następnie na drodze całkowania obliczyć wartość prędkości kątowej obrotu własnego korpusu robota wokół tej osi, czyli ${}^R\dot{\phi}_{0z}^O$.

Na podstawie znanych wartości przyspieszeń ${}^Ra_{CMx}^O$ i ${}^Ra_{CMy}^O$ oraz prędkości kątowej obrotu własnego korpusu robota ${}^R\dot{\phi}_{0z}^O$, można wyznaczyć wartości prędkości ${}^Rv_{CMx}^O$ i ${}^Rv_{CMy}^O$ środka masy robota, a następnie składowe prędkości i przyspieszenia charakterystycznego punktu R . Jeżeli ${}^Rx_{CM} \approx 0$, wówczas ${}^Ra_{CMx}^O \approx {}^Ra_{Rx}^O$ i ${}^Ra_{CMy}^O \approx {}^Ra_{Ry}^O$.

Można zauważyć, że wektor prędkości punktu R robota zależy od prędkości kątowej ${}^R\dot{\phi}_{0z}^O$ i promienia krzywizny toru R_z zgodnie ze wzorem:

$${}^Rv_R^O = {}^R\dot{\phi}_{0z}^O R_z. \quad (4.81)$$

Ponadto, w ogólnym przypadku wektor przyspieszenia ${}^Ra_R^O$ ma zarówno składową styczną, jak i normalną, tj. obowiązują zależności:

$${}^Ra_R^O = {}^Ra_{R\tau}^O + {}^Ra_{Rn}^O \Rightarrow {}^Ra_{R\tau}^O = {}^Ra_R^O - {}^Ra_{Rn}^O, \quad (4.82)$$

$${}^Ra_{R\tau}^O = {}^R\dot{v}_R^O, \quad {}^Ra_{Rn}^O = ({}^Rv_R^O)^2 / R_z = ({}^R\dot{\phi}_{0z}^O)^2 R_z = {}^Rv_R^O {}^R\dot{\phi}_{0z}^O. \quad (4.83)$$

Zatem, w rezultacie rozwiązania równań:

$${}^R\dot{v}_{Rx}^O = {}^Ra_{Rx}^O + {}^Rv_{Ry}^O {}^R\dot{\phi}_{0z}^O, \quad (4.84)$$

$${}^R\dot{v}_{Ry}^O = {}^Ra_{Ry}^O - {}^Rv_{Rx}^O {}^R\dot{\phi}_{0z}^O, \quad (4.85)$$

(które wynikają z rzutowania wektorów przyspieszeń występujących w równaniu (4.82) na osie układu odniesienia związanego z robotem) można obliczyć wartości prędkości ${}^Rv_{Rx}^O$ i ${}^Rv_{Ry}^O$.

Znając wartość składowej wzdłużnej prędkości punktu R , tj. ${}^Rv_{Rx}^O$ oraz wartość prędkości kątowej obrotu własnego korpusu robota wokół osi Rz , czyli ${}^R\dot{\phi}_{0z}^O$, można na tej podstawie obliczyć prędkości Ai charakterystycznych punktów robota ze wzoru:

$$\begin{bmatrix} {}^Rv_{Abx}^O \\ {}^Rv_{Arx}^O \\ {}^Rv_{Afy}^O \\ {}^Rv_{Aby}^O \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -W/2 \\ 1 & W/2 \\ 0 & L/2 - {}^Rx_C \\ 0 & -L/2 - {}^Rx_C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^Rv_{Rx}^O \\ {}^R\dot{\phi}_{0z}^O \end{bmatrix}. \quad (4.86)$$

Dla przypomnienia, indeksy f , b , l i r oznaczają koła jezdne: $f = \{1, 2\}$ – koła przednie, $b = \{3, 4\}$ – koła tylne, $l = \{1, 3\}$ – koła lewe i $r = \{2, 4\}$ – koła prawe.

Można dodatkowo założyć, że ${}^Rx_C = {}^Rx_B = 0$, tj. współrzędna x określająca położenie chwilowego środka obrotu platformy mobilnej w układzie związanym z robotem jest równa 0.

Dla każdego z kół jezdnych robota można następnie zapisać dynamiczne równanie ruchu wynikające z ich obrotu własnego:

$$I_{wy} \ddot{\theta}_i = \tau_i + {}^R T_{ii} - {}^R F_{ix} r - {}^R F_{iz} r f_r \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_i) - \tau_f \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_i), \quad (4.87)$$

w którym I_{wy} oznacza masowy moment bezwładności koła jezdnego wokół jego własnej osi obrotu, τ_i jest momentem napędowym, τ_f momentem sił tarcia w parze kinematycznej, ${}^R T_{ii}$ momentem pochodzącym od sił w pasku zębatym, f_r współczynnikiem oporów toczenia, natomiast $\dot{\theta}_i$ i $\ddot{\theta}_i$ są odpowiednio prędkością i przyspieszeniem kątowym obrotu własnego tego koła.

W miejsce funkcji $\operatorname{sgn}(\dot{\theta}_i)$ można wprowadzić bardziej korzystną z punktu widzenia symulacji funkcję $\operatorname{tgh}(k_{\theta} \dot{\theta}_i)$, gdzie współczynnik $k_{\theta} > 0$ powinien być tym większy, im bardziej funkcja ta ma być zbliżona do $\operatorname{sgn}(\dot{\theta}_i)$.

Momenty sił τ_i oraz ${}^R T_{ii}$ zależą od konfiguracji robota ze względu na sposób napędzania. Biorąc pod uwagę te konfiguracje można zauważyć, że:

- dla niezależnego napędu na tylne koła jezdne:

$${}^R T_{ii} = 0, \quad \tau_p = 0, \quad p = \{1, 2\}, \quad (4.88)$$

- dla hybrydowego układu jezdnego (tj. z paskami zębatymi):

$${}^R T_{ip} = \tau_a/2, \quad {}^R T_{ia} = -\tau_a/2, \quad a = \{3, 4\}, \quad p = \{1, 2\}, \quad (4.89)$$

- dla niezależnego napędu na wszystkie cztery koła jezdne:

$${}^R T_{ii} = 0, \quad i = a = \{1, 2, 3, 4\}, \quad (4.90)$$

gdzie indeks a dotyczy napędzanych kół jezdnych, zaś indeks p swobodnych kół jezdnych.

Uwzględniając powyższe zależności można z równania (4.87) wyznaczyć:

- momenty napędowe τ_a dla napędzanych kół jezdnych na podstawie zadanych parametrów kątowych ich obrotu własnego $\dot{\theta}_a$ i $\ddot{\theta}_a$ (zadanie odwrotne dynamiki) oraz parametry kątowe obrotu swobodnych kół jezdnych, tj. $\dot{\theta}_p$ i $\ddot{\theta}_p$ (o ile takie występują);
- parametry kątowe obrotu własnego kół jezdnych $\dot{\theta}_i$ i $\ddot{\theta}_i$ na podstawie działających na robota momentów napędowych τ_a (zadanie proste dynamiki).

Ostatecznie otrzymuje się więc następujące rozwiązania:

- dla niezależnego napędu na tylne koła jezdne:

$$\tau_a = I_{wy} \ddot{\theta}_a + \tau_f \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_a) + {}^R F_{ax} r + {}^R F_{az} r f_r \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_a), \quad (4.91)$$

$$\ddot{\theta}_a = (\tau_a - {}^R F_{ax} r - {}^R F_{az} r f_r \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_a) - \tau_f \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_a)) / I_{wy}, \quad (4.92)$$

$$\ddot{\theta}_p = (-{}^R F_{px} r - {}^R F_{pz} r f_r \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_p) - \tau_f \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_p)) / I_{wy}, \quad (4.93)$$

- dla hybrydowego układu jezdnego (z paskami zębatymi):

$$\tau_a = \tau_p = 2(I_{wy} \ddot{\theta}_a + \tau_f \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_a) + {}^R F_{ax} r + {}^R F_{az} r f_r \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_a)), \quad (4.94)$$

$$\ddot{\theta}_a = (\tau_a / 2 - {}^R F_{ax} r - {}^R F_{az} r f_r \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_a) - \tau_f \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_a)) / I_{wy}, \quad (4.95)$$

$$\ddot{\theta}_p = (\tau_a / 2 - {}^R F_{px} r - {}^R F_{pz} r f_r \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_p) - \tau_f \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_p)) / I_{wy}, \quad (4.96)$$

- dla niezależnego napędu na wszystkie cztery koła jezdne:

$$\tau_a = I_{wy} \ddot{\theta}_a + \tau_f \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_a) + {}^R F_{ax} r + {}^R F_{az} r f_r \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_a), \quad (4.97)$$

$$\ddot{\theta}_a = (\tau_a - {}^R F_{ax} r - {}^R F_{az} r f_r \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_a) - \tau_f \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_a)) / I_{wy}. \quad (4.98)$$

Powyższe równania momentów napędowych τ_a można zapisać dla wszystkich napędzanych kół jezdnych w zwartej postaci, dogodnej do syntezy układów sterowania:

$$\mathbf{Y} \mathbf{a} = \boldsymbol{\tau}, \quad (4.99)$$

gdzie $\mathbf{a}$ jest wektorem parametrów modelu dynamiki robota, a macierz $\mathbf{Y}$ jest zależna od aktualnych parametrów ruchu robota.

Zatem, w celu ułatwienia projektowania układów sterowania, model dynamiki robota powinien być liniowy ze względu na wektor parametrów robota $\mathbf{a}$.

Jeżeli przyjmie się dla uproszczenia, że współczynnik przyczepności μ_{ix} oporny i podłoża zmienia się zgodnie z modelem Kiencke'a [163], tj. według wzoru:

$$\mu_{ix} = 2\mu_p \lambda_p \lambda_i / (\lambda_p^2 + \lambda_i^2). \quad (4.100)$$

Zakładając, że $\lambda_p = 16,5$ (typowo λ_p zawiera się w przedziale 10–20 [235]), wówczas równanie (4.99) może być rozpisane dla robota SCOUT z hybrydowym układem jezdny w postaci dwóch równań skalarnych:

$$2(a_1 \ddot{\theta}_3 + a_2 \operatorname{tgh}(k_\theta \dot{\theta}_3) + 2\lambda_p \lambda_3 / (\lambda_p^2 + \lambda_3^2)(a_3 + a_4 {}^R a_{Rx}^O - a_5 {}^R a_{Ry}^O) + (a_6 + a_7 {}^R a_{Rx}^O - a_8 {}^R a_{Ry}^O) \operatorname{tgh}(k_\theta \dot{\theta}_3)) = \tau_3, \quad (4.101)$$

$$2(a_1 \ddot{\theta}_4 + a_2 \operatorname{tgh}(k_\theta \dot{\theta}_4) + 2\lambda_p \lambda_4 / (\lambda_p^2 + \lambda_4^2)(a_3 + a_4 {}^R a_{Rx}^O + a_5 {}^R a_{Ry}^O) + (a_6 + a_7 {}^R a_{Rx}^O + a_8 {}^R a_{Ry}^O) \operatorname{tgh}(k_\theta \dot{\theta}_4)) = \tau_4, \quad (4.102)$$

gdzie występujące w równaniach parametry modelu dynamiki robota wynoszą:

$$a_1 = b_1 = I_{wy}, \quad a_2 = b_2 = \tau_f, \quad (4.103)$$

$$a_3 = b_3 b_4 = \mu_p m_R g r (1/4 - {}^R x_{CM} / (2L)), \quad a_4 = b_3 b_5 = \mu_p m_R r (r + {}^R z_{CM}) / (2L), \quad (4.104)$$

$$a_5 = b_3 b_6 = \mu_p m_R r (r + {}^R z_{CM}) / (2W), \quad a_6 = b_4 b_7 = m_R g r (1/4 - {}^R x_{CM} / (2L)) f_r, \quad (4.105)$$

$$a_7 = b_3 b_7 = m_R r (r + {}^R z_{CM}) / (2L) f_r, \quad a_8 = b_6 b_7 = m_R r (r + {}^R z_{CM}) / (2W) f_r, \quad (4.106)$$

przy czym:

$$b_3 = \mu_p, \quad b_4 = m_R g r(1/4 - {}^R x_{CM}/(2L)), \quad b_5 = m_R r(r + {}^R z_{CM})/(2L), \quad (4.107)$$

$$b_6 = m_R r(r + {}^R z_{CM})/(2W), \quad b_7 = f_r. \quad (4.108)$$

Ponadto, w miejsce funkcji $\text{sgn}(\dot{\theta}_i)$ wprowadza się funkcję $\tanh(k_{\dot{\theta}} \dot{\theta}_i)$.

Na podstawie znanych parametrów a_3 – a_8 mogą być obliczone wartości składowych normalnych sił reakcji podłoża i składowych wzdłużnych (dla napędzanych kół jezdnych) jako:

$${}^R F_{1z} = (a_6 - a_7 {}^R a_{Rx}^O - a_8 {}^R a_{Ry}^O)/(r f_r), \quad {}^R F_{2z} = (a_6 - a_7 {}^R a_{Rx}^O + a_8 {}^R a_{Ry}^O)/(r f_r), \quad (4.109)$$

$${}^R F_{3z} = (a_6 + a_7 {}^R a_{Rx}^O - a_8 {}^R a_{Ry}^O)/(r f_r), \quad {}^R F_{4z} = (a_6 + a_7 {}^R a_{Rx}^O + a_8 {}^R a_{Ry}^O)/(r f_r), \quad (4.110)$$

$${}^R F_{3x} = \mu_{3x} {}^R F_{3z} = 2\lambda_p \lambda_3 / (\lambda_p^2 + \lambda_3^2) (a_3 + a_4 {}^R a_{Rx}^O - a_5 {}^R a_{Ry}^O)/r, \quad (4.111)$$

$${}^R F_{4x} = \mu_{4x} {}^R F_{4z} = 2\lambda_p \lambda_3 / (\lambda_p^2 + \lambda_3^2) (a_3 + a_4 {}^R a_{Rx}^O + a_5 {}^R a_{Ry}^O)/r. \quad (4.112)$$

o ile znane są wartości parametrów r, f_r i μ_{ix} .

Analizując równania (4.101)–(4.102) można zauważyć m.in., że do estymacji momentów napędowych τ_3 i τ_4 , dla robota w wersji z hybrydowym układem jezdny, niezbędna jest znajomość wartości takich parametrów ruchu robota, jak: $\ddot{\theta}_3, \dot{\theta}_4, \ddot{\theta}_3, \ddot{\theta}_4, {}^R a_{Rx}^O, {}^R a_{Ry}^O$ oraz poślizgów λ_3 i λ_4 , które z nich wynikają. W równaniach tych nie występuje natomiast w sposób jawny przyspieszenie kątowe ${}^R \ddot{\phi}_{0z}^O$ obrotu własnego platformy mobilnej ani masowy moment bezwładności I_{Rz} .

Opisany uproszczony model dynamiki robota może być także uzupełniony o model jego napędów (przedstawiony w podrozdziale 3.8).

5. Badania symulacyjne ruchu mobilnych robotów kołowych

5.1. Robot trzykołowy

W badaniach symulacyjnych dla robota trzykołowego Pioneer 2DX został zastosowany model dynamiki opisany w podrozdziale 4.3.1. Badania zostały przeprowadzone w dwóch etapach, przy czym pierwszy etap dotyczył analizy ruchu wzdłużnego robota, natomiast w ramach drugiego etapu rozpatrywany był manewr zakręcania robota.

Do badań symulacyjnych przyjęto szacunkowe wartości współczynników charakteryzujących współpracę opon robota z różnymi rodzajami podłoża (tab. 3.1).

5.1.1. Analiza ruchu wzdłużnego robota

Badania rozpoczęto od analizy wpływu prędkości i przyspieszenia ruchu robota na poślizgi kół jezdnych. W pierwszej kolejności analiza została przeprowadzona dla przypadku ruchu wzdłużnego robota, tj. takiego, w którym jego korpus jest w ruchu postępowym do przodu (wszystkie punkty korpusu robota poruszają się po torach prostoliniowych), a koła jezdne są w ruchu płaskim. W tym przypadku analizowane były poślizgi wzdłużne kół jezdnych.

Założono występowanie następujących faz ruchu:

- rozpędzanie od chwili czasu t_0 do t_r na drodze l_r ;
- jazda ze stałą prędkością ${}^R v_{Rd}^O = v_{Ru}$ (w przedziale czasu od t_r do t_h) na drodze $L_p - l_r - l_h$;
- hamowanie od chwili czasu t_h do t_z na drodze l_h ,

gdzie długości L_p , l_r i l_h oznaczają odpowiednio: długość drogi jazdy ze stałą prędkością v_{Ru} oraz drogę rozpędzania i drogę hamowania.

Prędkość charakterystycznego punktu R korpusu robota ma postać:

$${}^R v_{Rd}^O = {}^R v_{Rxd}^O = \begin{cases} \text{step}(t, t_0, 0, t_r, v_{Ru}) & \text{dla } t \leq (t_r + t_h)/2, \\ \text{step}(t, t_h, v_{Ru}, t_z, 0) & \text{dla } t > (t_r + t_h)/2, \end{cases} \quad (5.1)$$

gdzie: t – aktualny czas symulacji, t_0 , t_r , t_h , t_z – charakterystyczne chwile czasu, odpowiednio: rozpoczęcia ruchu, zakończenia rozpędzania, rozpoczęcia hamowania, zakończenia ruchu, v_{Ru} – zadana prędkość charakterystycznego punktu R robota w ruchu ustalonym.

W związku z powyższym okres czasu, w jakim robot powinien być w ruchu wynosi $T = t_z - t_0$, zaś w ruchu ze stałą prędkością $T_u = t_h - t_r$.

Funkcja $\text{step}(\bullet, \bullet, \bullet, \bullet, \bullet)$ została zapożyczona z programu MD Adams [142] i umożliwia wygenerowanie łagodnego przebiegu prędkości. Wartości tej funkcji są wyznaczane zgodnie z zależnością:

$$\text{step}(x, x_0, h_0, x_1, h_1) = \begin{cases} h_0 & \text{dla } x \leq x_0, \\ h_0 + a \cdot \Delta^2 (3 - 2\Delta) & \text{dla } x_0 < x < x_1, \\ h_1 & \text{dla } x \geq x_1, \end{cases} \quad (5.2)$$

gdzie: $a = h_1 - h_0$, $\Delta = (x - x_0)/(x_1 - x_0)$.

Charakterystyczne chwile czasu obliczone zostały na podstawie poniższych zależności, które wynikają z funkcji $\text{step}(\bullet, \bullet, \bullet, \bullet, \bullet)$.

$$t_0 = 0,5 \text{ s}, \quad t_r = 2l_r / v_{Ru} + t_0, \quad t_h = L_p / v_{Ru} + t_r, \quad t_z = 2l_h / v_{Ru} + t_h. \quad (5.3)$$

W przypadku zastosowania funkcji $\text{step}(\bullet, \bullet, \bullet, \bullet, \bullet)$ maksymalne wartości przyspieszeń podczas rozpędzania i hamowania wynoszą odpowiednio:

$$a_{Rr} = \frac{3}{4} \frac{v_{Ru}^2}{l_r}, \quad a_{Rh} = \frac{3}{4} \frac{v_{Ru}^2}{l_h}. \quad (5.4)$$

Ruch robota może być także zadawany w inny sposób, tj. dla danej prędkości v_{Ru} , zamiast drogi rozpędzania l_r i drogi hamowania l_h mogą być zadawane maksymalne wartości przyspieszeń podczas rozpędzania i hamowania, czyli a_{Rr} i a_{Rh} . Wówczas drogę rozpędzania i hamowania w analizowanym przypadku można wyznaczyć ze wzorów:

$$l_r = \frac{3}{4} \frac{v_{Ru}^2}{a_{Rr}}, \quad l_h = \frac{3}{4} \frac{v_{Ru}^2}{a_{Rh}}. \quad (5.5)$$

W badaniach symulacyjnych założono różne wartości zadanej prędkości ruchu robota ${}^R v_{Rd}^O$, przyjmując, że prędkość kątowna obrotu własnego platformy mobilnej ${}^R \dot{\varphi}_{0zd}^O$ jest równa zero. Badania przeprowadzono dla różnych kombinacji prędkości (tab. 5.1) i rodzajów podłoża (tab. 3.1). Przyjęto, że droga rozpędzania wynosi $l_r = 0,5 \text{ m}$, droga jazdy ze stałą prędkością $L_p = 1,5 \text{ m}$, a droga hamowania $l_h = 0,5 \text{ m}$.

Tab. 5.1. Warianty prędkości v_{Ru} do analizy ruchu wzdłużnego robota Pioneer 2DX

Wariant	1	2	3	4	5	6
$v_{Ru} \text{ (m/s)}$	0,1	0,3	0,6	1,0	1,3	1,6

Następnie wyznaczono niezbędne do założonego ruchu prędkości kątowe obrotu własnego napędzanych kół jezdnych korzystając z zależności:

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}_d = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_{1d} \\ \dot{\theta}_{2d} \end{bmatrix} = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} 1 & -W/2 \\ 1 & W/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^R v_{Rd}^O \\ {}^R \dot{\varphi}_{0zd}^O \end{bmatrix}, \quad (5.6)$$

która odpowiada zależności (4.16).

W ten sposób rozwiązano zadanie odwrotne kinematyki dla robota, co szerzej omawiano w podrozdziale 4.2.2. W pracy zaprezentowano dalej wybrane wyniki symulacji dla różnych rodzajów podłoża.

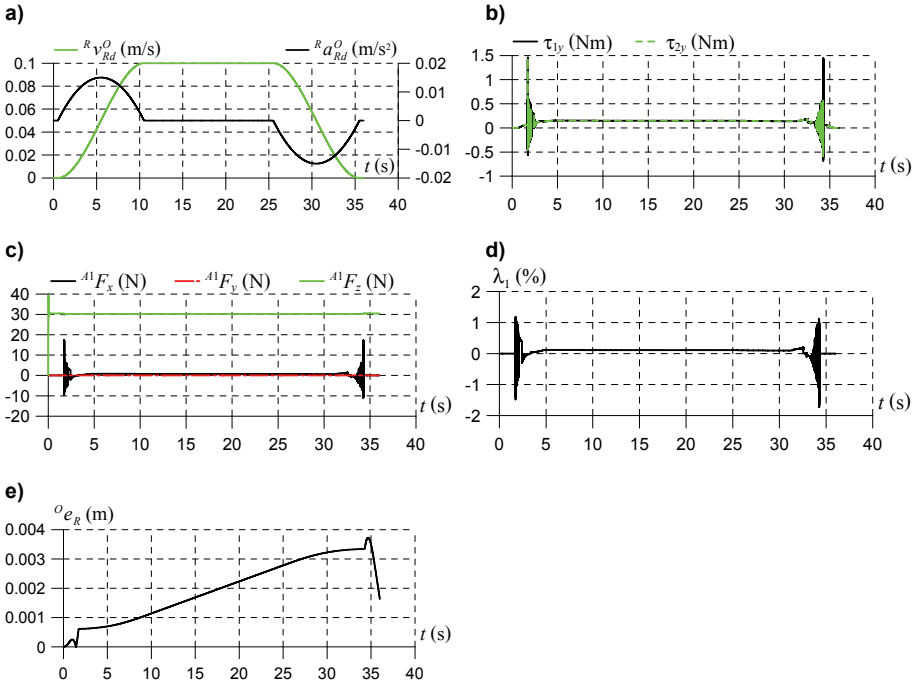
W symulacjach wyznacza się błąd położenia charakterystycznego punktu R robota w trakcie jego ruchu ze wzoru:

$${}^O e_R = \sqrt{({}^O x_{Rd} - {}^O x_R)^2 + ({}^O y_{Rd} - {}^O y_R)^2}, \quad (5.7)$$

czyli biorąc pod uwagę różnicę zadanych i aktualnych współrzędnych tego punktu.

Symulacja 5.1

Założono, że robot ma poruszać się prosto z maksymalną prędkością $v_{Ru} = 0,1$ m/s po podłożu betonowym. Zadano przebieg prędkości i przyspieszenia charakterystycznego punktu R robota (rys. 5.1a). W wyniku symulacji wyznaczono m.in. przebiegi momentów napędowych niezbędnych do realizacji zakładanego ruchu (rys. 5.1b) oraz składowe siły reakcji podłoża dla kół 1 (rys. 5.1c), 2 i 3.



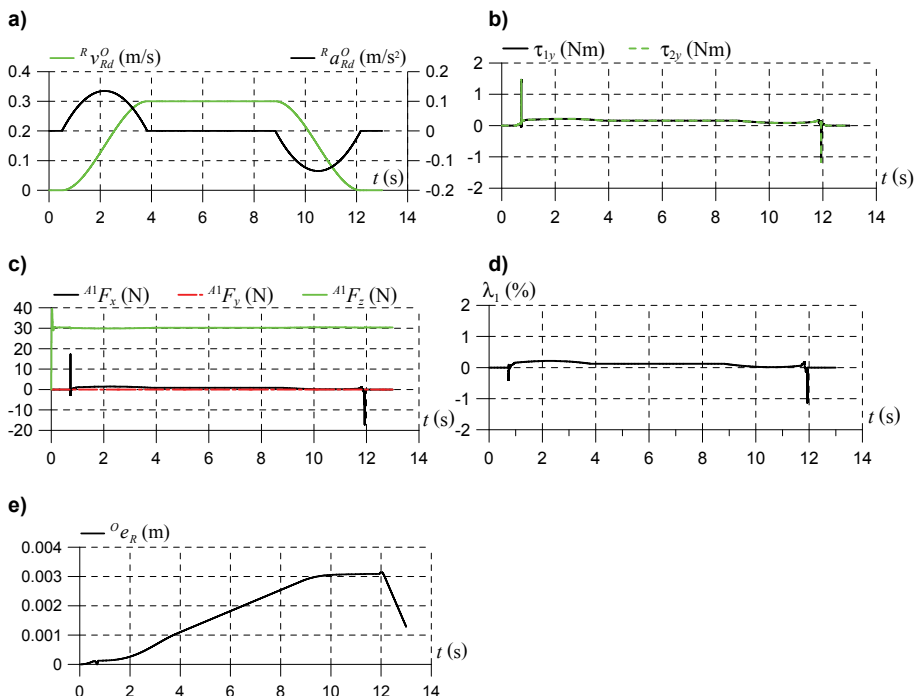
Rys. 5.1. Wyniki symulacji ruchu wzdłużnego robota Pioneer 2DX z zadaną prędkością $v_{Ru} = 0,1$ m/s po podłożu betonowym

Podczas ruchu robota występuje niewielki poślizg wzdłużny kół jezdnych, który dla koła nr 1 w ruchu ustalonym osiąga wartość mniejszą od 1 % (rys. 5.1d), w związku z tym występuje niewielki błąd realizacji zadanego ruchu punktu R robota (rys. 5.1e). Błąd ten wynika jedynie z występujących poślizgów kół jezdnych,

gdyż rozwiązując zadanie odwrotne dynamiki zakłada się, że zadane parametry kątowe kół jezdnych są realizowane w sposób idealny, tj. bez błędów.

Symulacja 5.2

Druga symulacja została przeprowadzona dla podobnych założeń jak symulacja pierwsza, ale tym razem maksymalna zadana wartość prędkości robota wynosiła $v_{Ru} = 0,3$ m/s. Zadany przebieg prędkości i przyspieszenia charakterystycznego punktu R robota zilustrowano na rys. 5.2a, natomiast na rys. 5.2b–e uzyskane wyniki. Porównując te wyniki z otrzymanymi w poprzedniej symulacji można zauważyć, że mimo większej prędkości i przyspieszenia, otrzymano nieco mniejszą maksymalną wartość błędu położenia charakterystycznego punktu R robota (rys. 5.2e). Wynika to z faktu, że w przypadku ruchu z mniejszą prędkością (np. 0,1 m/s, jak w poprzedniej symulacji) większy negatywny wpływ na dokładność realizacji ruchu mają opory ruchu w parach kinematycznych, których występowanie uwzględniono w modelu robota. Niemniej jednak w obu przypadkach występowanie tarcia w parach kinematycznych nie wpływa w istotny sposób na dokładność realizacji ruchu.

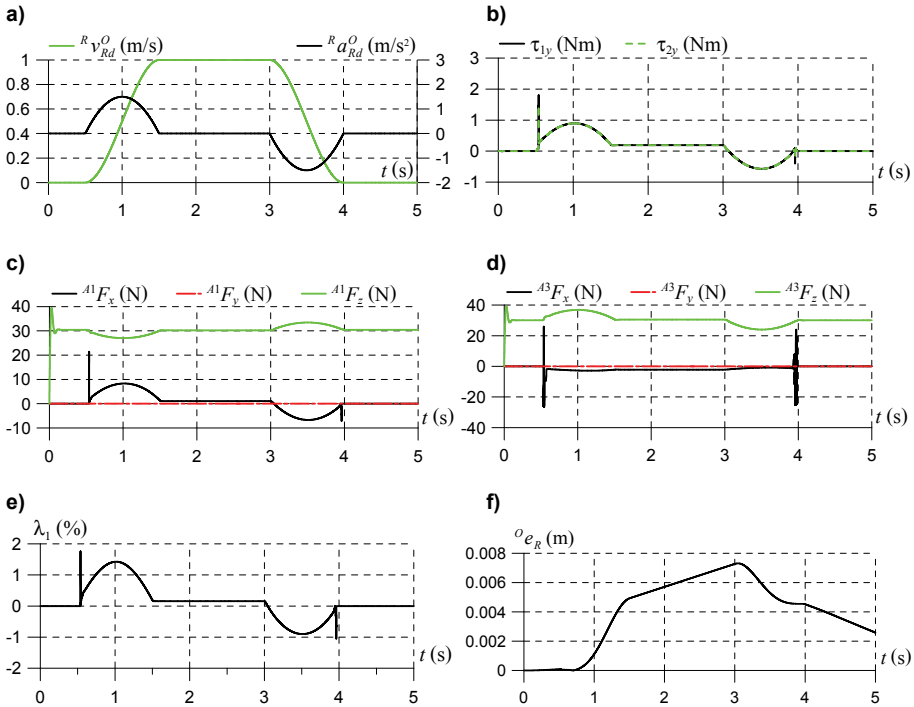


Rys. 5.2. Wyniki symulacji ruchu wzdłużnego robota Pioneer 2DX z zadaną prędkością $v_{Ru} = 0,3$ m/s po podłożu betonowym

Symulacja 5.3

Trzecia symulacja została wykonana dla analogicznych założeń jak poprzednie, przy czym dla zadanej prędkości ruchu robota $v_{Ru} = 1,0$ m/s. Na uwagę zasługuje tym ra-

zem fakt znacznie zwiększonych w trakcie rozpędzania i hamowania robota wartości momentów napędowych (rys. 5.3b), składowych wzdłużnych sił reakcji podłoża dla napędzanych kół jezdnych (rys. 5.3c), poślizgu wzdłużnego (rys. 5.3e) oraz występujące zmiany składowych normalnych sił reakcji podłoża (rys. 5.3c–d), co jest spowodowane występowaniem stosunkowo dużych tzw. sił bezwładności działających na robota. W efekcie błąd realizacji zadanego ruchu charakterystycznego punktu R robota (rys. 5.3f) jest nieco większy w stosunku do poprzednio analizowanych przypadków.

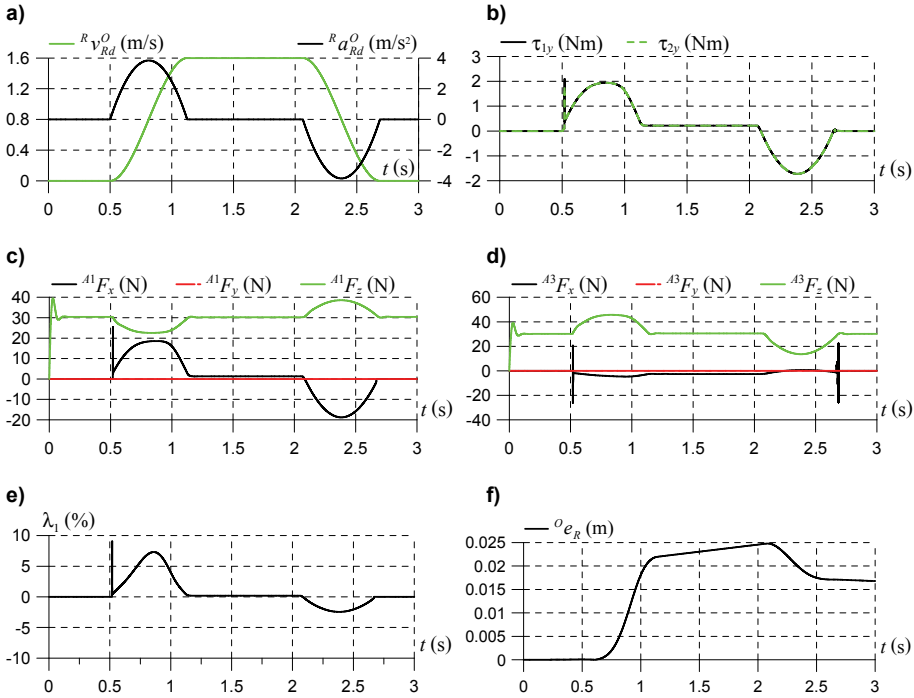


Rys. 5.3. Wyniki symulacji ruchu wzdłużnego robota Pioneer 2DX z zadaną prędkością $v_{Ru} = 1,0$ m/s po podłożu betonowym

Symulacja 5.4

Kolejną, czwartą symulację przeprowadzono dla podobnych założeń jak poprzednio, lecz tym razem dla maksymalnej dla robota Pioneer 2DX prędkości $v_{Ru} = 1,6$ m/s. Jak należało się spodziewać, uzyskano jeszcze większe wartości momentów napędowych niezbędnych do założonego ruchu (rys. 5.4b), składowych wzdłużnych sił reakcji podłoża dla napędzanych kół jezdnych (rys. 5.4c), poślizgów wzdłużnych (rys. 5.4e) oraz większe zróżnicowanie składowych normalnych sił reakcji podłoża (rys. 5.4c–d). W efekcie otrzymano większe wartości błędu realizacji zadanego ruchu spowodowane poślizgiem (rys. 5.4f). Widoczna (rys. 5.4e) różnica maksymalnych (bezwzględnych) wartości poślizgu wzdłużnego wynika z różnic w zakresie

składowych normalnych sił reakcji podłoża dla napędzanych kół jezdnych (rys. 5.4c). Podczas rozpędzania składowe te przyjmują wartości najmniejsze, więc koła jezdne przenoszą najmniejsze składowe wzdłużne sił reakcji podłoża, natomiast w trakcie hamowania składowe normalne osiągają wartości maksymalne, co pozwala na przenoszenie maksymalnych sił wzdłużnych. W konsekwencji podczas hamowania występują mniejsze (bezwzględne) wartości poślizgu wzdłużnego, a robot podczas hamowania może osiągać większe (bezwzględne) wartości przyspieszenia.

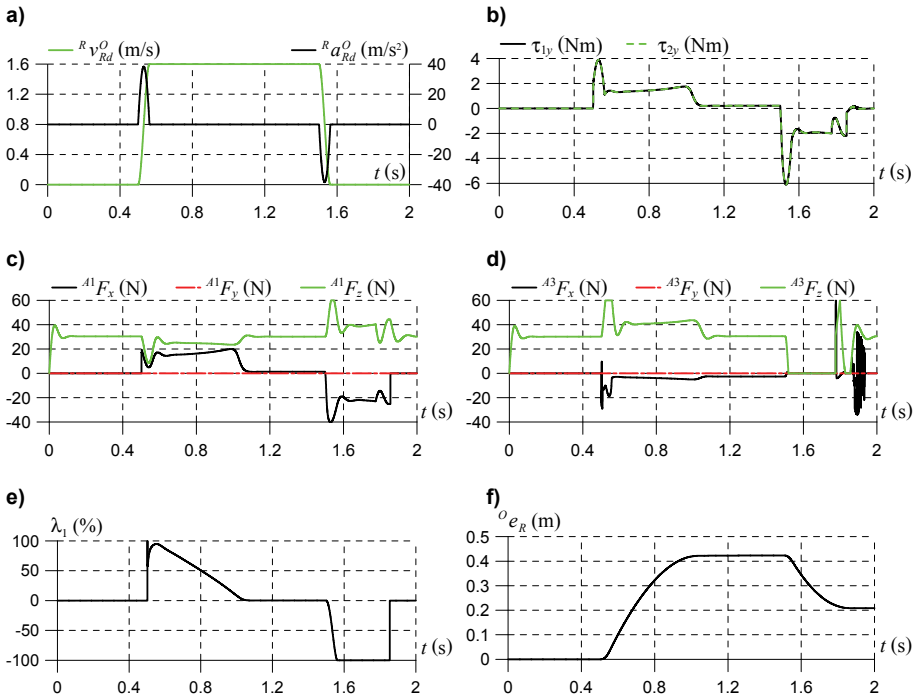


Rys. 5.4. Wyniki symulacji ruchu wzdłużnego robota Pioneer 2DX z zadaną prędkością $v_{Ru} = 1,6$ m/s po podłożu betonowym

Symulacja 5.5

W następnej symulacji analizowano analogiczny jak poprzednio ruch robota, ale ze znacznie większymi wartościami przyspieszenia podczas rozpędzania i hamowania. W tym celu istotnie skrócono drogę rozpędzania i hamowania, przyjęto $l_r = 0,5$ m i $l_h = 0,5$ m zakładając, że długość drogi jazdy ze stałą prędkością $L_p = 1,5$ m nie ulega zmianie. Wynikające z takich założeń przebiegi zadanej prędkości i zadanego przyspieszenia punktu R robota pokazano na rys. 5.5a. W tym przypadku inaczej wyglądają przebiegi niezbędnych do założonego ruchu momentów napędowych. Ich wartości są istotnie większe w stosunku do poprzednich symulacji (rys. 5.5b). Ponadto występują znacznie większe wartości poślizgu wzdłużnego, dochodzące nawet do 100 % (rys. 5.5e) oraz znacznie większe wartości składowych wzdłużnych sił reakcji podłoża dla napędzanych kół jezdnych (rys. 5.5c). W efekcie następuje bardzo

duże zróżnicowanie składowych normalnych sił reakcji podłoża dla kół jezdnych (rys. 5.5c–d), w szczególności w trakcie rozpędzania istotnie zmniejszają się te składowe dla napędzanych kół przednich, a zwiększają dla samonastawnego koła podpierającego znajdującego się z tyłu. Z kolei w trakcie hamowania występuje odwrotny efekt, a na dodatek tylne koło odrywa się od podłoża i robot pochyla się do przodu. Dalsze zwiększanie zadanego przyspieszenia ruchu robota powoduje zwiększanie opisanych wyżej efektów, prowadząc do przewrócenia się robota do przodu.



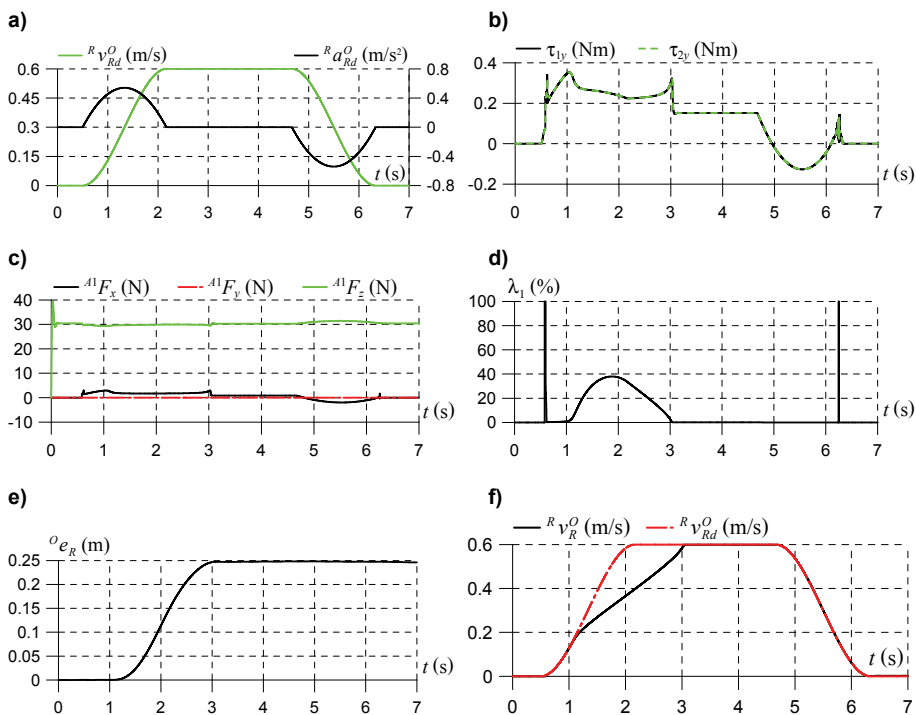
Rys. 5.5. Wyniki symulacji ruchu wzdłużnego robota Pioneer 2DX z zadaną prędkością $v_{Ru} = 1,6$ m/s po podłożu betonowym z dużymi przyspieszeniami

Symulacja 5.6

Ostatnia, prezentowana symulacja dotycząca robota Pioneer 2DX była związana z jego ruchem wzdłużnym po lodzie z prędkością $v_{Ru} = 0,6$ m/s. Zadany ruch robota zilustrowano na rys. 5.6a, natomiast na rys. 5.6b–f uzyskane wyniki.

Analizując uzyskane przebiegi można zauważyć stosunkowo małe wartości momentów napędowych (rys. 5.6b) i składowych wzdłużnych sił reakcji podłoża dla napędzanych kół jezdnych (rys. 5.6c), co wynika z małej wartości współczynnika przyczepności przyłogowej dla lodu (tab. 3.1) i z niewielkiej wartości przyspieszenia robota (rys. 5.6a). W trakcie rozpędzania występują dość duże wartości poślizgu wzdłużnego (rys. 5.6d), co powoduje duże błędy w realizacji założonego ruchu (rys. 5.6e). Uzyskany w wyniku ruchu przebieg prędkości w trakcie rozpędzania istotnie odbiega od przebiegu zadanego, co pokazano na dodatkowym rys. 5.6f.

Dalsze zwiększanie prędkości i przyspieszenia ruchu robota potęguje wyżej omówione zjawiska prowadząc do coraz większych błędów w realizacji założonego ruchu aż do całkowitego braku ruchu, w momencie, gdy poślizg wzdłużny cały czas będzie utrzymywał się na poziomie 100 %.



Rys. 5.6. Wyniki symulacji ruchu wzdłużnego robota Pioneer 2DX z zadaną prędkością $v_{Ru} = 0,6$ m/s po lodzie

5.1.2. Analiza robota w trakcie manewru zakręcania

Obecnie zostanie przeprowadzona analiza ruchu robota w trakcie manewru zakręcania dla różnych prędkości liniowych charakterystycznego punktu R robota i dla różnych promieni zakrętu. Analizowane będą zarówno poślizgi wzdłużne, jak i poprzeczne kół jezdnych. Opisane badania będą realizowane podobnie jak poprzednio przy założeniu, że zadane są parametry kątowe obrotu napędzanych kół jezdnych, a wyznaczone zostaną niezbędne do ruchu momenty napędowe, czyli rozwiązywane będzie zadanie odwrotne dynamiki robota.

Prędkość charakterystycznego punktu R korpusu robota jest zadana analogicznie jak w przypadku ruchu wzdłużnego robota, zależność (5.1). Ruch robota odbywa się przy założeniu, że droga rozpędzania wynosi $l_r = 0,5$ m, jazdy ze stałą prędkością po linii prostej $l_p = 0,5$ m, a hamowania $l_h = 0,5$ m. Zadany promień zakręcania (dla punktu R korpusu robota) wynosi R_z , a droga, jaką pokonuje punkt R robota w trakcie

manewru zakręcania wynosi $\pi R_z/2$, czyli zakłada się, że w wyniku manewru zakręcania korpus robota obróci się o kąt $\varphi_{0zm} = \pi/2$ rad.

Należy podkreślić, że zadany tor ruchu robota w trakcie manewru zakręcania stanowi jedynie przybliżenie łuku okręgu. Wynika to z faktu, że aby nastąpiło przejście z toru prostoliniowego na łuk okręgu i odwrotnie prędkość kątowa musi się zmienić odpowiednio od wartości równej zero do wartości równej ${}^R v_{Rd}^O / R_z$, a następnie od tej wartości do zera. Zmiana ta nie jest możliwa w nieskończenie krótkim czasie, w związku z tym im krótszy będzie ten czas przejścia z jednego toru ruchu w drugi, tym bardziej łuk uzyskany w trakcie manewru zakręcania będzie zbliżony do łuku okręgu.

W badaniach symulacyjnych zakłada się, że różne wartości zadanej prędkości ruchu charakterystycznego punktu R robota w ruchu ustalonym v_{Ru} oraz promienia zakrętu R_z . Z wielkości tych wynika prędkość kątowa obrotu własnego platformy mobilnej w trakcie ustalonego zakręcania, która wynosi:

$$\dot{\varphi}_{0zu} = v_{Ru} / R_z. \quad (5.8)$$

Przebieg zadanej prędkości charakterystycznego punktu R robota generuje się podobnie jak w przypadku ruchu wzdłużnego z użyciem funkcji $\text{step}(\bullet, \bullet, \bullet, \bullet)$, tj. korzystając z zależności (5.1). Podobnie, przebieg zadanej prędkości kątowej obrotu własnego korpusu robota generuje się korzystając ze wzoru:

$${}^R \dot{\varphi}_{0zd}^O = \begin{cases} \text{step}(t, t_1, 0, t_2, \dot{\varphi}_{0zu}) & \text{dla } t \leq (t_2 + t_3)/2, \\ \text{step}(t, t_3, \dot{\varphi}_{0zu}, t_4, 0) & \text{dla } t > (t_2 + t_3)/2. \end{cases} \quad (5.9)$$

Charakterystyczne chwile czasu wyznaczane są na podstawie zależności:

$$t_0 = 0,5 \text{ s}, \quad t_r = 2l_r / v_{Ru} + t_0, \quad t_1 = L_p / v_{Ru} - 3/4 \cdot |\dot{\varphi}_{0zu} / \ddot{\varphi}_{0zm}| + t_r, \quad (5.10)$$

$$t_2 = 3/2 \cdot |\dot{\varphi}_{0zu} / \ddot{\varphi}_{0zm}| + t_1, \quad t_3 = |\varphi_{0zm} \cdot R_z| / v_{Ru} + t_1, \quad t_4 = 3/2 \cdot |\dot{\varphi}_{0zu} / \ddot{\varphi}_{0zm}| + t_3, \quad (5.11)$$

$$t_h = L_p / v_{Ru} - 3/4 \cdot |\dot{\varphi}_{0zu} / \ddot{\varphi}_{0zm}| + t_4, \quad t_z = 2l_h / v_{Ru} + t_h, \quad (5.12)$$

gdzie charakterystyczne chwile czasu mają następujące znaczenie: t_0 – rozpoczęcie ruchu po torze prostoliniowym, t_r – zakończenie rozpędzania, t_1 – zakończenie jazdy po torze prostoliniowym i rozpoczęcie jazdy po łuku okręgu, t_2 – ustalenie się prędkości kątowej zakręcania, t_3 – kończenie jazdy po łuku okręgu, t_4 – zakończenie jazdy po łuku okręgu i rozpoczęcie jazdy po torze prostoliniowym, t_h – rozpoczęcie hamowania, t_z – zakończenie ruchu.

W powyższych wzorach występuje zakładana maksymalna wartość przyspieszenia kątowego w trakcie realizacji manewru zakręcania $\ddot{\varphi}_{0zm}$, która decyduje o tym, jak szybko prędkość kątowa obrotu własnego korpusu robota osiągnie zadaną wartość $\dot{\varphi}_{0zu}$.

W związku z koniecznością wygenerowania krzywych przejściowych z łuku okręgu na prostą, i odwrotnie, skróceniu ulega droga jazdy po linii prostej.

Podobnie jak w przypadku ruchu wzdłużnego zadane przebiegi prędkości charakterystycznego punktu R robota ${}^R v_{Rd}^O$ oraz prędkości kątowej obrotu własnego korpusu ${}^R \dot{\varphi}_{0zd}^O$ mogą być także wygenerowane w inny sposób. Przykładowo zadana trajektoria ruchu może nie zawierać części związanych z krzywymi przejściowymi.

Następnie wyznacza się niezbędne do założonego ruchu prędkości kątowe obrotu własnego kół jezdnych korzystając z zależności (5.6), czyli rozwiązuje zadanie odwrotne kinematyki dla robota.

Badania symulacyjne przeprowadzono dla różnych kombinacji prędkości v_{Ru} i przyspieszeń kątowych $\ddot{\varphi}_{0zm}$ (tab. 5.2), promieni zakrętów R_z (tab. 5.3) oraz dla rodzajów podłoża (tab. 3.1). Założono, że przyspieszenie kątowe $\ddot{\varphi}_{0zm}$ jest proporcjonalne do prędkości v_{Ru} . Dalej zaprezentowano wybrane wyniki symulacji.

Tab. 5.2. Warianty prędkości v_{Ru} i przyspieszeń kątowych $\ddot{\varphi}_{0zm}$ do analizy manewru zakręcania robota Pioneer 2DX

Wariant	1	2	3	4	5	6	7	8
v_{Ru} (m/s)	0,1	0,2	0,3	0,5	0,7	1,0	1,3	1,6
$\ddot{\varphi}_{0zm}$ (rad/s)	$0,05 \pi$	$0,1 \pi$	$0,15 \pi$	$0,25 \pi$	$0,35 \pi$	$0,5 \pi$	$0,65 \pi$	$0,8 \pi$

Tab. 5.3. Warianty promieni zakrętu R_z do analizy manewru zakręcania robota Pioneer 2DX

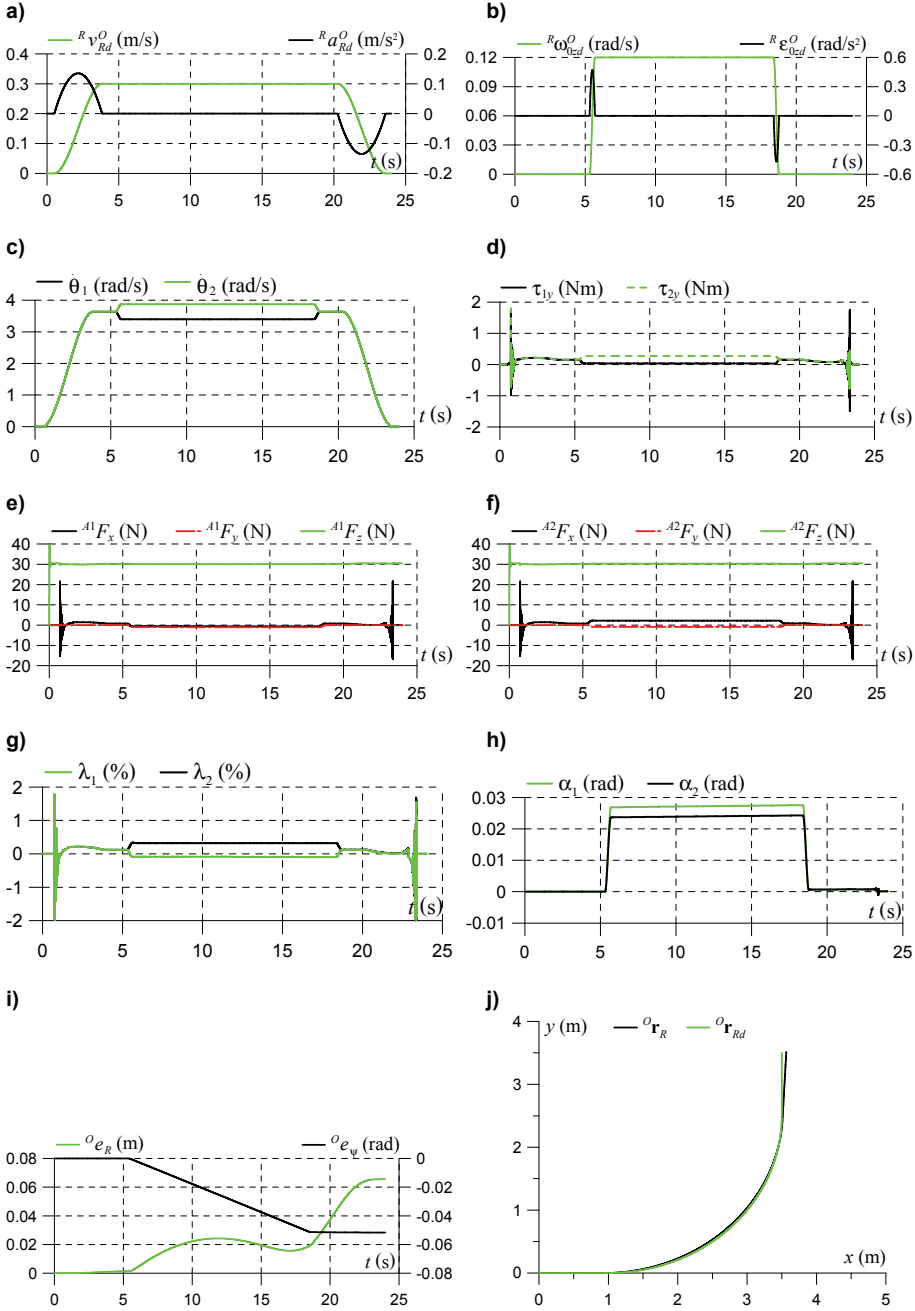
Wariant	1	2	3	4	5	6	7	8
R_z (m)	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0

Symulacja 5.7

Pierwszą symulację manewru zakręcania robota Pioneer 2DX przeprowadzono dla zadanych parametrów liniowych ruchu charakterystycznego punktu R robota (rys. 5.7a) oraz zadanych parametrów kątowych obrotu własnego platformy mobilnej (rys. 5.7b) zakładając, że ruch odbywa się po podłożu betonowym.

Dla tak zadanych parametrów ruchu robota wyznaczono zadane wartości prędkości kątowych obrotu własnego kół jezdnych (rys. 5.7c).

W wyniku symulacji uzyskano przebiegi zaprezentowane na rys. 5.7d–j. Analizując te przebiegi można zauważyć, że momenty napędowe niezbędne do założonego ruchu (rys. 5.7d) osiągają niewielkie wartości. Gwałtowne zmiany wartości momentów napędowych można zaobserwować w początkowej i końcowej fazie ruchu, co ma odzwierciedlenie w postaci analogicznych zmian składowych wzdłużnych sił reakcji podłoża dla napędzanych kół jezdnych (rys. 5.7e–f) oraz poślizgów wzdłużnych (rys. 5.7g). Gwałtowne zmiany tych parametrów (oscylacje) w momencie rozpoczęcia i zakończenia ruchu wynikają przede wszystkim z działania solvera i maleją wraz ze zwiększaniem dokładności symulacji, tj. zmniejszaniem kroku dyskretyzacji Δt . Ponadto, spowodowane są one użyciem modelu opony H.B. Pacejki, który sprawdza się najlepiej w stanach ustalonych, natomiast podczas rozpędzania i hamowania występują stany przejściowe. W trakcie ruchu robota występują niewielkie, bo wynoszące mniej niż 1 %, poślizgi napędzanych kół jezdnych (rys. 5.7g) oraz nieduże wartości kąta poprzecznego znoszenia dla tych kół (rys. 5.7h).

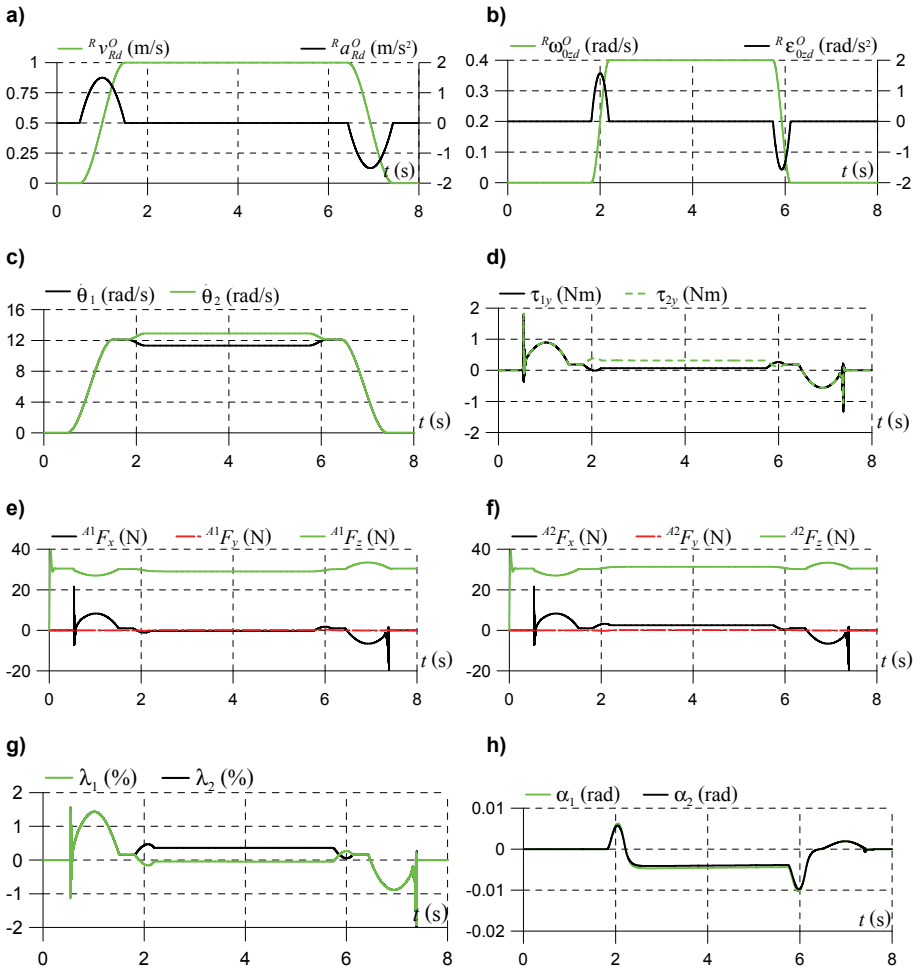


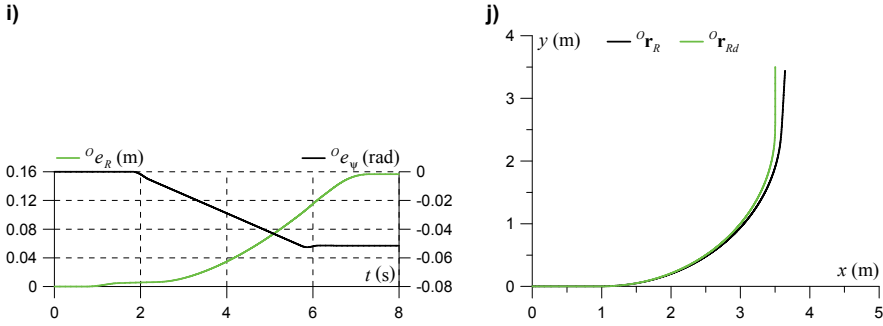
Rys. 5.7. Wyniki symulacji manewru zakręcania robota Pioneer 2DX z zadaną prędkością $v_{Ru} = 0,3$ m/s i promieniem zakrętu $R_z = 2,5$ m po podłożu betonowym

W rezultacie symulowanego ruchu robota uzyskano także nieduże wartości błędów pozycji i orientacji robota (rys. 5.7i). Uzyskany tor ruchu robota jest bardzo zbliżony do zadanego (rys. 5.7j). W analizowanym zadaniu odwrotnym dynamiki powstałe błędy wynikają wyłącznie z występujących niewielkich poślizgów kół jezdnych, gdyż zakłada się, że zadane parametry kątowe tych kół są realizowane w sposób idealny.

Symulacja 5.8

W kolejnej symulacji analizowany był analogiczny jak poprzednio ruch robota, z tym, że tym razem z większą prędkością, tj. wynoszącą $v_{Ru} = 1,0$ m/s. Dla zadanych parametrów ruchu robota zilustrowanych na rys. 5.8a–c otrzymano przebiegi przedstawione na rys. 5.8d–j.



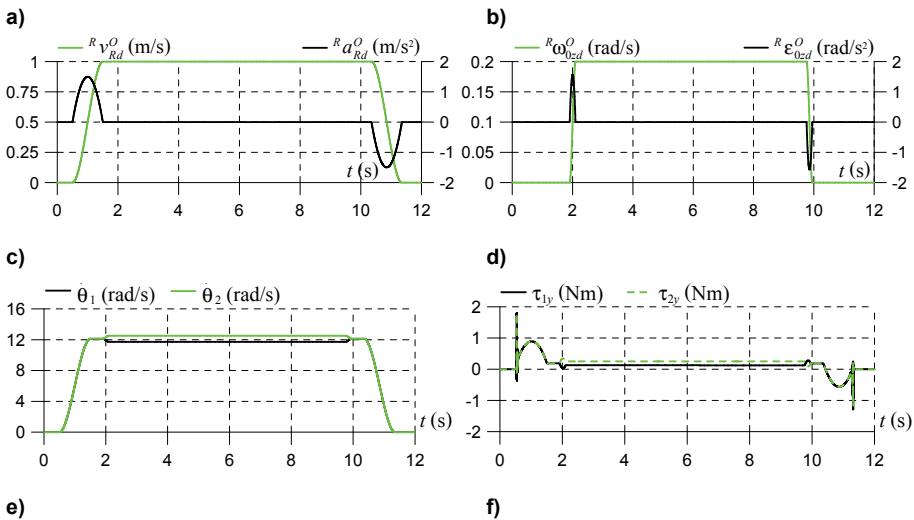


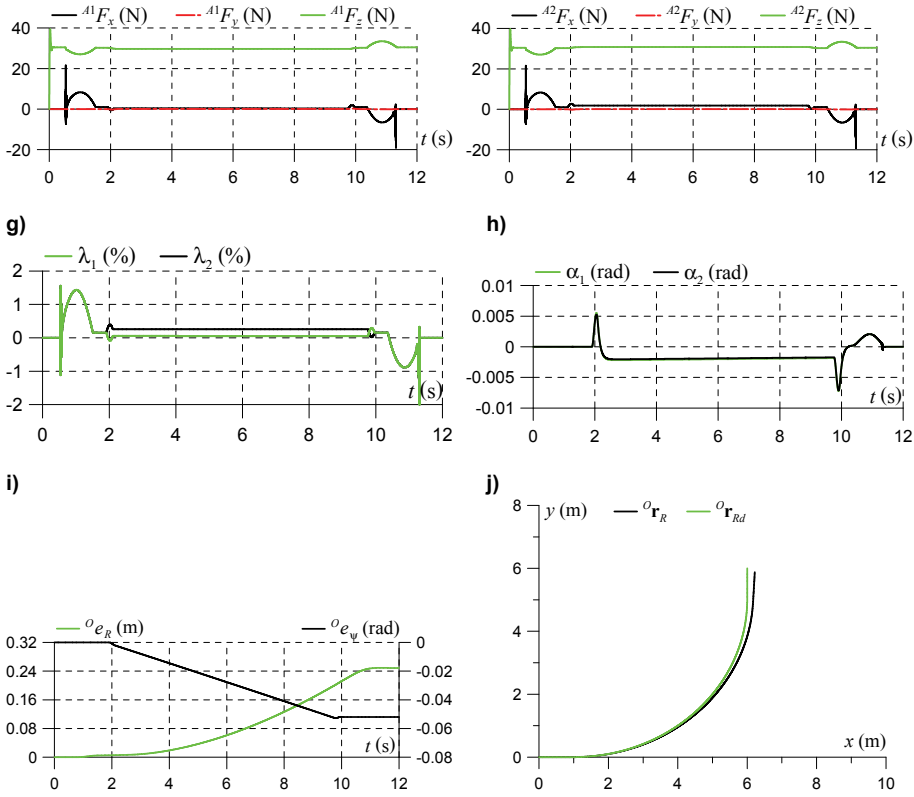
Rys. 5.8. Wyniki symulacji manewru zakręcania robota Pioneer 2DX z zadaną prędkością $v_{Ru} = 1,0$ m/s i promieniem zakrętu $R_z = 2,5$ m po podłożu betonowym

Wnioski wynikające z tej symulacji w trakcie ruchu wzdłużnego robota, tj. podczas rozpędzania i hamowania robota oraz jazdy prosto są analogiczne do tych, które omówiono przy okazji wcześniejszych symulacji (głównie **Symulacja 5.3**). Analizując etap zakręcania robota można zauważyć, że w efekcie występujących poślizgów (przede wszystkim poprzecznych), których odzwierciedleniem są kąty poprzecznego znoszenia (rys. 5.8h), otrzymuje się tym razem wyraźnie większy błąd pozycji robota ${}^O e_R$ (rys. 5.8i). W związku z tym uzyskany tor ruchu robota różni się od zadanego (rys. 5.8j).

Symulacja 5.9

W następnej symulacji przeprowadzono podobne badania jak poprzednio lecz założono większy promień zakręcania, bo wynoszący $R_z = 5$ m. Zadany ruch robota w trakcie manewru zakręcania realizowany był z nieco większą dokładnością (por. rys. 5.8j i rys. 5.9j), jednak ostatecznie błąd pozycji robota osiąga nieco większą wartość, co jest związane z pokonywaniem przez niego znacznie dłuższej drogi.



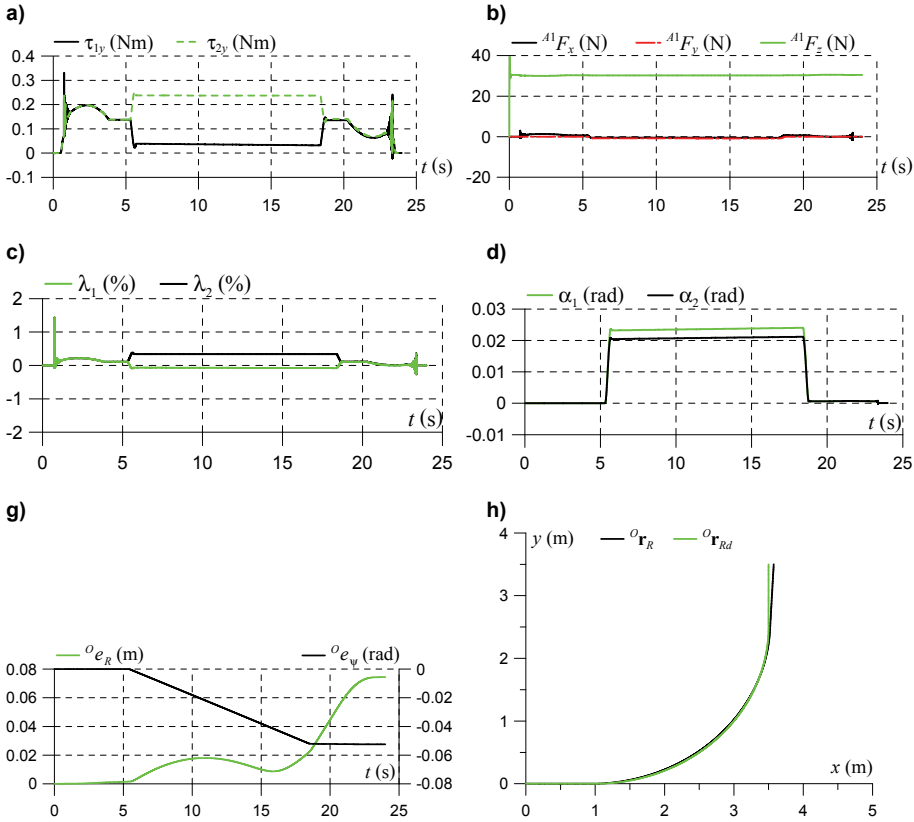


Rys. 5.9. Wyniki symulacji manewru zakręcania robota Pioneer 2DX zadaną prędkością $v_{Ru} = 1,0$ m/s i promieniem zakrętu $R_z = 5$ m po podłożu betonowym

Tym razem maksymalna wartość kąta poprzecznego znoszenia jest nieco mniejsza ze względu na większy promień zakręcania (por. rys. 5.8h i rys. 5.9h). Występujące w trakcie manewru zakręcania robota składowe poprzeczne siły reakcji podłoża dla napędzanych kół jezdnych są pomijalnie małe (rys. 5.9e–f), mają jednak wpływ na dokładność realizacji ruchu robota.

Symulacja 5.10

Kolejna symulacja dotyczy manewru zakręcania robota na lodzie. Robot ma poruszać się z maksymalną prędkością $v_{Ru} = 0,3$ m/s, natomiast zadany promień zakrętu jest równy $R_z = 2,5$ m. Zadane parametry ruchu robota i napędzanych kół jezdnych są identyczne jak w pierwszej symulacji manewru zakręcania (**Symulacja 5.7**) i są pokazane na rys. 5.7a–c. Uzyskane wyniki symulacji są zilustrowane na rys. 5.10. Porównując symulację ruchu robota po lodzie z analogiczną symulacją ruchu po podłożu betonowym (**Symulacja 5.7**) można zauważyć duże podobieństwo uzyskanych wyników. Jest to spowodowane tym, że wymagane do zadanego ruchu składowe wzdłużne siły reakcji podłoża dla napędzanych kół jezdnych w obu przypadkach nie przekraczają wartości sił tarcia rozwinętego (tzn. $^A1F_x \leq \mu_i ^A1F_z$, $i = \{1, 2\}$).



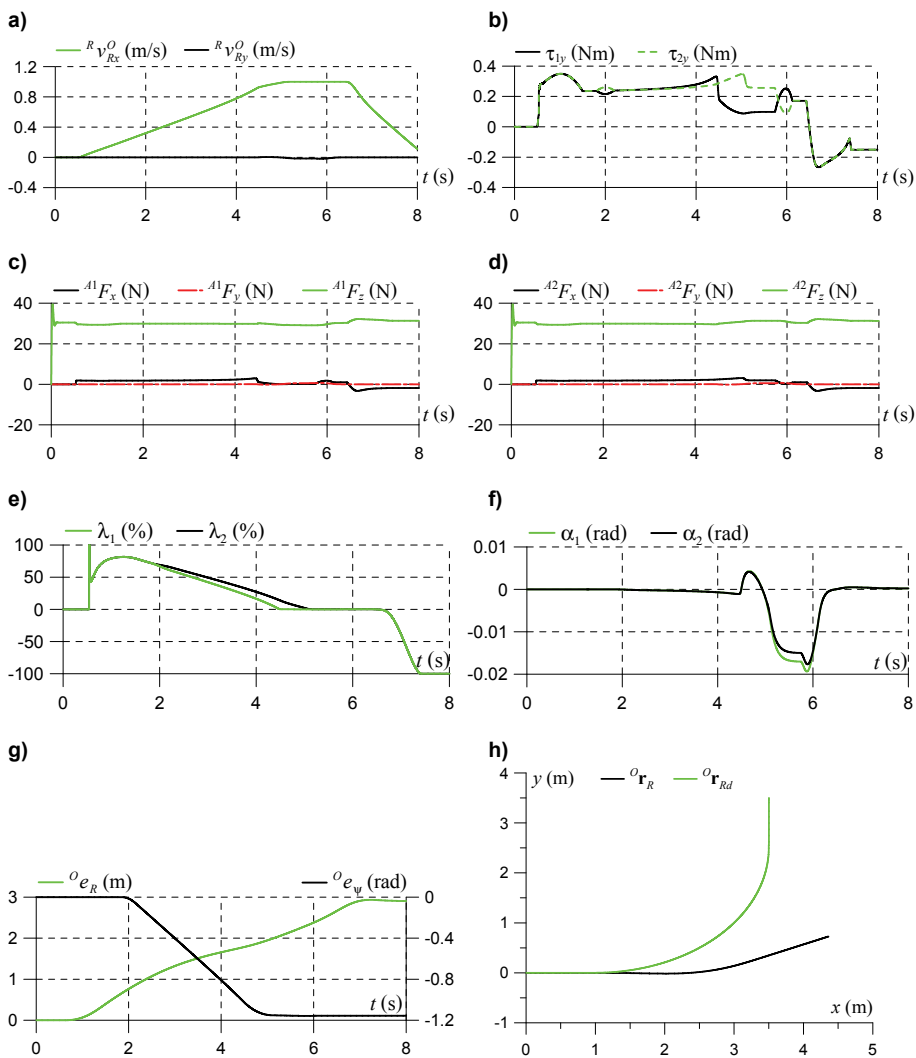
Rys. 5.10. Wyniki symulacji manewru zakręcania robota Pioneer 2DX zadaną prędkością $v_{Ru} = 0,3$ m/s i promieniem zakrętu $R_z = 2,5$ m po lodzie

Symulacja 5.11

W ostatniej symulacji manewru zakręcania dla robota Pioneer 2DX analizowany jest jego ruch po lodzie z prędkością maksymalną $v_{Ru} = 1,0$ m/s i promieniem zakrętu $R_z = 2,5$ m. Zarówno parametry ruchu robota, jak i napędzanych kół jezdnych są identyczne jak w symulacji ruchu robota po podłożu betonowym (**Symulacja 5.8**) i zostały przedstawione na rys. 5.8a–c.

Otrzymany przebieg prędkości ruchu charakterystycznego punktu R robota istotnie różni się od zadanego przebiegu (por. rys. 5.8a i rys. 5.11a). W początkowej i końcowej fazie ruchu, tj. podczas rozpędzania i hamowania występują duże wartości poślizgu wzdłużnego (rys. 5.11e). W trakcie analizowanego ruchu po lodzie występują znacznie mniejsze wartości składowych wzdłużnych sił reakcji podłoża dla napędzanych kół jezdnych (por. rys. 5.8e–f i rys. 5.11c–d). W związku z tym mniejsze są także wartości niezbędnych do ruchu momentów napędowych (por. rys. 5.8d i rys. 5.11b). W efekcie ruchu robota uzyskuje się duże wartości błędów pozycji i orientacji robota (rys. 5.11g), więc otrzymany tor ruchu robota wyraźnie różni się od zadanego (rys. 5.11h).

Dalsze zwiększanie prędkości ruchu robota i krzywizny toru ruchu punktu R prowadzi do coraz większych błędów realizacji ruchu wskutek występujących poślizgów kół jezdnych.



Rys. 5.11. Wyniki symulacji manewru zakręcania robota Pioneer 2DX zadaną prędkością $v_{Ru} = 1,0$ m/s i promieniem zakrętu $R_z = 2,5$ m po lodzie

5.1.3. Podsumowanie wyników badań symulacyjnych ruchu robota trzykołowego

Z przedstawionych wyników badań symulacyjnych ruchu robota trzykołowego z użyciem opracowanego modelu dynamiki wynikają poniższe główne wnioski.

- W przypadku ruchu analizowanego robota z niedużymi prędkościami (do około 0,5 m/s) oraz przyspieszeniami (do około 1 m/s²) występujące poślizgi kół jezdnych są na tyle małe (mniejsze niż 5 %), że nie mają istotnego wpływu na ruch robota, dlatego mogą być pominięte (można zrezygnować z wprowadzania modelu opony, podobnie jak w pracy [66]). Przykłady takiego ruchu są analizowane w ramach **Symulacji 5.1, 5.2, 5.7, 5.10**.
- Spośród analizowanych prędkości robota największą dokładność realizacji ruchu wzdłużnego uzyskano dla prędkości $v_{Ru} = 0,3$ m/s (**Symulacja 5.2**). Dla większych prędkości występujące błędy były związane z coraz większymi wartościami poślizgu wzdłużnego kół jezdnych (**Symulacje 5.3–5.6**), natomiast dla mniejszych prędkości większe błędy były związane z oporami ruchu w parach kinematycznych.
- W trakcie ruchu wzdłużnego robota z dużymi przyspieszeniami można zaobserwować występowanie dużych poślizgów kół jezdnych, tj. wynoszących ok. 100 % (**Symulacja 5.5**). Wynika to z faktu, że siły wzdłużne na styku opon z podłożem występujące w trakcie ruchu robota osiągają wartości zbliżone do wartości siły tarcia rozwiniętego.
- W przypadku ruchu robota po podłożu o małym współczynniku przyczepności (np. lód) poślizgi kół jezdnych także mogą być niewielkie, jeżeli robot będzie poruszał się z małymi prędkościami i przyspieszeniami. Duże poślizgi wzdłużne wystąpią dla znacznie mniejszych wartości prędkości i przyspieszeń w stosunku do analogicznego ruchu po podłożu o dużym współczynniku przyczepności (np. beton, asfalt) (**Symulacja 5.6**). Wynika to z faktu, że występująca tu siła tarcia rozwiniętego ma znacznie mniejszą wartość.
- Podczas manewru zakręcania robota występują poślizgi poprzeczne kół jezdnych i związane z tym siły poprzeczne. Ze względu na strukturę kinematyczną robota poślizgi poprzeczne są w większości przypadków pomijalnie małe i nie mają istotnego wpływu na ruch robota (można pominąć model opony). Przykłady takiego ruchu są analizowane w prezentowanych symulacjach.

Sformułowane wnioski mogą być uogólnione na inne konstrukcje robotów mobilnych, w których występują koła kierowane lub samonastawne. Przykładem takiego robota jest robot trzykołowy z przednim kołem napędzanym i kierowanym [212], a także robot czterokołowy z napędem na tylne koła i z przednimi kołami kierowanymi [247].

5.2. Robot czterokołowy

W badaniach symulacyjnych zastosowano model dynamiki robota SCOUT (podrozdział 4.3.2.1). Badania zostały przeprowadzone w dwóch etapach, ze względu na rodzaj realizowanego ruchu, tj. rozpatrzono ruch wzdłużny oraz manewr zakręcania robota. Ponadto analizowano ruch robota w przypadku skokowych i łagodnych zmian prędkości charakterystycznego punkt R robota ${}^R v_{Rd}^O$ oraz prędkości kątowej jego korpusu ${}^R \dot{\phi}_{0zd}^O$.

Należy zauważyć, że w rzeczywistości nie jest możliwa skokowa zmiana prędkości kątowej obrotu własnego napędzanych kół jezdnych. Aby uzyskać możli-

wy do zrealizowania przebieg tej prędkości należałoby dodatkowo uwzględnić dynamikę napędów robota. Założenie skokowych zmian prędkości kątowych obrotu własnego napędzanych kół jezdnych umożliwia wyznaczenie odpowiedzi skokowej obiektu, jakim jest analizowany robot.

Badania symulacyjne przeprowadzono dla dwóch konfiguracji układu napędowego robota, tj. dla przypadków:

- niezależnego napędu na tylne koła jezdne przy swobodnych, nienapędzanych przednich kołach jezdnych;
- niezależnego napędu na tylne koła jezdne i przekazywaniu napędu z tych kół na przednie koła jezdne przy pomocy pasków zębatych.

Druga z wymienionych konfiguracji robota, dalej nazywana jest konfiguracją z hybrydowym układem jezdny ze względu na wykorzystanie kół jezdnych oraz pasków zębatych, które w przypadku poruszania się po nierównościach mogą pełnić rolę gąsienic.

Do badań symulacyjnych przyjęto szacunkowe wartości współczynników charakteryzujących współpracę opon robota z podłożem (tab. 3.1).

5.2.1. Analiza ruchu wzdłużnego robota

Podobnie jak w przypadku robota Pioneer 2DX, na początku analizowano ruch wzdłużny robota, w którym jego korpus jest w ruchu postępowym, a koła jezdne w ruchu płaskim. Analizy przeprowadzono dla różnych wartości prędkości i przyspieszenia, badając wpływ tych parametrów na poślizgi wzdłużne kół jezdnych.

W pierwszym etapie badań zadana prędkość charakterystycznego punktu R robota zmieniała się w sposób skokowy, tj. w chwili t_0 zmieniała wartość z 0 na v_{Ru} , a w chwili t_z zamieniała się z v_{Ru} na 0.

W drugim etapie badań założono występowanie następujących faz ruchu:

- rozpędzanie od chwili t_0 do t_r na drodze l_r ;
- jazda ze stałą prędkością ${}^R v_{Rd}^O = v_{Ru}$ (w przedziale czasu od t_r do t_h) na drodze $L_p - l_r - l_h$;
- hamowanie od chwili t_h do t_z na drodze l_h ,

gdzie długości L_p , l_r i l_h oznaczają odpowiednio: całkowitą długość drogi oraz drogi rozpędzania i drogi hamowania.

Zmiany prędkości punktu charakterystycznego R robota wygenerowano na podstawie zależności:

$${}^R v_{Rd}^O = {}^R v_{Rsd}^O = \begin{cases} \text{step}(t, t_0, 0, t_r, v_{Ru}) & \text{dla } t \leq (t_r + t_h)/2, \\ \text{step}(t, t_h, v_{Ru}, t_z, 0) & \text{dla } t > (t_r + t_h)/2, \end{cases} \quad (5.13)$$

gdzie: t – aktualny czas symulacji, t_0 , t_r , t_h , t_z – charakterystyczne chwile czasu, odpowiednio: rozpoczęcia ruchu, zakończenia rozpędzania, rozpoczęcia hamowania, zakończenia ruchu, v_{Ru} – zadana prędkość charakterystycznego punktu R robota w ruchu ustalonym.

Wartości funkcji $\text{step}(\bullet, \bullet, \bullet, \bullet, \bullet)$ były wyznaczane zgodnie ze wzorem (5.2). Charakterystyczne chwile czasu obliczono na podstawie zależności:

$$t_0 = 0,5 \text{ s}, \quad t_r = 2 l_r / v_{Ru} + t_0, \quad t_h = (L_p - l_r - l_h) / v_{Ru} + t_r, \quad t_z = 2 l_h / v_{Ru} + t_h, \quad (5.14)$$

przyjmując, że droga rozpędzania i hamowania (odpowiednio l_r i l_h) zależy od założonych wartości maksymalnego przyspieszenia rozpędzania i hamowania (odpowiednio a_{Rr} i a_{Rh}):

$$l_r = \frac{3}{4} \frac{v_{Ru}^2}{a_{Rr}}, \quad l_h = \frac{3}{4} \frac{v_{Ru}^2}{a_{Rh}}, \quad (5.15)$$

zaś droga całkowita L_p (od rozpoczęcia ruchu do jego zakończenia) zależy od założonej prędkości v_{Ru} , im większa była prędkość, tym dłuższa była odpowiadająca jej droga całkowita.

W przypadku skokowych zmian prędkości zadana v_{Ru} długość drogi rozpędzania i hamowania zakładana jest jako równa zero ($l_r = l_h = 0 \text{ m}$), stąd charakterystyczne chwile czasu zakończenia rozpędzania i zakończenia ruchu są równe odpowiednio chwilom czasu rozpoczęcia i zakończenia ruchu ($t_r = t_0$, $t_z = t_h$).

Badania przeprowadzono dla różnych kombinacji prędkości v_{Ru} , przyspieszeń $a_{Rr} = a_{Rh}$ i długości drogi całkowitej L_p (tab. 5.4) oraz rodzajów podłoża (tab. 3.1). Podane w tabeli wartości przyspieszeń dotyczą wyłącznie badań dla przypadku łagodnej zmiany prędkości zadanej robotu.

Tab. 5.4. Warianty prędkości v_{Ru} przyspieszeń $a_{Rr} = a_{Rh}$ oraz długości drogi całkowitej L_p do analizy ruchu wzdłużnego robota SCOUT

Wariant	1	2	3	4	5	6
$v_{Ru} \text{ (m/s)}$	0,1	0,3	0,7	1,0	1,6	2,0
$a_{Rr} = a_{Rh} \text{ (m/s}^2\text{)}$	0,2	0,7	1,5	2,0	3,2	4,0
$L_p \text{ (m)}$	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5

Niezbędne do realizacji założonego ruchu prędkości kątowe obrotu własnego napędzanych kół jezdnych wyznaczono ze wzoru (który odpowiada zależności (4.29)):

$$\dot{\theta}_d = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_{3d} \\ \dot{\theta}_{4d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^R v_{Rd}^O / r \\ {}^R v_{Rd}^O / r \end{bmatrix}. \quad (5.16)$$

Należy podkreślić fakt, że wyznaczone z powyższego wzoru zadane wartości prędkości kątowych $\dot{\theta}_{id}$ ($i = \{3, 4\}$) odpowiadają zakładanej prędkości ${}^R v_{Rd}^O$, która może być osiągnięta w przypadku braku poślizgu kół jezdnych.

Dalej zaprezentowano wybrane wyniki symulacji ruchu wzdłużnego robota. W pierwszej kolejności badano ruch robota z napędem na tylne koła jezdne, a następnie z hybrydowym układem jezdny.

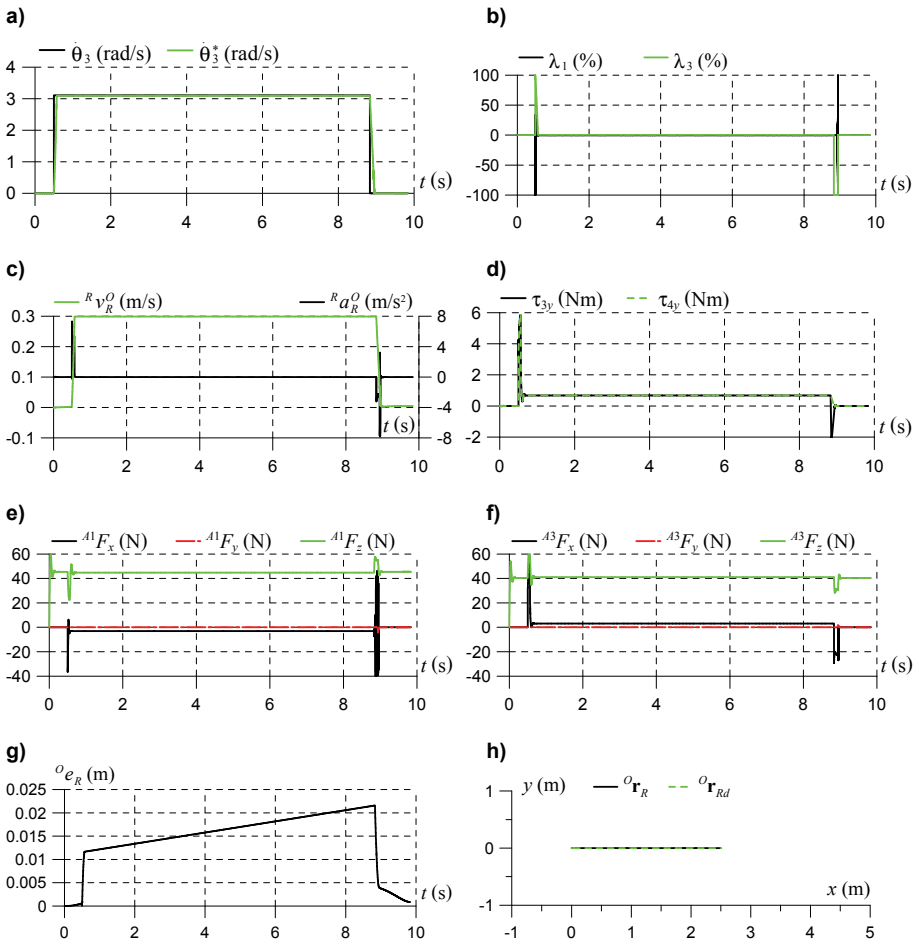
5.2.1.1. Badania ruchu robota z napędem na tylne koła jezdne

Badania ruchu robota SCOUT z napędem na tylne koła jezdne prowadzono w dwóch etapach. W pierwszym etapie założono skokowe zmiany prędkości zadanej, natomiast

w drugim zakładano, że zadana prędkość ruchu robota zmienia się łagodnie, z zakładanym przyspieszeniem.

Symulacja 5.12

W ramach pierwszej symulacji analizowany był ruch wzdłużny robota po wykładzinie dywanowej zadaną prędkością maksymalną $v_{Ru} = 0,3$ m/s, w przypadku skokowych zmian prędkości (rys. 5.12). Na rys. 5.12a pokazano zadany przebieg prędkości kątowej obrotu własnego napędzanego koła jezdnego $\dot{\theta}_3 = \dot{\theta}_{3d}$ oraz jej wartość teoretyczną $\dot{\theta}_3^*$ wynikającą z aktualnej prędkości ruchu robota ${}^R v_R^O$, odpowiadającą przypadkowi toczenia się tego koła bez poślizgu z prędkością liniową ${}^R v_R^O$.



Rys. 5.12. Wyniki ruchu wzdłużnego robota SCOUT napędzanego na tylne koła jezdne, z zadaną prędkością $v_{Ru} = 0,3$ m/s, po wykładzinie dywanowej, w przypadku skokowych zmian prędkości zadanej

W symulacji analizowane było zadanie odwrotne dynamiki, w ramach którego wyznaczono niezbędne do założonego ruchu momenty napędowe. Na rys. 5.12b–h przedstawiono wyniki symulacji. Analizując uzyskane przebiegi można zauważyć, że w trakcie rozpędzania robota, a zwłaszcza jego hamowania występują duże, bo wynoszące ok. $\pm 100\%$ poślizgi wzdłużne kół jezdnych (rys. 5.12b).

Robot w bardzo krótkim czasie osiąga zadaną prędkość ruchu ${}^R v_R^O = v_{Ru}$, maksymalne przyspieszenia podczas rozpędzania oraz hamowania wynoszą blisko 8 m/s^2 (rys. 5.12c). Momenty napędowe osiągają duże wartości w chwili rozpoczęcia ruchu, później mają już mniejszą, stałą wartość, zaś w końcowej fazie hamowania mają wartości ujemne (rys. 5.12d).

Składowe wzdłużne sił reakcji podłoża mają dla napędzanych kół jezdnych wartości dodatnie podczas rozpędzania i jazdy ze stałą prędkością i ujemne podczas hamowania, przy czym największe wartości osiągają w chwili rozpoczęcia ruchu (rys. 5.12f). Dla kół swobodnych składowe te są w większości ujemne, przy czym w początkowej i końcowej fazie ruchu można zaobserwować oscylacje, które wynikają głównie z funkcjonowania solvera (rys. 5.12e). Ich wyeliminowanie wymaga zastosowania bardzo małego kroku dyskretyzacji Δt .

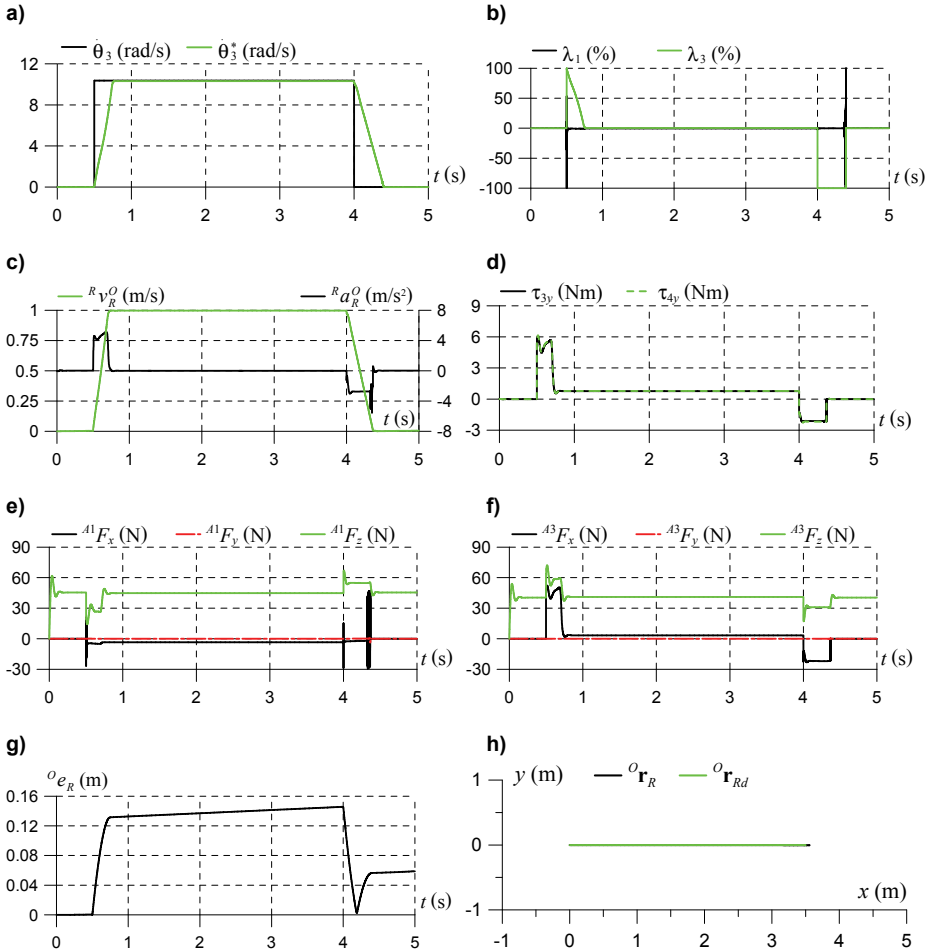
Składowe poprzeczne sił reakcji są równe zero w trakcie analizowanego ruchu robota, z kolei składowe normalne mają stałe wartości podczas ruchu ze stałą prędkością, natomiast ulegają zmianie w przypadku występowania przyspieszeń, tj. podczas rozpędzania zwiększają się wartości tych składowych dla tylnych kół jezdnych, a zmniejszają dla przednich, natomiast w trakcie hamowania zachodzi zjawisko odwrotne (rys. 5.12e–f). Ruch robota jest realizowany ze stosunkowo dużą dokładnością, co widać zarówno z przebiegu błędu pozycji robota ${}^O e_R$ (rys. 5.12g), jak i uzyskanego toru ruchu charakterystycznego punkt R robota, który praktycznie pokrywa się z zadanym torem (rys. 5.12h).

Symulacja 5.13

Kolejna symulacja została przeprowadzona dla analogicznych założeń jak poprzednia, jednak tym razem robot miał poruszać się z maksymalną prędkością $v_{Ru} = 1,0 \text{ m/s}$. Widoczne są znaczne różnice między zadanymi parametrami kątowymi napędzanych kół jezdnych $\hat{\theta}_i = \hat{\theta}_{id}$ i ich wartościami teoretycznymi $\hat{\theta}_i^*$ ($i = \{3, 4\}$) odpowiadającymi ruchowi robota z aktualną prędkością ${}^R v_R^O$. Te różnice można zaobserwować na przykładowych przebiegach dla koła jezdnego nr 3 (rys. 5.13a). Można także zaobserwować charakterystyczny przebieg poślizgu dla napędzanych kół jezdnych – po osiągnięciu wartości 100% w chwili rozpoczęcia ruchu, stopniowo maleje praktycznie do zera, a w trakcie hamowania utrzymuje wartość -100% , zaś przebieg poślizgu dla swobodnych kół jezdnych ma postać analogiczną do poprzedniej (rys. 5.13b). Podczas rozpędzania robot osiąga maksymalne przyspieszenie wynoszące ok. 5 m/s^2 , a podczas hamowania ok. -3 m/s^2 (rys. 5.13c). Maksymalne wartości momentów napędowych wynoszą odpowiednio: podczas rozpędzania ok. 6 Nm , w ruchu ustalonym ok. 1 Nm i ok. -2 Nm w trakcie hamowania (rys. 5.13d).

Analizując przebiegi sił reakcji podłoża (rys. 5.13e–f) można zaobserwować większe ich zróżnicowanie w stosunku do poprzedniej symulacji (rys. 5.12e–f). Podczas rozpędzania wyraźnie zmniejszają się składowe normalne sił reakcji podłoża dla

przodnich kół jezdnych, a zwiększają dla tylnych, zaś podczas hamowania jest odwrotnie. Składowe wzdłużne sił reakcji podłoża mają duże dodatnie wartości podczas rozpędzania – ok. 50 N, niewielkie podczas jazdy ze stałą prędkością i mniejsze, bo wynoszące ok. -20 N w trakcie hamowania. Błąd pozycji robota ${}^O e_R$ jest tym razem o rząd większy (rys. 5.13g), jednak wciąż tor ruchu robota nie odbiega istotnie od zadanego (rys. 5.13h).

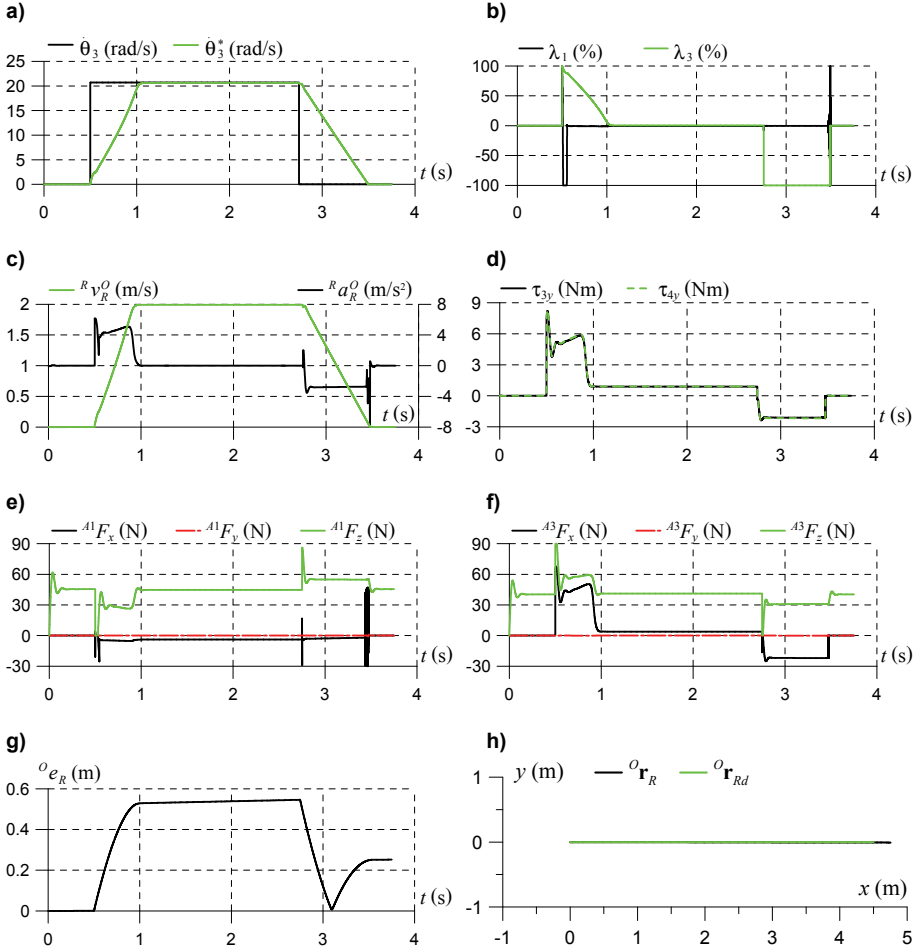


Rys. 5.13. Wyniki ruchu wzdłużnego robota SCOUT napędzanego na tylne koła jezdne, z zadaną prędkością $v_{Ru} = 1,0$ m/s, po wykładzinie dywanowej, w przypadku skokowych zmian prędkości zadanej

Symulacja 5.14

Następna symulacja została przeprowadzona dla podobnych założeń, jak wcześniej, ale tym razem maksymalna zadana prędkość robota wynosiła już $v_{Ru} = 2,0$ m/s. Wnioski wynikające z tej symulacji są analogiczne jak w poprzedniej symulacji.

Tym razem widoczne są dłużej utrzymujące się poślizgi podczas rozpędzania i hamowania (rys. 5.14b), co ma odzwierciedlenie w przebiegach prędkości i przyspieszenia ruchu robota (rys. 5.14a oraz rys. 5.14c), momentów napędowych (rys. 5.14d) i sił reakcji podłoża (rys. 5.14e–f). Maksymalny błąd pozycji robota wynosi ok. 0,4 m, pod koniec ruchu dochodzi do wartości 0 m, zaś ostatecznie osiąga wartość ok. 0,25 m (rys. 5.14g). Uzyskany tor ruchu charakterystycznego punktu R robota różni się już zauważalnie od zadanego (rys. 5.14h).



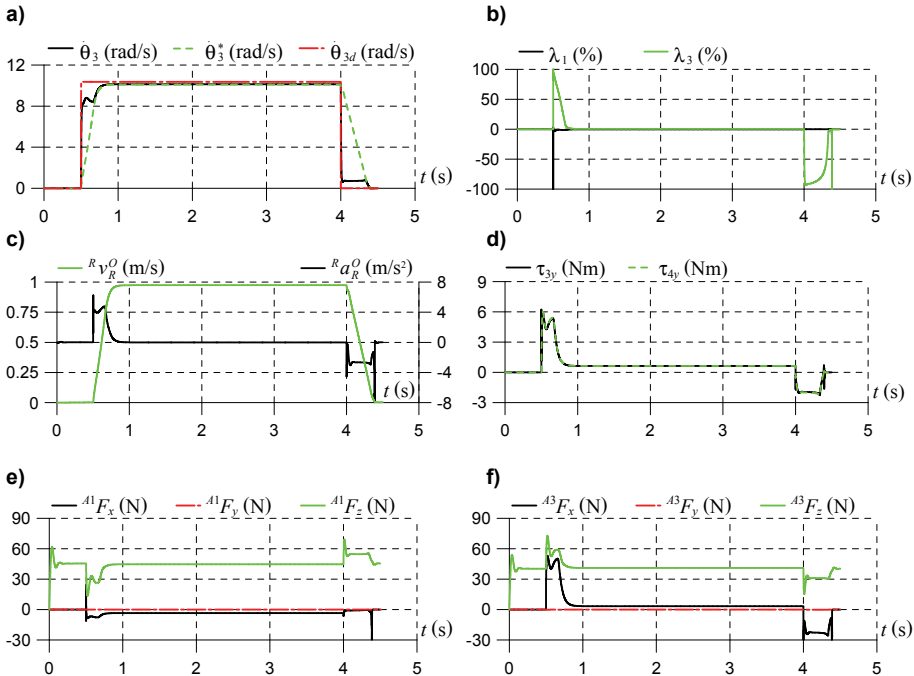
Rys. 5.14. Wyniki ruchu wzdłużnego robota SCOUT napędzanego na tylne koła jezdne, z zadaną prędkością $v_{Ru} = 2,0$ m/s, po wykładzinie dywanowej, w przypadku skokowych zmian prędkości zadanej

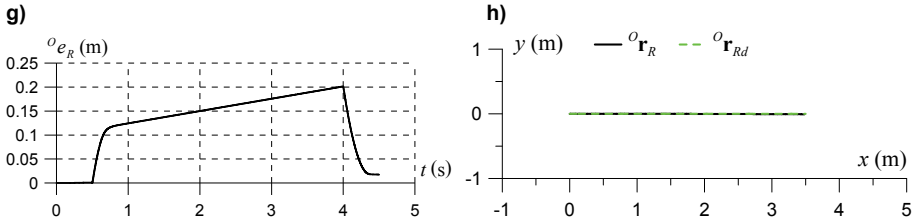
Kolejne dwie symulacje dotyczą analogicznych badań jak w przypadku dwóch poprzednich symulacji, ale tym razem zastosowano opisany w podrozdziale 4.3.2.1 model w wersji przeznaczony do rozwiązania zadania prostego dynamiki. Schemat

blokowy tego modelu znajduje się na rys. 4.8. W modelu tym uwzględniono dynamikę napędów robota, co pozwoliło na obliczenie momentów napędowych, dla których realizowany był zakładany ruch.

Symulacja 5.15

Porównując wyniki symulacji dla prędkości $v_{Ru} = 1,0$ m/s (rys. 5.13), dla której nie uwzględniono dynamiki napędów, z wynikami analogicznej symulacji uwzględniającej dynamikę napędów można zauważyć, że tym razem przebieg prędkości kątowych $\dot{\theta}_i$ dla napędzanych kół jezdnych ($i = \{3, 4\}$) różni się od zadanego przebiegu $\dot{\theta}_{id}$, inny jest też przebieg prędkości kątowej $\dot{\theta}_i^*$ odpowiadającej ruchowi robota z aktualną prędkością ${}^R v_R^O$ (rys. 5.15a). Prędkości kątowe $\dot{\theta}_i$ w trakcie rozpędzania dosyć szybko osiągają wartość bliską zadanej. Podobnie podczas hamowania stosunkowo szybko osiągają one wartość bliską zero, przy czym pod koniec ruchu wartość ta przez pewien czas jest praktycznie stała. W konsekwencji nieco inaczej wygląda przebieg poślizgu wzłużnego, zasadniczą różnicę można obserwować podczas hamowania, kiedy poślizg stopniowo maleje (rys. 5.15b), a nie jest praktycznie stały, jak we wcześniejszej symulacji (rys. 5.13b). Uzyskane przebiegi czasowe prędkości i przyspieszenia punktu R są do siebie zbliżone (rys. 5.13c i rys. 5.15c). Analizując momenty napędowe i siły reakcji podłoża można dostrzec niewielkie różnice uzyskanych przebiegów, głównie podczas rozpędzania i hamowania. Nieco inaczej wygląda przebieg błędu pozycji punktu R (rys. 5.13g i rys. 5.15g). W obu przypadkach uzyskany tor ruchu tego punktu jest zbliżony do zadanego.

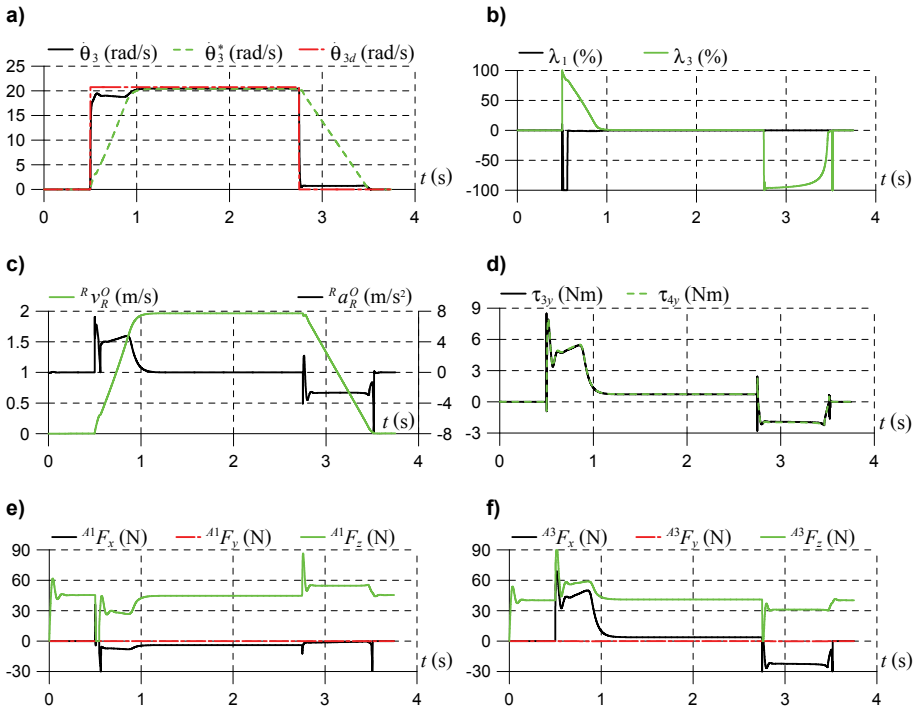


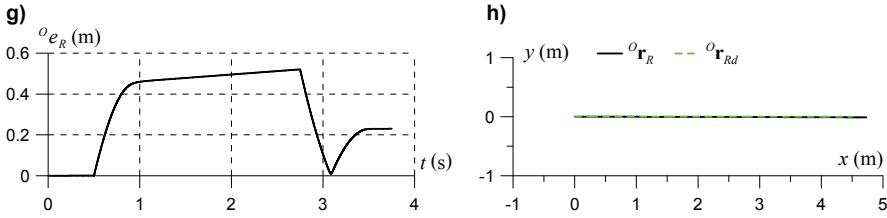


Rys. 5.15. Wyniki ruchu wzdłużnego robota SCOUT napędzanego na tylne koła jezdne, zadaną prędkością $v_{Ru} = 1,0$ m/s, po wykładzinie dywanowej, w przypadku skokowych zmian prędkości zadanej i z uwzględnieniem dynamiki napędów

Symulacja 5.16

Analogiczne wnioski do poprzednich można przytoczyć w efekcie porównania wyników symulacji ruchu robota z zadaną prędkością maksymalną $v_{Ru} = 2,0$ m/s bez uwzględnienia dynamiki napędów (rys. 5.14) z wynikami niniejszej symulacji, gdzie dynamikę napędów uwzględniono (rys. 5.16). W obu przypadkach analizowane były skokowe zmiany zadanej prędkości ruchu robota.



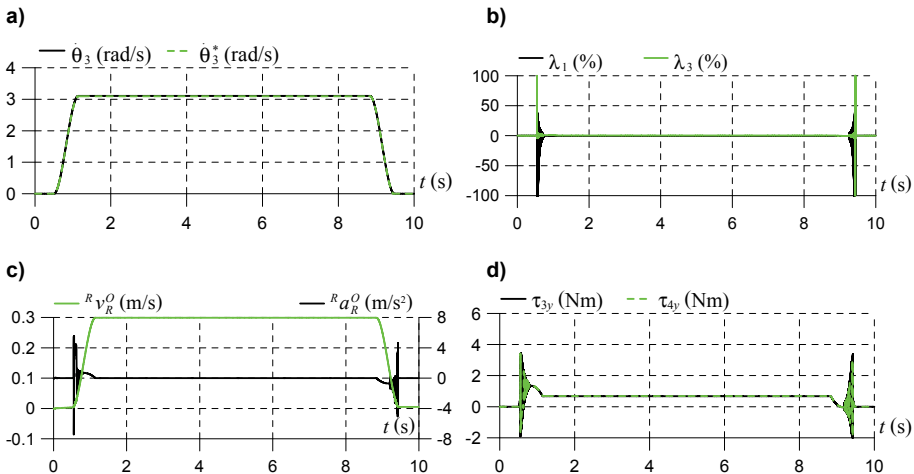


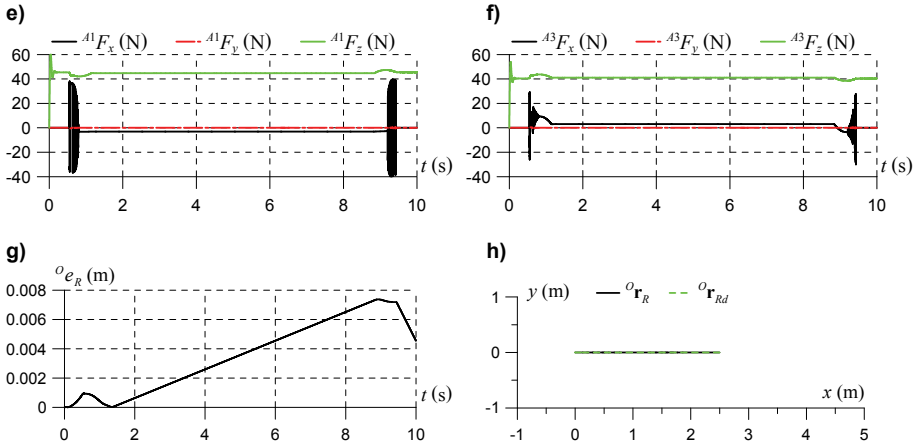
Rys. 5.16. Wyniki ruchu wzdłużnego robota SCOUT napędzanego na tylne koła jezdne, z zadaną prędkością $v_{Ru} = 2,0$ m/s, po wykładzinie dywanowej, w przypadku skokowych zmian prędkości zadanej i z uwzględnieniem dynamiki napędów

W kolejnych symulacjach przeprowadzono badania dla przypadku, gdy zadana prędkość ruchu robota zmienia się już łagodnie, przy czym na początku nie uwzględnia się dynamiki napędów.

Symulacja 5.17

W niniejszej symulacji badany jest ruch robota po wykładzinie dywanowej z zadaną prędkością maksymalną $v_{Ru} = 0,3$ m/s. Można zauważyć, że przebieg prędkości kątowej $\dot{\theta}_i = \dot{\theta}_{id}$ dla napędzanych kół jezdnych ($i = \{3, 4\}$) jest zbliżony do wartości teoretycznej $\dot{\theta}_i^*$ wynikającej z aktualnej prędkości ruchu robota ${}^R v_R^O$ (rys. 5.17a), dlatego podczas ruchu robota występują niewielkie poślizgi kół jezdnych. Można je głównie zaobserwować w początkowej i końcowej fazie ruchu (rys. 5.17b), przy czym, jak to już sygnalizowano wcześniej, są one związane w dużej mierze z działaniem solvera, tj. początkowe i końcowe oscylacje trwają krócej i mają mniejsze amplitudy (wraz ze zmniejszaniem kroku dyskretyzacji Δt). Oscylacje te można także zaobserwować na przebiegach przyspieszenia punktu R robota (rys. 5.17c), momentów napędowych (rys. 5.17d) oraz sił reakcji podłoża (rys. 5.17e–f). Wymagane do osiągnięcia założonego ruchu momenty napędowe nie są duże, największe wartości występują podczas rozpędzania i hamowania (rys. 5.17d).



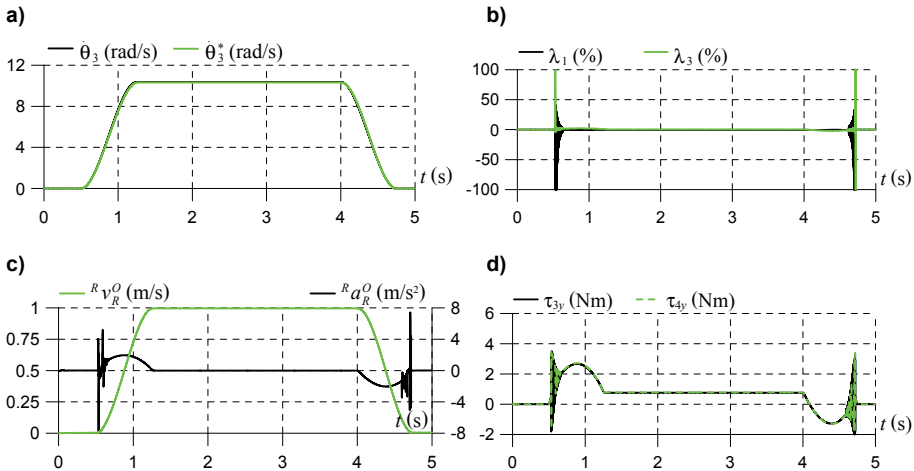


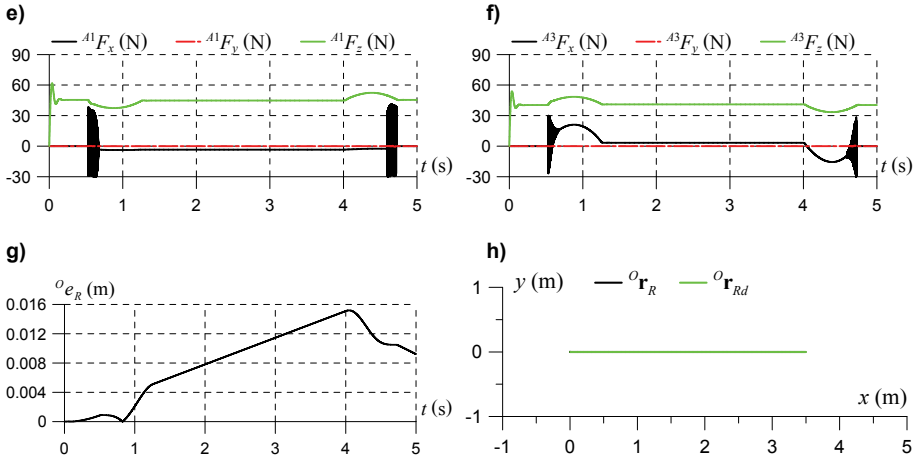
Rys. 5.17. Wyniki ruchu wzdłużnego robota SCOUT napędzanego na tylne koła jezdne, zadaną prędkością $v_{Ru} = 0,3$ m/s, po wykładzinie dywanowej, w przypadku łagodnych zmian prędkości

W stosunku do przypadku ze skokową zmianą prędkości ruchu (rys. 5.12g), tym razem błąd pozycji punktu R robota ma inny przebieg i osiąga mniejsze wartości (rys. 5.17g). Wpływ poślizgu kół jezdnych na ruch robota jest zatem w tym przypadku pomijalnie mały.

Symulacja 5.18

W kolejnej symulacji analizowany był analogiczny jak poprzednio ruch robota, lecz tym razem z zadaną prędkością maksymalną $v_{Ru} = 1,0$ m/s. Podobnie jak poprzednio występujące poślizgi kół jezdnych (rys. 5.18b) ogólnie nie są duże (większe wartości obserwuje się tylko w początkowej i końcowej fazie ruchu), w związku z czym uzyskany tor ruchu robota praktycznie pokrywa się z zadaniem (rys. 5.18h).





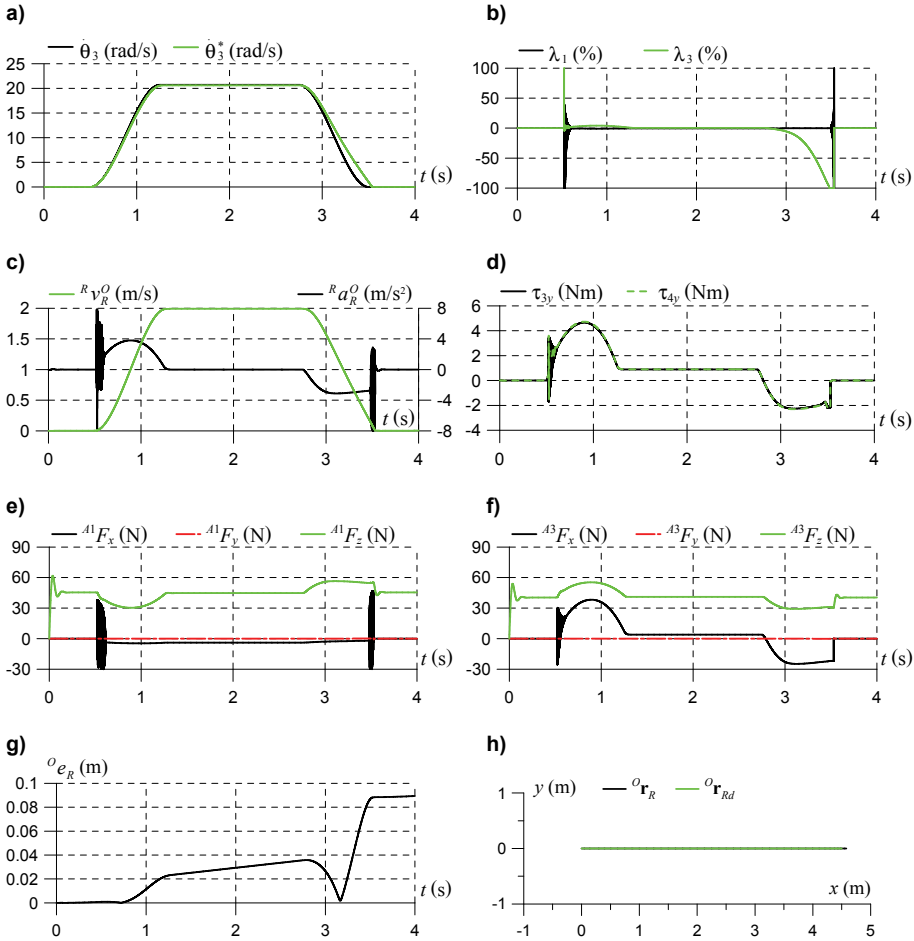
Rys. 5.18. Wyniki ruchu wzdłużnego robota SCOUT napędzanego na tylne koła jezdne, zadaną prędkością $v_{Ru} = 1,0$ m/s, po wykładzinie dywanowej, w przypadku łagodnych zmian prędkości

W stosunku do analogicznej symulacji – przypadek skokowych zmian prędkości zadanej (rys. 5.13) – obserwowane teraz poślizgi kół jezdnych mają znikomy wpływ na uzyskane przebiegi.

Symulacja 5.19

Następną symulację przeprowadzono dla podobnych założeń jak poprzednią, lecz dla zadanej prędkości maksymalnej $v_{Ru} = 2,0$ m/s. W tym przypadku można już zaobserwować wyraźną różnicę jeśli chodzi o przebiegi prędkości kątowej napędzanych kół jezdnych $\dot{\theta}_i = \dot{\theta}_{id}$ i odpowiadający im przebieg teoretycznej prędkości $\dot{\theta}_i^*$ dla przypadku braku poślizgu wzdłużnego (rys. 5.19a). Różnica ta uwidacznia się głównie w trakcie hamowania, podczas którego poślizg wzdłużny kół jezdnych stopniowo zmienia się osiągając skrajną wartość -100% (rys. 5.19b). Wskutek tego przebieg w funkcji czasu przyspieszenia punktu R robota w końcowej fazie ruchu wyraźnie odbiega od zakładanego (rys. 5.19c).

Przebiegi momentów napędowych są podobne do przebiegu przyspieszenia punktu R , przy czym podczas ruchu ustalonego (ze stałą prędkością) momenty napędowe mają stałe niezerowe wartości wynoszące ok. 1 Nm (rys. 5.19d). Składowe siły reakcji podłoża (rys. 5.19e–f) zmieniają się podobnie jak w poprzedniej symulacji, z tą różnicą, że składowa wzdłużna siły reakcji podłoża dla napędzanych kół jezdnych w końcowej fazie ruchu ma podobne cechy jak przyspieszenie punktu R , tj. utrzymuje się niemal na stałym poziomie aż do zatrzymania. Wynika to z faktu, że napędzane koła jezdne szybciej redukują swoją prędkość kątową w stosunku do prędkości liniowej środka masy, więc w końcowej fazie ruchu ślizgają się już względem podłoża. Błąd pozycji robota jest o rząd większy w stosunku do analogicznej symulacji z prędkością $v_{Ru} = 1$ m/s (rys. 5.18g), wciąż jednak nie jest duży w stosunku do całej długości drogi (rys. 5.19g), co ilustruje uzyskana postać toru ruchu punktu R robota (rys. 5.19h).



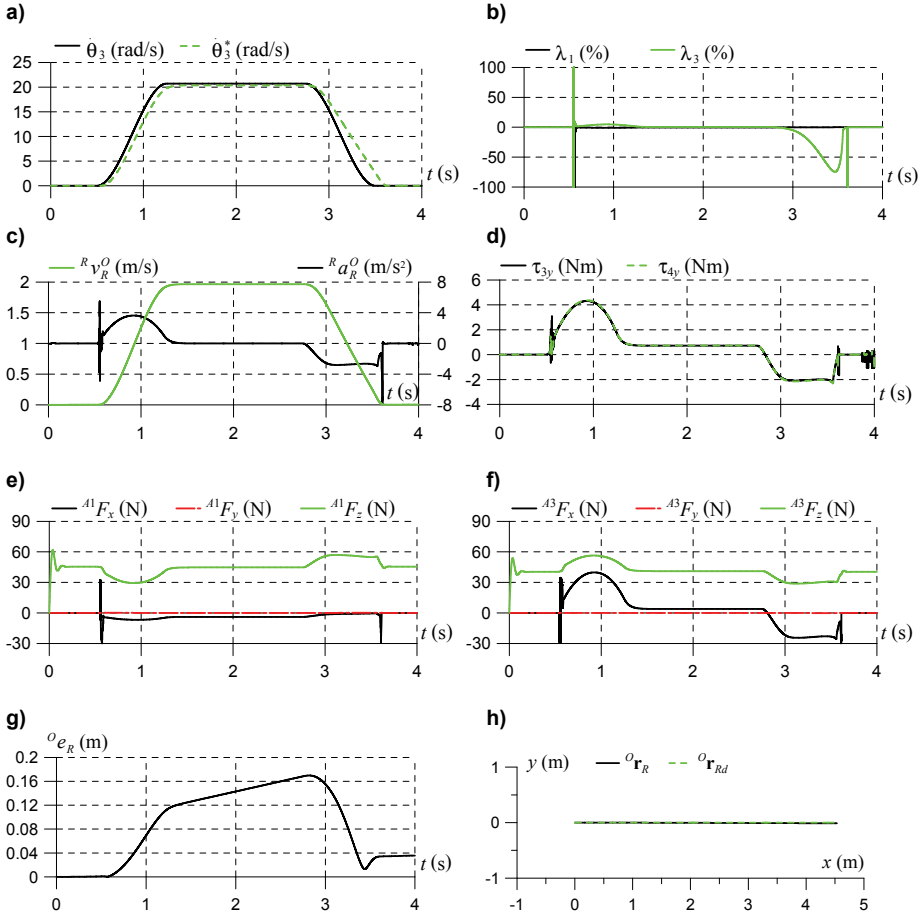
Rys. 5.19. Wyniki ruchu wzdłużnego robota SCOUT napędzanego na tylne koła jezdne, zadaną prędkością $v_{Ru} = 2,0$ m/s po wykładzinie dywanowej, w przypadku łagodnych zmian prędkości

W celu zbadania wpływu dynamiki napędów na ruch robota dla przypadku łagodnych zmian prędkości przeprowadzono także badania symulacyjne z użyciem modelu symulacyjnego opisanego w podrozdziale 4.3.2.1. W modelu symulacyjnym (rys. 4.8) rozwiązywane było zadanie proste dynamiki oraz uwzględniono dodatkowo dynamikę napędów. Pozwoliło to na obliczenie momentów napędowych, dla których realizowany był zakładany ruch. Badania symulacyjne były realizowane dla analogicznych prędkości jak w przypadku symulacji zadania odwrotnego dynamiki bez uwzględnienia dynamiki napędów.

Symulacja 5.20

W ramach niniejszej symulacji zbadano ruch robota po wykładzinie dywanowej z prędkością maksymalną $v_{Ru} = 2,0$ m/s, zakładając łagodny przebieg zmian tej

prędkości. Wyniki symulacji przedstawiono na rys. 5.20. Porównując je z wynikami poprzedniej symulacji, w której pominięto dynamikę napędów robota w modelu symulacyjnym (rys. 5.19) można zauważyć niewielką różnicę uzyskanych przebiegów w początkowym okresie ruchu oraz nieco większe różnice podczas hamowania.



Rys. 5.20. Wyniki ruchu wzdłużnego robota SCOUT napędzanego na tylne koła jezdne, z zadaną prędkością $v_{Ru} = 2,0$ m/s po wykładzinie dywanowej, w przypadku łagodnych zmian prędkości i z uwzględnieniem dynamiki napędów

Różnice te wynikają z faktu, że napędy robota mają pewną bezwładność, co wprowadza opóźnienia w przebiegach czasowych. Można zauważyć przede wszystkim różnice w przebiegu poślizgu wzdłużnego dla napędzanych kół jezdnych. Z porównania tych przebiegów (rys. 5.19b i rys. 5.20b) widać, że w przypadku uwzględnienia dynamiki napędów podczas hamowania, poślizg wzdłużny przechodzi łagodnie od wartości bliskiej 0 % do około -70 %, a następnie przyjmuje wartość 0 %, natomiast w poprzedniej symulacji zmieniał się od 0 % do około -100 % w końcowej

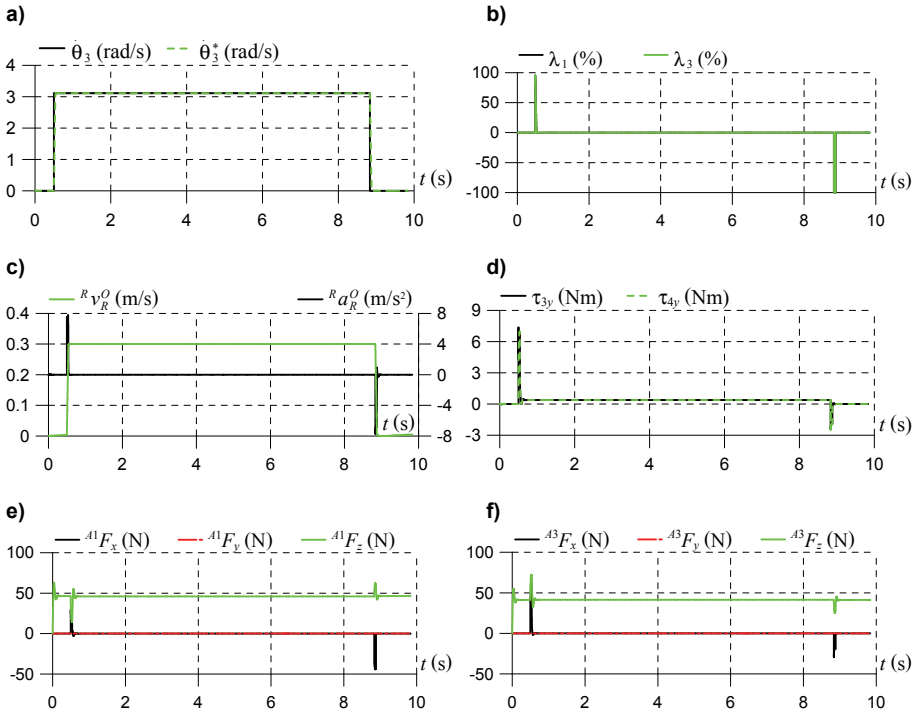
fazie hamowania. W wyniku przeprowadzonej symulacji uzyskano większy niż poprzednio maksymalny błąd pozycji punktu R robota, jednak ostatecznie po zatrzymaniu robota osiągnął on mniejszą wartość (rys. 5.19g i rys. 5.20g). Uzyskany tor ruchu (rys. 5.20h), w stosunku do wyniku wcześniejszej symulacji (rys. 5.19h), nieco bardziej odbiega od zadanego.

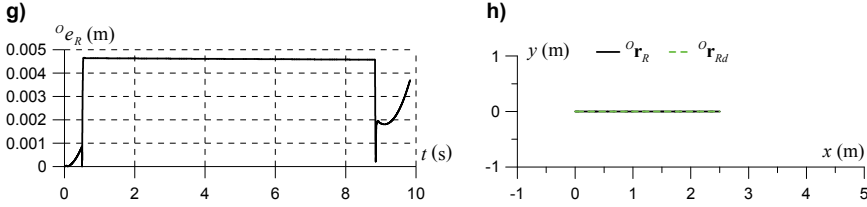
5.2.1.2. Badania ruchu robota z hybrydowym układem jezdnym

Badania symulacyjne ruchu robota czterokołowego SCOUT przeprowadzono także dla jego wersji z hybrydowym układem jezdnym. Warianty parametrów charakterystycznych dla tych badań są zestawione w tab. 5.4. W ramach niniejszego podrozdziału zaprezentowane są wyniki wybranych symulacji.

Symulacja 5.21

Pierwsza prezentowana symulacja ruchu robota czterokołowego SCOUT dla hybrydowego układu jezdny dotyczyła ruchu wzdłużnego po wykładzinie dywanowej z zadaną prędkością maksymalną $v_{Ru} = 0,3$ m/s, przy założonej skokowej zmianie tej prędkości. Uzyskane wyniki symulacji (rys. 5.21) są zbliżone do wyników analogicznej symulacji dla robota napędzanego wyłącznie na tylne koła jezdne (rys. 5.12). Różnice uwidaczniają się głównie w początkowej i końcowej fazie ruchu. Ponadto można zauważyć wyraźnie mniejsze błędy realizacji założonego ruchu dla robota z hybrydowym układem jezdnym (por. rys. 5.12g i rys. 5.21g), jednak w obu przypadkach są one pomijalnie małe.

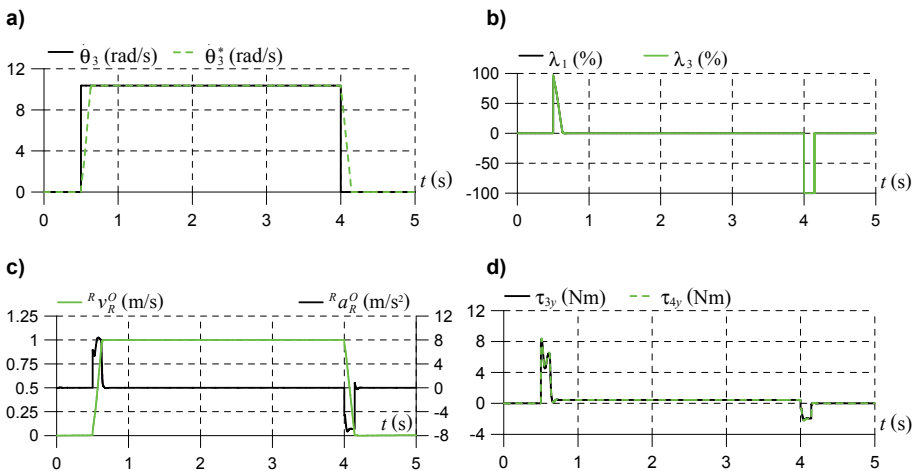


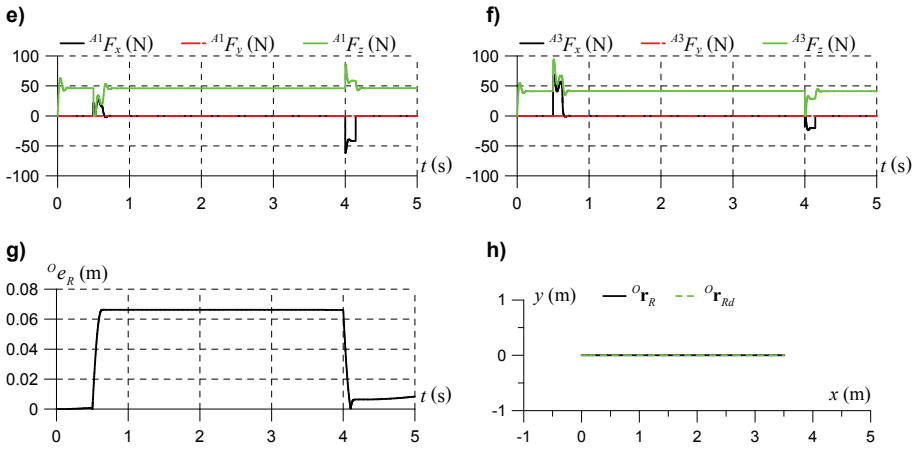


Rys. 5.21. Wyniki ruchu wzdłużnego robota SCOUT z hybrydowym układem jezdny, z zadaną prędkością $v_{Ru} = 0,3$ m/s, po wykładzinie dywanowej, w przypadku skokowych zmian prędkości zadanej

Symulacja 5.22

Kolejna symulacja dotyczyła analogicznego jak poprzednio ruchu robota, dla zadanej prędkości maksymalnej $v_{Ru} = 1,0$ m/s. Wyniki tej symulacji (rys. 5.22) można skonfrontować z wynikami analogicznej symulacji dla napędu robota wyłącznie na tylne koła jezdne (rys. 5.13). W szczególności można zauważyć, że w przypadku hybrydowego układu jezdny czas, w jakim robot osiąga zakładaną prędkość maksymalną, jest wyraźnie krótszy (por. rys. 5.13a i rys. 5.22a). Ponadto, podczas rozpędzania poślizg wzdłużny zmniejsza się znacznie szybciej, a w trakcie hamowania utrzymuje się na stałym poziomie wynoszącym ok. 100 % przez znacznie krótszy czas (por. rys. 5.13b i rys. 5.22b). Robot uzyskuje także wyraźnie większe przyspieszenia podczas rozpędzania i hamowania (por. rys. 5.13c i rys. 5.22c) i wynoszą odpowiednio ok. 8 m/s^2 i ok. -7 m/s^2 . Przebiegi czasowe momentów napędowych są zbliżone do przypadku napędu wyłącznie na tylne koła jezdne, przy czym tym razem można zaobserwować większą jego maksymalną wartość podczas rozruchu (por. rys. 5.13d i rys. 5.22d). W przypadku sił reakcji podłoża, ich składowe normalne i poprzeczne są analogiczne jak dla napędu robota wyłącznie na tylne koła jezdne, natomiast wyraźne różnice można zaobserwować dla składowych wzdłużnych (por. rys. 5.13e–f i rys. 5.22e–f).





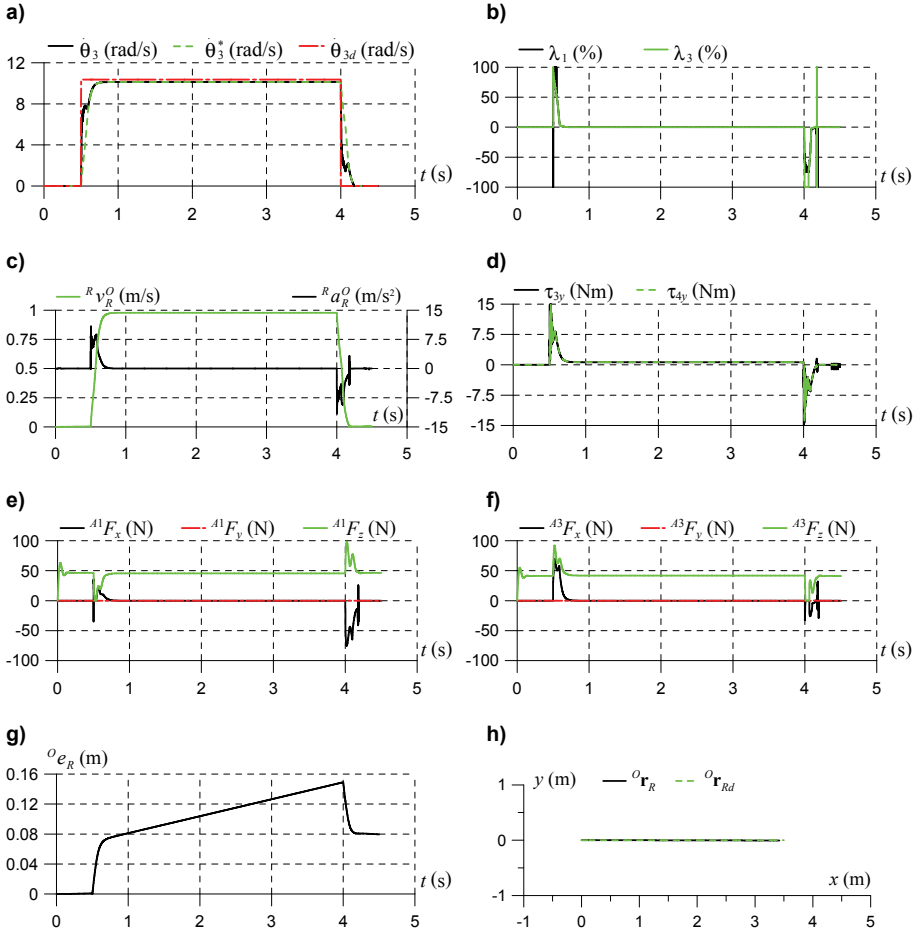
Rys. 5.22. Wyniki ruchu wzdłużnego robota SCOUT z hybrydowym układem jezdny, z zadaną prędkością $v_{Ru} = 1,0$ m/s, po wykładzinie dywanowej, w przypadku skokowych zmian prędkości zadanej

Tym razem napędzane są także przednie koła jezdne dzięki przeniesieniu na nie napędu za pomocą pasków zębatych z tylnych kół jezdnych. W związku z tym składowe wzdłużne siły reakcji podłoża mają dla tych kół podobną postać do analogicznych sił dla kół tylnych, z tą różnicą, że podczas rozpędzania składowe te są mniejsze, a w trakcie hamowania większe. Wynika to z faktu, że przy rozpędzaniu bardziej dociążone są koła tylne, więc mogą przenieść większą siłę wzdłużną, natomiast przy hamowaniu jest sytuacja odwrotna. Podczas symulacji uzyskano tym razem bardziej dokładny ruch robota, na co wskazuje przebieg błędu pozycji punktu R robota (por. rys. 5.13g i rys. 5.22g) i otrzymany tor ruchu tego punktu (por. rys. 5.13h i rys. 5.22h). W przypadku obu omawianych symulacji błędy realizacji założonego ruchu nie są bardzo duże.

Symulacja 5.23

Analogiczną symulację do poprzedniej zrealizowano przy dodatkowym uwzględnieniu dynamiki napędów robota, tj. z zastosowaniem modelu opisanego w podrozdziale 4.3.2.1. Rezultaty symulacji zaprezentowano na rys. 5.23. Analizując wyniki ostatnich symulacji można zauważyć, że w przypadku uwzględnienia dynamiki napędów robot nieco wolniej osiąga zakładaną prędkość maksymalną (por. rys. 5.22a i rys. 5.23a), wskutek czego podczas rozpędzania poślizgi wzdłużne dla napędzanych kół jezdnych szybciej zmniejszają się od wartości ok. 100 % do ok. 0 %, natomiast podczas hamowania zmieniają się stopniowo od ok. -100 % do ok. 0 %, inaczej niż poprzednio, gdzie utrzymywały się na stałym poziomie -100 % (rys. 5.22b i rys. 5.23b). Główną przyczyną opisanych różnic jest bezwładność napędów, która w analizowanym przypadku wpływa na redukcję poślizgów wzdłużnych. Konsekwencją tego są także nieco inne przebiegi czasowe prędkości i przyspieszenia punktu R robota (por. rys. 5.22c i rys. 5.23c), momentów napędowych (rys. 5.22d i rys. 5.23d) i składowych sił reakcji podłoża, ale różnice dotyczą głównie składowych wzdłużnych (por. rys. 5.22e–f i rys. 5.23e–f). Tym razem uzyskano większy

błąd pozycji charakterystycznego punktu R robota (por. rys. 5.22g i rys. 5.23g) oraz bardziej odbiegający od zakładanego toru ruchu tego punktu (rys. 5.22h i rys. 5.23h). Błąd pozycji w stosunku do całej długości drogi nie jest jednak duży.

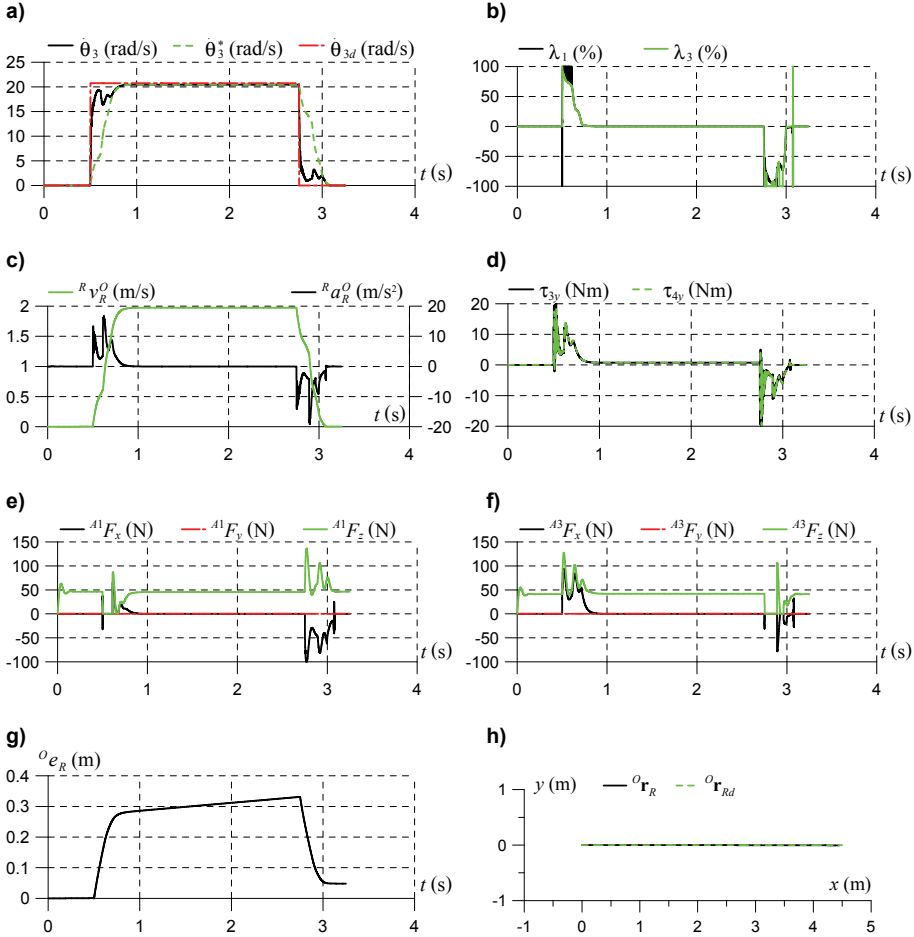


Rys. 5.23. Wyniki ruchu wzdłużnego robota SCOUT z hybrydowym układem jezdny, z zadaną prędkością $v_{Ru} = 1,0$ m/s, po wykładzinie dywanowej, w przypadku skokowych zmian prędkości zadanej i z uwzględnieniem dynamiki napędów

Symulacja 5.24

Ostatnią symulację ruchu wzdłużnego robota z hybrydowym układem jezdny po wykładzinie dywanowej dla przypadku skokowych zmian prędkości przeprowadzono dla zakładanej prędkości maksymalnej $v_{Ru} = 2,0$ m/s. W symulacji tej podobnie jak poprzednio robot poruszał się po wykładzinie dywanowej i podobnie jak poprzednio uwzględniono w niej dynamikę napędów robota. Uzyskane wyniki noszą wiele cech poprzednio omawianej symulacji (por. rys. 5.23 oraz rys. 5.24). Tym ra-

zem podczas hamowania prędkości kątowne napędzanych kół jezdnych zmniejszają się bardzo szybko do niewielkiej wartości bliskiej 2 rad/s i utrzymują tę prędkość na podobnym poziomie aż do końcowej fazy hamowania (rys. 5.24a). W trakcie rozpędzania obserwuje się także niewielkie oscylacje poślizgu wzdłużnego dla przednich kół jezdnych, a podczas hamowania – dla kół tylnych (rys. 5.24b).



Rys. 5.24. Wyniki ruchu wzdłużnego robota SCOUT z hybrydowym układem jezdnym, z zadaną prędkością $v_{Ru} = 2.0$ m/s, po wykładzinie dywanowej, w przypadku skokowych zmian prędkości zadanej i z uwzględnieniem dynamiki napędów

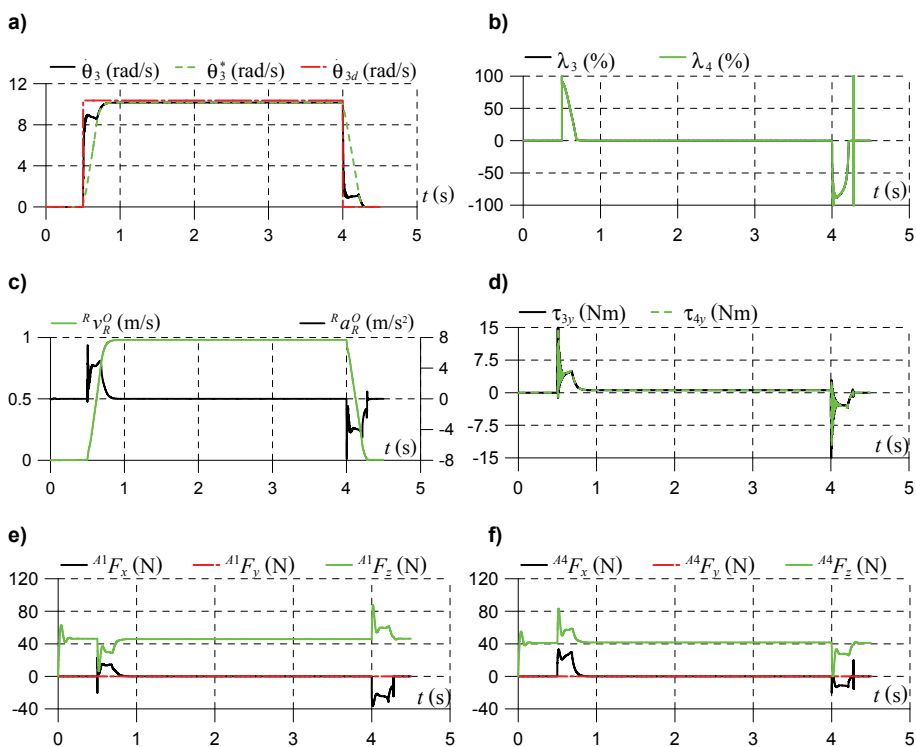
Oscylacje występują także na przebiegu czasowym przyspieszenia punkt R robota (rys. 5.24c), charakterystykach czasowych momentów napędowych (rys. 5.24d) i składowych sił reakcji podłoża (rys. 5.24e–f). Na uwagę zasługuje fakt, że w początkowym okresie rozpędzania przednie koła jezdne odrywają się na chwilę od podłoża, natomiast w początkowym okresie hamowania zjawisko takie zachodzi dla

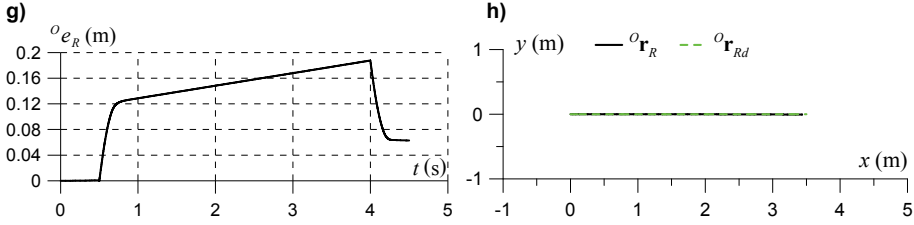
kół tylnych. Maksymalny błąd pozycji punktu R robota jest już stosunkowo duży, wynosi ok. 0,3 m, jednak jego końcowa wartość jest znacznie mniejsza (rys. 5.24g), przez co tor ruchu tego punktu nie odbiega znacząco od zadanego (rys. 5.24h).

Kolejne dwie symulacje ruchu robota z hybrydowym układem jezdny zrealizowano zakładając ruch po wykładzinie PCV. W modelu symulacyjnym uwzględniono dynamikę napędów.

Symulacja 5.25

Pierwsza symulacja ruchu wzdłużnego po wykładzinie dywanowej została przeprowadzona dla zadanej prędkości maksymalnej $v_{Ru} = 1,0$ m/s. Prędkość ta zmieniała się skokowo. Porównując wyniki tej symulacji z wynikami analogicznej symulacji ruchu robota po wykładzinie dywanowej widać podobieństwo przebiegów prędkości kątowych obrotu kół jezdnych (rys. 5.23a i rys. 5.25a), a w trakcie rozpędzania i hamowania robota na wykładzinie PCV duże wartości poślizgu wzdłużnego utrzymują się dłużej (por. rys. 5.23b i rys. 5.25b). W obu fazach ruchu występują tym razem niemal dwukrotnie mniejsze maksymalne przyspieszenia (rys. 5.23c i rys. 5.25c) i momenty napędowe (rys. 5.23c i rys. 5.25c), co jest efektem występowania mniejszych wartości składowych wzdłużnych sił reakcji podłoża (rys. 5.23e–f i rys. 5.25e–f), w związku z mniejszą wartością współczynnika przyczepności.





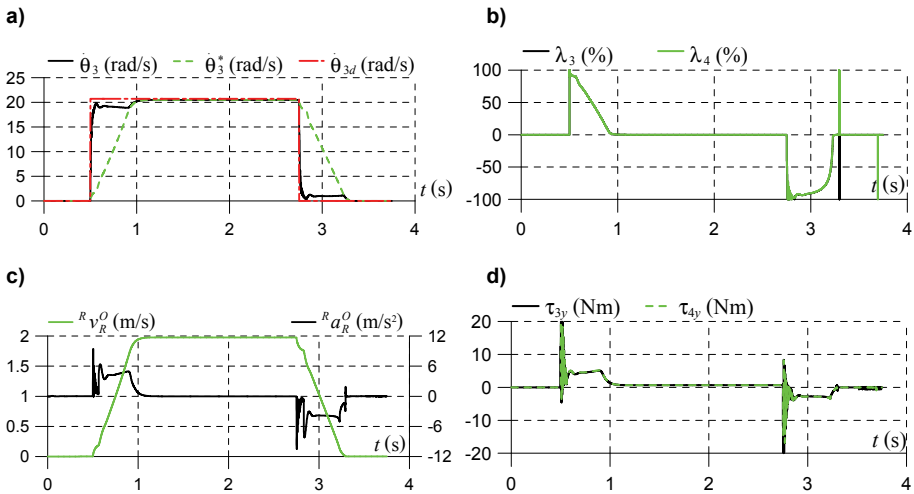
Rys. 5.25. Wyniki ruchu wzdłużnego robota SCOUT z hybrydowym układem jezdnym, z zadaną prędkością $v_{Ru} = 1,0$ m/s po wykładzinie PCV, w przypadku skokowych zmian prędkości zadanej i z uwzględnieniem dynamiki napędów

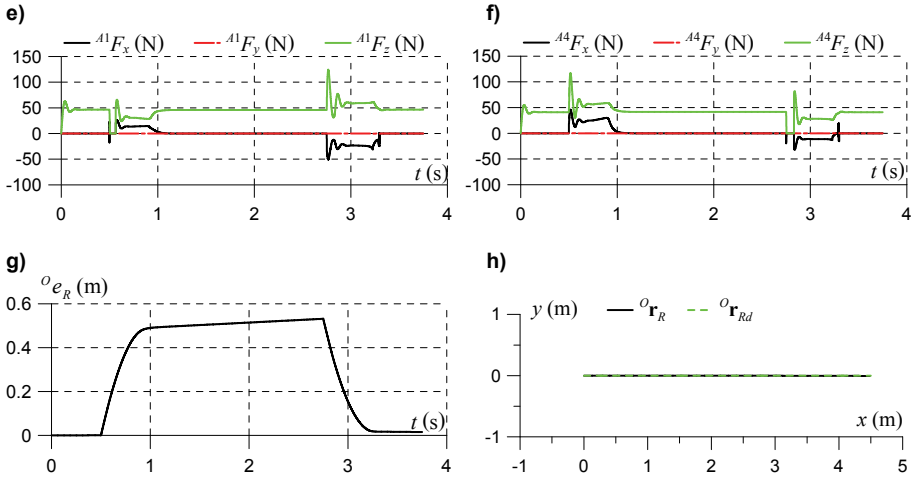
Maksymalny błąd pozycji robota jest nieco większy, ale ostatecznie osiąga, podobną jak poprzednio, wartość (rys. 5.23g i rys. 5.25g). Otrzymany tor ruchu punktu R robota jest w obu przypadkach zbliżony do zadanego (rys. 5.23h i rys. 5.25h).

Symulacja 5.26

Wyniki kolejnej symulacji ruchu robota po wykładzinie PCV z zadaną prędkością maksymalną $v_{Ru} = 2,0$ m/s wskazują na większe zróżnicowanie otrzymanych charakterystyk. Wyraźnie wolniej zmienia się prędkość ruchu robota (rys. 5.24c i rys. 5.26c) oraz dłużej utrzymują się poślizgi wzdłużne kół jezdnych (por. rys. 5.24b i rys. 5.26b). Analogicznie jak poprzednio występują ok. dwukrotnie mniejsze maksymalne wartości momentów napędowych (por. rys. 5.24d i rys. 5.26d) oraz składowych wzdłużnych sił reakcji podłoża (por. rys. 5.24e–f i rys. 5.26e–f).

Pomimo większego maksymalnego błędu pozycji robota (por. rys. 5.24g i rys. 5.26g), ostatecznie uzyskany tor ruchu jest nadal zbliżony do zadanego (por. rys. 5.24h i rys. 5.26h).



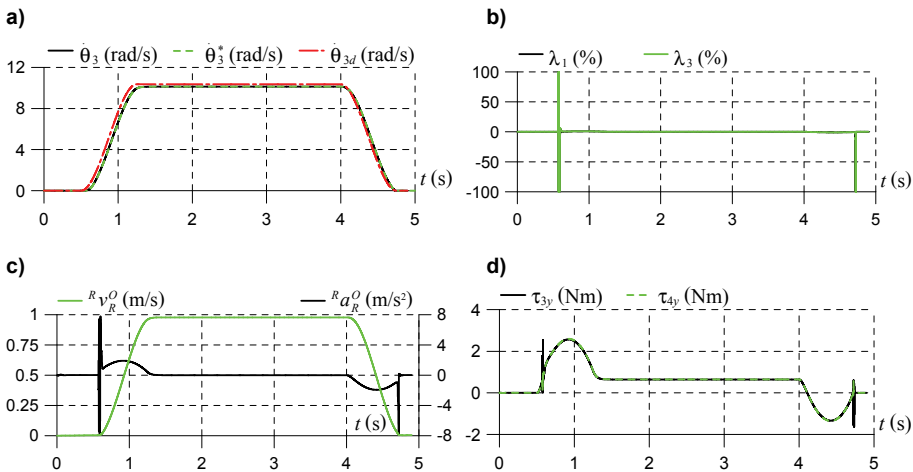


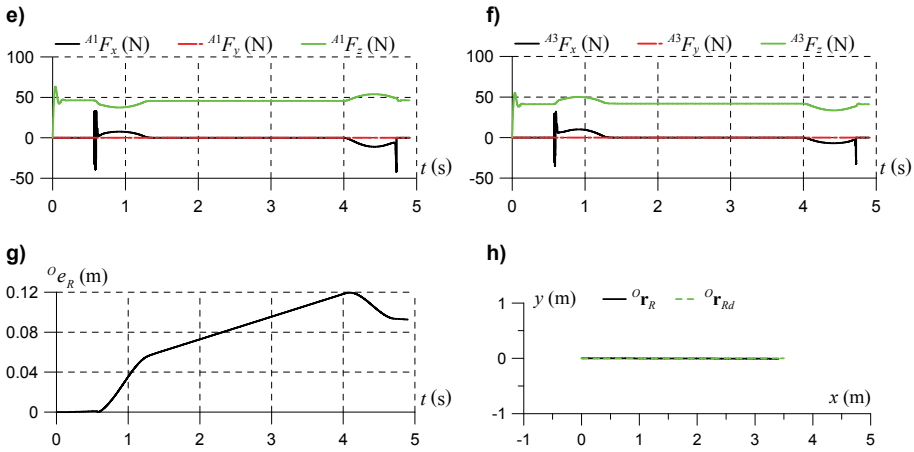
Rys. 5.26. Wyniki ruchu wzdłużnego robota SCOUT z hybrydowym układem jezdny, zadaną prędkością $v_{Ru} = 2,0$ m/s po wykładzinie PCV, w przypadku skokowych zmian prędkości zadanej i z uwzględnieniem dynamiki napędów

Kolejne dwie symulacje ruchu wzdłużnego robota z hybrydowym układem jezdny przeprowadzono przy założeniu, że prędkość ruchu robota zmienia się w sposób łagodny. W symulacjach tych uwzględniono model napędów robota.

Symulacja 5.27

Pierwszą symulację ruchu robota z hybrydowym układem jezdny wykonano dla prędkości maksymalnej $v_{Ru} = 1,0$ m/s, zakładając ruch robota po wykładzinie dywanowej. Uzyskany ruch robota jest bardzo zbliżony do zakładanego, co widać na przebiegach czasowych prędkości (rys. 5.27a i rys. 5.27c).





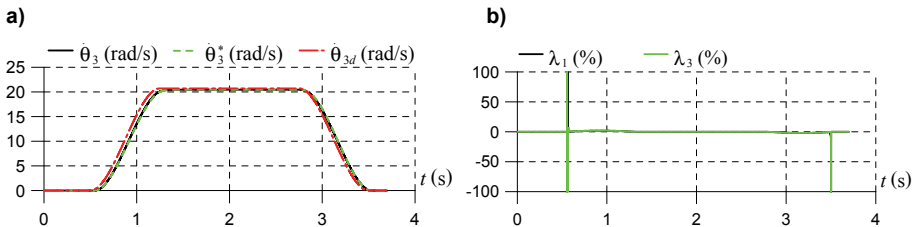
Rys. 5.27. Wyniki ruchu wzdłużnego robota SCOUT z hybrydowym układem jezdnym, z zadaną prędkością $v_{Ru} = 1,0$ m/s po wykładzinie dywanowej, w przypadku łagodnych zmian prędkości i z uwzględnieniem dynamiki napędów

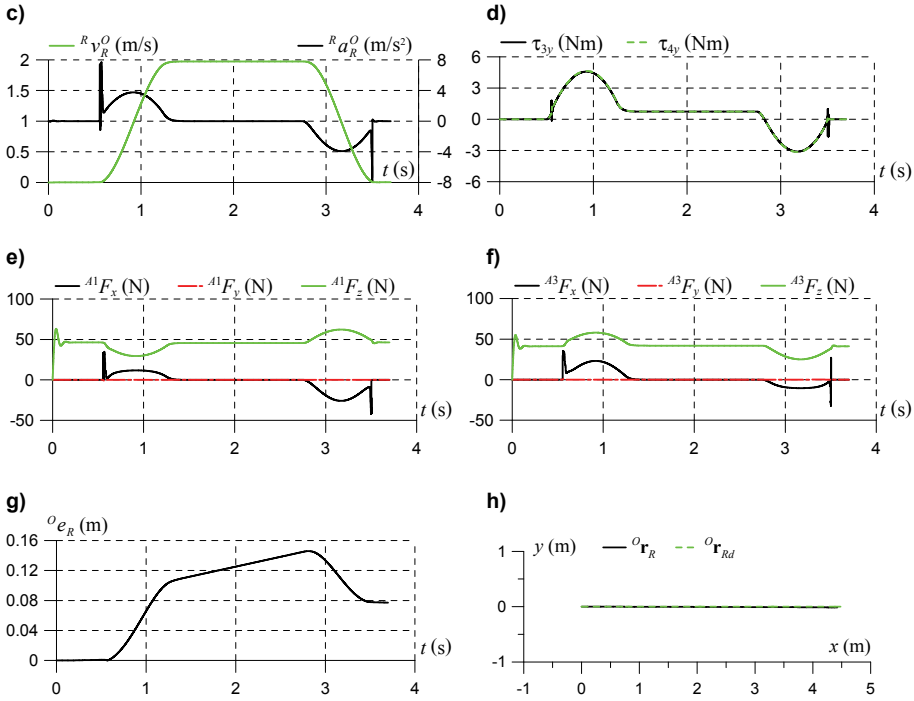
Poślizg wzdłużny (rys. 5.27b) występuje tylko w chwili rozruchu i kończenia ruchu. Jest on w dużej mierze wynikiem niedokładności obliczeń związanych z zastosowanym solverem i maleje wraz ze zmniejszaniem kroku dyskretyzacji Δt . Przebiegi czasowe momentów napędowych są zbliżone do tych, które uzyskuje się w przypadku napędu wyłącznie na tylne koła jezdne (por. rys. 5.18d i rys. 5.27d).

Różnice są widoczne głównie w przebiegach składowych wzdłużnych sił reakcji podłoża (por. rys. 5.18e–f i rys. 5.27e–f). Tym razem składowe te dla wszystkich kół jezdnych mają podobny przebieg, natomiast poprzednio składowe te musiały mieć większe wartości dla napędzanych tylnych kół jezdnych, ponieważ przednie koła jezdne były nienapędzane. W przypadku hybrydowego układu jezdneho uzyskano tym razem nieco mniejszy maksymalny błąd pozycji punktu R robota, jednak ostatecznie zarówno jego końcowa wartość, jak i uzyskany tor ruchu są do siebie zbliżone (por. rys. 5.18g–h i rys. 5.27g–h).

Symulacja 5.28

Ostatnia symulacja ruchu wzdłużnego robota z hybrydowym układem jezdnym została zrealizowana dla podobnych założeń jak poprzednia, ale dla zakładanej prędkości maksymalnej $v_{Ru} = 2,0$ m/s. W wyniku symulacji uzyskano analogiczne przebiegi jak poprzednio.





Rys. 5.28. Wyniki ruchu wzdłużnego robota SCOUT z hybrydowym układem jezdnym, zadaną prędkością $v_{Ru} = 2,0$ m/s po wykładzinie dywanowej, w przypadku łagodnych zmian prędkości i z uwzględnieniem dynamiki napędów

Również i tym razem, mimo stosunkowo dużej prędkości, uzyskano dość dokładny ruch robota (rys. 5.28a i rys. 5.28c). Otrzymane przebiegi czasowe prędkości są także bliższe zakładanym, w odróżnieniu od przypadku ruchu robota z wyłącznym napędem na tylne koła jezdne, co znalazło odzwierciedlenie w kształcie przebiegów czasowych poślizgu wzdłużnego (por. rys. 5.19a–c i rys. 5.28a–c).

5.2.2. Analiza ruchu robota z hybrydowym układem jezdnym w trakcie manewru zakręcania

Kolejnym etapem badań symulacyjnych była analiza ruchu robota, której zasadniczym elementem było zakręcanie. Badania zrealizowano dla różnych wartości prędkości i przyspieszenia punktu R robota oraz różnych wartości prędkości i przyspieszeń kątowych obrotu własnego korpusu robota wokół osi pionowej. Metodyka tych badań była analogiczna do badań symulacyjnych dla robota Pioneer 2DX.

Założono występowanie następujących faz ruchu robota:

- rozpędzanie od chwili czasu t_0 do t_r na drodze l_r , podczas którego robot jest w ruchu wzdłużnym do przodu;
- jazda ze stałą prędkością ${}^R v_{Rd}^O = v_{Ru}$ do przodu (w czasie od t_r do t_1) na drodze

$$L_p - l_r;$$

- rozpoczęcie zakręcania, tj. zwiększanie zadanej prędkości kątowej zakręcania ${}^R\dot{\phi}_{0zd}^O$ od 0 do $\dot{\phi}_{0zu}$ (rad/s) (w czasie od t_1 do t_2);
- ruch w trakcie ustalonego zakręcania, czyli z prędkością kątową ${}^R\dot{\phi}_{0zd}^O = \dot{\phi}_{0zu}$ (w czasie od t_2 do t_3);
- kończenie zakręcania, tj. zmniejszanie zadanej prędkości kątowej zakręcania ${}^R\dot{\phi}_{0zd}^O$ od $\dot{\phi}_{0zu}$ do 0 (rad/s) (w czasie od t_3 do t_4);
- ponowny ruch wzdłużny do przodu ze stałą prędkością ${}^Rv_{Rd}^O = v_{Ru}$ (w przedziale czasu od t_4 do t_h) na drodze $L_p - l_h$;
- hamowanie w ruchu wzdłużnym do przodu od chwili czasu t_h do t_z na drodze l_h ,

gdzie długości L_p , l_r i l_h oznaczają odpowiednio: długość drogi w ruchu wzdłużnym oraz drogę rozpędzania i drogę hamowania.

Prędkość charakterystycznego punktu R korpusu robota jest zadana analogicznie, jak w przypadku ruchu wzdłużnego robota, tj. w postaci (5.13).

Droga rozpędzania i hamowania (odpowiednio l_r i l_h) była obliczana na podstawie wzorów (5.15) dla zakładanej wartości prędkości punktu R robota w ruchu ustalonym, tj. v_{Ru} oraz wartości maksymalnego przyspieszenia rozpędzania i hamowania (odpowiednio a_{Rr} i a_{Rh}).

Należy pamiętać, że zadany tor ruchu robota podczas manewru zakręcania stanowi jedynie przybliżenie łuku okręgu. Jak wspomniano wcześniej, warunkiem przejścia z toru prostoliniowego na łuk okręgu i odwrotnie, jest zmiana prędkości kątowej odpowiednio od wartości równej zero do wartości równej ${}^Rv_{Rd}^O / R_z$, a następnie od tej wartości do zera.

W badaniach symulacyjnych założono różne wartości zadanej prędkości ruchu charakterystycznego punkt R robota w ruchu ustalonym v_{Ru} oraz promienia zakrętu R_z .

Na podstawie tych wielkości obliczono zadaną prędkość kątową obrotu własnego platformy mobilnej w trakcie ustalonego zakręcania z zależności:

$$\dot{\phi}_{0zu} = v_{Ru} / R_z. \quad (5.17)$$

Przebieg zadanej prędkości kątowej obrotu własnego korpusu robota generuje się korzystając z analogicznego wzoru jak dla badań robota Pioneer 2DX, czyli:

$${}^R\dot{\phi}_{0zd}^O = \begin{cases} \text{step}(t, t_1, 0, t_2, \dot{\phi}_{0zu}) & \text{dla } t \leq (t_2 + t_3)/2, \\ \text{step}(t, t_3, \dot{\phi}_{0zu}, t_4, 0) & \text{dla } t > (t_2 + t_3)/2. \end{cases} \quad (5.18)$$

Również podobnie wyznacza się charakterystyczne chwile czasu, tj. jako:

$$t_0 = 0,5 \text{ s}, \quad t_r = 2l_r / v_{Ru} + t_0, \quad t_1 = L_p / v_{Ru} - 3/4 \cdot |\dot{\phi}_{0zu} / \ddot{\phi}_{0zm}| + t_r, \quad (5.19)$$

$$t_2 = 3/2 \cdot |\dot{\phi}_{0zu} / \ddot{\phi}_{0zm}| + t_1, \quad t_3 = |\dot{\phi}_{0zm} \cdot R_z| / v_{Ru} + t_1, \quad t_4 = 3/2 \cdot |\dot{\phi}_{0zu} / \ddot{\phi}_{0zm}| + t_3, \quad (5.20)$$

$$t_h = L_p / v_{Ru} - 3/4 \cdot |\dot{\phi}_{0zu} / \ddot{\phi}_{0zm}| + t_4, \quad t_z = 2 l_h / v_{Ru} + t_h. \quad (5.21)$$

W powyższych zależnościach występuje zakładana maksymalna wartość przyspieszenia kątownego występująca w trakcie manewru zakręcania $\ddot{\phi}_{0zm}$, która decyduje o tym, jak szybko prędkość kątowa obrotu własnego korpusu robota osiągnie zadaną wartość $\dot{\phi}_{0zu}$.

Następnie wyznaczane są niezbędne do osiągnięcia założonego ruchu prędkości kątowe obrotu własnego kół jezdnych z zależności (4.31), czyli rozwiązywane jest zadanie odwrotne kinematyki dla robota. Jak zaznaczono w podrozdziale 4.2.3, pod wpływem działających sił poprzecznych robot będzie wykonywał obrót wokół osi pionowej z mniejszą prędkością kątową ${}^R\dot{\phi}_{0z}^O$ niż wynika to z zadanych prędkości kątowych $\dot{\theta}_l$ i $\dot{\theta}_r$ (odpowiednio dla lewych i prawych kół jezdnych). Wyliczone w ten sposób prędkości kątowe kół jezdnych będą stanowiły pierwsze przybliżenie i będą podstawą odpowiedniego doboru współczynnika $k_{\omega 0z} \geq 1$ albo jeszcze lepiej – zastosowania regulatora prędkości platformy mobilnej. Na początek będzie przyjmowana wartość $k_{\omega 0z} = 1$.

Badania symulacyjne przeprowadzono dla różnych kombinacji prędkości v_{Ru} i przyspieszeń kątowych $\ddot{\phi}_{0zm}$ (tab. 5.5) oraz rodzajów podłoża (tab. 3.1).

Tab. 5.5. Warianty parametrów ruchu do analizy manewru zakręcania robota SCOUT

Wariant	1	2
v_{Ru} (m/s)	0,3	1,0
$a_{Rr} = a_{Rh}$ (m/s ²)	0,7	2,0
$\omega_{0zu} = \dot{\phi}_{0zu}$ (rad/s)	2	6,67
$\epsilon_{0zm} = \ddot{\phi}_{0zm}$ (rad/s ²)	6π	20π

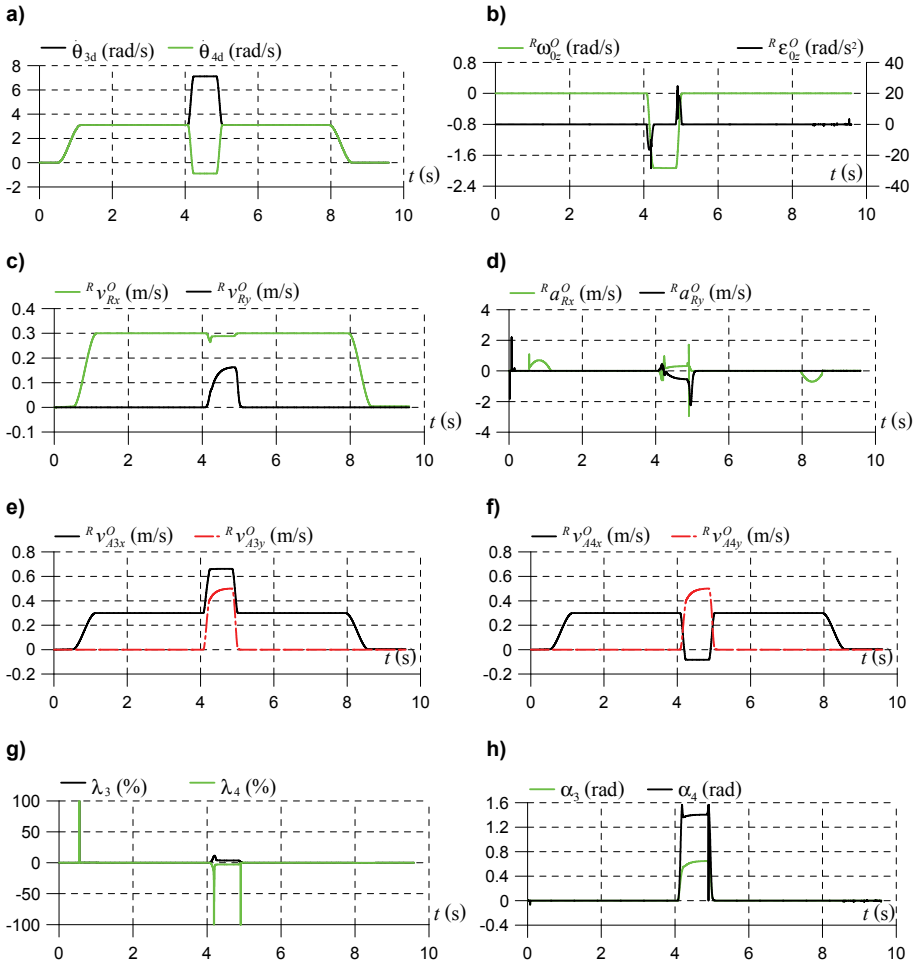
W badaniach założono, że zakręt będzie bardzo ostry, czyli promień zakrętu R_z będzie równy 0,15 m. Założono, że przyspieszenie kątowe $\ddot{\phi}_{0zm}$ jest proporcjonalne do prędkości v_{Ru} .

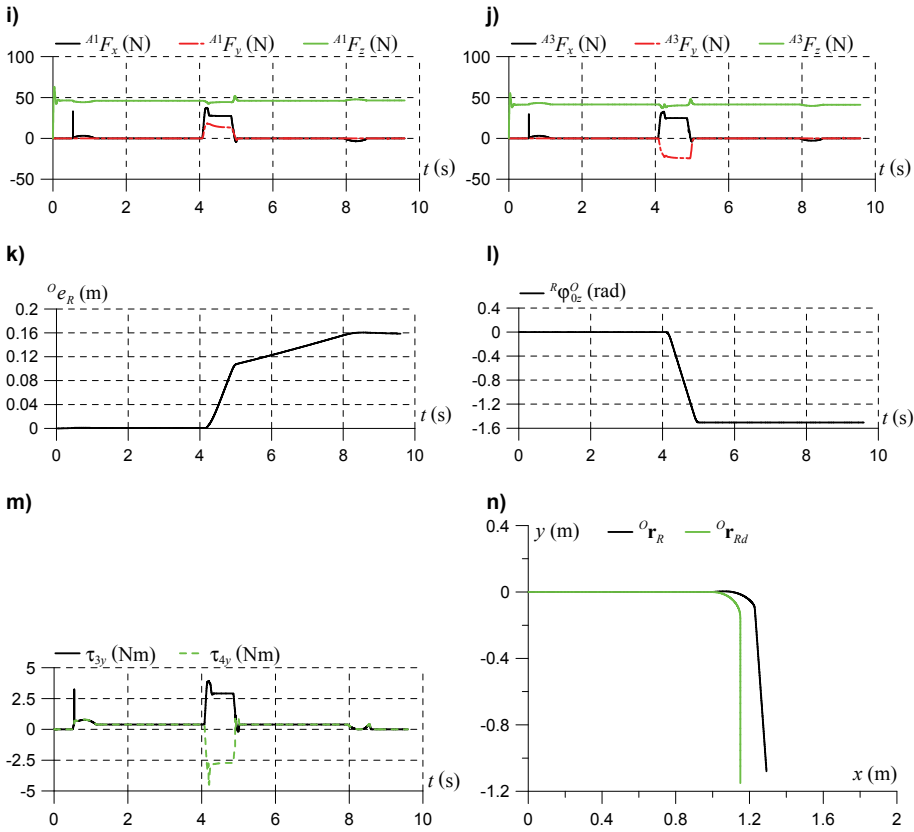
Dalej zaprezentowano wybrane wyniki symulacji ruchu wzdłużnego robota. W symulacjach tych badano ruch robota z hybrydowym układem jezdny, który okazał się znacznie lepszy w przypadku realizacji manewru zakręcania robota.

Symulacja 5.29

Pierwszą symulację manewru zakręcania robota SCOUT wykonano zakładając jego ruch po wykładzinie dywanowej z zadaną prędkością maksymalną $v_{Ru} = 0,3$ m/s. Zadane prędkości kątowe obrotu własnego kół jezdnych pokazano na rys. 5.29a. W wyniku symulacji ruchu robota otrzymano składowe prędkości i przyspieszenia punktu R robota (rys. 5.29c–d) oraz prędkość i przyspieszenie kątowe jego korpusu (rys. 5.29b). Można zauważyć, że na skutek działającej tzw. siły bezwładności związanej z przyspieszeniem dośrodkowym (normalnym do kierunku ruchu) robot w trakcie manewru zakręcania przemieszcza się w kierunku poprzecznym. Ponadto

prędkość kątową ${}^R\dot{\phi}_{0z}^O$ zakręcania robota jest nieco niższa od zakładanej. Na podstawie znanej prędkości punktu R robota oraz prędkości kątowej ${}^R\dot{\phi}_{0z}^O$ obliczono wartości składowych prędkości charakterystycznych punktów A_i robota (rys. 5.29e–f), tj. punktów znajdujących się w środkach geometrycznych kół jezdnych (zgodnie z rys. 4.3b). W trakcie manewru zakręcania można zaobserwować większe wartości poślizgu wzdłużnego w stosunku do ruchu wzdłużnego (rys. 5.29g) oraz zaobserwować zjawisko poślizgu poprzecznego, które ma odzwierciedlenie w charakterystyce kąta poprzecznego znoszenia (rys. 5.29h). Podczas manewru zakręcania występują także znacznie większe wartości składowych wzdłużnych i poprzecznych sił reakcji podłoża (rys. 5.29i–j), co skutkuje znacznym zwiększeniem wymaganych do ruchu momentów napędowych (rys. 5.29m).



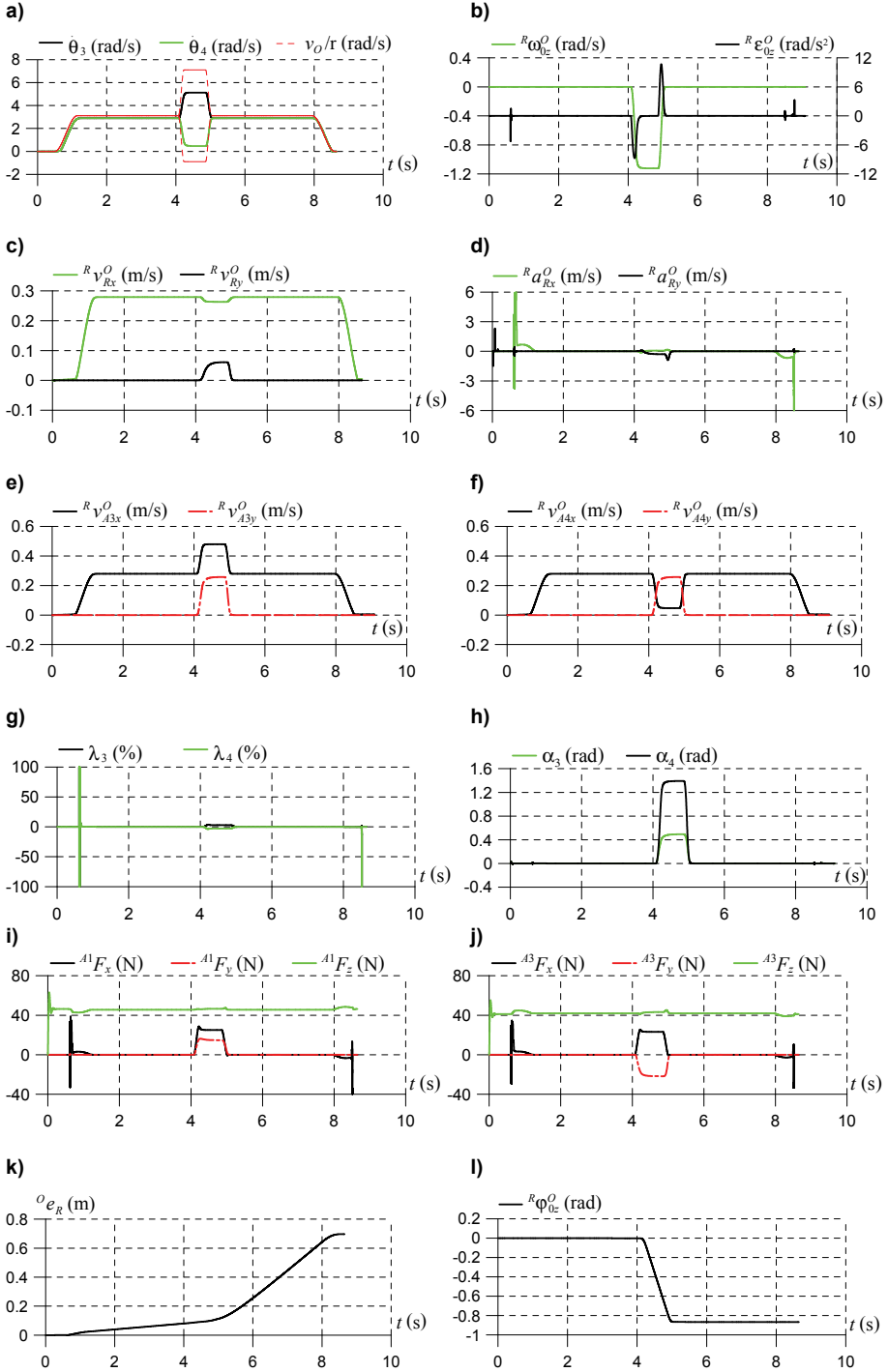


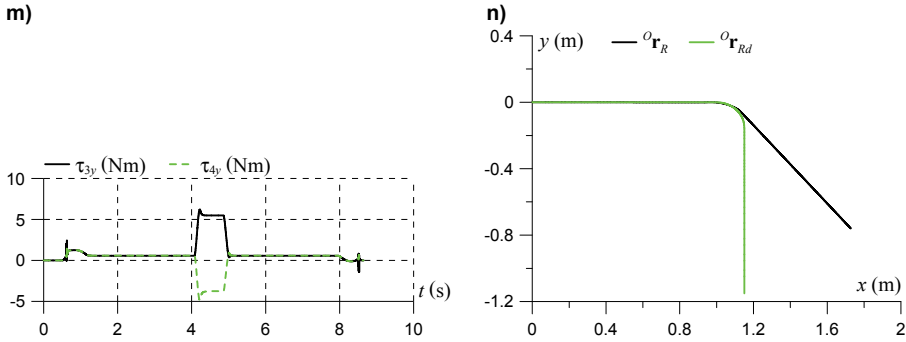
Rys. 5.29. Wyniki symulacji ruchu wzdłużnego i manewru zakręcania robota SCOUT z hybrydowym układem jezdnym, z zadaną prędkością $v_{Ru} = 0,3$ m/s po wykładzinie dywanowej, w przypadku łagodnych zmian prędkości

Z uzyskanych przebiegów czasowych błędu pozycji i kursu robota (rys. 5.29k–l) oraz toru ruchu charakterystycznego punktu R (rys. 5.29n) wynika, że ruch robota od momentu rozpoczęcia manewru zakręcania istotnie odbiega od zakładanego.

Symulacja 5.30

Kolejną symulację przeprowadzono dla analogicznych założeń jak poprzednio, lecz tym razem zastosowano model robota opisany w podrozdziale 4.3.2.1, w którym uwzględniono dodatkowo model napędów. W tym przypadku zauważono znacznie większy wpływ modelu napędów na uzyskane wyniki w stosunku do badań symulacyjnych ruchu wzdłużnego. Na skutek działających dużych sił poprzecznych oraz wzdłużnych, prędkości kątowe obrotu własnego kół jezdnych podczas manewru zakręcania osiągają znacznie mniejsze wartości w porównaniu do zakładanych (rys. 5.30a). W efekcie prędkość kątowa zakręcania ${}^R \phi_{0z}^O$ jest około dwukrotnie mniejsza w stosunku do zakładanej wartości (rys. 5.30b). Dlatego robot zakręca o ok. 0,9 rad zamiast o $\pi/2$ rad (rys. 5.30l).





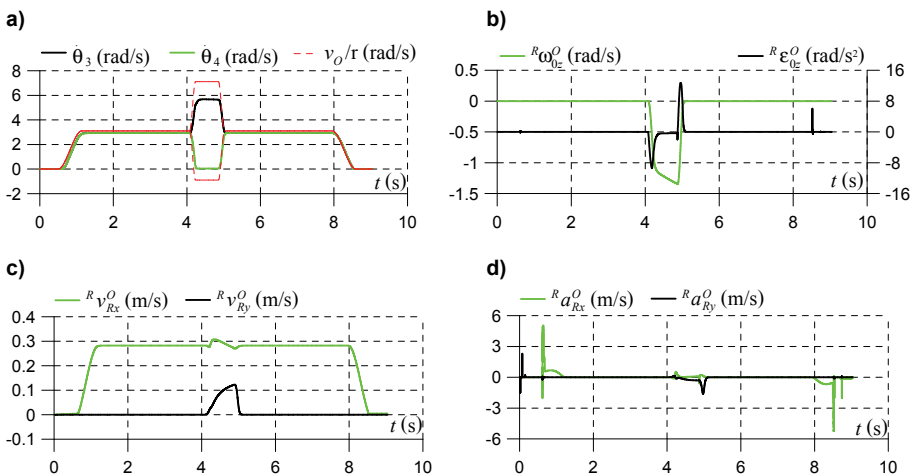
Rys. 5.30. Wyniki symulacji ruchu wzdłużnego i manewru zakręcania robota SCOUT z hybrydowym układem jezdny, z zadaną prędkością $v_{Ru} = 0,3$ m/s po wykładzinie dywanowej, w przypadku łagodnych zmian prędkości i z uwzględnieniem dynamiki napędów

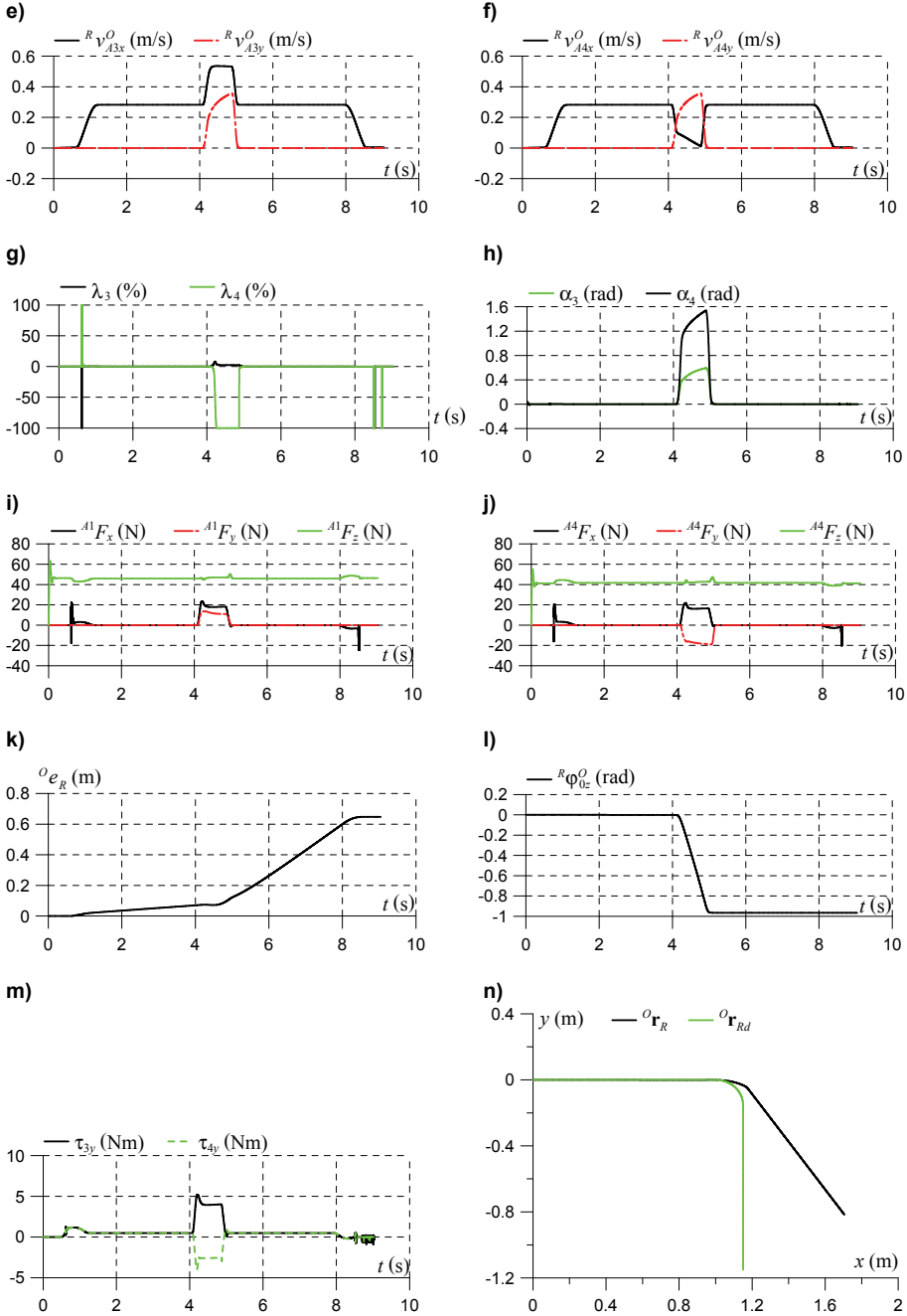
Błąd pozycji punktu R robota osiąga znacznie większą wartość (rys. 5.30k), a otrzymany tor ruchu tego punktu, od chwili wejścia w zakręt, znacznie odbiega od zakładanego (rys. 5.30n).

W związku z opisanymi wynikami symulacji manewru zakręcania robota, w dalszych symulacjach jest stosowany model dynamiki robota uzupełniony o model jego napędów.

Symulacja 5.31

Podobną symulację do poprzedniej przeprowadzono dla przypadku ruchu robota po wykładzinie PCV. Tym razem robot w trakcie manewru zakręcania uzyskał nieco większe prędkości kątowe obrotu własnego kół jezdnych (rys. 5.30a i rys. 5.31a). W konsekwencji robot obracał się z trochę większą prędkością kątową (por. rys. 5.30b i rys. 5.31b).



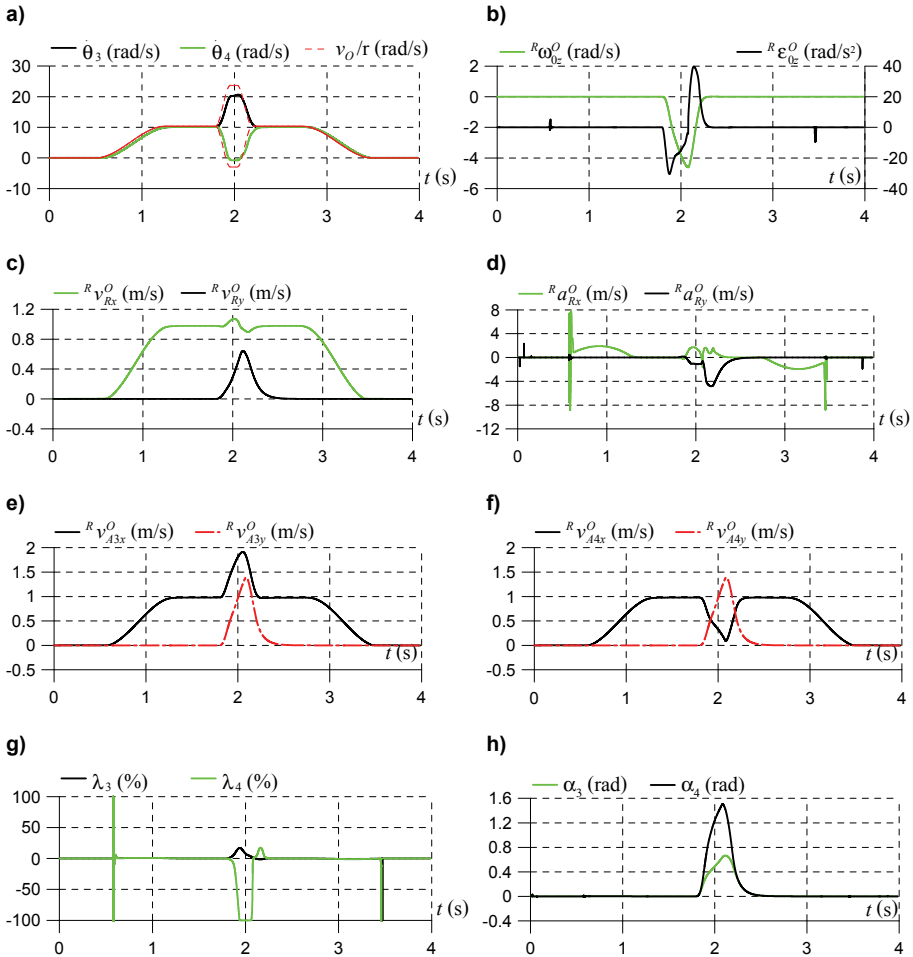


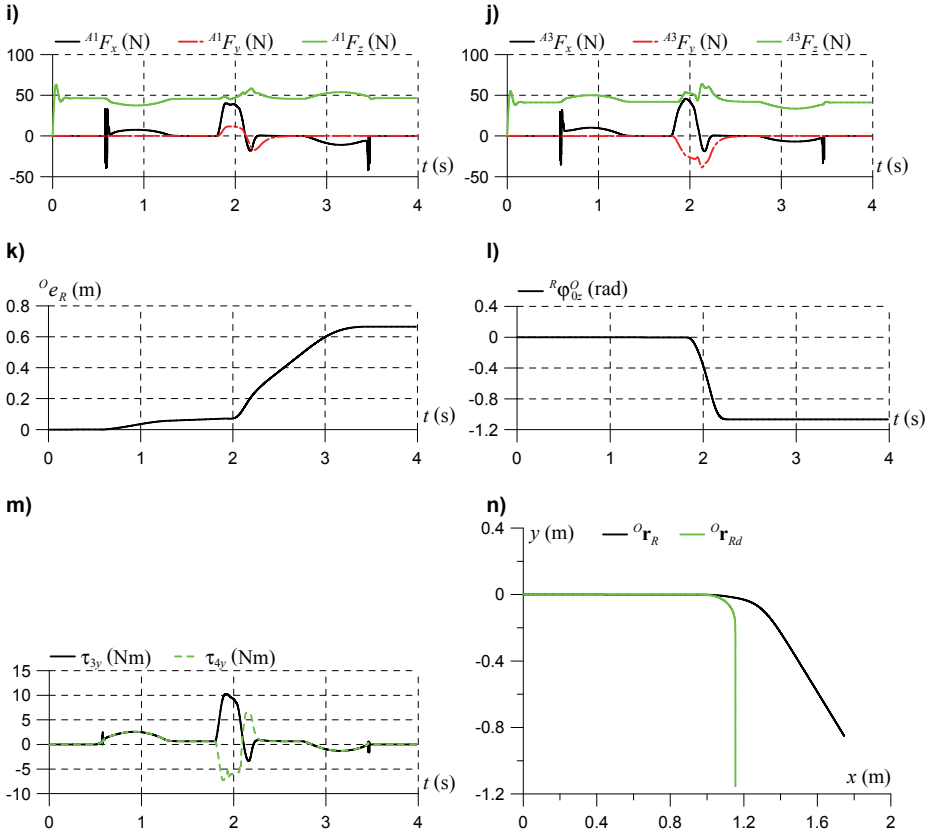
Rys. 5.31. Wyniki symulacji ruchu wzdłużnego i manewru zakręcania robota SCOUT z hybrydowym układem jezdnym, z zadaną prędkością $v_{Ru} = 0,3$ m/s na wykładzinie PCV, dla łagodnych zmian prędkości i z uwzględnieniem dynamiki napędów

Obrotowi towarzyszyły znacznie większe wartości poślizgu wzdłużnego koła jezdnego nr 4, które było kołem wewnętrznym, tj. znajdującym się bliżej chwilowego środka obrotu korpusu (por. rys. 5.30g i rys. 5.31g). Ostatecznie uzyskano zbliżony do poprzedniego wynikowy ruch robota, o czym świadczą przebiegi błędu pozycji (por. rys. 5.30k i rys. 5.31k) i kursu robota (por. rys. 5.30l i rys. 5.31l) oraz otrzymanego toru ruchu (por. rys. 5.30n i rys. 5.31n).

Symulacja 5.32

Następną symulację manewru zakręcania przeprowadzono dla prędkości maksymalnej $v_{Ru} = 1,0$ m/s. Co ciekawe, w tym przypadku parametry kątowe kół jezdnych robota w mniejszym stopniu odbiegają od zadanych wartości (rys. 5.32a), także prędkość kątowna zakręcania platformy mobilnej jest obciążona względnie mniejszym błędem (rys. 5.32b).





Rys. 5.32. Wyniki symulacji ruchu wzdłużnego i manewru zakręcania robota SCOUT z hybrydowym układem jezdnym, z zadaną prędkością $v_{Ru} = 1,0$ m/s po wykładzinie dywanowej, w przypadku łagodnych zmian prędkości i z uwzględnieniem dynamiki napędów

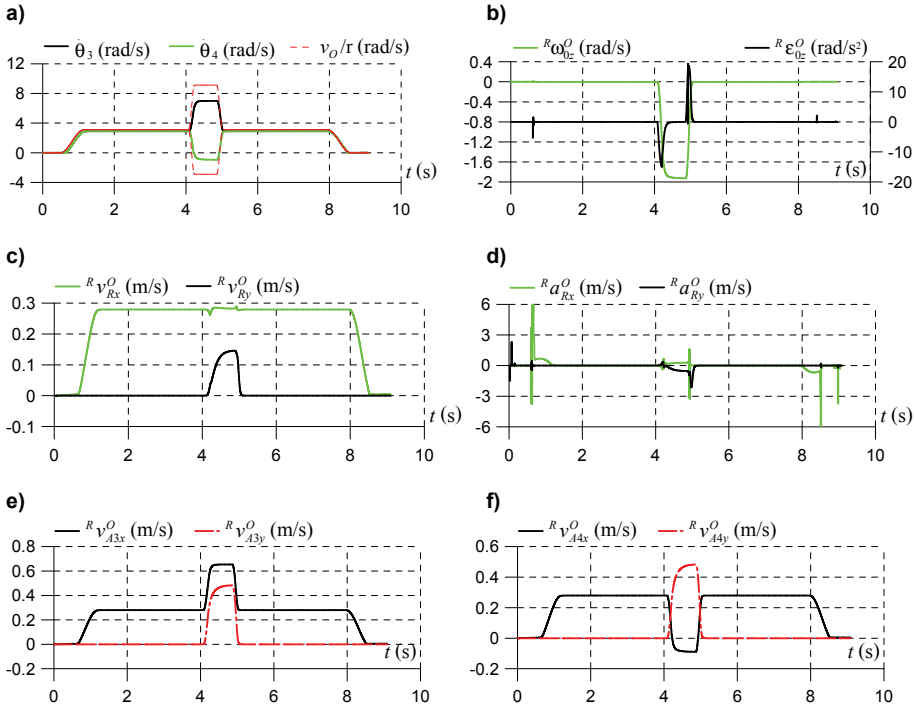
W trakcie manewru zakręcania można zaobserwować stosunkowo dużą, bo wynoszącą ok. 0,6 m/s prędkość poprzeczną punktu R robota (rys. 5.32c) oraz składową poprzeczną przyspieszenia tego punktu (rys. 5.32d), która jest w przybliżeniu równa składowej normalnej. Na podstawie prędkości kątowych obrotu własnego kół jezdnych oraz wyliczonych prędkości charakterystycznych punktów Ai robota wyznaczane są wartości poślizgu wzdłużnego (rys. 5.32g) i kąta poprzecznego znoszenia (rys. 5.32h). Można zauważyć duże wartości poślizgu wzdłużnego występującego podczas manewru zakręcania oraz duże wartości składowych wzdłużnych sił reakcji podłoża (rys. 5.32i-j), co prowadzi do bardzo dużych wartości momentów napędowych (rys. 5.32m). Wynikowy ruch robota, od chwili wchodzenia robota w zakręt, wyraźnie odbiega od zakładanego, co widać na przebiegach błędu pozycji i kursu robota (rys. 5.32k-l) oraz toru ruchu punktu R (rys. 5.32n).

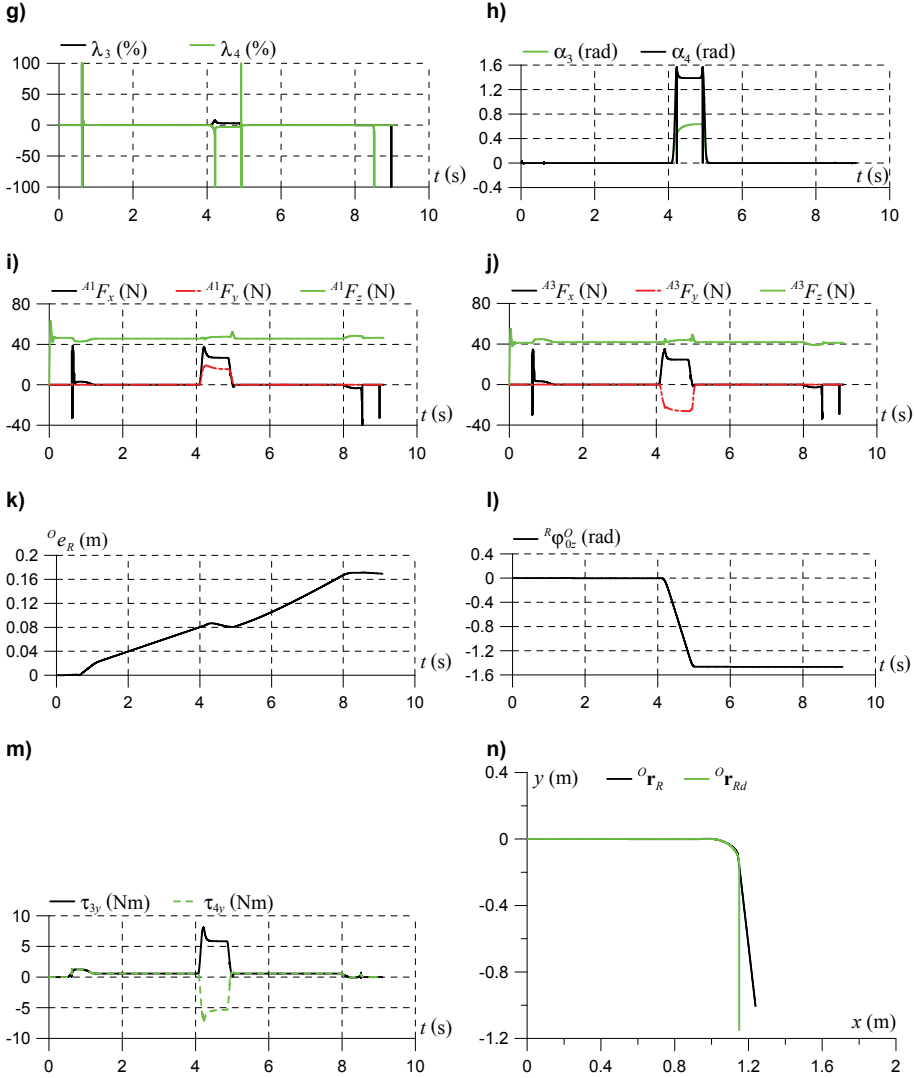
W związku z opisanymi problemami wynikającymi z dokładności realizacji ruchu robota podczas manewru zakręcania, w ramach kolejnych symulacji starano

się dobrać współczynnik $k_{\omega 0z} > 0$ w taki sposób, aby uzyskać ruch robota jak najbardziej zbliżony do zakładanego.

Symulacja 5.33

W ramach analizy ruchu robota w trakcie manewru zakręcania z zadaną prędkością maksymalną $v_{Ru} = 0,3$ m/s dobrano wartość współczynnika $k_{\omega 0z}$ równą 1,5 i korzystając ze wzoru (4.31) wyznaczono nowe wartości zadanych prędkości kątowych obrotu własnego napędzanych kół jezdnych. W wyniku symulacji uzyskano prędkości kątowe obrotu własnego tych kół pokazane na rys. 5.33a, które są mniejsze od wartości zadanych, ale odpowiednio większe w stosunku do wartości uzyskanych dla współczynnika $k_{\omega 0z} = 1$. Otrzymane parametry kątowe platformy mobilnej, podczas manewru zakręcania, są zbliżone do wartości zadanych (rys. 5.33b). W trakcie manewru zakręcania występuje jednak składowa prędkości na kierunku poprzecznym do zadanego ruchu robota, która jest większa niż w przypadku symulacji dla współczynnika $k_{\omega 0z} = 1$ (por. rys. 5.30c i rys. 5.33c). Bardziej istotne jest, że tym razem uzyskano znacznie mniejsze wartości błędu pozycji i kursu po zakończeniu ruchu robota (por. rys. 5.30k i rys. 5.33l). W konsekwencji otrzymany tor ruchu charakterystycznego punktu R robota jest bardziej zbliżony do zakładanego (por. rys. 5.30n i rys. 5.33n). Dalszą poprawę dokładności realizacji ruchu można uzyskać przez dokładniejszy dobór współczynnika $k_{\omega 0z}$ lub przez zastosowanie regulatora prędkości platformy mobilnej, co jest rozwiązaniem bardziej uniwersalnym, tj. niezależnym od warunków współpracy kół jezdnych z podłożem.



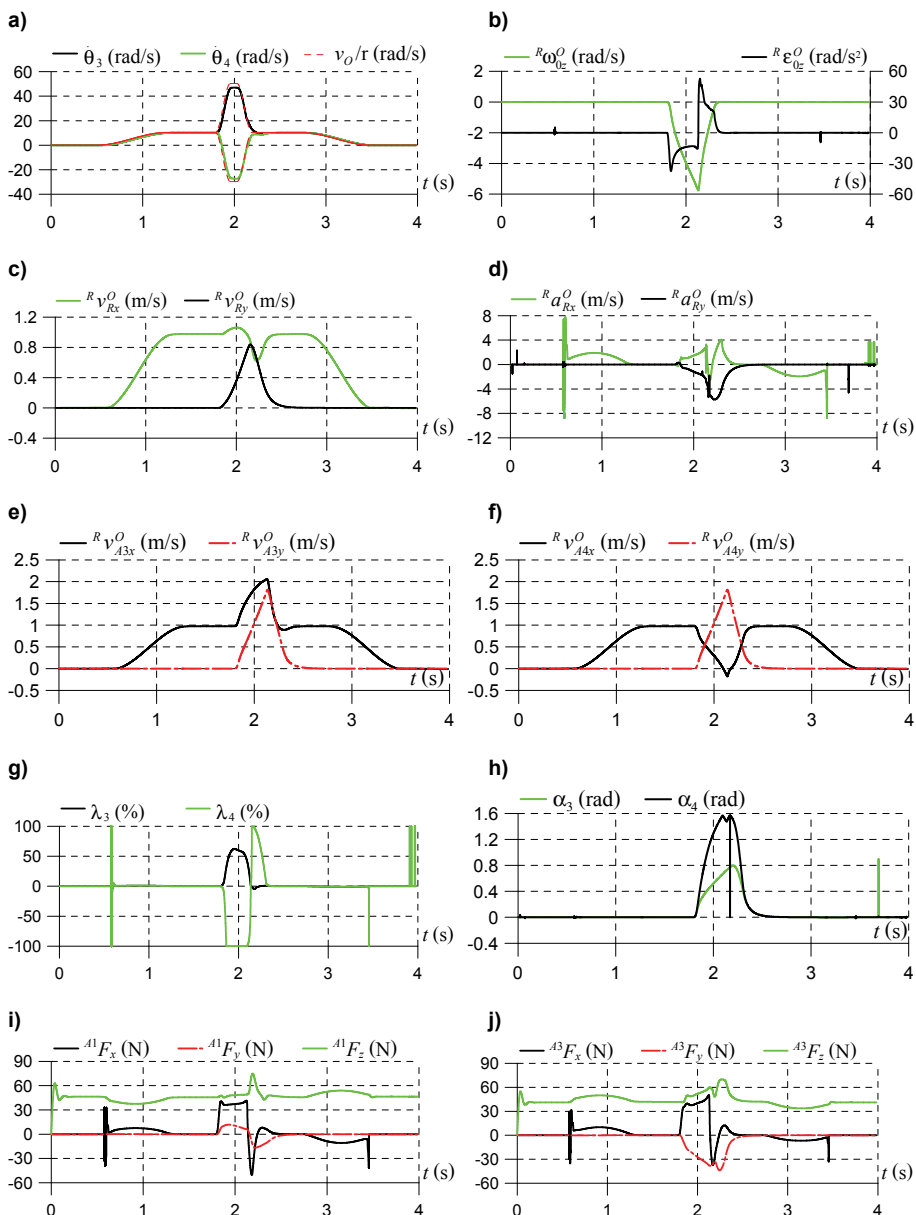


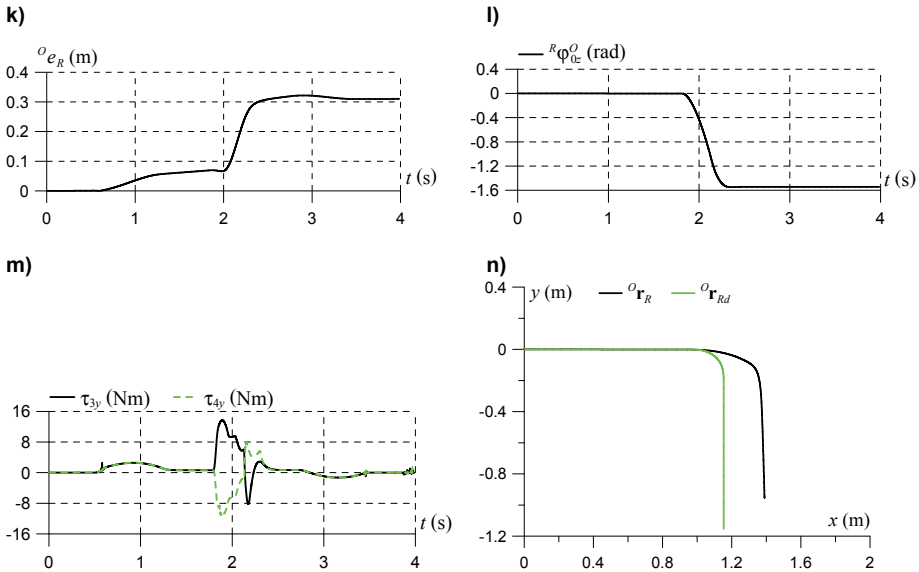
Rys. 5.33. Wyniki symulacji ruchu wzdłużnego i manewru zakręcania robota SCOUT z hybrydowym układem jezdnym, zadaną prędkością $v_{Ru} = 0,3$ m/s po wykładzinie dywanowej, w przypadku łagodnych zmian prędkości, z uwzględnieniem dynamiki napędów i dla $k_{\phi 0z} = 1,5$

Symulacja 5.34

Ostatnia symulacja ruchu robota SCOUT dotyczy manewru zakręcania zadaną prędkością maksymalną $v_{Ru} = 1,0$ m/s. W wyniku badań symulacyjnych dobrano wartość współczynnika $k_{\phi 0z} = 3,0$, dla którego obliczono z zależności (4.31) zadane prędkości obrotu własnego kół jezdnych uzyskując najlepszą dokładność realizacji ruchu. Wyniki tej symulacji można porównać z wynikami analogicznej symulacji

dla $k_{\omega 0z} = 1,0$ (rys. 5.32). Prędkości kątowe obrotu własnego kół jezdnych podczas manewru zakręcania są tym razem znacznie większe (por. rys. 5.32a i rys. 5.33a), wskutek czego platforma mobilna obraca się z większą prędkością kątową, zbliżoną do wartości zadanej (rys. 5.33b), uzyskując zakładany kurs (rys. 5.33l).





Rys. 5.34. Wyniki symulacji ruchu wzdłużnego i manewru zakręcania robota SCOUT z hybrydowym układem jezdnym, z zadaną prędkością $v_{Rtu} = 1,0$ m/s po wykładzinie dywanowej, w przypadku łagodnych zmian prędkości, z uwzględnieniem dynamiki napędów i dla $k_{\omega 0z} = 3,0$

W trakcie ruchu robota można zaobserwować dużą wartość prędkości na kierunku poprzecznym (rys. 5.33c), co w konsekwencji skutkuje dużym wyslizgiwaniem się robota, dużym błędem pozycji (rys. 5.33k) i znacznym odchyleniem toru ruchu punktu R robota w stosunku do zadanego toru (rys. 5.33n). Momenty napędowe niezbędne do realizacji analizowanego ruchu robota są nieco większe w stosunku do symulacji dla $k_{\omega 0z} = 1,0$ (por. rys. 5.32m i rys. 5.33m).

5.2.3. Podsumowanie wyników badań symulacyjnych ruchu robota czterokołowego

Po analizie wyników badań symulacyjnych ruchu robota czterokołowego sformułowano następujące główne wnioski.

- Dla robota Pioneer 2DX w podrozdziale 5.1.1 analizowane były przypadki ruchu wzdłużnego robota, w których zadana prędkość ruchu punktu R zmieniała się wyłącznie łagodnie, z przyspieszeniem mniejszym niż 1 m/s^2 . Podobne badania zostały przeprowadzone dla robota SCOUT dla dwóch konfiguracji układu jezdny i zaobserwowano analogiczne zjawiska. W sytuacji, gdy robot poruszał się z niewielkimi prędkościami (do $0,5 \text{ m/s}$) po podłożu o dużym współczynniku przyczepności (rzędu 1, np. dla wykładziny dywanowej) występowały pomijalnie małe poślizgi wzdłużne kół jezdnych. W takich przypadkach uzasadnione jest pominięcie modelu opon w modelu dynamiki robota, co ma miejsce w licznych pracach dotyczących modelowania dynamiki mobilnych robotów kołowych [66, 203].

- Gdy robot SCOUT poruszał się z większymi zadanymi prędkościami (1 m/s lub więcej), które zmieniały się w sposób skokowy, wówczas podczas rozpędzania i hamowania występowały znaczne wartości poślizgu wzdłużnego (**Symulacje 5.13–5.16** oraz **Symulacje 5.22–5.26**).
- Znaczne wartości poślizgów w trakcie rozpędzania i hamowania (dla skokowych zmian prędkości) trwały znacznie krócej dla hybrydowego układu jezdnego robota SCOUT, o czym można się przekonać porównując wyniki symulacji dla analogicznych założeń (**Symulacja 5.15** i **Symulacja 5.23** oraz **Symulacja 5.16** i **Symulacja 24**). Wynikało to z faktu, że wszystkie koła jezdne, dzięki wprowadzeniu pasków zębatych, były w analogiczny sposób napędzane i mogły przenosić podobne składowe wzdłużne siły reakcji podłoża (różnice wynikały z różnic rozkładu składowych normalnych).
- W przypadku ruchu wzdłużnego robota SCOUT dla zadanej prędkości ruchu zmieniającej się łagodnie (tj. z przyspieszeniem mniejszym niż 1 m/s^2) można zaobserwować duże wartości poślizgu wzdłużnego głównie dla konfiguracji robota z wyłącznym napędem na tylne koła jezdne i dla stosunkowo dużej prędkości ruchu (np. 2 m/s – **Symulacja 5.20**). Spowodowane jest to tym, że napędzanie tylko dwóch kół jezdnych nie pozwala na przeniesienie tak dużych wzdłużnych sił reakcji podłoża, jakie są niezbędne do realizacji założonego ruchu. Ma to szczególnie duże znaczenie podczas hamowania, kiedy to bardziej dociążone są przednie koła jezdne (siłami reakcji składowymi normalnymi sił reakcji podłoża). Koła te jednak praktycznie nie uczestniczą w hamowaniu, natomiast mniej dociążone tylne koła jezdne nie mogą wówczas przenosić dużych wartości składowych wzdłużnych sił reakcji podłoża.
- Podczas manewru zakręcania robota SCOUT, wszystkie jego koła jezdne są niekierowane, więc występują duże wartości składowych poprzecznych sił reakcji podłoża. Są one porównywalne z wartościami składowych wzdłużnych. Jest to efektem występowania dużych wartości poślizgu poprzecznego, którego miarą jest kąt poprzecznego znoszenia. Ponadto, zależnie od rodzaju podłoża i prędkości kątowych kół jezdnych, w niektórych przypadkach (np. **Symulacja 5.31**), występują także duże wartości poślizgu wzdłużnego.
- Zwiększenie prędkości kątowej obrotu własnego korpusu robota podczas manewru zakręcania można uzyskać przez większe zróżnicowanie prędkości kątowych obrotu własnego kół jezdnych. W tym celu wprowadzono współczynnik $k_{\omega 0z} \geq 1$, który podczas wyliczania zadanych prędkości kątowych obrotu własnego tych kół uwzględniono w zależności (4.31). Jak wykazały badania symulacyjne (**Symulacja 5.33** i **Symulacja 5.34**) spowodowało to zamierzony efekt, tj. zwiększenie prędkości kątowych obrotu własnego korpusu robota do wartości bliskich zadanym, jednak zanim to nastąpiło robot znacznie przemieścił się na kierunku poprzecznym w stosunku do zadanej ścieżki.
- Z analizy uzyskanych wyników w trakcie manewru zakręcania wynika, że prędkość kątowa, z jaką wykonuje obrót korpus robota dla danego układu jezdnego w niewielkim stopniu zależy od rodzaju podłoża, po którym porusza się robot (**Symulacja 5.30** i **Symulacja 5.31**).
- W związku z występowaniem dużych wartości składowych poprzecznych sił reakcji podłoża, korpus robota wykonuje obrót z mniejszą prędkością kątową

niż miałyby to miejsce w przypadku manewru zakręcania robota wyposażonego w kierowane koła jezdne. Prędkość ta jest tym mniejsza im mniejsza jest liczba kół jezdnych przenoszących napęd. W przypadku napędzania robota wyłącznie na tylne koła jezdne, będzie on wykonywał obrót z mniejszą prędkością kątową w stosunku do użycia hybrydowego układu jezdnego. Z tego względu badania symulacyjne manewru zakręcania robota SCOUT koncentrowały się na badaniu hybrydowego układu jezdnego.

- Badania symulacyjne dla robota SCOUT przeprowadzono dla dwóch wersji modelu. W pierwszej wersji (rys. 4.7) rozwiązywane było zadanie odwrotne dynamiki i w modelu nie uwzględniano dynamiki napędów. W związku z tym prędkości kątowe obrotu własnego kół jezdnych zmieniały się tak, jakby było w przypadku idealnym. W drugiej wersji modelu (rys. 4.8) rozwiązywane było zadanie proste dynamiki z uwzględnieniem dynamiki napędów, jednak nie zamodelowano regulatora prędkości kół jezdnych występującego w rzeczywistym robocie. W związku z tym uzyskane wyniki mogą być gorsze w stosunku do badań empirycznych ze względu na to, że w rzeczywistym robocie zastosowany jest regulator prędkości kół jezdnych, który na bieżąco koryguje sterowanie w celu minimalizacji błędów obrotu kół jezdnych. Badania symulacyjne z uwzględnieniem modelu regulatora prędkości kół jezdnych będą tematem podrozdziału 6.3.1.

Omówione główne wnioski wynikające z przeprowadzonych badań symulacyjnych mogą być uogólnione na inne konstrukcje robotów mobilnych, w których występują wyłącznie niekierowane koła jezdne. Przykładem takiego robota jest robot IBIS, także produkowany w Przemysłowym Instytucie Automatyki i Pomiarów PIAP [162], który był m.in. przedmiotem pracy [39].

6. Sterowanie ruchem mobilnych robotów kołowych

Jednym z najczęstszych problemów dotyczącym sterowania ruchem mobilnych robotów kołowych rozwiązywanym przez badaczy jest zadanie podążania robota od pozycji początkowej do zadanej pozycji końcowej. Zadanie to obejmuje zagadnienia planowania oraz realizacji ruchu i będzie przedmiotem rozważań w niniejszym rozdziale pracy. Układy sterowania mobilnych robotów kołowych realizujących takie zadanie mają zazwyczaj strukturę hierarchiczną [70]. W literaturze wyróżnia się w tym przypadku trzy poziomy hierarchii układu sterowania, zaczynając od poziomu najwyższego:

- globalne planowanie ścieżki,
- lokalne planowanie ścieżki,
- sterowanie ruchem nadążnym.

Należy podkreślić, że nie zawsze występują wszystkie opisane poziomy układu sterowania. Przykładowo może być pominięty najwyższy poziom hierarchii, tj. zadana ścieżka robota może być zadana *a priori*. Może być także pominięty kolejny poziom hierarchii, jeśli założy się, że ruch robota odbywa się wyłącznie w znanym otoczeniu, tj. nie występują w nim niezaplanowane przeszkody. Ostatni poziom hierarchii, choć nie zawsze analizowany przez autorów prac badawczych, w praktyce zawsze musi wystąpić, gdyż bez niego nie może być realizowany ruch robota. Odstępstwem od tej zasady może być sterowanie behawioralne [10], w którym informacje pochodzące z czujników otoczenia po ich przetworzeniu mogą stanowić bezpośrednie sterowania dla napędów kół jezdnych robota.

Na każdym z wymienionych poziomów hierarchii układu sterowania mogą być także wyróżnione kolejne podpoziomy hierarchii.

6.1. Planowanie ścieżki

Jak wcześniej wspomniano, pierwszy i najwyższy poziom hierarchii układu sterowania jest odpowiedzialny za **globalne planowanie ścieżki**, tj. wyznaczenie teoretycznej ścieżki prowadzącej od początkowego położenia robota do zadanego położenia końcowego, przy założeniu zgrubnej znajomości otoczenia, w którym ma poruszać się robot. Ten poziom układu sterowania realizuje zadanie optymalizacji wg przyjętego kryterium jakości i jest przedmiotem badań przez wielu autorów [22, 59, 100, 202, 244].

Do głównych problemów związanych z realizacją tego zadania można zaliczyć: sposób reprezentacji otoczenia robota, przyjęcie ograniczeń, wybór kryteriów optymalizacji oraz dobór algorytmu przeszukiwań.

Zazwyczaj przyjmuje się, że teren po którym porusza się robot jest płaski, czyli wprowadza się dwuwymiarową reprezentację otoczenia [115, 238]. Obok terenu płaskiego na mapie otoczenia mogą występować przeszkody, którymi mogą być np. budynki, zbiorniki wodne, pagórki i dolki.

Jeśli chodzi o uwzględnienie ograniczeń poszukiwań optymalnej ścieżki, to można je podzielić na dwie grupy. Do pierwszej grupy można zaliczyć ograniczenia wynikające z otoczenia, natomiast do drugiej samego robota. Ograniczenia otoczenia mają zazwyczaj odzwierciedlenie w postaci kosztu pokonania zdyskretyzowane-

go fragmentu otoczenia [73]. Nie bierze się zazwyczaj pod uwagę kierunku ruchu robota przez dany teren [230, 238], co oczywiście ma znaczenie w rzeczywistych warunkach, kiedy nie bez znaczenia jest to, czy robot pokonuje teren jadąc po wzniesieniu do góry lub w dół. Ponadto, stosowane w wielu publikacjach podejście polegające na uwzględnianiu kosztu pokonania danego terenu jedynie na etapie reprezentacji terenu nie jest dobrym podejściem, gdyż koszt ten zależy także od cech robota, rodzaju i ukształtowania terenu oraz kierunku ruchu, jest więc wypadkową tych czynników. W związku z tym powinien on być wyznaczany biorąc pod uwagę te czynniki, a nie być zakładany z góry. Niebagatelną rolę w tym przypadku odgrywać powinien model dynamiki robota i jego napędów. Proponowane przez autora pracy podejście, polegające na uwzględnieniu modelu dynamiki robota i napędów w procesie globalnego planowania ścieżki było przedmiotem pracy [104].

Z kolei wybór kryteriów optymalizacji sprowadza się zazwyczaj do zdefiniowania tzw. funkcji kosztu, która ma zapewnić np. minimalizację długości ścieżki, czasu ruchu, zużycia energii [188, 240], ryzyka [77] i innych czynników przyjętych przez badacza. Dobrana funkcja kosztu wraz z przyjętymi ograniczeniami redukuje liczbę możliwych ścieżek wynikających z działania algorytmu przeszukiwań. W przeważającej większości publikacji przyjętym kryterium optymalizacji jest długość drogi, jaką pokonuje robot [107]. Podejście takie jest słuszne jedynie w przypadku mało zróżnicowanego terenu, gdy jego rodzaj i ukształtowanie ma niewielki wpływ na zużycie energii przez robota. W innym przypadku funkcja kosztu powinna być tak dobrana, aby uwzględniała ona także zużycie energii przez robota, co ma niebagatelny wpływ na jego zasięg. Nie bez znaczenia jest także sposób realizacji ruchu przez robota. Przykładowo, robot z niekierowanymi kołami jezdny, np. opisany robot SCOUT, zużywa znacznie więcej energii w trakcie obracania i zakręcania w stosunku do jazdy prosto (podrozdziały 5.2.2 i 7.5), dlatego optymalna pod względem energetycznym ścieżka powinna zawierać jak najmniej zakrętów, a jak najwięcej prostych odcinków. Przyjmowane przez autorów kryteria optymalizacji rzadko uwzględniają zmienną prędkość ruchu robota, co z oczywistych względów ma miejsce w rzeczywistych warunkach. Do wyjątków pod tym względem można zaliczyć pracę [83].

Realizacja algorytmu poszukiwania optymalnej drogi jest zazwyczaj realizowana przez tzw. agenta inteligentnego [176] nazywanego też agentem upostaciowionym [246] i opiera się na przeszukiwaniu grafów. Znane są także inne podejścia do zadania globalnego planowania ścieżki, np. w oparciu o metodę sztucznych pól potencjalnych [230], metodę rozchodzenia się fali [63] i innych.

Stosowane metody przeszukiwań grafów można podzielić na trzy grupy [176]: informowane (heurystyczne), nieinformowane (ślepe) oraz metaheurystyczne. Do metod nieinformowanych można zaliczyć algorytmy [176]: poszukiwania wszerek (ang. *Breadth-First Search*), wgłęb (ang. *Depth-First Search*) i algorytm Dijkstry [100]. Do metod heurystycznych należą bardzo popularny algorytm A* (dedykowany do statycznego otoczenia, stosowany m.in. w pracy [104]) oraz wywodzące się z niego algorytmy pochodne, jak np. D* [59] (przeznaczony do poszukiwań w przypadku dynamicznego otoczenia). Wreszcie do metod metaheurystycznych zalicza się algorytmy genetyczne [43] i ich modyfikacje, jak algorytmy memetyczne [22], algorytmy mrówkowe [127] i inne. Rzadziej stosowane są sztuczne sieci neuronowe [195]. Można także spotkać publikacje, w których korzysta się z algo-

rytmów stanowiących połączenie kilku metod, np. heurystycznych i metaheurystycznych [41].

O wyborze metody przeszukiwań grafów decydują takie czynniki, jak szybkość algorytmu, kompletność (tj. gwarancja wyznaczenia rozwiązania, o ile takie istnieje), dopuszczalność (tj. pewność znalezienia optymalnego rozwiązania dla dowolnego grafu pod warunkiem, że takie istnieje) oraz ograniczenia wynikające z użytego sprzętu, jak ilość wymaganej pamięci [104].

Następny, drugi poziom hierarchii układu sterowania odpowiada za **lokalne planowanie ścieżki**, które jest także nazywane zagadnieniem nawigacji i zazwyczaj polega na wyznaczeniu ścieżki między aktualnym położeniem robota, a nowym zadaniem położeniem (które z punktu widzenia globalnego planowania ścieżki może być położeniem pośrednim), z uwzględnieniem nieznanych przeszkód otaczających robota i innych ograniczeń. Wyniki badań dotyczących problematyki nawigacji robotów mobilnych z uwzględnieniem występujących przeszkód można znaleźć m.in. w pracach [21, 29, 101, 169, 170, 210, 222]. Nowe położenie robota będące wynikiem działania algorytmu lokalnego planowania ścieżki powinno znajdować się na zadanej ścieżce teoretycznej wyznaczonej przez wyższy poziom hierarchii, chyba że na drodze robota występują przeszkody (nieznane na etapie globalnego planowania ścieżki), które należy ominąć. Wówczas algorytm planowania lokalnego wyznacza nową ścieżkę, dążąc przy tym do jak najszybszego powrotu na zadaną ścieżkę teoretyczną.

Realizację zadania lokalnego planowania ścieżki w celu osiągnięcia zadanego położenia końcowego robota można podzielić na etapy polegające na: budowie reprezentacji środowiska, lokalizacji robota i planowaniu działań [24]. Po zakończeniu tych etapów następuje realizacja ruchu przez niższy poziom hierarchii układu sterowania, co może sprowadzać się do zagadnienia śledzenia zadanej trajektorii ruchu, czyli sterowania ruchem nadążnym.

W niektórych metodach pomija się budowę reprezentacji środowiska. Jest to uzasadnione w takich przypadkach, gdy dynamika zmian środowiska jest porównywalna lub większa niż dynamika generacji mapy i procesu podejmowania decyzji – wówczas zbudowana mapa otoczenia nie jest wiarygodnym źródłem informacji. Podejście, w którym budowano reprezentację otoczenia robota zastosowano w publikacjach [228], a pominięto w [109].

Lokalizacja robotów mobilnych bazuje na: znajomości statycznej mapy otoczenia i odczytach z czujników otoczenia jak skanery laserowe, które umożliwiają lokalizację robota na mapie [135], na różnych odmianach nawigacji inercyjnej [208], lokalizacji GPS lub GNSS [161] oraz na połączeniu kilku metod [78, 174]. Zastosowanie odometrii do lokalizacji sprawdza się jedynie w przypadku, gdy robot porusza się po równej powierzchni bez poślizgów oraz przemieszcza się na niewielkie odległości.

Jedną z wczesnych metod lokalnego planowania ścieżki jest sterowanie odruchowe (behawioralne) [10], którego twórcą jest V. Braitenberg, a w którym realizowane są różne elementarne zadania zachowania się mobilnego robota, jak: „osiągnij środek wolnej przestrzeni”, „idź do celu”, „podążaj przy ścianie” oraz koordynacja tych zachowań [66, 149].

Koordinacja elementarnych zachowań robota mobilnego jest w tym przypadku realizowana na wyższym poziomie hierarchicznego układu sterowania [90]. Przy koordynacji zachowań często pojawia się problem, który polega na tym, że kilka zadań pozostaje ze sobą w konflikcie. Wówczas nadrzędny układ sterowania musi wypracować sterowanie w taki sposób, aby tylko jedno z zachowań zostało realizowane, albo wystąpiło pośrednie (kompromisowe) zachowanie robota.

Obok sterowania odruchowego w procesie planowania bezkolizyjnej trasy stosowane są także: metoda histogramów kątowych [223], metoda potencjałów [108], dynamicznego okna [31], sieci komórkowe CNN [9] oraz metody hybrydowe stanowiące połączenie kilku metod [108].

Coraz częściej do realizacji lokalnego planowania ścieżki wykorzystuje się różne techniki sztucznej inteligencji, jak algorytmy genetyczne [185], układy z logiką rozmytą [110, 186], sztuczne sieci neuronowe [237], uczenie ze wzmocnieniem [245] oraz połączenie kilku tych technik [18, 145].

Informacje o otaczających robota przeszkodach pochodzą od czujników zamontowanych na robocie. W stosowanych rozwiązaniach można znaleźć szeroką gamę czujników, np. skanery i dalmierze laserowe, czujniki ultradźwiękowe, czujniki na podczerwień, czujniki radarowe, czujniki lidarowe, czujniki dotyku (taktylne) oraz różnego typu systemy wizyjne (w tym kamery termowizyjne i działające w podczerwieni) [110]. Wybór czujników zależy od środowiska, w którym pracuje robot. Przykładowo czujniki ultradźwiękowe i na podczerwień nie sprawdzają się w otwartej przestrzeni ze względu na ich wrażliwość na zmienne warunki środowiska. Często stosuje się kilka czujników różnego typu, aby umożliwić detekcję szerokiej gamy przeszkód otaczających robota, w tym przeszkód wklęsłych (zagłębień). Podejście takie zastosowano m.in. w pracy [23], gdzie użyto skaner laserowy, dalmierze laserowe, czujniki radarowe, kamerę termowizyjną i czujniki taktylne, przy czym część czujników była skierowana w dół pod znanym kątem. Szczególnym typem przeszkód są ruchome obiekty [109], w przypadku których jeżeli robot ma za zadanie ich ominąć należy także uwzględnić ich kierunek ruchu i prędkość.

Do tworzenia szczegółowych, trójwymiarowych map otoczenia, zarówno na potrzeby globalnego, jak i lokalnego planowania ścieżki, coraz częściej korzysta się ze skanerów 3D [190]. Stosowane są także tzw. mapy kognitywne, które są tworzone na podstawie odczytów z czujników robota, ale reprezentowane w formie przystępnej dla człowieka [20].

Do ograniczeń wynikających z zastosowanego robota, które można wykorzystać na etapie globalnego i lokalnego planowania ścieżki, można zaliczyć jego mobilność, możliwe parametry ruchu wynikające z jego dynamiki i zastosowanych napędów, pojemność baterii itd. Przez mobilność (zgodnie z [182]) rozumie się zdolność pokonywania przez robota różnych przeszkód terenowych, jak zbiorniki wodne, schody itd. Problematyka mobilności dla robota czterokołowego dla różnych sposobów jego napędzania była też przedmiotem pracy [211]. Mobilność zależy od rodzaju robota i w dużym stopniu wynika z jego modelu dynamiki. Jest ona związana m.in. z rodzajem układu jezdnego i użytych opon [235]. Z modelu dynamiki robota, jego napędów i baterii wynikają ograniczenia na maksymalną prędkość robota oraz możliwe do osiągnięcia przyspieszenia, zarówno parametry liniowe, jak i kątowe. Nie bez znaczenia jest uwzględnienie zużycia energii przez napędy i elektronikę robota

oraz pojemność jego baterii, która decyduje o zasięgu robota. Wymienione ograniczenia wynikające z modelu dynamiki robota, jak wcześniej wspomniano, można wykorzystać zarówno na etapie globalnego, jak i lokalnego planowania ścieżki [90].

6.2. Sterowanie ruchem nadążnym robota SCOUT

Trzeci, najniższy poziom hierarchii układu sterowania jest odpowiedzialny za bezpośrednią realizację ruchu robota. Najczęściej realizuje on zadanie **sterowania nadążnego** ruchem robota [91], które polega na wyznaczeniu sterowań niezbędnych do realizacji założonego ruchu robota.

Mobilne roboty kołowe są pojazdami poruszającymi się po zadanych trajektoriach ruchu. Tego typu ruch mobilnych robotów kołowych określa się mianem ruchu nadążnego [66]. W układzie sterowania nadążnego ruchem tego typu robotów, który jak wspomniano na początku niniejszego rozdziału, stanowi najniższy poziom hierarchii układu sterowania, często stosuje się strukturę hierarchiczną, tj. wprowadza się kolejne poziomy hierarchii układu. Ich liczba zależy od tego, jakie wielkości stanowią (definiują) zadaną trajektorię ruchu robota i jaki układ jezdny posiada ten robot.

W ogólnym przypadku można więc wyróżnić następujące poziomy, zależne od zadanej trajektorii ruchu, zaczynając od poziomu najwyższego:

- poziom odpowiedzialny za dokładność realizacji ruchu robota względem globalnego układu odniesienia $\{O\}$, w którym zadaną trajektorię ruchu stanowią zadana pozycja i kurs robota ${}^O\mathbf{q}_d = [{}^Ox_{Rd}, {}^Oy_{Rd}, {}^O\varphi_{0zd}]^T$;
- poziom odpowiadający za ruch robota z zadaną prędkością jego charakterystycznego punktu R i prędkością kątową platformy mobilnej ${}^R\mathbf{v}_d = [{}^Rv_{Rd}^O, {}^R\dot{\varphi}_{0zd}^O]^T$;
- poziom realizujący sterowanie napędzanymi kołami jezdny robot, w którym zadane są prędkości kątowe obrotu własnego tych kół $\dot{\boldsymbol{\theta}}_d = [\dot{\theta}_{ld}, \dot{\theta}_{rd}]^T$, tj. dla odpowiednio lewych (l) i prawych (r) kół jezdnych robota.

Podobnie, jak w całym układzie sterowania ruchem robota, również w przypadku jego najniższego poziomu, tj. układu sterowania ruchem nadążnym, mogą nie występować wszystkie wymienione poziomy. Przykładowo, jeśli ruch robota odbywa się z niewielkimi poślizgami kół jezdnych, wówczas na podstawie zadanej trajektorii ruchu ${}^O\mathbf{q}_d = [{}^Ox_{Rd}, {}^Oy_{Rd}, {}^O\varphi_{0zd}]^T$ mogą być wyznaczone prędkości ${}^R\mathbf{v}_d = [{}^Rv_{Rd}^O, {}^R\dot{\varphi}_{0zd}^O]^T$, a na ich podstawie, przez rozwiązanie zadania odwrotnego kinematyki (podrozdział 2.3.9) zadane prędkości kątowe obrotu własnego napędzanych kół jezdnych $\dot{\boldsymbol{\theta}}_d = [\dot{\theta}_{ld}, \dot{\theta}_{rd}]^T$, które mogą stanowić trajektorię zadaną dla układu sterowania.

Zatem, spośród wymienionych wcześniej poziomów układu sterowania ruchem nadążnym, w praktyce zawsze będzie występował poziom najniższy odpowiedzialny za realizację zadanych parametrów kątowych kół jezdnych robota.

Jedną z podstawowych kwestii związanych ze sterowaniem ruchem nadążnym jest zapewnienie odpowiedniej dokładności i stabilności ruchu. Należy podkreślić, że projektując układy sterowania dla mobilnych robotów kołowych powinno się uwzględnić zmienne warunki pracy robota, które wynikają z realizacji różnych zadań

w zróżnicowanym terenie [91]. W przypadku robotów mobilnych stabilność układu sterowania najczęściej bada się w oparciu o teorię stabilności Lapunova [112, 192].

Projektując układy sterowania ruchem nadążnym mobilnych robotów kołowych często zakłada się ich ruch bez poślizgu kół jezdnych, po podłożu o jednolitych właściwościach, co ma odzwierciedlenie m.in. w pracach [89, 99, 156, 215]. Znane są publikacje, w których opisany układ sterowania ruchem nadążnym uwzględnia poślizg kół jezdnych i/lub zróżnicowane parametry podłoża [101, 124, 129, 206, 221, 227], a autorzy badają wpływ zróżnicowanych parametrów podłoża na ruch robota. Problematyka sterowania ruchem nadążnym mobilnych robotów kołowych, które z założenia poruszają się w warunkach poślizgu kół jezdnych (ang. *skid-steered mobile robots*), jest w szczególności przedmiotem rozważań w pracach [15, 124, 221], w których poślizg kół jezdnych (ang. *skid/slip*) jest uwzględniany w układzie sterowania. Występowanie poślizgu kół jezdnych jest brane pod uwagę m.in. w układzie sterowania bezzałogowych, terenowych pojazdów rolniczych (ang. *off-road agricultural vehicles*) [129].

Sterowanie ruchem nadążnym mobilnych robotów kołowych jest często realizowane z zastosowaniem klasycznego liniowego regulatora PID. Tego typu regulator użyty do sterowania układem nieliniowym, jakim jest mobilny robot kołowy, może zagwarantować odpowiednią precyzję realizacji ruchu tylko w wąskim zakresie parametrów robota i warunków jego otoczenia. Dlatego też tego typu układy sterowania cechują się dużą wrażliwością na zmienne warunki pracy robota. Z tego też powodu, metody sterowania, które zapewniają dużą dokładność realizacji ruchu w obecności zmiennych warunków pracy obiektu, które nie wymagają precyzyjnej wiedzy na temat jego modelu są nadal przedmiotem badań. Jedną z takich metod jest sterowanie adaptacyjne [192]. W metodzie tej algorytm sterowania jest zaprojektowany w taki sposób, że modyfikuje on parametry układu sterowania zależnie od warunków pracy obiektu. Do sterowania układami nieliniowymi stosowane są także metody tzw. sterowania ślizgowego (ang. *sliding mode method*) [131, 192]. Układy sterowania ruchem nadążnym mobilnych robotów kołowych, podobnie jak dla wyższych poziomów układu sterowania, często korzystają z metod i technik tzw. sztucznej inteligencji, takich jak: sztuczne sieci neuronowe [131], układy z logiką rozmytą [134], algorytmy ewolucyjne i różne kombinacje tych metod, jak sterowanie neuronowo-rozmyte [193].

Kolejne podrozdziały pracy dotyczą syntezy i symulacji układu sterowania mobilnym robotem czterokołowym SCOUT. Zaprojektowany układ sterowania będzie miał strukturę hierarchiczną, jego zadaniem będzie zapewnienie jak najwyższej dokładności realizacji ruchu nadążnego dzięki uwzględnieniu w algorytmie sterowania poślizgu kół jezdnych oraz zmiennych warunków pracy robota (np. zmienny rodzaj podłoża i związane z tym zmienne parametry kontaktu kół z podłożem, czy zmienna masa przewożonego ładunku).

Jak wcześniej wspomniano najwyższy poziom układu sterowania ruchem nadążnym mobilnego robota kołowego jest odpowiedzialny za dokładność realizacji ruchu tego robota względem globalnego układu odniesienia i polega na minimalizacji jego błędu pozycji i kursu. Dlatego też regulator odpowiedzialny za realizację tego zadania będzie nazywany **regulatorem pozycji i kursu robota**.

Zadaniem kolejnego, niższego poziomu układu sterowania jest zapewnienie realizacji ruchu robota z zadanymi prędkościami platformy mobilnej, tj. z zadaną

prędkością charakterystycznego punktu R robota i prędkością kątową platformy mobilnej. W związku z tym regulator odpowiadający za realizację tego zadania będzie nazywany **regulatorem prędkości platformy mobilnej**.

Najniższy poziom analizowanego układu sterowania jest odpowiedzialny za realizację ruchu napędzanych kół jezdnych robota z zadanymi parametrami kątowymi. Regulator realizujący to zadanie będzie najczęściej nazywany **regulatorem prędkości kół jezdnych**.

W kolejnych podrozdziałach omówione są wybrane struktury układów sterowania zawierające opisane poziomy hierarchii, zaczynając od poziomu najniższego, oraz przykładowe wyniki badań symulacyjnych z zastosowaniem tych układów.

6.2.1. Regulator prędkości kół jezdnych

Zadane prędkości kątowe obrotu własnego napędzanych kół jezdnych $\dot{\theta}_d$ mogą być wyznaczane w czasie ruchu robota przez regulator prędkości platformy mobilnej lub w wyniku rozwiązania zadania odwrotnego kinematyki. Są one wielkościami wejściowymi dla regulatora prędkości kół jezdnych. Na tej podstawie są wyznaczane pozostałe parametry kątowe obrotu własnego napędzanych kół jezdnych, tj. kąt obrotu θ_d i przyspieszenie kątowe $\ddot{\theta}_d$. Projektując regulator prędkości kół jezdnych zakłada się, że napędzane koła jezdne robota przemieszczają się po zadanej trajektorii ruchu zdefiniowanej w postaci wektora $\theta_d = [\theta_{ld}, \theta_{rd}]^T$ (rad), który jest funkcją czasu.

Problematyka sterowania ruchem nadążnym była szerzej poruszona w pracy [215], w której dla robota Pioneer 2DX jako regulator napędzanych kół jezdnych został użyty zarówno regulator PD, jak i regulatory adaptacyjne oparte na adaptacji analitycznej i sztucznych sieciach neuronowych. W pracy tej nie był użyty nadrzędny regulator prędkości platformy mobilnej ani regulator pozycji i kursu robota, gdyż zakładano ruch robota bez poślizgu kół jezdnych. W pracy [93] został użyty układ sterowania wykorzystujący zarówno logikę rozmytą, jak i sztuczne sieci neuronowe. Analizowany był tam także najniższy poziom hierarchii układu sterowania, w którym zakładano brak poślizgu kół jezdnych [9].

W kolejnych podrozdziałach zostaną omówione trzy przykładowe wersje regulatora prędkości kół jezdnych, tj. regulator PD, regulator adaptacyjny oraz regulator odporny. Dwa ostatnie regulatory bazują na przyjętym uproszczonym modelu robota (podrozdział 4.3.2.2). Ponadto w każdym z tych regulatorów można dodatkowo wprowadzić model zadania odwrotnego dynamiki napędów (podrozdział 3.8.2), co powinno wpłynąć na poprawę dokładności realizacji zadanych parametrów kątowych obrotu własnego kół jezdnych.

6.2.1.1. Regulator PD

Początkowe rozważania odnoszą się do najprostszej struktury regulatora prędkości kół jezdnych, który może zapewnić stabilność układu, tj. regulatora PD. Błąd wynikający z obrotu napędzanych kół jezdnych jest przyjęty w postaci:

$$\theta_e = \theta_d - \theta, \quad (6.1)$$

natomiast uogólniony błąd nadążania jako [91]:

$$s_\theta = \dot{\theta}_e + \Lambda_\theta \theta_e, \quad (6.2)$$

gdzie: $\theta = [\theta_l, \theta_r]^T$ (rad) – wektor kątów obrotu odpowiednio kół jezdnych znajdujących się po lewej i prawej stronie robota, $\theta_e = [\theta_{le}, \theta_{re}]^T$ (rad), $\Lambda_\theta = \text{diag}(\lambda_{\theta l}, \lambda_{\theta r})$ (s^{-1}) – macierz diagonalna dodatnich wzmocnień.

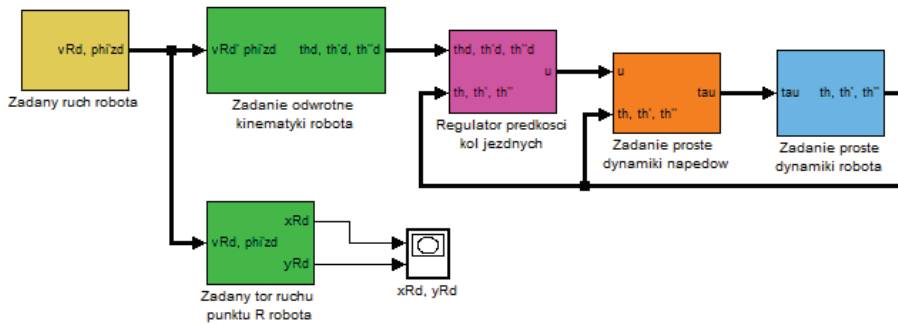
Sygnal sterowania, stanowiący wyjście regulatora prędkości kół jezdnych ma postać:

$$u = K_0 s_0 \quad \text{lub} \quad u = \Theta K_0 s_0, \quad (6.3)$$

gdzie: $\Theta = \text{diag}(|\text{sgn}(\dot{\theta}_{ld})|, |\text{sgn}(\dot{\theta}_{rd})|)$ (–).

Wyrażenie $K_0 s_0$ reprezentuje regulator PD, dla którego wzmocnienie członu proporcjonalnego wynosi $K_0 \Lambda_\theta$, natomiast wzmocnienie członu różniczkującego K_0 . Jeżeli sygnałem wyjściowym regulatora jest napięcie sterujące pracą napędów robota, to jednostką K_0 jest (Vs/rad). Macierz Θ może być użyta przede wszystkim w celu wymuszenia zatrzymania się robota w przypadku, gdy zadane prędkości kątowe obrotu własnego kół jezdnych są równe zero. Bez tego dodatkowego zabezpieczenia, po zakończeniu zadanego ruchu robota, gdy błąd nadążania byłby różny od zera robot nadal otrzymywałby sygnały sterowania, co powodowałoby niezamierzony jego ruch.

Schemat struktury układu sterowania z regulatorem PD zrealizowanej w środowisku MATLAB/Simulink pokazany jest na rys. 6.1. Stanowi on modyfikację przedstawionego w podrozdziale 4.3.2.1 modelu robota (rys. 4.8) umożliwiającego rozwiązanie zadania prostego dynamiki. W miejsce bloku „Sterowanie” pozwalającego na sterowanie ruchem robota w otwartej pętli został wprowadzony blok „Regulator prędkości kół jezdnych”, który na podstawie błędów nadążania wyznacza napięcia sterujące napędami robota. W bloku „Zadanie odwrotne kinematyki robota” wykorzystano zależność (4.31), zakładając, że $k_{\omega 0z} \geq 1,0$.



Rys. 6.1. Struktura układu sterowania z regulatorem PD w środowisku MATLAB/Simulink

6.2.1.2. Regulator adaptacyjny

Omówiony w poprzednim podrozdziale regulator PD jest przykładem regulatora liniowego. Ponieważ obiektem sterowania jest układ nieliniowy, dlatego regulator tego typu może zapewnić dokładną regulację prędkości kątowych obrotu kół jezdnych tylko w określonych warunkach. W przypadku zmiany warunków pracy obiektu związanych np. ze zmianą podłoża, po którym porusza się robot, lub zmiany para-

metrów robota (np. zmiana masy przewożonego ładunku), błędy nadążania mogą ulec istotnemu zwiększeniu.

W związku z tym, w ramach pracy zostanie także omówiony regulator adaptacyjny bazujący na uproszczonym modelu robota SCOUT opisanym w podrozdziale 4.3.2.2. Metoda sterowania adaptacyjnego pozwala na kompensację nieliniowości wynikających z dynamiki robota [192].

Równania dynamiki dla tego robota mogą być zapisane w zwartej postaci:

$$\mathbf{Y} \mathbf{a} = \boldsymbol{\tau}, \quad (6.4)$$

gdzie $\mathbf{a}$ jest wektorem parametrów robota, $\boldsymbol{\tau}$ jest wektorem momentów napędowych, a macierz $\mathbf{Y}$ jest zależna od aktualnych parametrów ruchu robota.

W przypadku konfiguracji robota z hybrydowym układem jezdny powyższe równanie może być zapisane w postaci dwóch równań skalarnych:

$$2(a_1 \ddot{\theta}_3 + a_2 \tanh(k_{\theta} \dot{\theta}_3) + 2\lambda_p \lambda_3 / (\lambda_p^2 + \lambda_3^2)(a_3 + a_4 {}^R a_{Rx}^O - a_5 {}^R a_{Ry}^O) + (a_6 + a_7 {}^R a_{Rx}^O - a_8 {}^R a_{Ry}^O) \tanh(k_{\theta} \dot{\theta}_3)) = \tau_3, \quad (6.5)$$

$$2(a_1 \ddot{\theta}_4 + a_2 \tanh(k_{\theta} \dot{\theta}_4) + 2\lambda_p \lambda_4 / (\lambda_p^2 + \lambda_4^2)(a_3 + a_4 {}^R a_{Rx}^O + a_5 {}^R a_{Ry}^O) + (a_6 + a_7 {}^R a_{Rx}^O + a_8 {}^R a_{Ry}^O) \tanh(k_{\theta} \dot{\theta}_4)) = \tau_4, \quad (6.6)$$

gdzie występujące w tych równaniach parametry modelu dynamiki robota zostały opisane w podrozdziale 4.3.2.2.

Dla regulatora adaptacyjnego, obok błędu nadążania $\boldsymbol{\theta}_e$ w postaci (6.1) oraz uogólnionego błędu nadążania $\mathbf{s}_0$ zdefiniowanego jako (6.2), wprowadzono dodatkowe sygnały [91, 192]:

$$\mathbf{v} = \dot{\boldsymbol{\theta}}_d - \boldsymbol{\Lambda}_{\theta} \boldsymbol{\theta}_e, \quad \dot{\mathbf{v}} = \ddot{\boldsymbol{\theta}}_d - \boldsymbol{\Lambda}_{\theta} \dot{\boldsymbol{\theta}}_e. \quad (6.7)$$

Prawo sterowania może być wówczas zdefiniowane jako:

$$\mathbf{u} = \hat{\mathbf{u}} + \boldsymbol{\Theta} \mathbf{K}_{\theta} \mathbf{s}_0. \quad (6.8)$$

gdzie $\hat{\mathbf{u}}$ jest sygnałem sterowania równoważnego, który może być zapisany jako:

$$\hat{\mathbf{u}} = \mathbf{Y}_v \hat{\mathbf{a}}, \quad (6.9)$$

wynika on z modelu dynamiki robota, przy czym w miejsce parametrów ruchu robota wprowadza się kombinacje błędów, tj. sygnały $\mathbf{v}$, $\dot{\mathbf{v}}$.

Z kolei prawo adaptacji parametrów robota wynika z równania:

$$\boldsymbol{\Gamma} \tilde{\tilde{\mathbf{a}}} + \mathbf{Y}_v^T \mathbf{s}_0 = \mathbf{0}, \quad (6.10)$$

gdzie $\boldsymbol{\Gamma}$ jest diagonalną macierzą projektową o elementach dodatnich, a $\tilde{\tilde{\mathbf{a}}}$ jest błędem ocen parametrów robota.

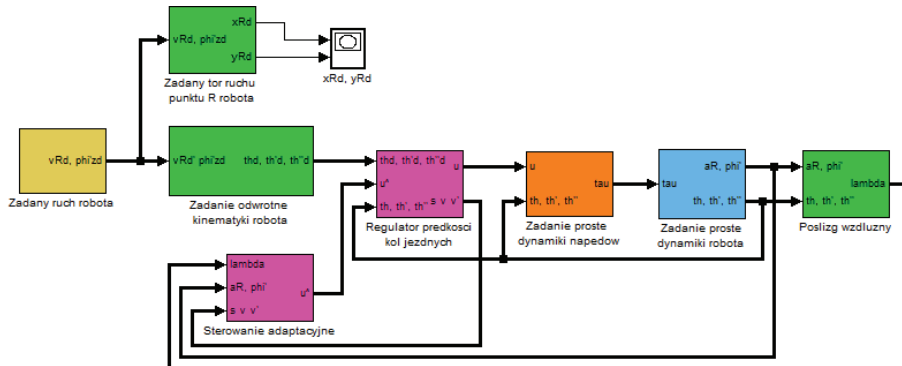
Przyjmując, że parametry robota są stałe spełniona jest zależność:

$$\dot{\tilde{\tilde{\mathbf{a}}}} = \dot{\hat{\mathbf{a}}}, \quad (6.11)$$

zaś prawo adaptacji parametrów robota przyjmuje postać [91, 192]:

$$\dot{\hat{\mathbf{a}}} = -\mathbf{\Gamma}^{-1} \mathbf{Y}_v^T \mathbf{s}_\theta = \mathbf{0}. \quad (6.12)$$

Strukturę regulatora adaptacyjnego dla układu sterowania ruchem robota SCOUT przedstawiono na rys. 6.2. W stosunku do układu sterowania z regulatorem PD (rys. 6.1) wprowadzono blok „Sterowanie adaptacyjne”, który bazując na równaniach uproszczonego modelu dynamiki robota (6.5)–(6.6) oraz na podstawie przyjętego prawa adaptacji parametrów (6.10) wyznacza oceny parametrów robota $\hat{\mathbf{a}}$ oraz sterowanie równoważne $\hat{\mathbf{u}}$, zgodnie ze wzorem (6.9). Na potrzeby układu sterowania wprowadzono także blok „Poślizg wzdłużny” obliczający wartości poślizgu wzdłużnego dla napędzanych kół jezdnych.



Rys. 6.2. Struktura układu sterowania z regulatorem adaptacyjnym w środowisku obliczeniowym MATLAB/Simulink

Analizę stabilności tak zaprojektowanego układu sterowania, tj. dla prawa sterowania i prawa adaptacji parametrów modelu dynamiki robota Pioneer 2DX przeprowadzono m.in. w ramach pracy [95], gdzie wykazano jego globalną stabilność w sensie Lapunowa. Opracowany układ sterowania został następnie zweryfikowany na etapie badań symulacyjnych i doświadczalnych na rzeczywistym robocie. Z przeprowadzonych badań wynika, że tego typu regulator może zapewnić dużą dokładność realizacji ruchu w przypadku braku poślizgu.

W adaptacyjnych układach sterowania istotną rolę odgrywa właściwe pobudzenie obiektu, na co szczególnie zwrócono uwagę w pracy [103]. Z tego względu korzystne jest zdefiniowanie zadanej trajektorii ruchu robota w taki sposób, aby pobudzała ona w jak największym stopniu wszystkie komponenty modelu dynamiki robota i jego napędów. Sytuacja taka zachodzi, gdy wszystkie zadane prędkości i przyspieszenia, zarówno liniowe jak i kątowe, będą zmieniały się w szerokim zakresie wielkości dopuszczalnych.

Opisana metoda sterowania adaptacyjnego może być stosowana także na wyższym poziomie układu sterowania, jak w omówionym w poprzednim rozdziale regulatorze prędkości platformy mobilnej.

6.2.1.3. Regulator odporny

W podobny sposób można zastosować regulator odporny. Wówczas prawo sterowania ma postać [91]:

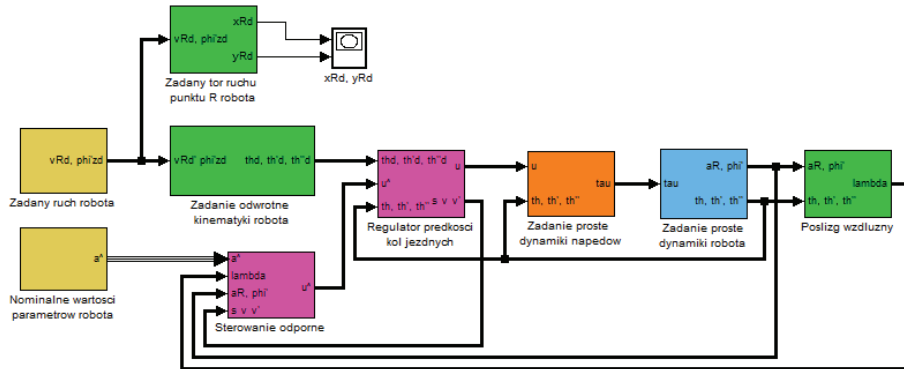
$$\mathbf{u} = \mathbf{Y}\hat{\mathbf{a}} + \mathbf{k}_\theta \operatorname{sgn}(\mathbf{s}_\theta) + \mathbf{\Theta}\mathbf{K}_\theta \mathbf{s}_\theta. \quad (6.13)$$

Tym razem w regulatorze typowo występuje człon $\mathbf{k}_\theta \operatorname{sgn}(\mathbf{s}_\theta)$, który ma za zadanie wyeliminowanie niepożądanych drgań układu sterowania. Ponadto, w miejsce funkcji $\operatorname{sgn}(\mathbf{s}_\theta)$ zwracającej znak argumentu, można zastosować funkcję $\operatorname{sat}(\mathbf{s}_\theta, \mathbf{s}_{\max}, \mathbf{s}_{\min})$ lub $\operatorname{tgh}(k_\theta \mathbf{s}_\theta)$. Wynikiem działania funkcji $\operatorname{sat}(\mathbf{s}_\theta, \mathbf{s}_{\max}, \mathbf{s}_{\min})$ jest wartość $\mathbf{s}_\theta$ dla $\mathbf{s}_{\min} \leq \mathbf{s}_\theta \leq \mathbf{s}_{\max}$, $\mathbf{s}_{\max}$ dla $\mathbf{s}_\theta > \mathbf{s}_{\max}$ oraz $\mathbf{s}_{\min}$ dla $\mathbf{s}_\theta < \mathbf{s}_{\min}$.

W sterowaniu odpornym również występuje wektor sterowania równoważnego $\hat{\mathbf{u}} = \mathbf{Y}_v \hat{\mathbf{a}}$, lecz w porównaniu do sterowania adaptacyjnego zamiast wektora ocen parametrów robota $\hat{\mathbf{a}}$ uzyskanego w procesie adaptacji wprowadza się analogiczny wektor zawierający przybliżone nominalne wartości parametrów robota wynikające z przyjętego modelu dynamiki oraz definiuje się wektor zakładanych niedokładności modelowania γ , dla którego spełniona jest nierówność:

$$\gamma \leq |\hat{\mathbf{a}} - \mathbf{a}|. \quad (6.14)$$

Strukturę regulatora odpornego dla układu sterowania ruchem robota SCOUT zaprezentowano na rys. 6.3. W stosunku do poprzednio prezentowanego układu sterowania z regulatorem adaptacyjnym (rys. 6.2) w miejsce bloku „Sterowanie adaptacyjne” wprowadzono blok „Sterowanie odporne”, który wyznacza sterowanie równoważne z analogicznego wzoru (6.9), lecz tym razem zamiast obliczania ocen parametrów w oparciu o przyjęte prawo adaptacji wprowadzane są nominalne wartości parametrów robota $\hat{\mathbf{a}}$, które są generowane w osobnym bloku „Nominalne wartości parametrów robota”.



Rys. 6.3. Struktura układu sterowania z regulatorem odpornym w środowisku obliczeniowym MATLAB/Simulink

Przykłady badań tego typu regulatora z użyciem robota Pioneer 2DX można odnaleźć w pracy [70].

Podobnie, jak w przypadku metody sterowania adaptacyjnego, metoda sterowania odpornego może być zastosowana na wyższym poziomie układu sterowania.

6.2.2. Regulator prędkości platformy mobilnej

Zadane prędkości uogólnione platformy mobilnej robota, dane w postaci wektora ${}^R\mathbf{v}_d = [{}^Rv_{Rd}^O, {}^R\dot{\phi}_{0zd}^O]^T$, będącego funkcją czasu, są podstawą do wyznaczenia zadanych parametrów kątowych kół jezdnych $\dot{\boldsymbol{\theta}}_d = [\dot{\theta}_{ld}, \dot{\theta}_{rd}]^T$. Prędkości uogólnione platformy mobilnej mogą wynikać z zadanej trajektorii ruchu robota ${}^O\mathbf{q}_d = [{}^Ox_{Rd}, {}^Oy_{Rd}, {}^O\phi_{0zd}]^T$ lub być wyznaczane przez regulator pozycji i kursu robota (podrozdział 6.2.3).

W przypadku mobilnych robotów kołowych poruszających się z niewielkimi poślizgami kół jezdnych, zadane prędkości kątowe obrotu własnego kół jezdnych mogą być z dużą dokładnością wyznaczone w wyniku rozwiązania zadania odwrotnego kinematyki. Podejście takie może być zastosowane do sterowania ruchem nadążnym robota Pioneer 2DX [70, 215]. W tym celu, przyjmując, że ${}^Rv_{Rd}^O \approx {}^Rv_{Rxd}^O$, można wykorzystać zależność wynikającą z kinematyki (podrozdział 4.2.2):

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_{ld} \\ \dot{\theta}_{rd} \end{bmatrix} = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} 1 & -W/2 \\ 1 & W/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^Rv_{Rd}^O \\ {}^R\dot{\phi}_{0zd}^O \end{bmatrix}, \quad (6.15)$$

gdzie: $r = r_1 = r_2$ – promienie napędzanych kół jezdnych, W – ich rozstaw (rys. 4.1b).

Podejścia takiego w ogólnym przypadku nie można zastosować dla robota SCOUT, którego poślizgi kół jezdnych są nieodłączną cechą jego ruchu w trakcie manewru zakręcania i ruchu obrotowego wokół jego osi pionowej. Zgodnie z tym, co zostało przedstawione w podrozdziale 4.2.3, dla takiego robota w ogólnym przypadku spełniona jest nierówność:

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_{ld} \\ \dot{\theta}_{rd} \end{bmatrix} \geq \frac{1}{r} \begin{bmatrix} 1 & -W/2 \\ 1 & W/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^Rv_{Rd}^O \\ {}^R\dot{\phi}_{0zd}^O \end{bmatrix}, \quad (6.16)$$

gdzie $\dot{\theta}_{ld}$ i $\dot{\theta}_{rd}$ to odpowiednio zadane prędkości kątowe napędzanych lewych i prawych kół jezdnych robota.

Różnica między zadaną prędkością kątową obrotu własnego platformy mobilnej robota ${}^R\dot{\phi}_{0zd}^O$, a wartością wynikającą z zadawanych prędkości napędzanych kół jezdnych $(\dot{\theta}_{rd} - \dot{\theta}_{ld})r/W$ będzie tym większa, im mniejsza liczba kół jezdnych będzie napędzana, gdyż wówczas mniejszy będzie udział sił wzdłużnych powodujących ruch w stosunku do pozostałych sił przeszkadzających w realizacji zakładanego ruchu.

W pierwszym przybliżeniu można zastosować podejście, w którym zadane prędkości kątowe obrotu własnego napędzanych kół jezdnych są wyznaczane w oparciu o zależność (przyjmując podobnie jak poprzednio, że ${}^Rv_{Rd}^O \approx {}^Rv_{Rxd}^O$):

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_{ld} \\ \dot{\theta}_{rd} \end{bmatrix} = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} 1 & -W/2 \\ 1 & W/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^Rv_{Rd}^O \\ k_{\omega 0z} {}^R\dot{\phi}_{0zd}^O \end{bmatrix}, \quad (6.17)$$

w której współczynnik $k_{\omega 0z} \geq 1$ (–) zależy przede wszystkim od sposobu napędzania robota, tj. im mniej jest napędzanych kół jezdnych, tym $k_{\omega 0z}$ jest większe. Ponadto, na współczynnik $k_{\omega 0z}$ ma wpływ prędkość ruchu robota oraz warunki współpracy kół jezdnych z podłożem, o których, dla danego rodzaju opony, decyduje rodzaj podłoża, po którym się on porusza.

Odpowiedni dobór wartości współczynnika $k_{\omega 0z}$ może w danych warunkach zapewnić ruch robota z zakładaną prędkością kątową obrotu własnego platformy mobilnej wokół osi pionowej ${}^R\dot{\phi}_{0zd}^O$. Jeżeli na robocie mierzone są prędkości kątowe obrotu własnego kół jezdnych ($\dot{\theta}_{ld}$ i $\dot{\theta}_{rd}$) oraz prędkość kątową ${}^R\dot{\phi}_{0zd}^O$, wówczas współczynnik $k_{\omega 0z}$ może być wyznaczony dla danych warunków współpracy kół jezdnych z podłożem w wyniku realizacji obrotu robota wokół osi pionowej z zadaną prędkością kątową ${}^R\dot{\phi}_{0zd}^O$.

Jeżeli w trakcie ruchu robota będą występowały duże poślizgi napędzanych kół jezdnych, wówczas regulator prędkości platformy mobilnej może być rozszerzony w taki sposób, żeby realizował on ruch robota z zadaną prędkością liniową ${}^Rv_{Rd}^O$. Problem taki może w szczególności wystąpić w przypadku ruchu robota z dużą prędkością i/lub z dużym przyspieszeniem.

W związku z powyższym zostaną zaproponowane dwie wersje regulatora prędkości platformy mobilnej, zaczynając od bardziej ogólnej wersji drugiej.

Błędy prędkości uogólnionych platformy mobilnej robota można zapisać w postaci wektora:

$${}^R\mathbf{v}_e = \begin{bmatrix} {}^R e_{vR} \\ {}^R e_{\omega 0z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^R v_{Rd}^O - {}^R v_{Rx}^O \\ {}^R \dot{\phi}_{0zd}^O - {}^R \dot{\phi}_{0z}^O \end{bmatrix} \quad (6.18)$$

gdzie ${}^R e_{vR}$ (m/s) i ${}^R e_{\omega 0z}$ (rad/s) – błędy prędkości liniowej i kątowej robota.

Następnie można wprowadzić uogólniony błąd, będący kombinacją błędów prędkości i drogi, jako:

$$\mathbf{s}_v = {}^R\mathbf{v}_e + \mathbf{\Lambda}_v {}^R\mathbf{s}_e, \quad {}^R\mathbf{s}_e = \int {}^R\mathbf{v}_e dt = {}^R\Delta\mathbf{s}_e + {}^R\mathbf{s}_{e0}, \quad (6.19)$$

gdzie: $\mathbf{s}_v = [s_{vR}, s_{\omega 0z}]^T$ (s_{vR} (m/s), $s_{\omega 0z}$ (rad/s)), $\mathbf{\Lambda}_v = \text{diag}(\lambda_{vR}, \lambda_{\omega 0z})$ (s^{-1}) – macierz diagonalna zawierająca dodatnie wzmocnienia, ${}^R\Delta\mathbf{s}_e = [{}^R e_{sR}, {}^R e_{\phi 0z}]^T$ – przyrost wektora błędów pozycji i kursu platformy mobilnej od chwili początkowej (${}^R e_{sR}$ (m), ${}^R e_{\phi 0z}$ (rad)), ${}^R\mathbf{s}_{e0} = [{}^R e_{sR}(0), {}^R e_{\phi 0z}(0)]^T$ – wektor początkowego błędu pozycji i kursu o analogicznych jednostkach jak wektor ${}^R\mathbf{s}_e$.

Sygnał sterowania, stanowiący wyjście regulatora prędkości platformy mobilnej można określić ze wzoru:

$$\mathbf{u}_v = \begin{bmatrix} u_{vR} \\ u_{\omega z} \end{bmatrix} = \mathbf{K}_v \mathbf{s}_v, \quad (6.20)$$

gdzie $\mathbf{K}_v = \text{diag}(k_{vR}, k_{\omega 0z})$ (–) jest macierzą diagonalną zawierającą dodatnie wzmocnienia.

Jeśli podczas ruchu wzdłużnego występują niewielkie poślizgi napędzanych kół jezdnych i nie ma potrzeby regulacji prędkości ${}^R v_R^O$, wówczas regulator prędkości platformy mobilnej można uprościć do postaci:

$$\mathbf{u}_v = \begin{bmatrix} u_{vR} \\ u_{\omega z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^R v_{Rd}^O \\ k_{\omega 0z} s_{\omega 0z} \end{bmatrix}, \quad (6.21)$$

przy czym $s_{\omega 0z} = {}^R e_{\omega 0z} + \lambda_{\omega 0z} {}^R e_{\phi 0z}$, ${}^R e_{\omega 0z} = ({}^R \dot{\phi}_{0zd}^O - {}^R \dot{\phi}_{0z}^O)$, ${}^R e_{\phi 0z} = \int {}^R e_{\omega 0z} dt$.

W przypadku robota SCOUT jest to uzasadnione faktem, że błąd prędkości liniowej robota ${}^R e_{vR}$ (m/s) jest w typowym przypadku znacznie mniejszy od błędu prędkości kątowej ${}^R e_{\omega 0z}$ (rad/s).

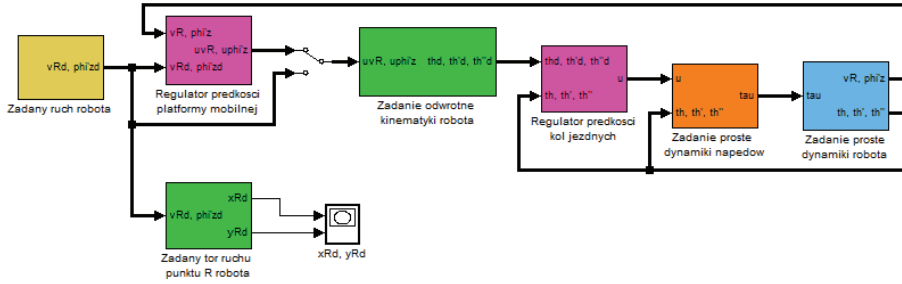
Ponadto wyznaczenie błędu prędkości liniowej ${}^R e_{vR}$ jest znacznie trudniejsze niż prędkości kątowej ${}^R e_{\omega 0z}$. Wynika to z faktu, że do obliczenia błędu prędkości liniowej należy wyznaczyć rzeczywistą prędkość liniową punktu R robota, tj. ${}^R v_R^O$, co w przypadku zastosowania metody nawigacji bezwładnościowej wymaga całkowania przyspieszeń (podrozdział 4.2.4), natomiast w przypadku lokalizacji satelitarnej różniczkowania drogi. Obie z wymienionych metod obliczania prędkości ${}^R v_R^O$ są wrażliwe na błędy wynikające z nachylenia terenu, po którym porusza się robot i są m.in. obciążone błędami wynikającymi z przyjętych metod odpowiednio całkowania i różniczkowania. Z kolei błąd prędkości kątowej ${}^R e_{\omega 0z}$ może być łatwo obliczony na podstawie rzeczywistej prędkości kątowej ${}^R \dot{\phi}_{0z}^O$ uzyskanej z żyroskopu, co nie nastręcza już takich trudności jak wyznaczenie prędkości liniowej ${}^R v_R^O$.

Regulator prędkości platformy mobilnej w uproszczonej wersji może być w szczególności zastosowany do stabilizacji ruchu wzdłużnego robota. W przypadku, gdy robot porusza się po podłożu o zróżnicowanych właściwościach, wówczas może występować niezamierzone odchylenie się robota od kursu, a proponowany regulator może temu przeciwdziałać. Układ taki może być zastosowany nie tylko w przypadku autonomicznej realizacji założonego ruchu, ale także w przypadku teleoperacji robotem przez człowieka.

Mając sygnał sterowania $\mathbf{u}_v$ regulatora prędkości platformy mobilnej, zadane prędkości kątowe obrotu własnego napędzanych kół jezdnych można wyznaczyć korzystając z poniższej zależności wynikającej z kinematyki robota:

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}_d = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_{ld} \\ \dot{\theta}_{rd} \end{bmatrix} = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} 1 & -W/2 \\ 1 & W/2 \end{bmatrix} \mathbf{u}_v. \quad (6.22)$$

Schemat struktury układu sterowania z regulatorem prędkości platformy mobilnej zamodelowany został w środowisku MATLAB/Simulink (rys. 6.4). Układ sterowania, obok wprowadzonego regulatora prędkości platformy mobilnej, zawiera także omówiony wcześniej regulator prędkości kół jezdnych. Model symulacyjny został tak zaprojektowany, aby poprzez proste przełączenie można było analizować zarówno sam regulator prędkości kół jezdnych jak i oba regulatory.



Rys. 6.4. Struktura układu sterowania z regulatorem prędkości platformy mobilnej w środowisku MATLAB/Simulink

6.2.3. Regulator pozycji i kursu robota

W wyniku działania regulatora pozycji i kursu robota wyznaczane są sterowania, którymi są zadana prędkość charakterystycznego punktu R robota i prędkość kątowa platformy mobilnej ${}^R \mathbf{v}_d = [{}^R v_{Rd}^O, {}^R \dot{\phi}_{0zd}^O]^T$ (rys. 4.3b). Prędkości te są wielkościami zadanymi dla kolejnego, niższego poziomu hierarchii układu sterowania ruchem nadążnym robota. Obie wielkości są ostatecznie wyznaczane w układzie odniesienia $\{R\}$ związanym z robotem.

Na początek zakłada się, że ruch robota jest realizowany na podstawie zadanego w kolejnych chwilach czasu wektora pozycji i kursu robota, czyli w postaci:

$${}^O \mathbf{q}_d = [{}^O x_{Rd}, {}^O y_{Rd}, {}^O \phi_{0zd}]^T, \quad (6.23)$$

gdzie: ${}^O x_{Rd}$, ${}^O y_{Rd}$ – zadane współrzędne charakterystycznego punktu R robota w układzie $\{O\}$ w (m), ${}^O \phi_{0zd}$ – zadany kąt obrotu własnego platformy mobilnej względem układu $\{O\}$ w (rad).

Zakładając, że analizowany robot jest układem nieholonomicznym i porusza się po poziomym podłożu, można dla niego zapisać następujące kinematyczne równanie ruchu:

$${}^O \dot{\mathbf{q}}_d = \begin{bmatrix} {}^O \dot{x}_{Rd} \\ {}^O \dot{y}_{Rd} \\ {}^O \dot{\phi}_{0zd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos({}^O \phi_{0zd}) & 0 \\ \sin({}^O \phi_{0zd}) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^O v_{Rd} \\ {}^O \omega_{0d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^O v_{Rd} \cos({}^O \phi_{0zd}) \\ {}^O v_{Rd} \sin({}^O \phi_{0zd}) \\ {}^O \omega_{0d} \end{bmatrix}. \quad (6.24)$$

gdzie ${}^O v_{Rd}$, ${}^O \omega_{0d}$ – odpowiednio zadana prędkość liniowa charakterystycznego punktu R robota w (m/s) i zadana prędkość kątowa jego platformy mobilnej w (rad/s), w globalnym (nieruchomym) układzie odniesienia $\{O\}$.

Błędy pozycji i kursu robota w układzie odniesienia związanym z robotem $\{R\}$ oraz w układzie nieruchomym $\{O\}$ mogą być wyznaczone z zależności:

$${}^R \mathbf{q}_e = \begin{bmatrix} {}^R e_F \\ {}^R e_L \\ {}^R e_O \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos({}^O \varphi_{0z}) & \sin({}^O \varphi_{0z}) & 0 \\ -\sin({}^O \varphi_{0z}) & \cos({}^O \varphi_{0z}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} {}^O \mathbf{q}_e, \quad {}^O \mathbf{q}_e = \begin{bmatrix} {}^O e_{Rx} \\ {}^O e_{Ry} \\ {}^O e_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^O x_{Rd} - {}^O x_R \\ {}^O y_{Rd} - {}^O y_R \\ {}^O \varphi_{0zd} - {}^O \varphi_{0z} \end{bmatrix}, \quad (6.25)$$

gdzie ${}^R e_F$, ${}^R e_L$ i ${}^R e_O$ – odpowiednio błąd wzdłużny w (m), poprzeczny w (m) i błąd kursu robota w (rad).

Robot powinien poruszać się po zadanej trajektorii z prędkościami opisanymi za pomocą wektora zadanych prędkości uogólnionych:

$${}^O \mathbf{v}_d = \begin{bmatrix} {}^O v_{Rd} & {}^O \dot{\varphi}_{0zd} \end{bmatrix}^T. \quad (6.26)$$

Niezbędne do założonego ruchu robota prędkości uogólnione mogą być wyznaczone z użyciem różnych metod. Popularną metodą stosowaną w tym celu jest tzw. metoda cofania (ang. *backstepping method*) [113]. Według niej wektor zadanych prędkości uogólnionych ruchu platformy mobilnej robota wyrażony w układzie odniesienia $\{R\}$ związanym z robotem może być wyznaczony w oparciu o zależność:

$${}^R \mathbf{v}_d = \begin{bmatrix} {}^R v_{Rd}^O \\ {}^R \dot{\varphi}_{0zd}^O \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_F {}^R e_F + {}^O v_{Rd} \cos({}^R e_O) \\ {}^O \dot{\varphi}_{0zd} + k_L {}^O v_{Rd} {}^R e_L + k_O {}^O v_{Rd} \sin({}^R e_O) \end{bmatrix}, \quad (6.27)$$

gdzie: ${}^R v_{Rd}^O$ i ${}^R \dot{\varphi}_{0zd}^O$ – zadane prędkości ruchu robota wyrażone w układzie odniesienia $\{R\}$ związanym z robotem, tj. prędkość liniowa charakterystycznego punktu R w (m/s) i prędkość kątowa platformy mobilnej w (rad/s), k_F (s^{-1}), k_L (rad/m²), k_O (rad/m) – dobrane dodatnie parametry.

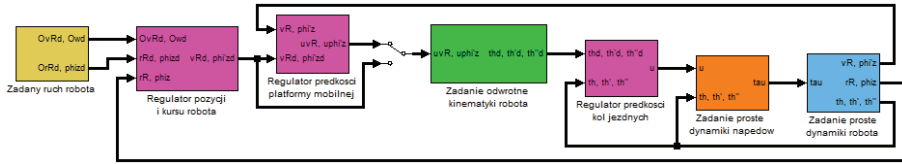
Regulator pozycji i kursu robota może być zmodyfikowany w taki sposób, aby wymusić zatrzymanie się robota, gdy zadana prędkość ${}^O v_{Rd}$ jest równa zero, pomimo że błąd ${}^R e_F$ może być różny od zera. W tym celu można zastosować wzór:

$${}^R \mathbf{v}_d = \begin{bmatrix} {}^R v_{Rd}^O \\ {}^R \dot{\varphi}_{0zd}^O \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_F {}^R e_F |\operatorname{sgn}({}^O v_{Rd})| + {}^O v_{Rd} \cos({}^R e_O) \\ {}^O \dot{\varphi}_{0zd} + k_L {}^O v_{Rd} {}^R e_L + k_O {}^O v_{Rd} \sin({}^R e_O) \end{bmatrix}, \quad (6.28)$$

w którym dodano wyrażenie $|\operatorname{sgn}({}^O v_{Rd})|$ mające na celu wymuszenie zatrzymania się robota.

Schemat struktury układu sterowania z regulatorem pozycji i kursu robota przedstawiono na rys. 6.5. Stanowi on uzupełnienie schematu z rys. 6.4 o blok „Regulator pozycji i kursu robota”. Schemat ten został opracowany w środowisku obliczeniowym MATLAB/Sumulink i będzie przedmiotem badań w kolejnym podrozdziale.

W celu uproszczenia układu sterowania, lub gdy nie jest dostępny pomiar prędkości ${}^R v_R^O$ punktu R i prędkości kątowej ${}^R \dot{\varphi}_{0z}^O$ obrotu platformy mobilnej, można pominąć blok regulatora prędkości platformy mobilnej.



Rys. 6.5. Struktura układu sterowania z regulatorem pozycji i kursu robota w środowisku obliczeniowym MATLAB/Simulink

W ramach kolejnego podrozdziału zostaną omówione są wyniki badań symulacyjnych wybranych struktur układu sterowania ruchem nadążnym robota SCOUT. Badania symulacyjne są realizowane począwszy od najniższego poziomu układu sterowania.

6.3. Badania symulacyjne układów sterowania ruchem nadążnym robota SCOUT

W badaniach symulacjach zostanie zastosowany wcześniej opracowany i przebadany model dynamiki robota SCOUT w wersji z hybrydowym układem jezdny opisany w podrozdziale 4.3.2.1. Będzie on służył do rozwiązania zadania prostego dynamiki robota i zostanie zastosowany w badaniach układów sterowania zamiast rzeczywistego obiektu.

Zasadniczym celem tej części badań symulacyjnych jest weryfikacja zaproponowanego układu sterowania i określenie zakresu jego zastosowania wynikającego z właściwości modelu robota i podłoża, po którym się on porusza. Badania te obejmują symulację ruchu robota po różnym podłożu i dla różnych prędkości, po torze prostoliniowym i kołowym.

6.3.1. Badania regulatora prędkości kół jezdnych

W pierwszej kolejności badania symulacyjne układu sterowania ruchem robota czterośladowego obejmują regulator prędkości kół jezdnych. Do badań wybrano regulator PD opisany wzorem (6.3). W regulatorze PD pominięto macierz Θ ograniczającą sygnał sterowania. Strukturę przyjętego układu sterowania pokazano na rys. 6.1.

W wyniku wstępnych badań symulacyjnych przyjęto poniższe wzmocnienia regulatora prędkości kół jezdnych:

$$\Lambda_0 = 3 \mathbf{I} (\text{s}^{-1}), \quad \mathbf{K}_0 = 10 \mathbf{I} (\text{Vs/rad}), \quad (6.29)$$

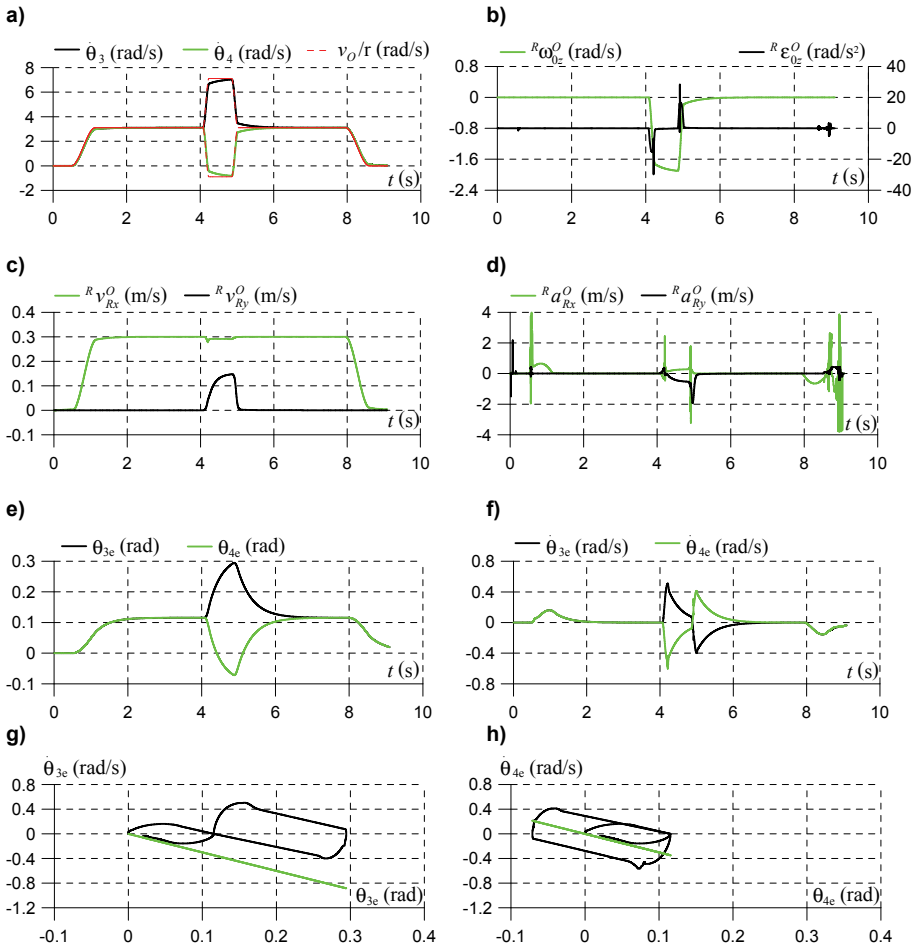
gdzie $\mathbf{I}$ jest macierzą jednostkową.

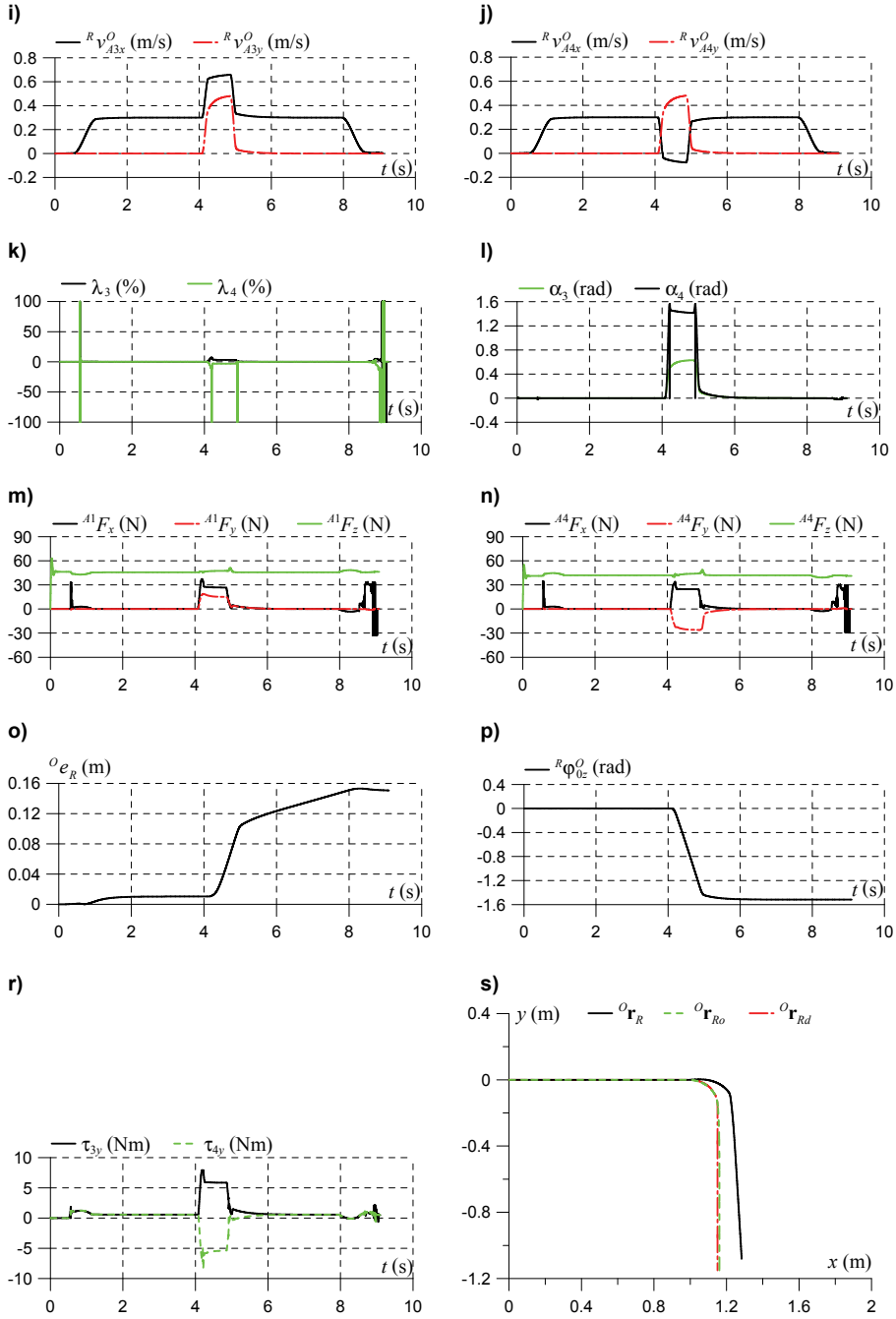
Do badań została użyta analogiczna zadana trajektoria ruchu jak w przypadku badań symulacyjnych dotyczących modelu dynamiki robota zamieszczonych w podrozdziale 5.2.2, gdzie analizowany był ruch wzdluzny i zakrecanie robota. Badania symulacyjne wykonano zakladajac ruch robota po wykladzinie dywanowej i wykladzinie PCV.

Symulacja 6.1

Pierwsza symulacja została wykonana dla przypadku ruchu robota po wykładzinie dywanowej zadaną prędkością maksymalną $v_{Ru} = 0,3 \text{ m/s}$. Na podstawie wyników

symulacji można stwierdzić, że zastosowany regulator umożliwił dosyć wierną realizację zadanych prędkości kątowych obrotu własnego kół jezdnych (rys. 6.6a). Świadczą o tym uzyskane przebiegi czasowe błędów pokazane na rys. 6.6e–f oraz trajektorie fazowe przedstawione na rys. 6.6g–h. Na rysunkach tych zaznaczono na zielono linię ślizgu – $\Lambda_0\theta_e$, którą wprowadza się na trajektorii fazowej korzystając z teorii ruchu ślizgowego [91, 192]. W związku z niewielkimi wartościami błędów nadążania uzyskane przebiegi czasowe parametrów kątowych obrotu własnego korpusu robota (rys. 6.6b), parametrów liniowych punktów R i A_i (rys. 6.6c,d,i,j), poślizgów wzdłużnych (rys. 6.6k), kąta poprzecznego znoszenia (rys. 6.6l), składowych sił reakcji podłoża (rys. 6.6m–n), momentów napędowych (rys. 6.6r), kursu (rys. 6.6o) i błędu pozycji (rys. 6.6p) oraz otrzymanego toru ruchu punktu R (rys. 6.6s) są bardzo zbliżone do tych, jakie uzyskano w wyniku analogicznej symulacji zadania odwrotnego dynamiki z zastosowaniem modelu dynamiki robota (Symulacja 5.29), którego schemat pokazany jest na rys. 4.7.





Rys. 6.6. Wyniki symulacji ruchu wzdłużnego i zakręcania robota SCOUT z hybrydowym układem jezdnym, z zadaną prędkością $v_{Ru} = 0,3$ m/s po wykładzinie dywanowej, z zastosowaniem regulatora prędkości kół jezdnych

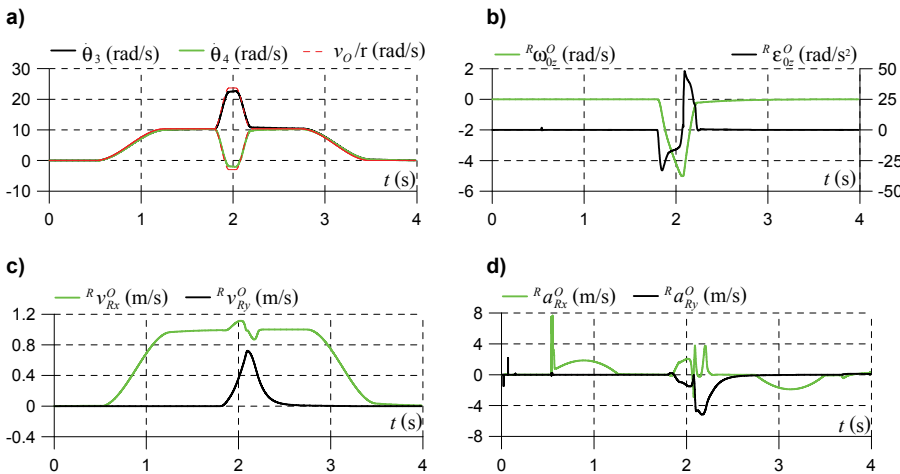
Ponadto tor ruchu punktu R robota wynikający z odometrii (${}^O\mathbf{r}_{Ro}$) jest zbliżony do zadanego (${}^O\mathbf{r}_{Rd}$) (rys. 6.6s). Dalszą poprawę dokładności realizacji zadanych parametrów kątowych obrotu własnego kół jezdnych można uzyskać przez zastosowanie sterowania adaptacyjnego lub odpornego. Niemniej jednak kluczową rolę w zapewnieniu odpowiedniej dokładności realizacji założonego ruchu platformy mobilnej, tj. prędkości ${}^R\mathbf{v}_R^O$ punktu R i prędkości kątowej obrotu własnego korpusu ${}^R\dot{\phi}_{0z}^O$, odgrywają warunki współpracy poszczególnych kół jezdnych z podłożem.

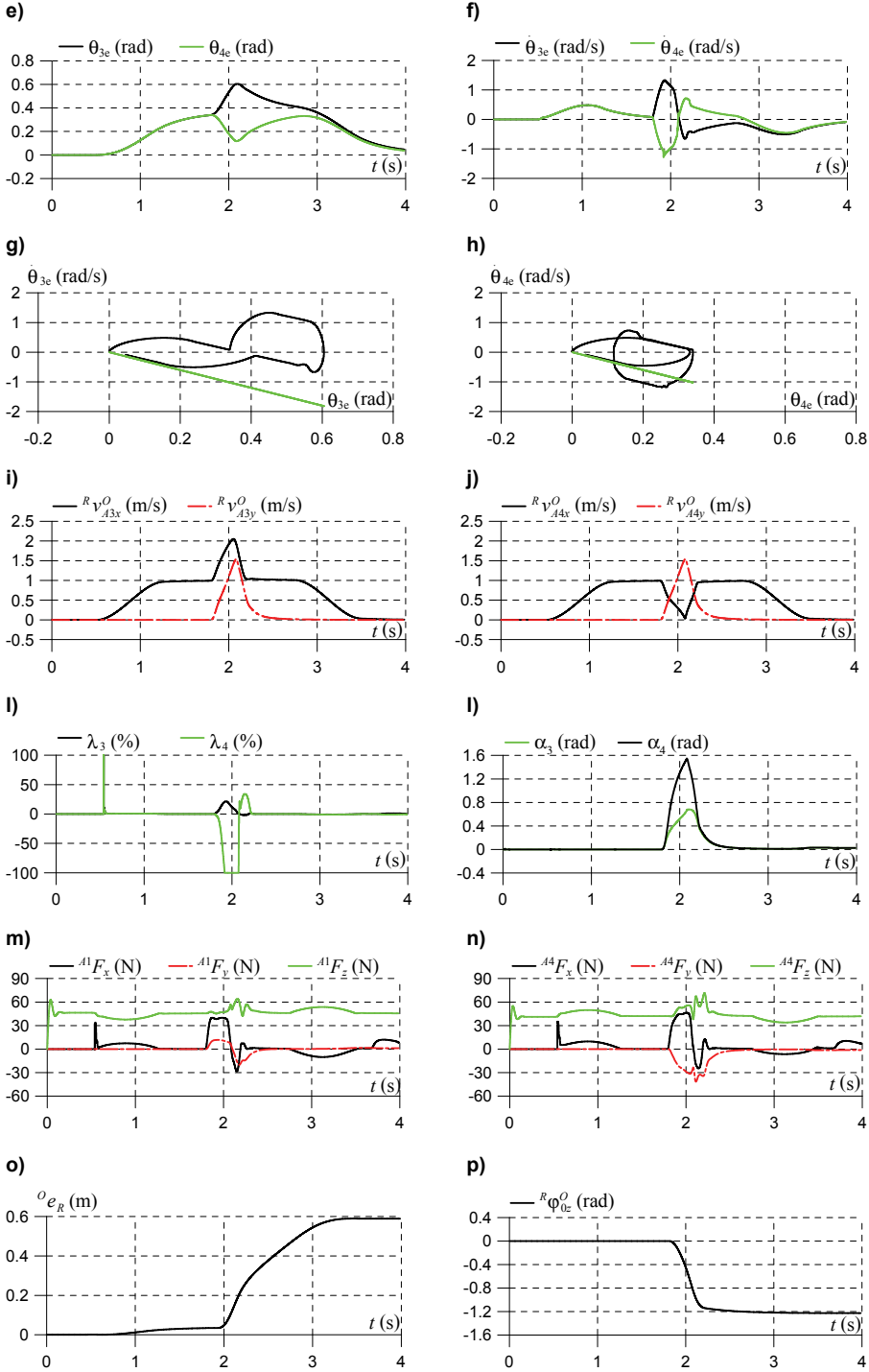
Z tego względu zasadniczą poprawę można uzyskać dzięki zastosowaniu dodatkowo regulatora prędkości platformy mobilnej (podrozdział 6.2.2), co będzie przedmiotem kolejnych rozważań (podrozdział 6.3.2).

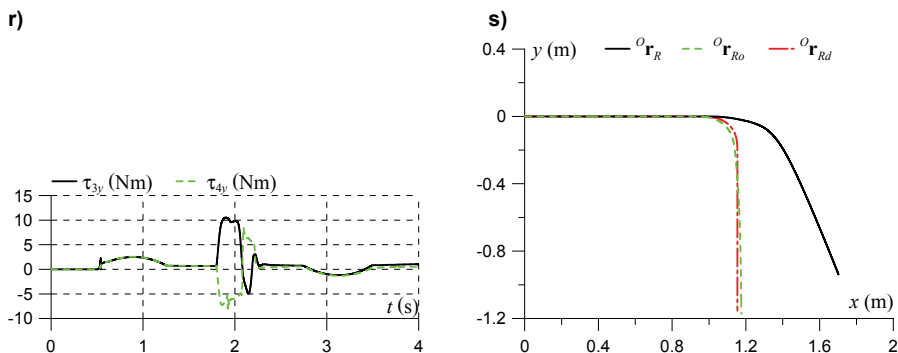
Symulacja 6.2

Kolejna symulacja została zrealizowana dla ruchu robota po wykładzinie dywanowej z zadaną prędkością maksymalną $v_{Ru} = 1,0$ m/s. Tym razem uzyskano około dwukrotnie większe maksymalne błędy realizacji zakładanych parametrów kątowych kół jezdnych (co można zauważyć porównując rys. 6.6e–f oraz rys. 6.7e–f), jednak nadal błędy te nie są znaczące, dlatego też uzyskany tor ruchu punktu R robota wynikający z odometrii nadal nie odbiega znacząco od zakładanego (co widać porównując rys. 6.6s oraz rys. 6.7s). W wyniku symulacji uzyskano zbliżone wyniki do analogicznej symulacji zadania prostego dynamiki robota z uwzględnieniem modelu napędów (Symulacja 5.32).

W porównaniu z wynikami poprzedniej symulacji dla $v_{Ru} = 0,3$ m/s, w tym przypadku rzeczywisty tor ruchu istotnie odbiega od zadanego (por. rys. 6.6s i rys. 6.7s), co wynika z faktu, że w trakcie manewru zakręcania korpus robota obraca się z wyraźnie mniejszą prędkością kątową niż zakładana (rys. 6.7b) oraz dodatkowo przemieszcza się na kierunku poprzecznym do zadanego kierunku ruchu (rys. 6.7c), co było niezamierzone. Wynika to występowania poślizgu kół jezdnych na kierunku poprzecznym, co było szerzej omawiane na etapie badań symulacyjnych modelu dynamiki robota SCOUT (podrozdział 5.2).





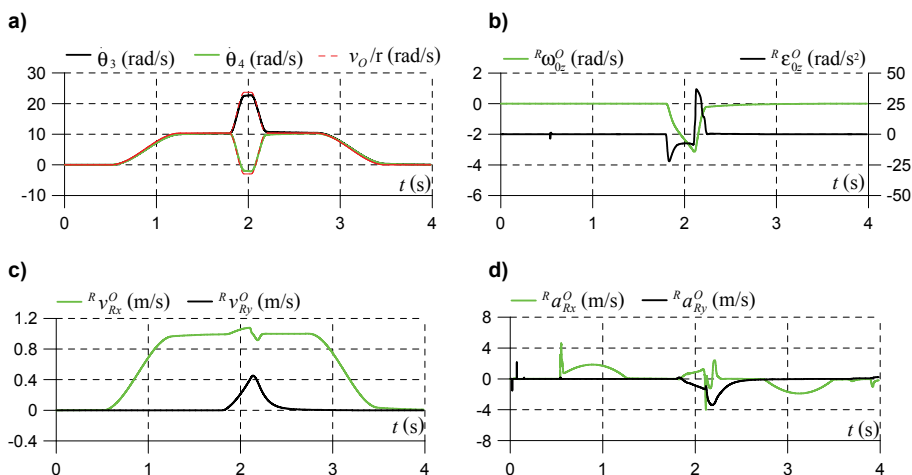


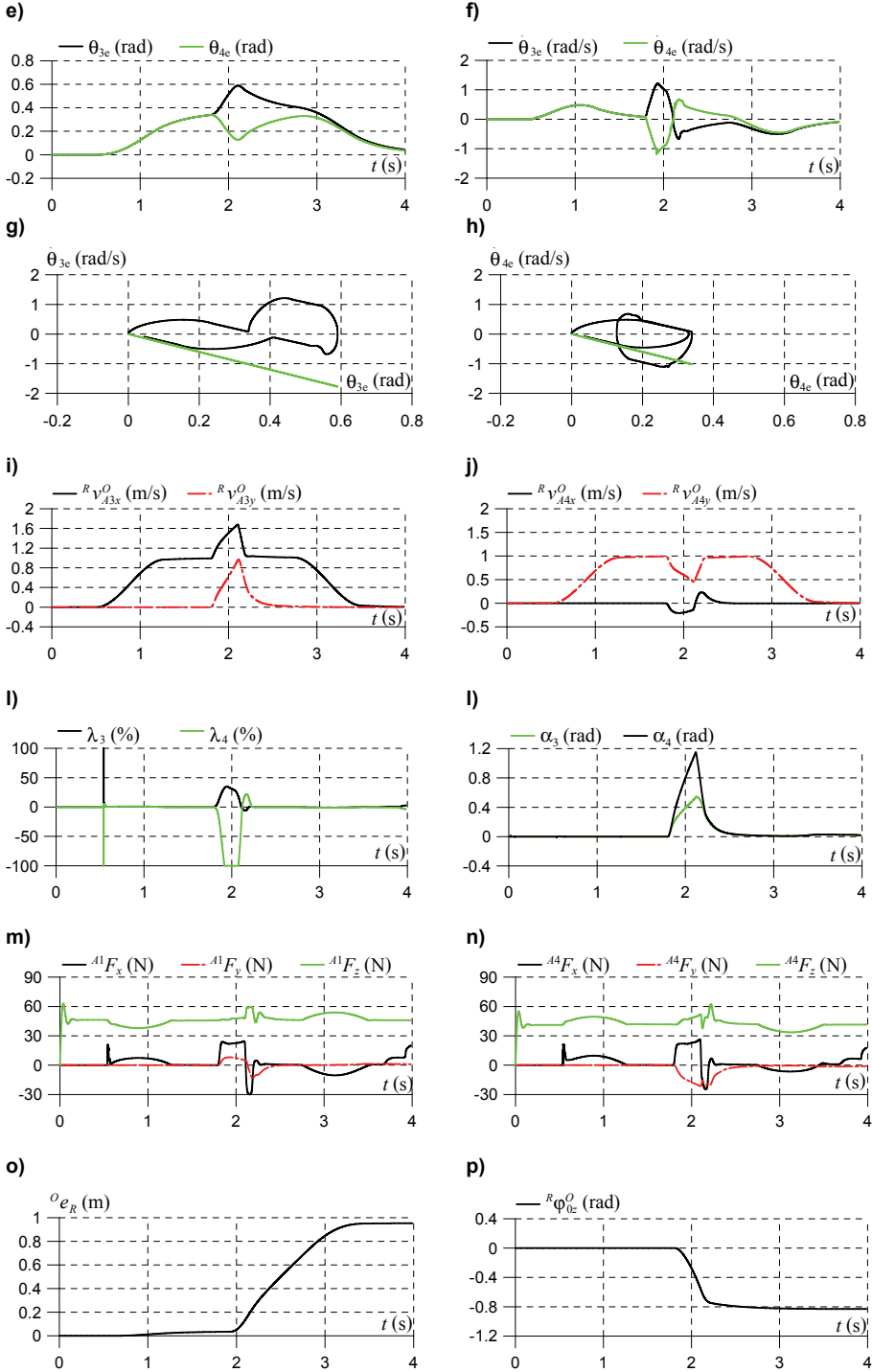
Rys. 6.7. Wyniki symulacji ruchu wzdłużnego i zakręcania robota SCOUT z hybrydowym układem jezdnym, z zadaną prędkością $v_{Ru} = 1,0$ m/s po wykładzinie dywanowej, z zastosowaniem regulatora prędkości kół jezdnych

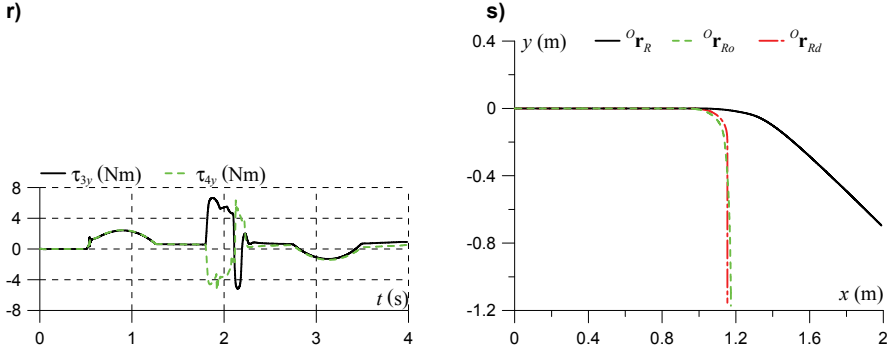
Symulacja 6.3

Ostatnia symulacja dotyczy ruchu robota po wykładzinie PCV z analogiczną jak poprzednio zadaną prędkością punkt R . Mimo dokładnej realizacji zadanych parametrów kątowych obrotu własnego kół jezdnych (rys. 6.8a,e-h), korpus robota wykonuje obrót z jeszcze mniejszą prędkością kątową niż poprzednio (por. rys. 6.7b i rys. 6.8b).

W efekcie tego uzyskuje się wyraźnie większe błędy pozycji robota (por. rys. 6.7o i rys. 6.8o), a kurs robota odbiega istotnie od zadanego, tj. $-\pi/2$ (rys. 6.8p). Stąd uzyskany tor ruchu charakterystycznego punktu R jeszcze bardziej różni się od zadanego (por. rys. 6.7s i rys. 6.8s). W związku z tym jeszcze bardziej uzasadnione jest wprowadzenie do układu sterowania regulatora prędkości platformy mobilnej.







Rys. 6.8. Wyniki symulacji ruchu wzdłużnego i zakręcania robota SCOUT z hybrydowym układem jezdnym, z zadaną prędkością $v_{Ru} = 1,0$ m/s po wykładzinie PCV, z zastosowaniem regulatora prędkości kół jezdnych

6.3.2. Badania regulatora prędkości platformy mobilnej

W ramach dalszych badań symulacyjnych układu sterowania mobilnego robota cztero kołowego SCOUT został on uzupełniony o regulator prędkości platformy mobilnej, opisany w podrozdziale 6.2.2, który jest regulatorem nadrzędnym w stosunku do regulatora prędkości kół jezdnych.

Analizowana była uproszczona wersja regulatora przeznaczona wyłącznie do regulacji prędkości kątowej obrotu własnego korpusu robota. W związku z tym regulator prędkości platformy mobilnej wypracowywał sterowania w oparciu o wzór:

$$\mathbf{u}_v = \begin{bmatrix} u_{vR} \\ u_{\omega z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^R\mathbf{v}_{Rd}^O \\ k_{\omega 0z} s_{\omega 0z} \end{bmatrix}, \quad (6.30)$$

gdzie $s_{\omega 0z} = {}^R e_{\omega 0z} + \lambda_{\omega 0z} {}^R e_{\varphi 0z}$, ${}^R e_{\omega 0z} = ({}^R \dot{\varphi}_{0zd} - {}^R \dot{\varphi}_{0z}^O)$, ${}^R e_{\varphi 0z} = \int {}^R e_{\omega 0z} dt$.

Z kolei zadane prędkości kątowe obrotu własnego napędzanych kół jezdnych były obliczane w oparciu o zależność:

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}_d = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_{ld} \\ \dot{\theta}_{rd} \end{bmatrix} = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} 1 & -W/2 \\ 1 & W/2 \end{bmatrix} \mathbf{u}_v. \quad (6.31)$$

Do badań symulacyjnych zostały użyte poniższe wzmocnienia regulatora:

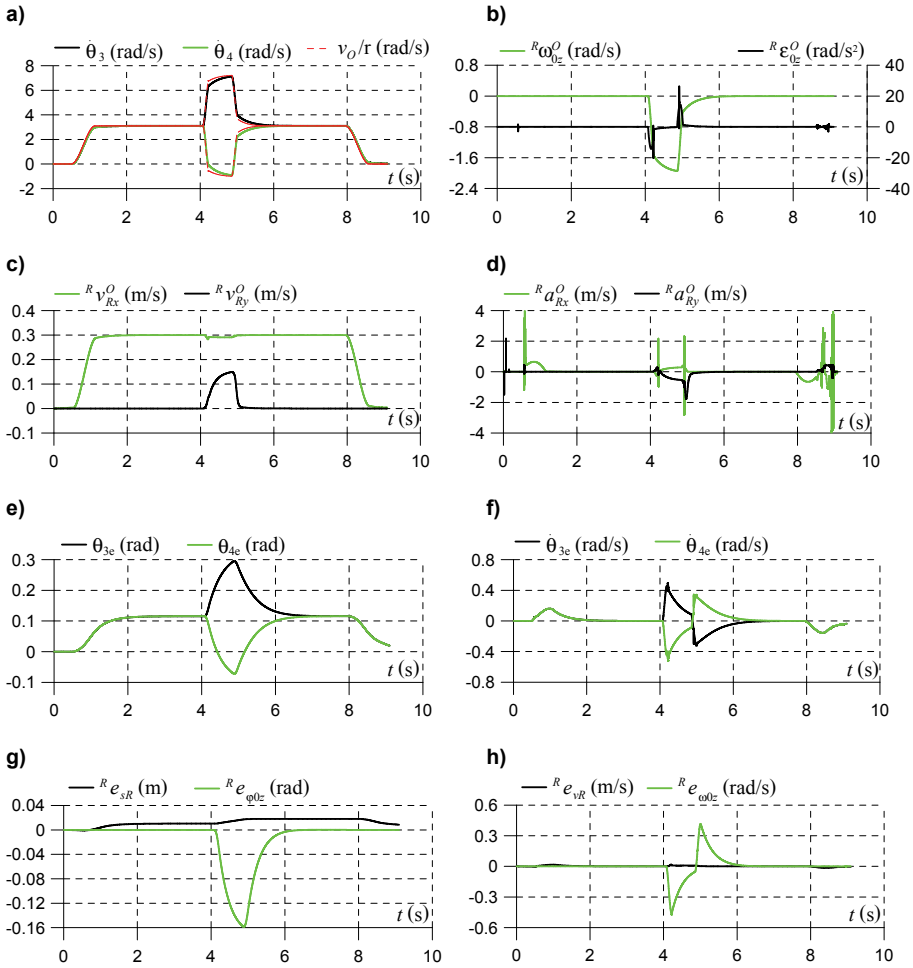
$$\lambda_{\omega 0z} = 3 \text{ s}^{-1}, \quad k_{\omega 0z} = 12. \quad (6.32)$$

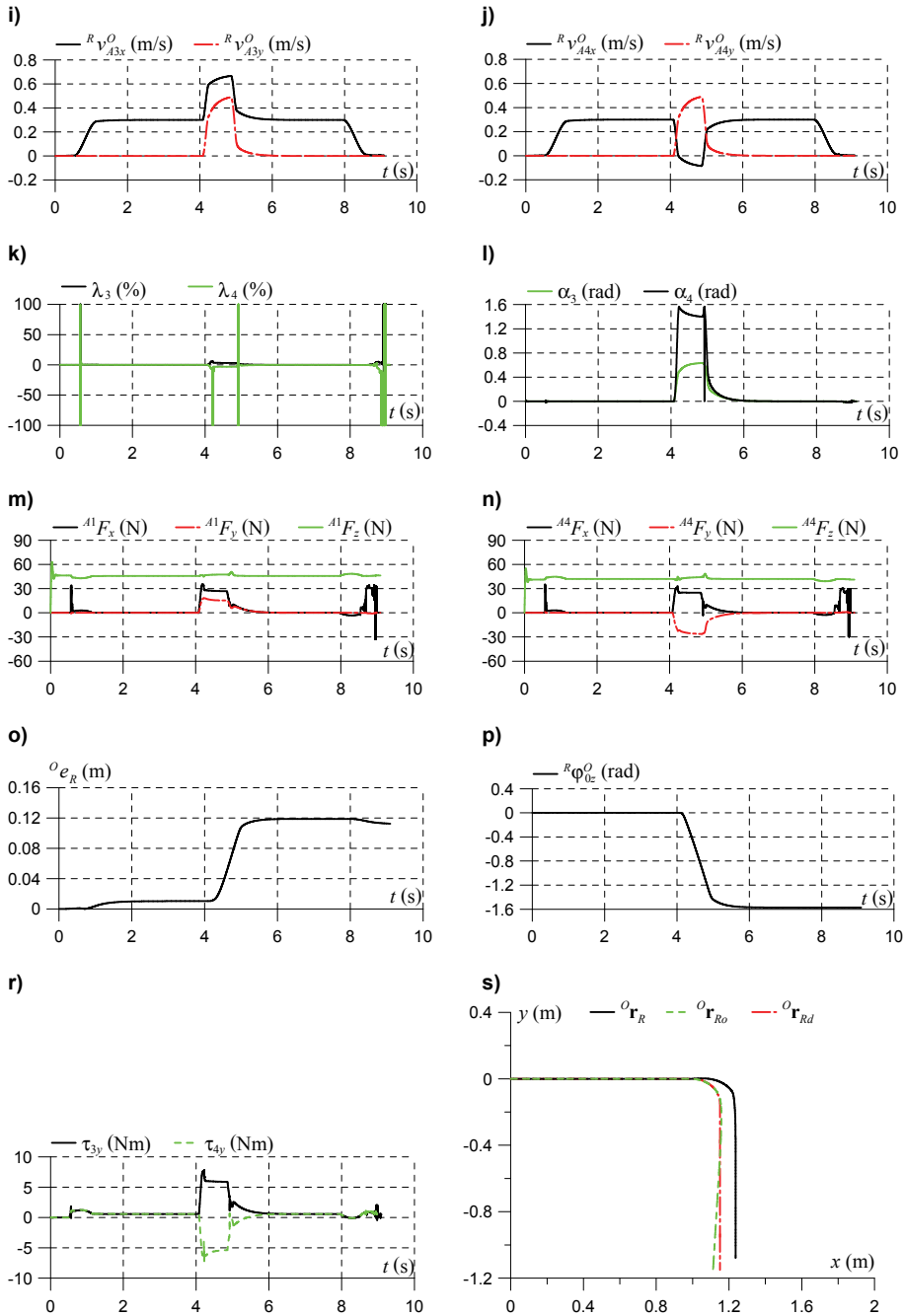
W badaniach nadal korzystano z analogicznej jak poprzednio zadanej trajektorii ruchu robota.

Symulacja 6.4

W ramach pierwszej symulacji analizowany był ruch robota po wykładzinie dywanowej z zadaną prędkością maksymalną $v_{Ru} = 0,3$ m/s. Uzyskane wyniki można porównać z wynikami analogicznej symulacji z użyciem jedynie regulatora prędkości kół jezdnych (**Symulacja 6.1**). Z porównania tego wyniku, że w przypadku zasto-

sowania dodatkowo uproszczonej wersji regulatora prędkości platformy mobilnej uzyskuje się poprawę dokładności realizacji ruchu w zakresie parametrów kątowych obrotu platformy mobilnej robota. Przejawem tego są przebiegi czasowe parametrów kątowych obrotu platformy mobilnej (por. rys. 6.6b,p i rys. 6.9b,p) oraz uzyskanego toru ruchu charakterystycznego punktu R robota (por. rys. 6.6s i rys. 6.9s). Uzyskane w wyniku symulacji błędy regulatora prędkości platformy mobilnej pokazane są na rys. 6.9g–h, przy czym zadaniem regulatora w badanej jego uproszczonej wersji jest wyłącznie minimalizacja błędów związanych z obracaniem się platformy mobilnej. Konsekwencją zmniejszenia błędu kąta obrotu robota (tj. kursu) jest jednak także zmniejszenie błędu pozycji robota (por. rys. 6.6o i rys. 6.9o).



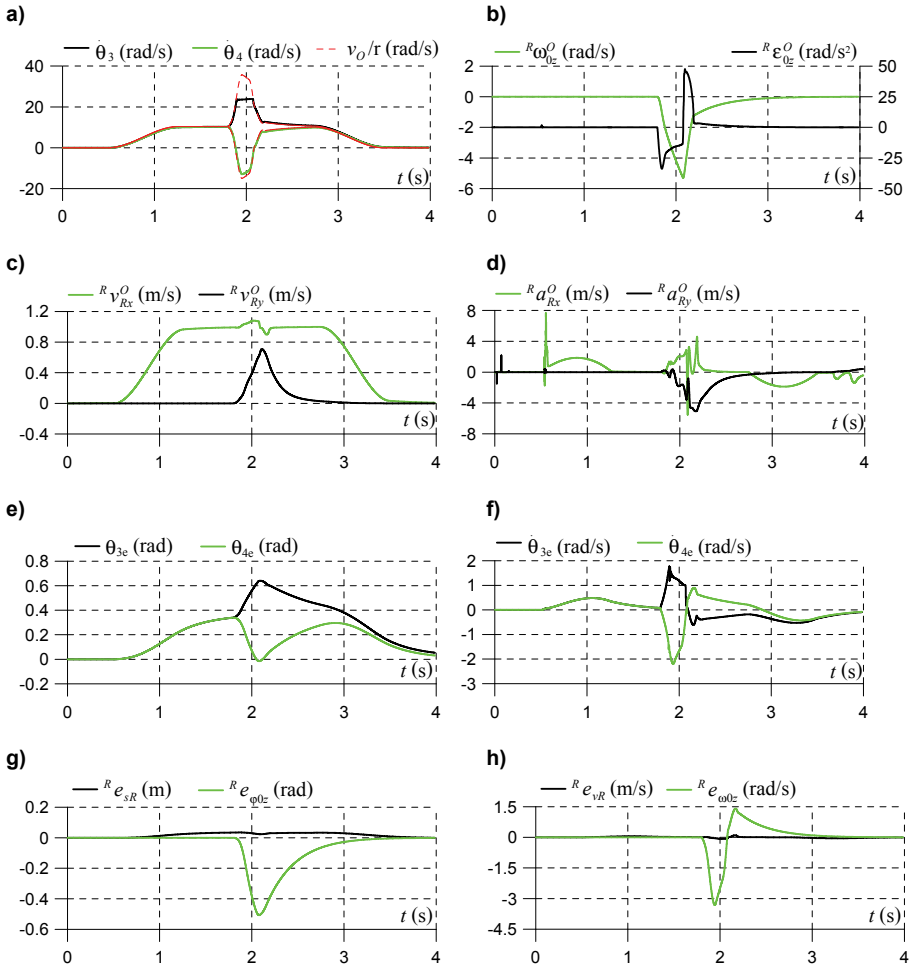


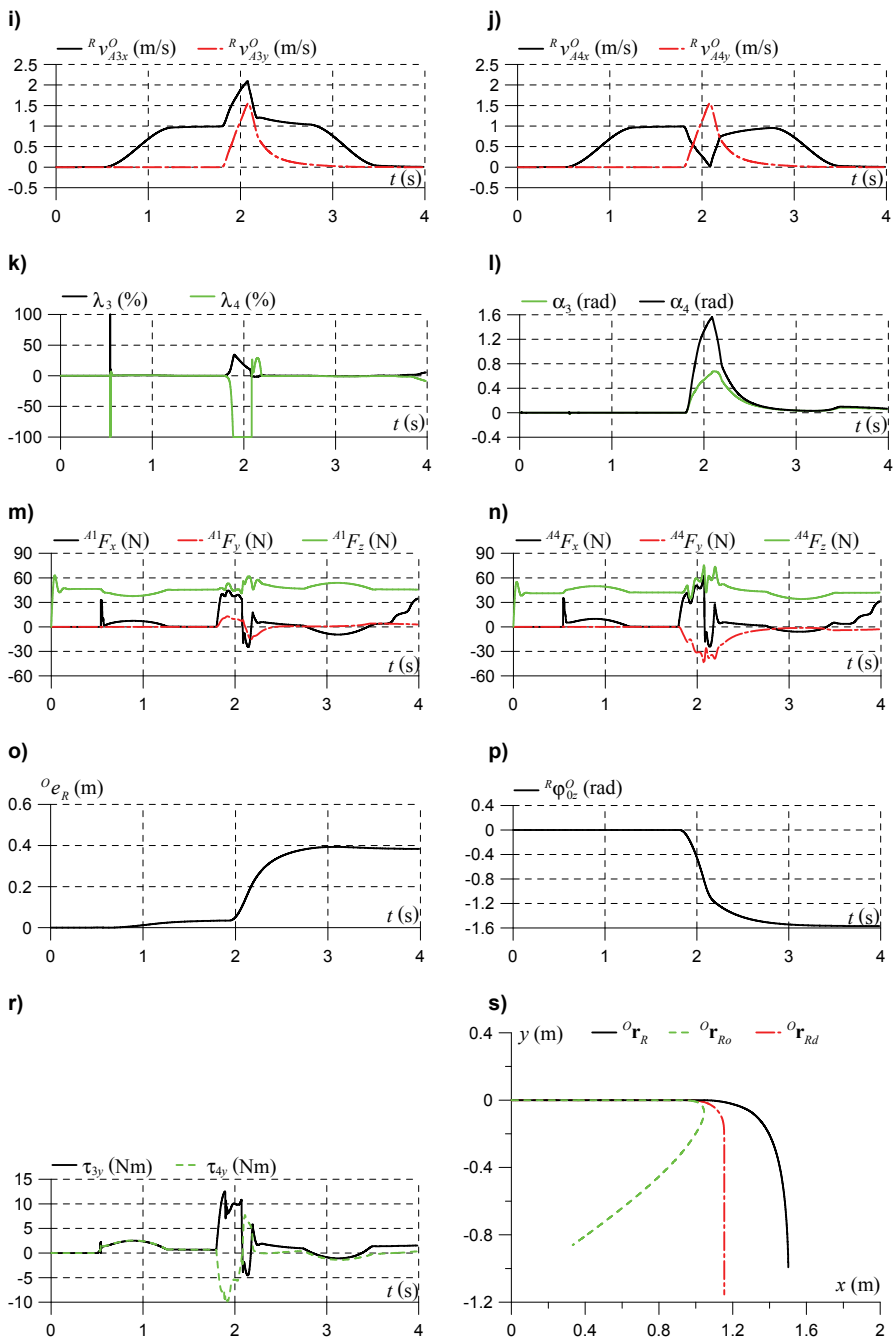
Rys. 6.9. Wyniki symulacji ruchu wzdłużnego i zakręcania robota SCOUT z hybrydowym układem jezdnym, z zadaną prędkością $v_{Ru} = 0,3$ m/s po wykładzinie dywanowej, z zastosowaniem regulatora prędkości kół jezdnych i regulatora prędkości platformy mobilnej

Osiągnięta poprawa nie jest znacząca, gdyż uzyskane poprzednio błędy parametrów kątowych platformy mobilnej dla analizowanej prędkości nie były duże. W związku z działaniem regulatora prędkości platformy mobilnej inne niż poprzednio są zadane parametry kątowe obrotu własnego kół jezdnych (por. rys. 6.6a i rys. 6.9a). Większość otrzymanych przebiegów czasowych pozostałych analizowanych wielkości jest zbliżona do tych, jakie uzyskano w wyniku analogicznej symulacji bez regulatora prędkości platformy mobilnej (**Symulacja 6.1**).

Symulacja 6.5

Podobną symulację do poprzedniej przeprowadzono dla zadanej prędkości maksymalnej $v_{Ru} = 1,0$ m/s. Wyniki tej symulacji można skonfrontować z wynikami podobnej symulacji lecz bez zastosowania regulatora prędkości platformy mobilnej (**Symulacja 6.2**).





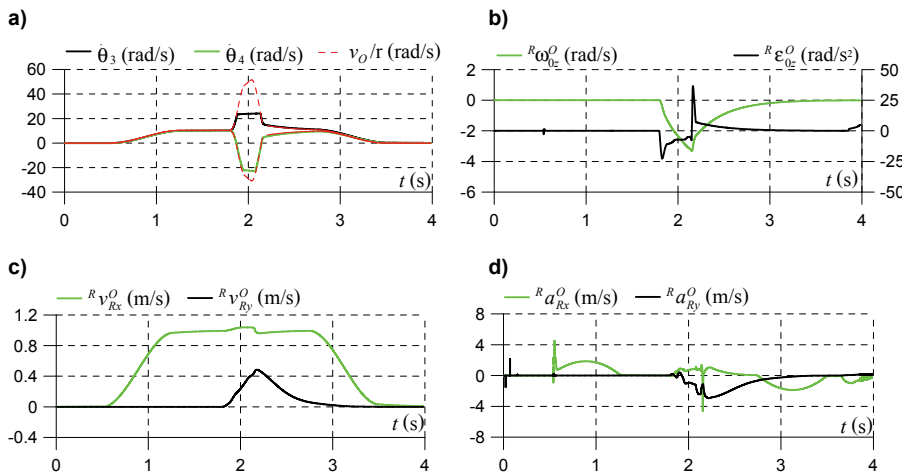
Rys. 6.10. Wyniki symulacji ruchu wzdłużnego i zakręcania robota SCOUT z hybrydowym układem jezdnym, z zadaną prędkością $v_{Ru} = 1,0$ m/s po wykładzinie dywanowej, z zastosowaniem regulatora prędkości kół jezdnych i regulatora prędkości platformy mobilnej

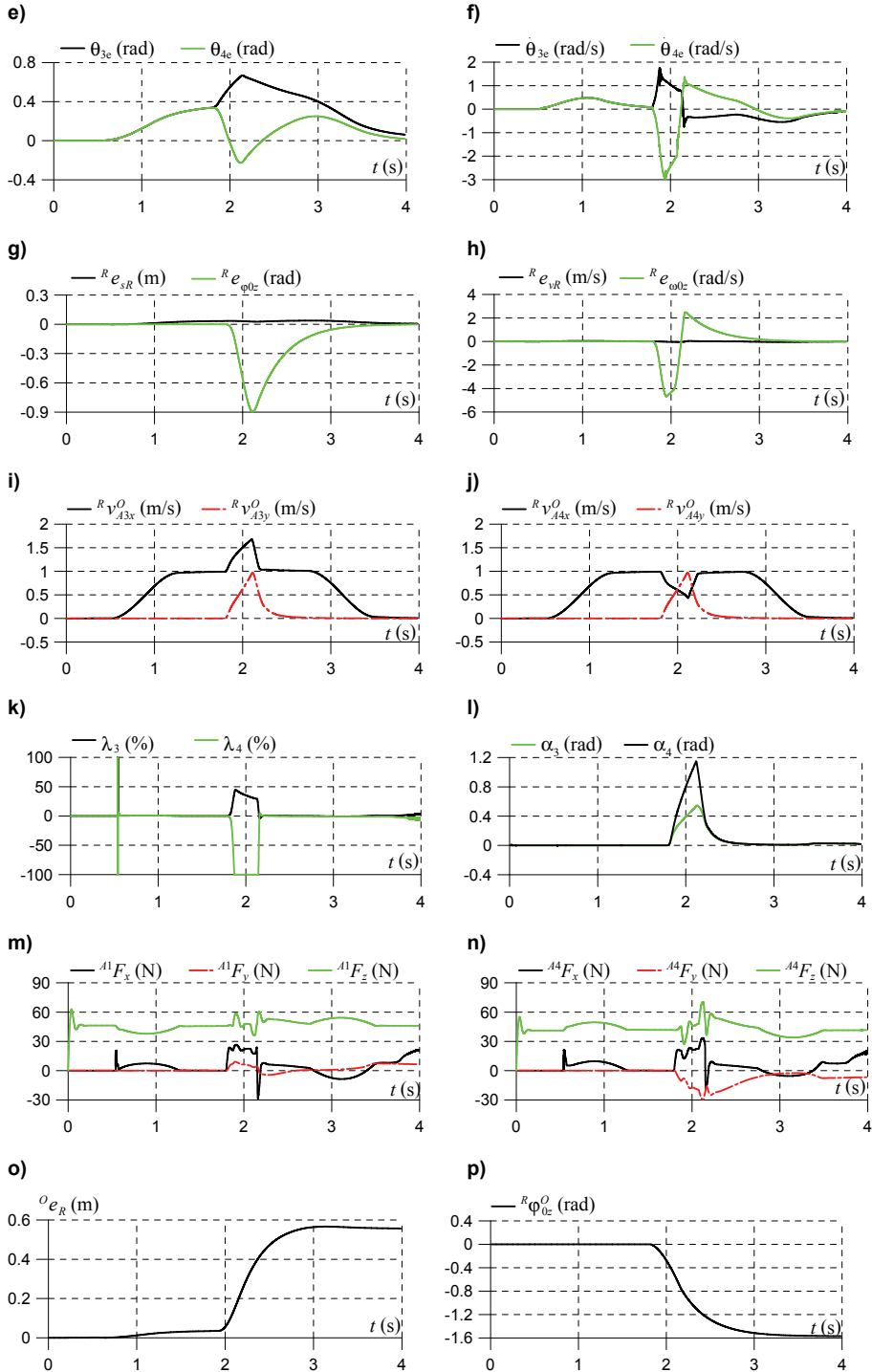
Można zauważyć, że tym razem poprawa dokładności realizacji ruchu robota jest bardziej znacząca, ale nadal niezadowalająca. Maksymalne wartości błędów kursu i prędkości kątowej obrotu platformy mobilnej wynoszą odpowiednio ${}^R e_{\varphi 0z} \approx -0,5 \text{ rad}$ i ${}^R e_{\omega 0z} \approx -3,0 \text{ rad/s}$ (rys. 6.10g–h).

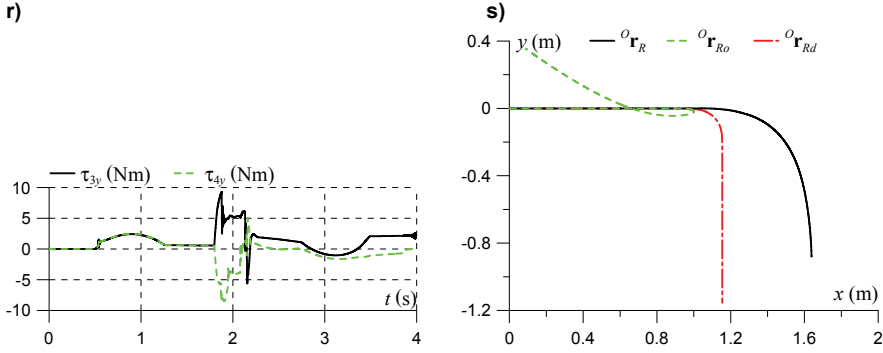
W wyniku zmiany prędkości kątowej obrotu własnego platformy mobilnej jej kąt obrotu po zakończeniu symulacji jest bardziej zbliżonyadanego, w związku z czym uzyskany błąd pozycji robota jest tym razem mniejszy, a tor ruchu punktu R robota mniej odbiega od zadanego (por. rys. 6.7b,o,p,s i rys. 6.10b,o,p,s). Na uwagę zasługuje także fakt, że w trakcie zakręcania istotnie zmieniają się zadane prędkości kątowe obrotu kół jezdnych (por. rys. 6.7a i rys. 6.10a). W związku z tym tor ruchu robota wynikający z odometrii robota od chwili rozpoczęcia manewru zakręcania istotnie różni się od zadanego (rys. 6.10s). Ponadto podczas manewru zakręcania maksymalne momenty napędowe, niezbędne do realizacji założonego ruchu robota, są tym razem nieco większe (por. rys. 6.7r i rys. 6.10r).

Symulacja 6.6

Ostatnia symulacja dla analizowanej wersji układu sterowania jest związana z ruchem robota po wykładzinie PCV z analogiczną jak poprzednio zadaną prędkością punktu R . Jej odpowiednikiem jest podobna symulacja bez zastosowania regulatora prędkości platformy mobilnej (**Symulacja 6.3**). Wnioski wynikające z porównania tych symulacji są analogiczne do omawianych przy okazji poprzedniej symulacji. Tym razem w stosunku do poprzedniej symulacji uzyskano gorszą dokładność realizacji ruchu robota, co wynika z mniejszego współczynnika przyczepności pomiędzy oponami i podłożem. Otrzymane błędy regulatora prędkości platformy mobilnej zaprezentowano na rys. 6.11g–h. Podobnie jak poprzednio zadaniem tego regulatora, w analizowanej wersji uproszczonej, była minimalizacja błędów związanych z obracaniem robota. Prędkości kątowe obrotu własnego kół jezdnych osiągają podczas zakręcania znacznie większe wartości (por. rys. 6.8a i rys. 6.11a), dlatego też tor ruchu robota wynikający z jego odometrii jeszcze bardziej odbiega od zadanego (por. rys. 6.8s i rys. 6.11s).







Rys. 6.11. Wyniki symulacji ruchu wzdłużnego i zakręcania robota SCOUT z hybrydowym układem jezdnym, zadaną prędkością $v_{Ru} = 1,0$ m/s po wykładzinie PCV, z zastosowaniem regulatora prędkości kół jezdnych i regulatora prędkości platformy mobilnej

Wprowadzenie regulatora prędkości platformy mobilnej w istotny sposób wpłynęło na poprawę dokładności realizacji ruchu, jednak wciąż nie uzyskano satysfakcjonujących wyników.

Z przeprowadzonych badań wynika, że błąd prędkości punktu R robota jest niewielki w stosunku do błędu prędkości kątowej platformy mobilnej, dlatego w analizowanym przypadku nie zachodzi potrzeba użycia pełnej wersji regulatora prędkości platformy mobilnej przeznaczonej do regulacji, zarówno prędkości charakterystycznego punktu R robota, jak i prędkości kątowej obrotu platformy mobilnej.

W związku z niezadowalającą dokładnością realizacji parametrów kątowych platformy mobilnej wydaje się natomiast uzasadnione użycie dodatkowo nadrzędnego regulatora pozycji i orientacji robota.

6.3.3. Badania regulatora pozycji i kursu robota

Badania symulacyjne regulatora pozycji i kursu robota zostały zrealizowane w oparciu o tzw. metodę cofania opisaną w podrozdziale 6.2.3, tj. zadane prędkości ruchu platformy mobilnej robota były wyznaczone z zastosowaniem wzoru:

$${}^R\mathbf{v}_d = \begin{bmatrix} {}^Rv_{Rd}^O \\ {}^R\dot{\phi}_{0zd}^O \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_F {}^Re_F + {}^Ov_{Rd} \cos({}^Re_O) \\ {}^O\dot{\phi}_{0zd} + k_L {}^Ov_{Rd} {}^Re_L + k_O {}^Ov_{Rd} \sin({}^Re_O) \end{bmatrix}, \quad (6.33)$$

gdzie ${}^Re_F$, ${}^Re_L$ i ${}^Re_O$ są odpowiednio błędami: wzdłużnym, poprzecznym i kursu robota, obliczanymi z zależności (6.25).

Do badań przyjęto następujące wartości wzmocnień regulatora pozycji i kursu robota:

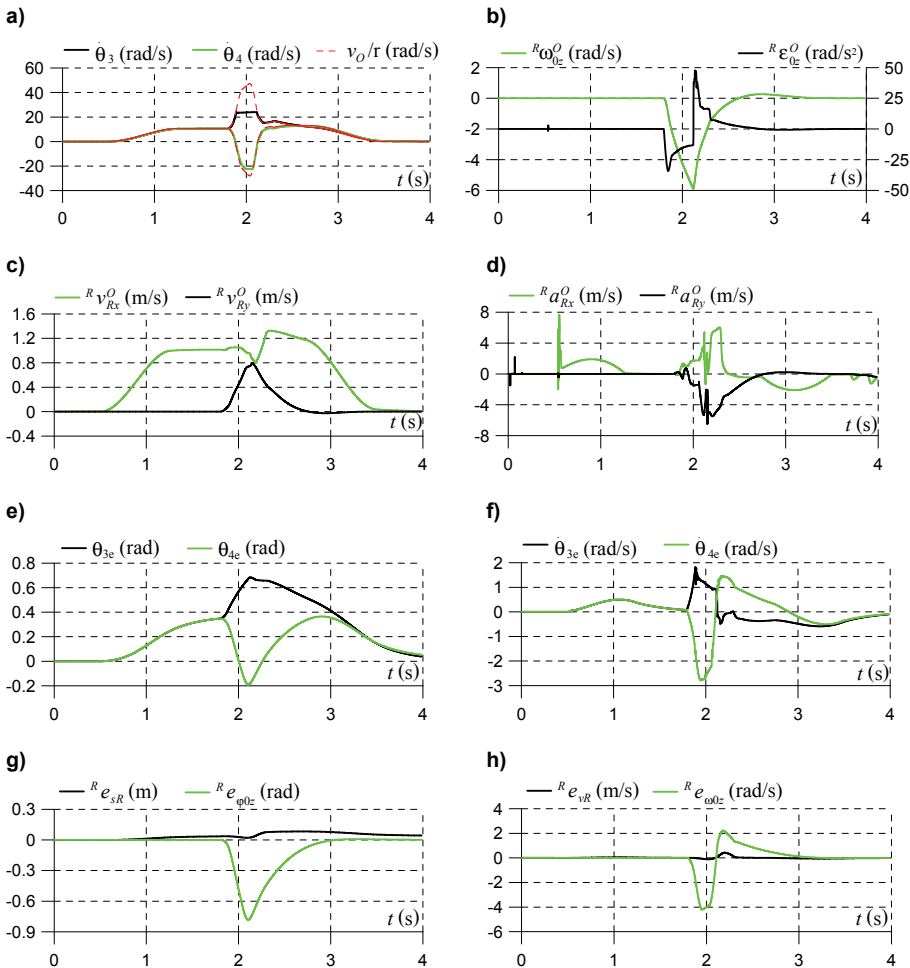
$$k_F = 2 \text{ s}^{-1}, \quad k_L = 2 \text{ rad/m}^2, \quad k_O = 4 \text{ rad/m}. \quad (6.34)$$

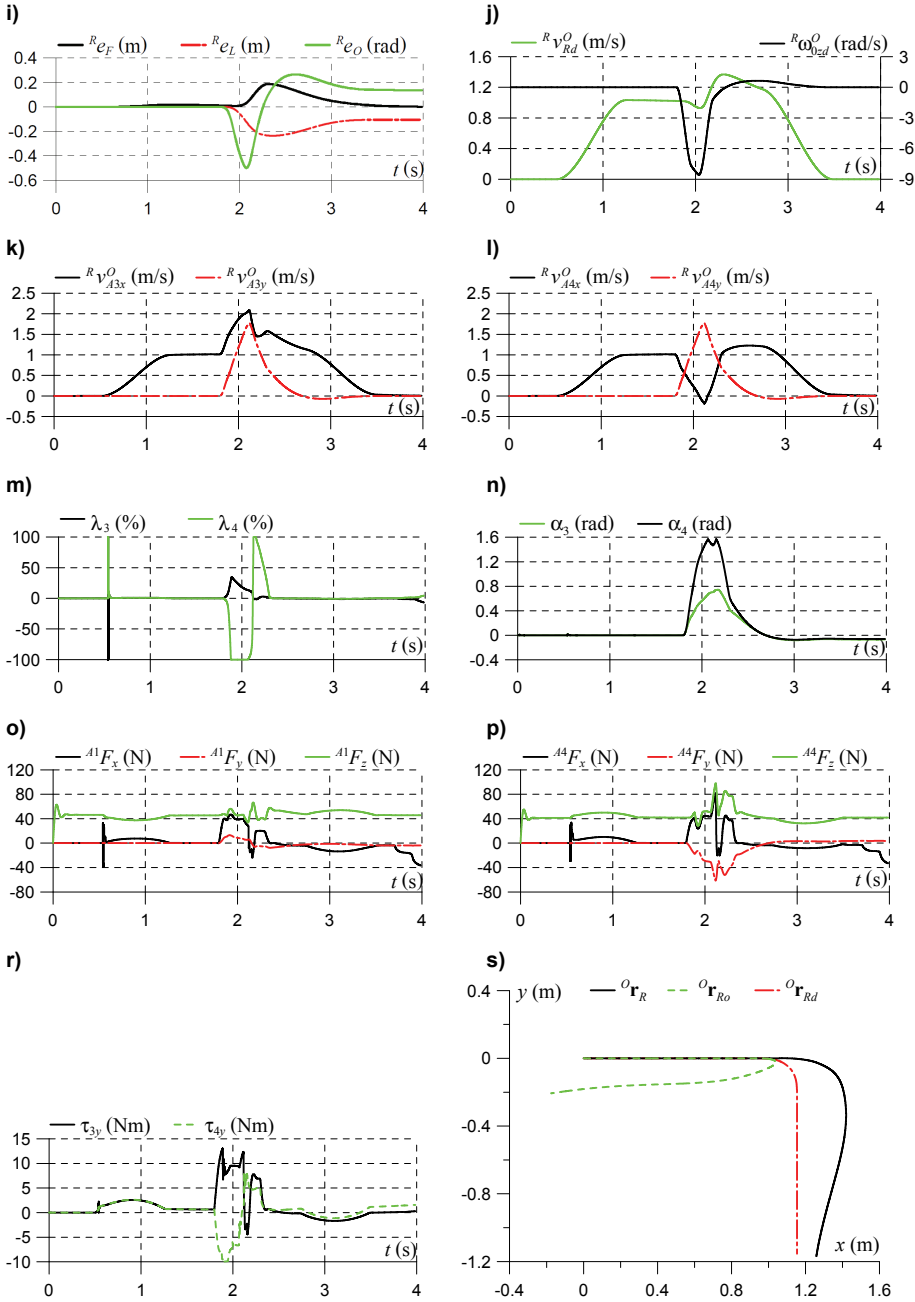
Schemat układu sterowania opracowany w środowisku MATLAB/Simulink, stosowany w badaniach symulacyjnych jest przedstawiony na rys. 6.5.

Do badań użyto analogicznej jak poprzednio zadanej trajektorii ruchu robota. Badano ruch robota zadaną prędkością maksymalną $v_{Ru} = 1,0$ m/s, dla której uzyskano wyraźnie większe błędy w stosunku do ruchu z prędkością $v_{Ru} = 0,3$ m/s.

Symulacja 6.7

Na początku przedmiotem badań regulatora pozycji i kursu robota był ruch robota po wykładzinie dywanowej. W wyniku symulacji okazało się, że wprowadzenie regulatora pozycji i kursu robota w istotny sposób wpływa na poprawę dokładności realizacji ruchu w stosunku do symulacji, w której nie użyto tego regulatora (**Symulacja 6.5**). Można to zauważyć na podstawie uzyskanych przebiegów czasowych parametrów kątowych platformy mobilnej (por. rys. 6.10b i rys. 6.12b) oraz otrzymanego toru ruchu charakterystycznego punktu R robota (por. rys. 6.10s i rys. 6.12s). W związku z minimalizacją błędów pozycji i kursu robota (rys. 6.12i) konieczna jest modyfikacji przez regulator zadanej prędkości liniowej ${}^R v_{Rd}^O$ punktu R robota oraz prędkości kątowej ${}^R \omega_{0zd}^O$ jego korpusu (rys. 6.12j). Dlatego też ulegają zmianie przebiegi czasowe prędkości i przyspieszenia punktu R (por. rys. 6.10c–d i rys. 6.12c–d).



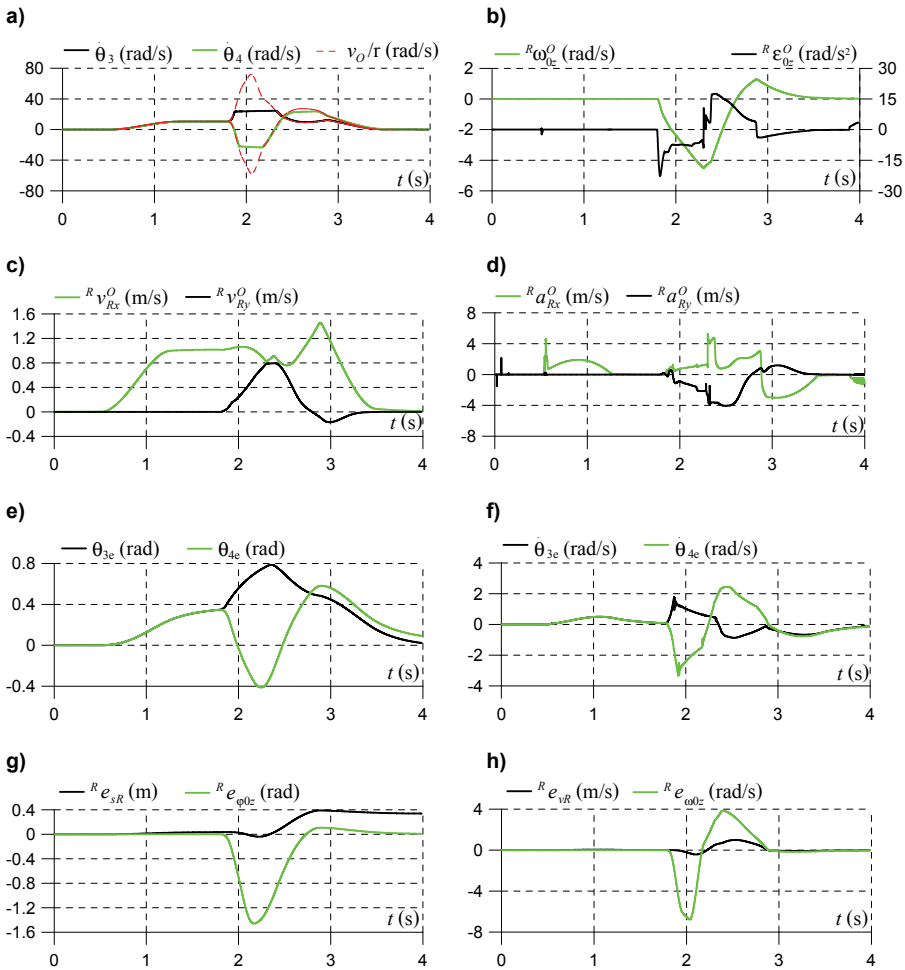


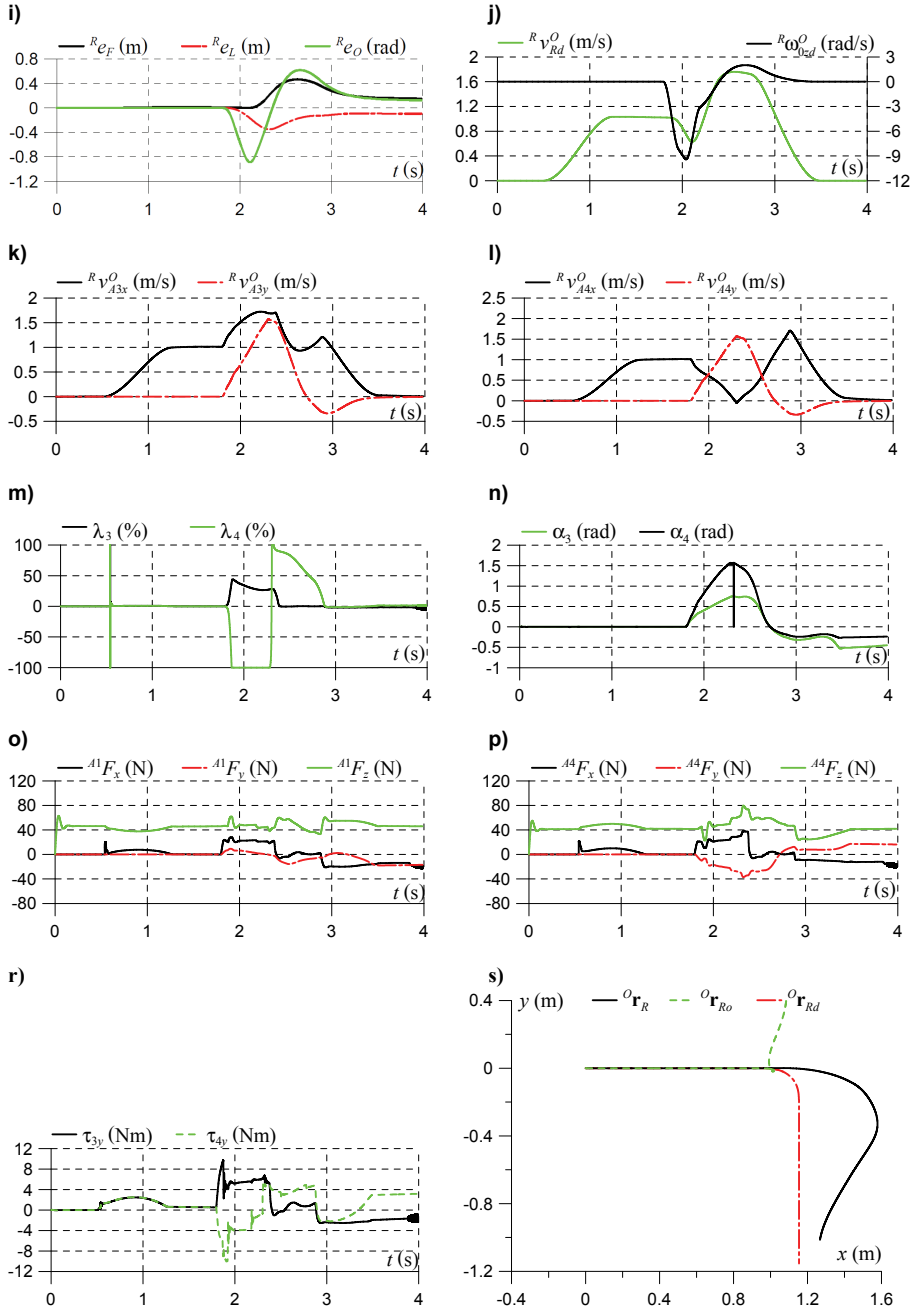
Rys. 6.12. Wyniki symulacji ruchu wzdłużnego i zakręcania robota SCOUT z hybrydowym układem jezdny, z zadaną prędkością $v_{Ru} = 1,0$ m/s po wykładzinie dywanowej, z zastosowaniem regulatora prędkości kół jezdnych, regulatora prędkości platformy mobilnej oraz regulatora pozycji i kursu robota

Inne są przebiegi błędów parametrów kątowych kół jezdnych (por. rys. 6.10e–f i rys. 6.12e–f) oraz błędów prędkości liniowej ${}^R v_{Rd}^O$ punktu R robota oraz prędkości kątowej ${}^R \omega_{0zd}^O$ (por. rys. 6.10g–h i rys. 6.12g–h), których maksymalne wartości są tym razem większe. Występują także większe wartości zadanych prędkości kątowych kół jezdnych robota (por. rys. 6.10a i rys. 6.12a). Pod koniec fazy zakręcania występuje duża dodatnia wartość poślizgu dla koła jezdnego nr 3, czego nie obserwowano wcześniej (por. rys. 6.10m i rys. 6.12m).

Symulacja 6.8

W ramach ostatniej symulacji badany był regulator pozycji i kursu robota dla analogicznego ruchu jak w poprzednim przypadku, lecz tym razem robot poruszał się po wykładzinie PCV.





Rys. 6.13. Wyniki symulacji ruchu wzdłużnego i zakręcania robota SCOUT z hybrydowym układem jezdnym, z zadaną prędkością $v_{Ru} = 1,0$ m/s po wykładzinie PCV, z zastosowaniem regulatora prędkości kół jezdnych, regulatora prędkości platformy mobilnej oraz regulatora pozycji i kursu robota

Z porównania wyników tej symulacji z wynikami analogicznej symulacji, w której nie był użyty regulator pozycji i kursu robota (**Symulacja 6.6**), widać wyraźną poprawę dokładności realizacji założonego ruchu. Przejawem tego jest przede wszystkim uzyskany tor ruchu robota (por. rys. 6.11s i rys. 6.13s). Po stosunkowo dużym odchyleniu od zadanej trajektorii ruchu błędy pozycji i kursu robota ulegają istotnemu zmniejszeniu (rys. 6.13i). Przebiegi zadanej prędkości liniowej ${}^R v_{Rd}^O$ punktu R robota oraz prędkości kątowej ${}^R \omega_{0zd}^O$ jego korpusu istotnie różnią się od pierwotnych przebiegów, tj. w przypadku, gdy nie był użyty regulator pozycji i kursu robota (rys. 6.13j).

W chwili wystąpienia dużych błędów pozycji i kursu robota znacznemu zwiększeniu ulega prędkość robota i zmienia się jego kurs w celu minimalizacji tych błędów. Modyfikacja układu sterowania powoduje zwiększenie zadanych prędkości kątowych obrotu własnego kół jezdnych (por. rys. 6.11a i rys. 6.13a) oraz maksymalnych wartości błędów obrotu tych kół (por. rys. 6.11e–f i rys. 6.13e–f), parametrów ruchu korpusu robota (por. rys. 6.11b–d i rys. 6.13b–d) i wynikających z nich błędów (por. rys. 6.11g–h i rys. 6.13g–h). Ponadto w trakcie zakręcania zwiększeniu ulegają poślizgi wzdłużne i poprzeczne (por. rys. 6.11k–l i rys. 6.13m–n), co jest związane ze zmianą zadanej trajektorii ruchu kół jezdnych. Wynikają z tego faktu również różnice przebiegów czasowych sił reakcji podłoża i momentów napędowych (por. rys. 6.11m,n,r i rys. 6.13o–r).

6.3.4. Podsumowanie wyników badań symulacyjnych układów sterowania ruchem nadążnym robota SCOUT

W ramach pracy wykonano badania symulacyjne wybranych układów sterowania ruchem nadążnym robota SCOUT biorąc pod uwagę jego konfigurację, w której wyposażony jest w hybrydowy układ jezdny. Analizowany był ruch wzdłużny i zakręcanie robota po wykładzinie dywanowej i wykładzinie PCV. Badania symulacyjne przeprowadzono dla różnych konfiguracji układu sterowania, zaczynając od analizy najniższego poziomu sterowania, odpowiedzialnego za realizację parametrów kątowych kół jezdnych. Następnie rozszerzano układ sterowania dodając jego kolejne poziomy, czyli regulator prędkości platformy mobilnej w wersji uproszczonej i wreszcie regulator pozycji i kursu robota.

Z przedstawionych wyników badań symulacyjnych układów sterowania ruchem nadążnym mobilnego robota czterokołowego SCOUT wynikają poniższe najważniejsze wnioski.

- W przypadku zastosowania jedynie regulatora prędkości kół jezdnych, w związku z występującymi poślizgami kół jezdnych, parametry ruchu platformy mobilnej, tj. prędkość ${}^R v_R^O$ punktu R i prędkość kątowa obrotu własnego korpusu ${}^R \dot{\phi}_{0z}^O$, coraz bardziej odbiegają od wartości zadanych wraz ze wzrostem maksymalnych wartości prędkości zadanych i zakładanych przyspieszeń (liniowych lub kątowych) oraz wraz ze zmniejszaniem się przyczepności kół jezdnych do podłoża, co można zaobserwować porównując wyniki symulacji ruchu robota po wykładzinie dywanowej i wykładzinie PCV.
- Wprowadzenie dodatkowo regulatora prędkości platformy mobilnej w wersji uproszczonej, obejmującej jedynie regulację prędkości kątowej obrotu wła-

snego platformy mobilnej ${}^R\dot{\phi}_{0z}^O$, prowadzi do redukcji błędów związanych z obracaniem się robota podczas manewru zakręcania, a w konsekwencji do minimalizacji błędu jego pozycji. Uzyskana poprawa jest tym większa, z im większą prędkością porusza się robot jednak nie jest ona w zupełności satysfakcjonująca. Wynika to z faktu, że powstały błąd pozycji będący rezultatem wcześniejszych błędów prędkości platformy mobilnej nie jest w dalszej części ruchu robota minimalizowany przez użyty regulator.

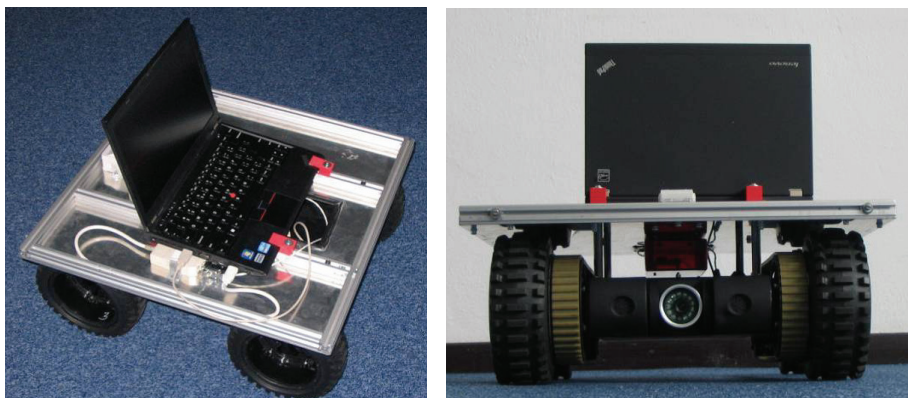
- Wprowadzenie regulatora prędkości platformy mobilnej prowadzi do zwiększenia zadanych wartości prędkości kątowych obrotu własnego napędzanych kół jezdnych, poślizgów wzdłużnych oraz wymaganych do ruchu momentów napędowych. Wraz ze wzrostem prędkości ruchu występują coraz większe różnice pomiędzy zadaniem torem ruchu punktu R , otrzymanym w wyniku ruchu robota i wynikającym z jego odometrii.
- W wyniku symulacji regulatora prędkości platformy mobilnej uzyskano niewielką wartość błędu prędkości punktu R robota w stosunku do błędu prędkości kątowej platformy mobilnej. Dlatego użycie pełnej wersji regulatora prędkości platformy mobilnej przeznaczonej do regulacji zarówno prędkości charakterystycznego punktu R robota jak i prędkości kątowej obrotu platformy mobilnej w przypadku robota SCOUT wydaje się być mało opłacalne. Wynika to z faktu, że dodatkowa regulacja prędkości liniowej punktu R spowoduje niewielką poprawę błędów pozycji i kursu robota. Jej implementacja na rzeczywistym robocie jest utrudniona ze względu na konieczność określania prędkości liniowej ruchu robota, którą można uzyskać wykorzystując pomiar przyspieszeń przez akcelerometry (podrozdział 4.2.4). Zasadniczą trudność w tym przypadku stanowi uwzględnienie przechyłania i pochylenia robota w trakcie jego ruchu oraz kumulujące się w wyniku całkowania błędy pomiaru przyspieszeń liniowych i podstawy czasu, co znajduje odzwierciedlenie we wzrastających w czasie błędach obliczanej prędkości i drogi.
- Wprowadzenie dodatkowo regulatora pozycji i kursu robota prowadzi do dalszej poprawy dokładności realizacji założonego ruchu, tj. pozycji i kursu robota w globalnym układzie odniesienia. Powstałe błędy w początkowym okresie zakręcania są stopniowo minimalizowane dzięki użyciu regulatora pozycji i kursu robota. Wprowadzenie tego regulatora prowadzi do dalszego zwiększenia maksymalnych wartości prędkości kątowych obrotu własnego kół jezdnych, poślizgów wzdłużnych i poprzecznych oraz ma wpływ na dalsze zwiększenie momentów napędowych.
- Implementacja regulatora pozycji i kursu robota zależy w dużej mierze od sposobu globalnej lokalizacji robota. W tym celu może być zastosowana lokalizacja oparta na GNSS, na nawigacji bezwładnościowej, innych technikach oraz kombinacji kilku metod (podrozdział 4.2.4).

Przedstawione najważniejsze wnioski wynikające z przeprowadzonych badań symulacyjnych układów sterowania ruchem nadążnym robota SCOUT mogą być także uogólnione na inne konstrukcje robotów mobilnych, w których występują wyłącznie niekierowane koła jezdne. Przykładem takiego robota jest IBIS także produkowany w Przemysłowym Instytucie Automatyki i Pomiarów PIAP [162].

7. Badania empiryczne ruchu robota SCOUT

7.1. Środowisko badań empirycznych

Rezultaty badań symulacyjnych zostały zweryfikowane przez badania empiryczne ruchu robota. W badaniach wykorzystano niekomercyjną wersję robota czterokołowego SCOUT pokazaną na rys. 7.1, którego wyposażono w dodatkowy stelaż i niezbędną aparaturę kontrolno-pomiarową.



Rys. 7.1. Robot SCOUT w wersji dostosowanej do badań empirycznych

W celu realizacji badań empirycznych na robocie umieszczono laptop, który za pomocą konwertera USB-CAN połączono z głównym sterownikiem robota poprzez magistralę CAN w celu:

- zadawania prędkości kątowych obrotu własnego napędzanych tylnych kół jezdnych $\dot{\theta}_d = [\dot{\theta}_{3d}, \dot{\theta}_{4d}]^T$,
- wyznaczania aktualnych prędkości kątowych obrotu własnego tych kół $\dot{\theta} = [\dot{\theta}_3, \dot{\theta}_4]^T$,
- pomiaru prądu pobieranego przez napędy robota służące do napędzania tych kół $i = [i_3, i_4]^T$.

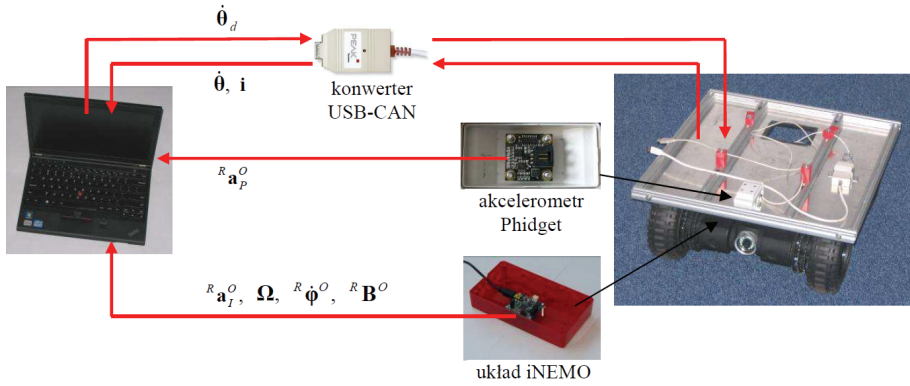
Dodatkowo na robocie zamontowano (rys. 7.2):

- układ iNEMO, który podłączono do laptopa interfejsem USB,
- przyspieszeniomierz trzyosiowy Phidget podłączony do laptopa także za pomocą interfejsu USB.

Położenie na robocie akcelometru Phidget oraz akcelometru stanowiącego część układu iNEMO określają odpowiednio wektory ${}^R\mathbf{r}_p = [0, 192, 0, 0, 138]^T$, ${}^R\mathbf{r}_l = [0, 0, 0, 07]^T$. Z kolei układ iNEMO umożliwia pomiar:

- przyspieszeń liniowych ${}^R\mathbf{a}_l^O = [{}^R a_{lx}^O, {}^R a_{ly}^O, {}^R a_{lz}^O]^T$ (z akcelometru),

- prędkości kątowych ${}^R\dot{\boldsymbol{\phi}}^O = [{}^R\dot{\phi}_{0x}^O, {}^R\dot{\phi}_{0y}^O, {}^R\dot{\phi}_{0z}^O]^T$ (z żyroskopu),
- wektora indukcji magnetycznej ${}^R\mathbf{B}^O = [{}^RB_x^O, {}^RB_y^O, {}^RB_z^O]^T$ (z magnetometru),
- wektora kątów Eulera ${}^R\boldsymbol{\phi}_0^O$.



Rys. 7.2. Schemat układu kontrolno-pomiarowego wykorzystanego w badaniach ruchu robota

Pomiar wektora przyspieszenia ${}^R\mathbf{a}_p^O = [{}^Ra_{px}^O, {}^Ra_{py}^O, {}^Ra_{pz}^O]^T$ realizowano za pomocą czujnika Phidget, który pełnił funkcję czujnika referencyjnego w stosunku do akcelerometru znajdującego się w układzie iNEMO. W przypadku badań empirycznych robota w ruchu wzdłużnym, przyspieszenie ruchu robota wyznaczono w wyniku uśrednienia wektorów przyspieszeń ${}^R\mathbf{a}_I^O$ i ${}^R\mathbf{a}_p^O$, przez co uzyskano większą dokładność pomiarów.

W badaniach empirycznych zadawane były prędkości kątowe obrotu własnego napędzanych kół jezdnych $\dot{\theta}_{id}$ ($i = \{3, 4\}$) na podstawie zakładanego przebiegu prędkości charakterystycznego punktu R korpusu robota ${}^Rv_{Rd}^O$ oraz zadanego promienia zakręcania R_z (w przypadku jazdy po torze krzywoliniowym), na podstawie którego określana była prędkość kątowa podczas ustalonego manewru zakręcania, tj. ${}^R\dot{\phi}_{0zu}^O = {}^Rv_{Rd}^O / R_z$. Wielkości te były zapisane w plikach i w trakcie eksperymentu pomiarowego były wysyłane do magistrali CAN robota za pomocą oprogramowania do badań empirycznych zaimplementowanego na laptopie.

Zadane prędkości kątowe obrotu własnego napędzanych kół jezdnych $\dot{\theta}_{id}$ zostały wygenerowane zakładając w większości przypadków krok czasowy $\Delta t = 10$ ms, jednak system komputerowy realizujący badania empiryczne wysyłał do robota kolejne wielkości z nieco większym krokiem czasowym, wynoszącym około 11 ms, dlatego robot pokonywał w badaniach empirycznych większy dystans niż to było zakładane. Zadane parametry kątowe napędzanych kół jezdnych były przekazywane do wewnętrznego regulatora prędkości kół jezdnych robota, który na podstawie aktualnego błędu wyznaczał sterowania PWM (ang. *Pulse Width Modulation*) napędami robota.

7.2. Metodyka badań empirycznych

Weryfikacja modelu dynamiki robota polegała na przeprowadzeniu serii badań empirycznych polegających na realizacji zadanego ruchu robota SCOUT. Badany był ruch robota w przypadku napędzania wyłącznie tylnych kół jezdnych oraz dla wersji robota, w której napęd z tylnych kół jezdnych był przekazywany na koła przednie za pomocą pasków zębatych (konfiguracja z hybrydowym układem jezdny). Badania empiryczne ruchu robota składały się z dwóch etapów.

W pierwszym etapie badań zadane prędkości ruchu robota zmieniały się skokowo, co miało na celu określenie maksymalnych możliwych dla robota przyspieszeń liniowych w trakcie rozpędzania i hamowania oraz przyspieszeń kątowych podczas wykonywania manewrów skrętu.

W drugim etapie badań, po dokonaniu analizy wyników pierwszego etapu, zadawano przebiegi prędkości liniowej punktu R robota i prędkości kątowej obracania w taki sposób, aby prędkości te zmieniały się w sposób łagodny, uwzględniając znane już ograniczenia robota (tj. maksymalne do osiągnięcia przyspieszenia).

Na podstawie wektorów przyspieszeń ${}^R\mathbf{a}_p^O$ i ${}^R\mathbf{a}_l^O$ uzyskanych z akcelerometrów oraz wektora prędkości kątowej ${}^R\dot{\boldsymbol{\phi}}_0^O$ i wektora kątów Eulera ${}^R\boldsymbol{\phi}_0^O$ otrzymanych z żyroskopów wyznaczono:

- wektor przyspieszenia punktu R robota ${}^R\mathbf{a}_R^O$ oraz wektor prędkości punktu R ${}^R\mathbf{v}_R^O$ (przez całkowanie względem czasu) i wektor ${}^O\mathbf{r}_R$ określający pozycję punktu R w nieruchomym układzie odniesienia $\{O\}$,
- wektor przyspieszenia kątowego platformy mobilnej robota ${}^R\ddot{\boldsymbol{\phi}}_0^O$ (różniczkując po czasie wektor ${}^R\dot{\boldsymbol{\phi}}_0^O$).

Do obliczeń przyjęto następujące zerowe warunki początkowe:

$${}^R\mathbf{v}_R^O(0) = [0, 0, 0]^T, \quad {}^O\mathbf{r}_R(0) = [0, 0, 0]^T, \quad {}^R\dot{\boldsymbol{\phi}}_0^O = [0, 0, 0]^T, \quad {}^R\boldsymbol{\phi}_0^O = [0, 0, 0]^T.$$

W obliczeniach wykorzystano zależności podane w podrozdziale 4.2.4. Użyte wyniki są obarczone szeregiem błędów, które wynikają z niedokładności wskazań zastosowanych czujników, w szczególności akcelerometrów i żyroskopów, niedokładnej podstawy czasu (co omówiono we wcześniejszym podrozdziale) oraz niedokładnej kompensacji kątów przechylenia i pochylenia platformy mobilnej podczas ruchu robota. Wszystko to miało wpływ na dokładność wyliczanych wielkości takich, jak prędkości charakterystycznych punktów A_i robota (w środkach geometrycznych kół jezdnych), poślizgi wzdłużne kół jezdnych i kąty poprzecznego znośzenia. Kolejne błędy wynikały z całkowania numerycznego składowych przyspieszeń w celu obliczenia składowych prędkości i współrzędnych charakterystycznych punktów robota oraz całkowania prędkości kątowych w celu wyznaczenia orientacji platformy mobilnej. Szczególnie dużymi (skumulowanymi) błędami są obarczone współrzędne, np. charakterystycznego punktu R robota.

7.3. Badania w zakresie ruchu wzdłużnego robota

W pierwszej kolejności, podobnie jak w przypadku badań symulacyjnych, przeprowadzono badania empiryczne polegające na realizacji ruchu wzdłużnego robota, w przypadku którego korpus robota poruszał się ruchem postępowym, a koła jedne były w ruchu płaskim. W tym przypadku analizowany był przede wszystkim wpływ prędkości i przyspieszenia ruchu robota na poślizgi wzdłużne kół jezdnych. Badany był ruch robota po różnego typu podłożu, w tym po wykładzinie dywanowej i wykładzinie PCV.

W pierwszym etapie badań zadana prędkość charakterystycznego punkt R robota ${}^R v_{Rd}^O$ zmieniała się w sposób skokowy, tj. w chwili czasu t_0 zmieniała wartość z 0 na v_{Ru} , a w chwili czasu t_z zamieniała się z v_{Ru} na 0.

Z kolei w drugim etapie badań przebieg tej prędkości został zadany w postaci funkcji:

$${}^R v_{Rd}^O = {}^R v_{Rxd}^O = \begin{cases} \text{step}(t, t_0, 0, t_r, v_{Ru}) & \text{dla } t \leq (t_r + t_h)/2, \\ \text{step}(t, t_h, v_{Ru}, t_z, 0) & \text{dla } t > (t_r + t_h)/2, \end{cases} \quad (7.1)$$

gdzie: t – aktualny czas symulacji, t_0 , t_r , t_h , t_z – charakterystyczne chwile czasu, odpowiednio: rozpoczęcia ruchu, zakończenia rozpędzania, rozpoczęcia hamowania, zakończenia ruchu, v_{Ru} – zadana prędkość charakterystycznego punktu R robota w ruchu ustalonym.

W przypadku drugiego etapu badań założono występowanie następujących faz ruchu:

- rozpędzanie od chwili czasu t_0 do t_r na drodze l_r ,
- jazda ze stałą prędkością ${}^R v_{Rd}^O = v_{Ru}$ (w przedziale czasu od t_r do t_h) na drodze $L - l_r - l_h$,
- hamowanie od chwili czasu t_h do t_z na drodze l_h ,

gdzie długości L , l_r i l_h oznaczają odpowiednio: całkowitą długość drogi, drogę rozpędzania i drogę hamowania.

Drogę rozpędzania i hamowania wyznaczono zakładając maksymalne wartości przyspieszenia i rozpędzania robota, odpowiednio a_{Rr} i a_{Rh} , korzystając z zależności:

$$l_r = \frac{3}{4} \frac{(v_{Ru})^2}{a_{Rr}}, \quad l_h = \frac{3}{4} \frac{(v_{Ru})^2}{a_{Rh}}, \quad (7.2)$$

które wynikają z przebiegu prędkości ${}^R v_{Rd}^O$ (tj. zastosowanej funkcji $\text{step}(\bullet, \bullet, \bullet, \bullet, \bullet)$).

Założono początek ruchu w chwili czasu $t_0 = 0,5$ s. Pozostałe charakterystyczne chwile wyznaczone zostały na podstawie znanych długości L , l_r i l_h z poniższych zależności

$$t_r = 2l_r / v_{Ru} + t_0, \quad t_h = (L - l_r - l_h) / v_{Ru} + t_r, \quad t_z = 2l_h / v_{Ru} + t_h. \quad (7.3)$$

W badaniach pod uwagę brane były różne zadane maksymalne prędkości ruchu robota v_{Ru} (prędkości w ruchu ustalonym), różne maksymalne wartości przyspieszeń

rozpędzania i hamowania $a_{Rmax} = a_{Rr} = a_{Rh}$ oraz dobrane dla nich długości drogi L . Warianty eksperymentów pomiarowych dla przypadku ruchu wzdłużnego robota zestawiono w tab. 7.1. Podane w tabeli wartości przyspieszeń dotyczą wyłącznie badań dla przypadku łagodnej zmiany prędkości zadanej robota.

Tab. 7.1. Warianty eksperymentów pomiarowych dla ruchu wzdłużnego robota

Wariant	1	2	3	4	5	6
v_{Ru} (m/s)	0,1	0,3	0,7	1,0	1,6	2,0
a_{Rmax} (m/s ²)	0,2	0,7	1,5	2,0	3,2	4,0
L (m)	2,5	2,5	3,5	3,5	4,0	4,5

Zadane prędkości kątowne obrotu własnego kół jezdnych wyznaczono z zależności wynikającej z kinematyki (podrozdział 4.2.3):

$$\dot{\theta}_d = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_{3d} \\ \dot{\theta}_{4d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^R v_{Rd}^O / r \\ {}^R v_{Rd}^O / r \end{bmatrix}, \quad (7.4)$$

która jest odpowiednikiem zależności (4.29).

Tak obliczone prędkości kątowne obrotu własnego kół jezdnych odpowiadają przypadkowi ruchu robota bez poślizgu kół jezdnych z prędkością korpusu ${}^R v_{Rd}^O$.

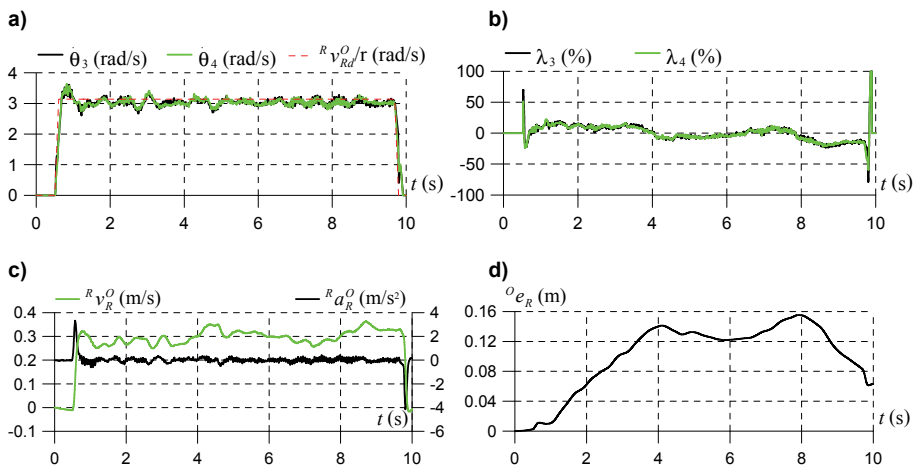
7.3.1. Badania ruchu robota z napędem na tylne koła jezdne

Badania empiryczne ruchu robota były realizowane dla przypadku skokowych i łagodnych zmian zadanej prędkości ruchu punktu R robota ${}^R v_{Rd}^O$. W pierwszej kolejności prezentowane są uzyskane wyniki dla skokowych zmian tej prędkości, co umożliwia znalezienie maksymalnych przyspieszeń występujących podczas rozpędzania i hamowania robota.

Eksperyment 7.1

W ramach pierwszego eksperymentu pomiarowego badany był ruch wzdłużny po wykładzinie dywanowej robota napędzanego na tylne koła z zadaną prędkością maksymalną $v_{Ru} = 0,3$ m/s. Z uzyskanych wyników widać w szczególności, że napędzane koła jezdne szybko osiągają prędkości kątowne równe zadanym i w trakcie zadanego ruchu ustalonego oscylują wokół tych wartości (rys. 7.3a). Poślizgi wzdłużne mają wartości dodatnie w początkowym okresie ruchu, przy czym duże wartości są tylko w momencie rozpoczęcia ruchu, oraz wyraźnie ujemne wartości podczas hamowania (rys. 7.3b).

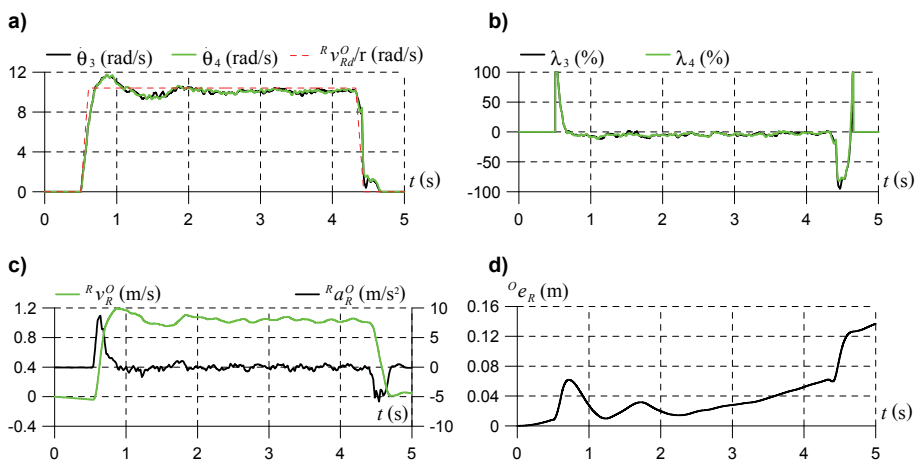
W trakcie jazdy robota z zadaną stałą prędkością można zaobserwować oscylacje prędkości kątowych, co może wynikać ze zmiennych warunków współpracy kół jezdnych z podłożem oraz działania wewnętrznego regulatora prędkości kół jezdnych robota. Robot podczas rozpędzania osiąga maksymalne przyspieszenie ok. 3 m/s^2 , natomiast w trakcie hamowania przyspieszenie to dochodzi do ok. -4 m/s^2 (rys. 7.3c). Maksymalny błąd pozycji robota wynosi ok. $0,16$ m, natomiast ostatecznie osiąga wartość ok. $0,06$ m (rys. 7.3d). Wnioski wynikające z eksperymentu pomiarowego są zbliżone z wynikami analogicznej symulacji (**Symulacja 5.12**).



Rys. 7.3. Wyniki ruchu wzdłużnego robota SCOUT napędzanego na tylne koła jezdne, z zadaną prędkością $v_{Ru} = 0,3$ m/s, po wykładzinie dywanowej, dla skokowych zmian prędkości

Eksperyment 7.2

Kolejny eksperyment pomiarowy został zrealizowany w analogicznych jak poprzednio warunkach, lecz dla zadanej maksymalnej prędkości $v_{Ru} = 1,0$ m/s. Tym razem można zaobserwować większe błędy realizacji założonego ruchu, co ma odzwierciedlenie w postaci przebiegów czasowych prędkości kątowych obrotu własnego kół jezdnych (rys. 7.4a) oraz prędkości punktu R robota (rys. 7.4c).

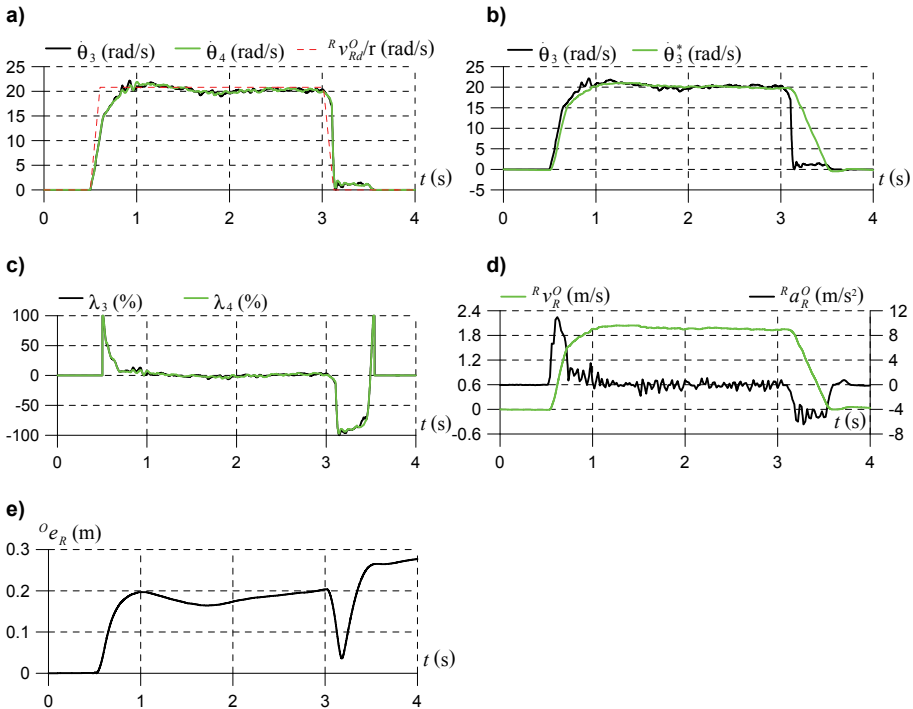


Rys. 7.4. Wyniki ruchu wzdłużnego robota SCOUT napędzanego na tylne koła jezdne, z zadaną prędkością $v_{Ru} = 1,0$ m/s, po wykładzinie dywanowej, w przypadku skokowych zmian prędkości

W trakcie rozpędzania i hamowania wyraźniej niż poprzednio uwidacznia się poślizg wzdłużny, który po osiągnięciu wartości 100 % maleje do ok. 0 %, pod koniec ruchu osiąga wartość ok. -100 % i następnie wraca do poziomu 0 % (rys. 7.4b). Analizując otrzymane wyniki można zauważyć ich dużą zbieżność z wynikami analogicznej symulacji (**Symulacja 5.15**), w której uwzględniono w modelu symulacyjnym dynamikę napędów robota. Dodatkowo, powstałe w eksperymencie błędy (głównie oscylacje prędkości) wynikają z działania wewnętrznego regulatora prędkości kół jezdnych robota. W badaniach symulacyjnych zaobserwowano nieco inny przebieg przyspieszenia w trakcie rozpędzania, co wynikało z nieco innego przebiegu prędkości kątowych obrotu własnego kół jezdnych, co z kolei było spowodowane zastosowaniem regulatora tych prędkości na rzeczywistym robocie.

Eksperyment 7.3

W następnym eksperymencie pomiarowym robot realizował ruch po wykładzinie dywanowej z zadaną prędkością maksymalną $v_{Ru} = 2,0$ m/s, tj. z prędkością bliską maksymalnej możliwej do uzyskania przez robota. Celem eksperymentu było wyznaczenie maksymalnych możliwych dla robota przyspieszeń w trakcie rozpędzania i hamowania.



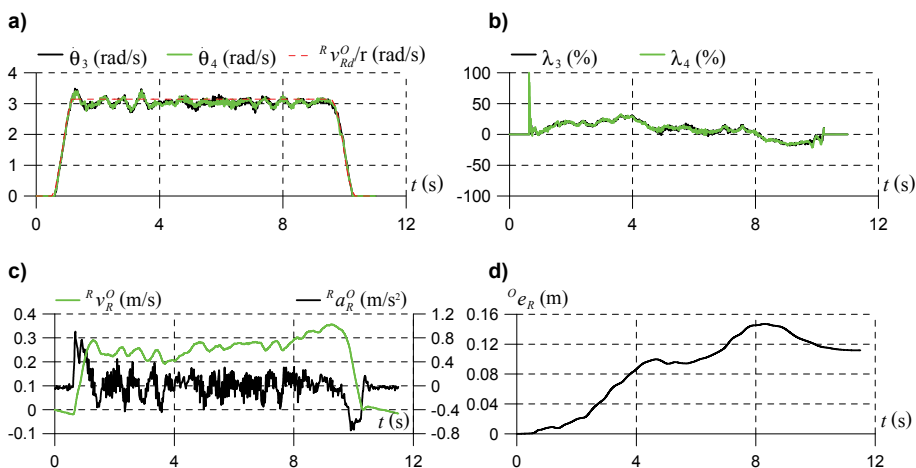
Rys. 7.5. Wyniki ruchu wzdłużnego robota SCOUT napędzanego na tylne koła jezdne, z zadaną prędkością $v_{Ru} = 2,0$ m/s, po wykładzinie dywanowej, w przypadku skokowych zmian prędkości

W eksperymencie zaobserwowano jeszcze większe błędy realizacji zakładanego ruchu w stosunku do wyników poprzedniego eksperymentu dla $v_{Ru} = 1,0$ m/s (por. rys. 7.4d i rys. 7.5e). Błąd pozycji robota osiąga ostatecznie wartość równą ok. 0,3 m (rys. 7.5e). Wyniki eksperymentu posiadają analogiczne cechy do wyników symulacji zrealizowanej dla analogicznych założeń (**Symulacja 5.16**). W trakcie hamowania można zauważyć charakterystyczną cechę, jaką jest gwałtowne zmniejszenie się prędkości kątowych napędzanych kół jezdnych do niewielkiej wartości i utrzymywanie tej prędkości aż do końcowej fazy ruchu (rys. 7.5a). Zjawiska tego nie zaobserwowano w symulacji ruchu robota bez uwzględnienia w modelu dynamiki napędów (**Symulacja 5.14**), dlatego należy przypuszczać, że jest ono związane z bezwładnością napędów robota. Robot podczas rozpędzania osiągnął maksymalne przyspieszenie ok. 10 m/s^2 , natomiast w trakcie hamowania przyspieszenie stosunkowo długo oscylowało wokół wartości ok. -5 m/s^2 (rys. 7.5d).

Kolejne zaprezentowane wyniki badań empirycznych dotyczą ruchu robota dla przypadku łagodnych zmian zadanej prędkości punktu R robota. W pierwszej kolejności analizowany jest ruch robota po wykładzinie dywanowej.

Eksperyment 7.4

Pierwszy eksperyment pomiarowy dla łagodnych zmian prędkości przeprowadzono dla zadanej prędkości maksymalnej $v_{Ru} = 0,3$ m/s. Robot był w ruchu wzdłużnym i przemieszczał się po wykładzinie dywanowej. Robot w początkowym okresie ruchu wiernie realizował zadany ruch szybko osiągając zakładaną prędkość, następnie prędkość ta oscylowała wokół wartości zadanej, aż w końcu zmniejszała się dosyć dokładnie w stosunku do wartości zadanej (rys. 7.6a). Prędkość ruchu robota była zbliżona do prędkości zadanej, przy czym w początkowym okresie ruchu była mniejsza od tej wartości, a pod koniec większa (rys. 7.6c). Różnice te mogą wynikać z niedokładności metody pomiaru prędkości na podstawie wskazań akcelerometrów.

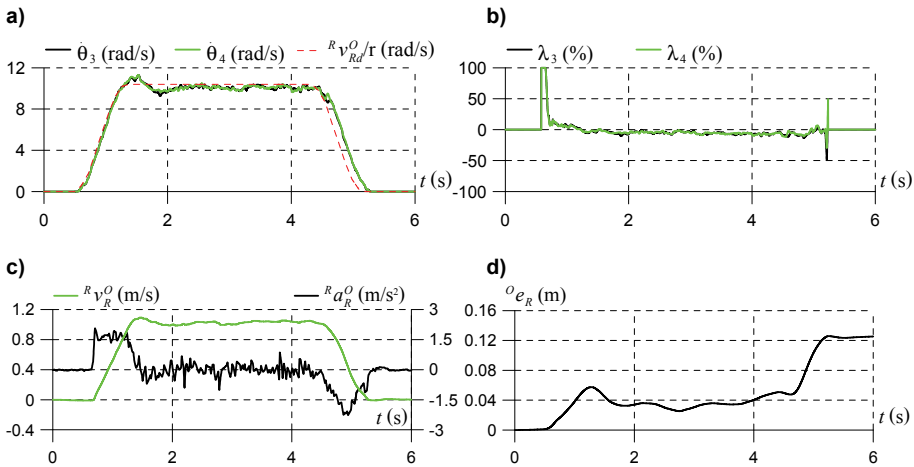


Rys. 7.6. Wyniki ruchu wzdłużnego robota SCOUT napędzanego na tylne koła jezdne, z zadaną prędkością $v_{Ru} = 0,3$ m/s, po wykładzinie dywanowej, w przypadku łagodnych zmian prędkości

W związku z tymi różnicami w początkowym okresie ruchu poślizg wzdłużny był głównie dodatni, a pod koniec ujemny (rys. 7.6b). Robot podczas manewru rozpędzania i hamowania osiągnął maksymalne przyspieszenia zbliżone do zakładanych, tj. $\pm 0,8 \text{ m/s}^2$ (rys. 7.6c). Uzyskane wyniki eksperymentu są nieco gorsze od wyników symulacji zrealizowanej dla analogicznych założeń (**Symulacja 5.17**), tj. maksymalny błąd pozycji osiągnął większą wartość (por. rys. 5.17g i rys. 7.6d).

Eksperyment 7.5

Kolejny eksperyment pomiarowy był realizowany dla analogicznych założeń jako poprzednio, lecz dla zadanej prędkości maksymalnej $v_{Ru} = 1,0 \text{ m/s}$. Jego odpowiednikiem jest **Symulacja 5.18**. Robot początkowo realizował założony ruch stosunkowo wiernie, po osiągnięciu zadanej prędkości ruchu występowały niewielkie oscylacje prędkości, natomiast w trakcie hamowania robot miał wyraźnie większą prędkość w stosunku do zadanej, tj. hamował z opóźnieniem w stosunku do sterowania (rys. 7.7a). W momencie rozruchu występowały duże wartości poślizgu wzdłużnego dla napędzanych kół jezdnych lecz szybko spadły one do wartości bliskiej zero, z kolei w końcowej fazie hamowania pojawiły się oscylacje wokół wartości zerowej (rys. 7.7b). Robot podczas rozpędzania osiągnął maksymalne przyspieszenie bliskie 2 m/s^2 , natomiast w trakcie hamowania ponad -2 m/s^2 . Podobnie jak poprzednio maksymalny błąd pozycji osiągnął większą wartość w stosunku do symulacji (por. rys. 5.18g i rys. 7.7d).

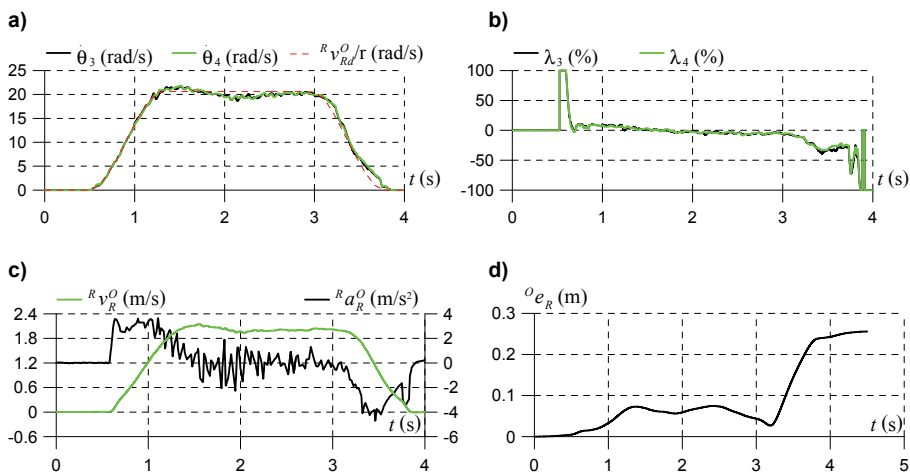


Rys. 7.7. Wyniki ruchu wzdłużnego robota SCOUT z napędem na tylne koła jezdne, zadaną prędkością $v_{Ru} = 1,0 \text{ m/s}$, po wykładzinie dywanowej, dla łagodnych zmian prędkości

Eksperyment 7.6

W ramach następnego eksperymentu pomiarowego realizowany był ruch robota zadaną prędkością maksymalną $v_{Ru} = 2,0 \text{ m/s}$, która była bliska maksymalnej prędkości możliwej do osiągnięcia przez robota. Eksperyment ten został zrealizowany dla analogicznych założeń jak **Symulacja 5.19** i **Symulacja 5.20**. Ruch robota był realizowany stosunkowo dokładnie, co widać z uzyskanych przebiegów prędko-

ści (rys. 7.8a). Podczas rozpędzania poślizg wzdlużny początkowo osiągnął wartość 100 %, aby dosyć szybko spaść do niewielkiej dodatniej wartości, następnie był bliski zera, wreszcie podczas hamowania był ujemny, osiągając pod koniec ruchu wartość -100 % (rys. 7.8b). Niewielkie wartości poślizgu w ruchu ustalonym (początkowo dodatnie, później ujemne) mogą być obarczone błędem spowodowanym niedokładnościami wynikającymi z obliczania prędkości na podstawie wskazań akcelerometrów. Podczas rozpędzania robot uzyskał nieco mniejsze przyspieszenie niż zakładano, tj. nieco ponad 3 m/s^2 , natomiast podczas hamowania jego przebieg był już bardziej zbliżony do zadanego (rys. 7.8c). Maksymalny błąd pozycji miał większą wartość w stosunku do symulacji, ale był tego samego rzędu.



Rys. 7.8. Wyniki ruchu wzdlużnego robota SCOUT napędzanego na tylne koła jezdne, z zadaną prędkością $v_{Ru} = 2,0 \text{ m/s}$, po wykładzinie dywanowej, w przypadku łagodnych zmian prędkości

Przedmiotem badań empirycznych był także ruch robota napędzanego na tylne koła jezdne po wykładzinie PCV dla łagodnych zmian zadanej prędkości ruchu. Wyniki tych badań były zbliżone do wyników badań ruchu robota po wykładzinie dywanowej, dlatego zostały pominięte w pracy.

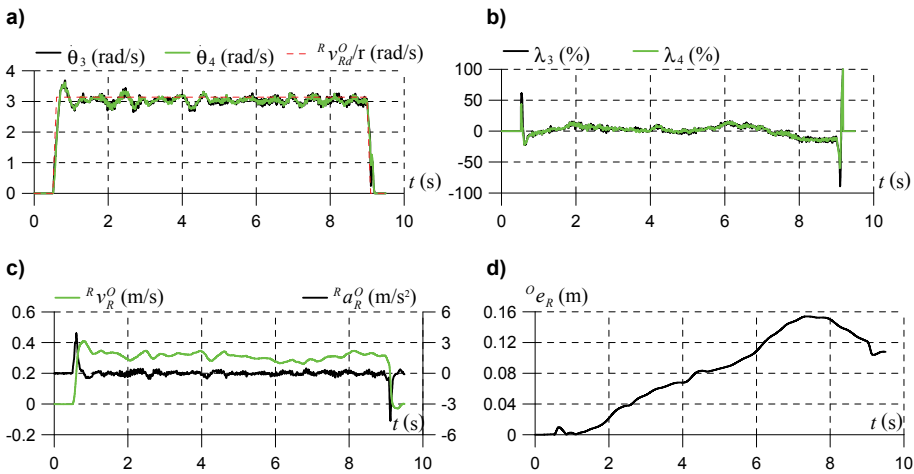
7.3.2. Badania ruchu robota z hybrydowym układem jezdny

Dalsze badania empiryczne były już realizowane dla robota z hybrydowym układem jezdny. W pierwszej kolejności, podobnie jak poprzedni analizowano ruch wzdlużny robota w przypadku skokowych zmian prędkości zadanych, a następnie w wersji z prędkościami zmieniającymi się łagodnie. Analizowany był ruch robota po wykładzinie dywanowej i wykładzinie PCV.

Eksperyment 7.7

Pierwszy eksperyment pomiarowy ruchu robota z hybrydowym układem jezdny został zrealizowany dla zadanej prędkości maksymalnej $v_{Ru} = 0,3 \text{ m/s}$. Robot poruszał się po wykładzinie dywanowej. Uzyskane wyniki tego eksperymentu są bardzo

zbliżone do wyników analogicznego eksperymentu pomiarowego dla robota z napędem wyłącznie na tylne koła jezdne (**Eksperyment 7.1**). Porównując je z wynikami podobnej symulacji bez uwzględnienia dynamiki napędów (**Symulacja 5.21**) można zauważyć, że w eksperymencie uzyskano znacznie większy błąd pozycji robota (por. rys. 5.21g i rys. 7.9d). Może to być spowodowane niedokładnościami obliczeń pozycji robota za pomocą użytego systemu nawigacji bezwładnościowej oraz działaniem wewnętrznego regulatora prędkości kół jezdnych zaimplementowanego na robocie, który nie gwarantował zapewnienia odpowiedniej dokładności realizacji prędkości kątowych obrotu własnego kół jezdnych, co widać z przebiegów czasowych pokazanych na rys. 7.9a. Ponadto w symulacji nie była uwzględniona dynamika napędów, co dodatkowo spowodowało, że uzyskane wyniki symulacji były lepsze w stosunku do niniejszego eksperymentu.

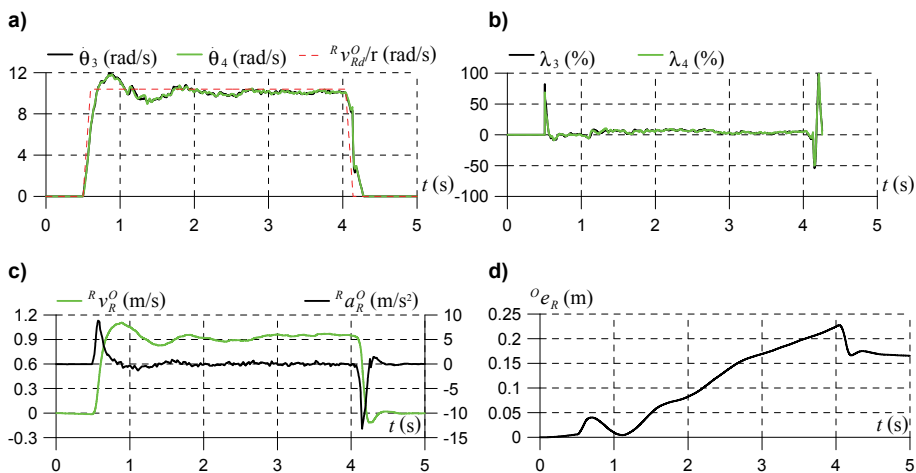


Rys. 7.9. Wyniki ruchu wzdlużnego robota SCOUT z hybrydowym układem jezdny, z zadaną prędkością $v_{Ru} = 0,3$ m/s, po wykładzinie dywanowej, w przypadku skokowych zmian prędkości

Eksperyment 7.8

Kolejny eksperyment pomiarowy został zrealizowany w podobnych warunkach jak poprzednio, dla zadanej prędkości maksymalnej $v_{Ru} = 1,0$ m/s. Porównując uzyskane wyniki z analogicznym eksperymentem dla robota napędzanego wyłącznie na tylne koła jezdne (**Eksperyment 7.2**) można zauważyć, że wprowadzenie pasków zębatych spowodowało, że poślizg wzdlużny podczas rozpędzania szybciej maleje od 100 % do wartości bliskiej zera i podobnie w trakcie hamowania szybciej osiąga dużą ujemną wartość (por. rys. 7.4b i rys. 7.10b). Widać również, że podczas rozpędzania przebieg przyspieszenia był bardzo podobny, natomiast w trakcie hamowania w przypadku zastosowania pasków zębatych uzyskano większą bezwzględną wartość przyspieszenia, czyli droga hamowania była krótsza (por. rys. 7.4c i rys. 7.10c). Powstałe różnice wynikają z tego, że w przypadku napędzania robota wyłącznie na tylne koła jezdne, podczas hamowania dociążone przednie koła jezdne praktycznie

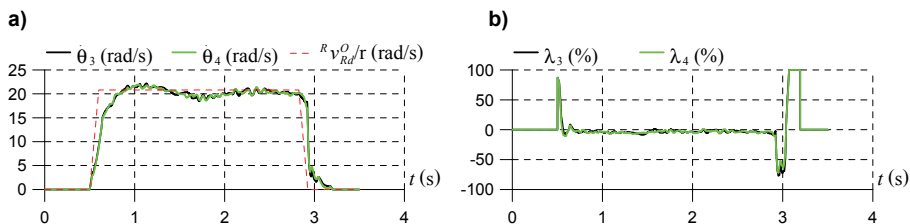
nie brały udziału w hamowaniu. Porównując uzyskany przebieg prędkości i przyspieszenia punktu R robota z tym, który otrzymano w analogicznej symulacji (**Symulacja 5.23**), można zauważyć dużą zbieżność wyników. Ponadto, zarówno w obu eksperymentach pomiarowych, jak i w symulacji uzyskano zbliżony błąd pozycji (por. rys. 5.23g, rys. 7.4d i rys. 7.10d).

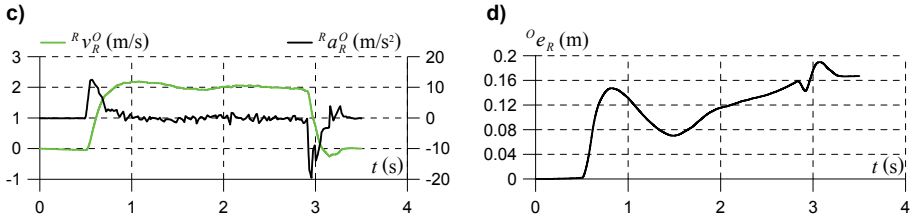


Rys. 7.10. Wyniki ruchu wzdłużnego robota SCOUT z hybrydowym układem jezdnym, zadaną prędkością $v_{Ru} = 1,0$ m/s, po wykładzinie dywanowej, w przypadku skokowych zmian prędkości

Eksperyment 7.9

W następnym eksperymencie pomiarowym robot poruszał się nadal po wykładzinie dywanowej lecz tym razem z zadaną prędkością maksymalną $v_{Ru} = 2,0$ m/s. Eksperyment ten był realizowany dla analogicznych założeń jak **Symulacja 5.24**. W jego rezultacie uzyskano zbieżne wyniki z tą symulacją. W szczególności uzyskano podobny przebieg prędkości i przyspieszeń (por. rys. 5.24a i rys. 5.24c oraz rys. 7.11a i rys. 7.11c). Większe różnice występują w przebiegach poślizgu wzdłużnego (por. rys. 5.24b i rys. 7.11b), co mogło być spowodowane większą bezwładnością rzeczywistych zespołów napędowych robota w stosunku do modelu symulacyjnego. Uzyskany błąd pozycji jest tego samego rzędu, ale ma odmienny przebieg (por. rys. 5.24g i rys. 7.11d).





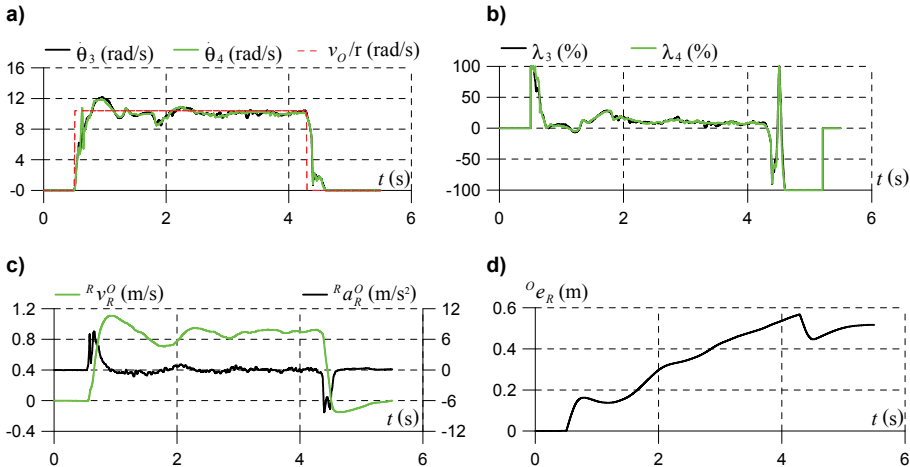
Rys. 7.11. Wyniki ruchu wzdłużnego robota SCOUT z hybrydowym układem jezdny, zadaną prędkością $v_{Ru} = 2,0$ m/s, po wykładzinie dywanowej, w przypadku skokowych zmian prędkości

Podczas eksperymentu zauważono, że w trakcie hamowania wystąpiło wyraźne oderwanie się tylnych kół jezdnych od podłoża, co zaobserwowano także na etapie badań symulacyjnych.

Dalsze dwa eksperymenty pomiarowe dotyczyły analogicznego jak poprzednio ruchu robota, lecz tym razem po wykładzinie PCV.

Eksperyment 7.10

Pierwszy eksperyment pomiarowy na wykładzinie PCV dotyczył ruchu robota z hybrydowym układem jezdny i został przeprowadzony dla założonej maksymalnej prędkości $v_{Ru} = 1,0$ m/s. Z analizy wyników widać, że przebiegi czasowe prędkości kątowych napędzanych kół jezdnych były zbliżone do wyników analogicznego eksperymentu na wykładzinie dywanowej (**Eksperyment 7.8**), ale tym razem duże wartości poślizgu wzdłużnego podczas rozpędzania i hamowania utrzymywały się dłużej (por. rys. 7.10b i rys. 7.12b).

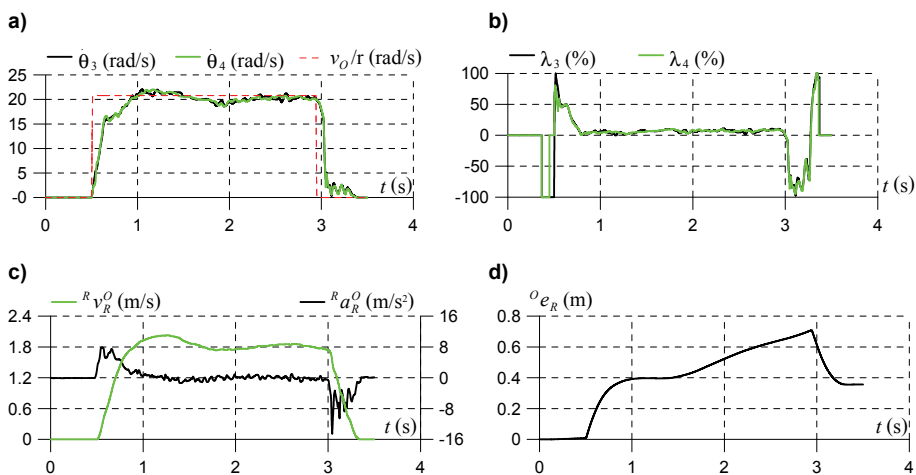


Rys. 7.12. Wyniki ruchu wzdłużnego robota SCOUT z hybrydowym układem jezdny, zadaną prędkością $v_{Ru} = 1,0$ m/s, po wykładzinie PCV, w przypadku skokowych zmian prędkości

Poślizgi wzdłużne mają wpływ na przebiegi prędkości i przyspieszenia punktu R robota, dlatego też robot uzyskuje mniejsze wartości przyspieszeń (por. rys. 7.10c i rys. 7.12c). Dlatego błąd pozycji jest ostatecznie znacznie większy w stosunku do podobnego ruchu po wykładzinie dywanowej (por. rys. 7.10d i rys. 7.12d). Odnosząc się do analogicznej symulacji ruchu robota (**Symulacja 5.25**) można zauważyć podobieństwo uzyskanych wyników, przy czym w eksperymencie w trakcie zakładanego ruchu ustalonego robota występowały większe niż w symulacji wartości poślizgu wzdłużnego (por. rys. 5.25b i rys. 7.12b), przez co robot jechał z mniejszą prędkością niż zadana (rys. 7.12c), dlatego też występował duży błąd pozycji robota, który ostatecznie osiągnął wartość ok. 0,5 m (rys. 7.12d).

Eksperyment 7.11

Podobny do poprzedniego eksperyment pomiarowy wykonano dla zadanej prędkości maksymalnej $v_{Ru} = 2,0$ m/s. Porównując wyniki z analogicznym eksperymentem na wykładzinie dywanowej można zaobserwować zbliżony przebieg prędkości kątowych obrotu własnego kół jezdnych (por. rys. 7.11a i rys. 7.13a) oraz znacznie większe wartości poślizgu wzdłużnego podczas rozpędzania i hamowania (por. rys. 7.11b i rys. 7.13b). Dlatego robot osiągnął mniejsze wartości przyspieszeń (por. rys. 7.11c i rys. 7.13c) i ostatecznie większy błąd pozycji (por. rys. 7.11d i rys. 7.13d). Porównując wyniki eksperymentu pomiarowego do analogicznej symulacji ruchu robota (**Symulacja 5.26**) można zauważyć duże podobieństwo uzyskanych przebiegów, jednakże tym razem w eksperymencie występowały mniejsze wartości poślizgu wzdłużnego w stosunku do symulacji (por. rys. 5.26b i rys. 7.13b). W trakcie eksperymentu wystąpił podobny maksymalny błąd pozycji robota, jednak ostatecznie błąd ten osiągnął większą wartość (por. rys. 5.26g i rys. 7.13d).



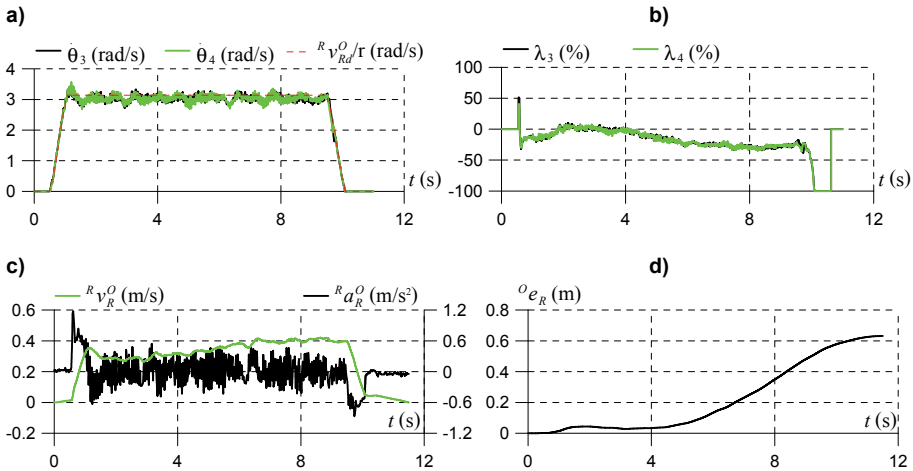
Rys. 7.13. Wyniki ruchu wzdłużnego robota SCOUT z hybrydowym układem jezdnym, z zadaną prędkością $v_{Ru} = 2,0$ m/s, po wykładzinie PCV, w przypadku skokowych zmian prędkości

Kolejne eksperymenty pomiarowe dotyczą już ruchu robota, w którym zadana prędkość punktu R zmieniała się łagodnie.

Eksperyment 7.12

W ramach pierwszego takiego eksperymentu robot poruszał się po wykładzinie dywanowej i założono maksymalną prędkość $v_{Ru} = 0,3$ m/s. Przebiegi prędkości i przyspieszeń są zbliżone do tych, które uzyskano w analogicznym eksperymencie dla napędu na tylne koła jezdne, bez użycia pasków zębatych (por. rys. 7.6a i rys. 7.6c oraz rys. 7.14a i rys. 7.14c).

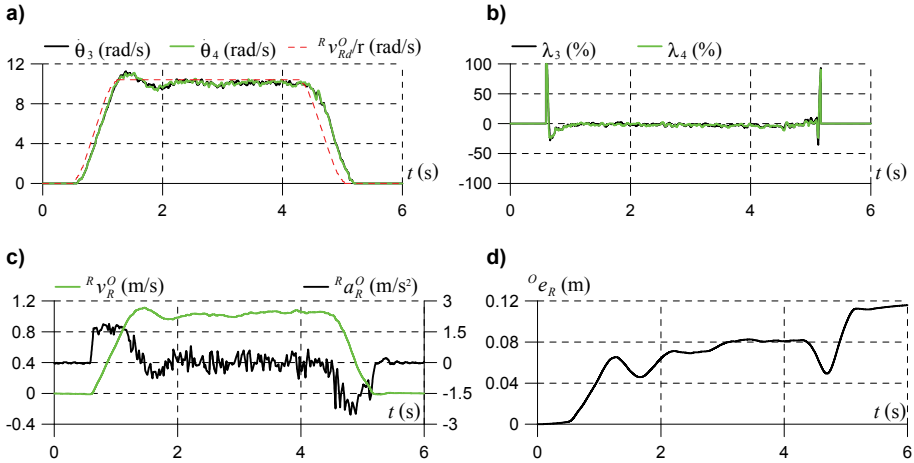
Inaczej wyglądają przebiegi poślizgu wzdłużnego podczas hamowania (por. rys. 7.14b i 7.6b). Jest to spowodowane błędami w wyznaczaniu prędkości punktu R , tj. nie udało się dostatecznie dokładnie skompensować przechylenia robota, wskutek czego obliczona w końcowym etapie prędkość jest wyraźnie większa od zera nawet po zatrzymaniu robota (rys. 7.14c), co ma wpływ na błędne obliczenie poślizgu wzdłużnego. W wyniku eksperymentu uzyskano tym razem większy błąd pozycji robota (por. rys. 7.6d i rys. 7.14d).



Rys. 7.14. Wyniki ruchu wzdłużnego robota SCOUT z hybrydowym układem jezdny, zadaną prędkością $v_{Ru} = 0,3$ m/s, po wykładzinie dywanowej, w przypadku łagodnych zmian prędkości

Eksperyment 7.13

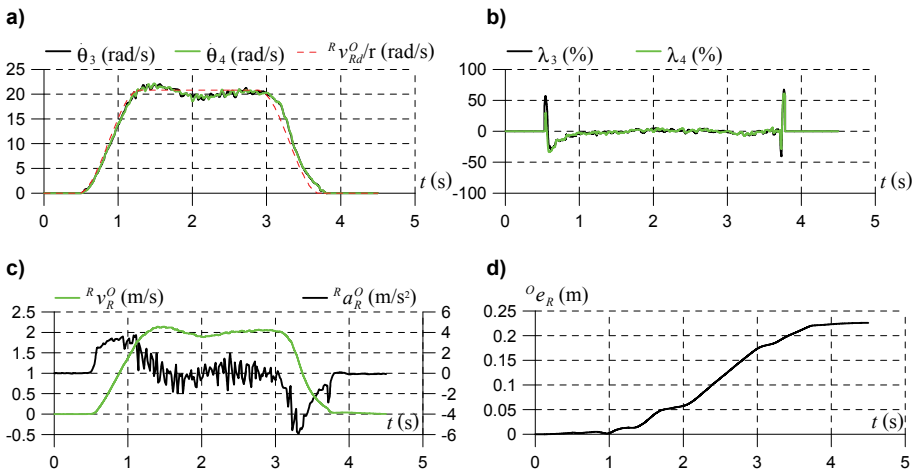
Kolejny eksperyment pomiarowy zrealizowano dla analogicznych założeń jak poprzednio lecz dla zakładanej prędkości maksymalnej $v_{Ru} = 1,0$ m/s. Konfrontując uzyskane rezultaty z wynikami analogicznego eksperymentu dla przypadku napędzania robota wyłącznie na tylne koła jezdne (**Eksperyment 7.5**) można zaobserwować duże podobieństwo tych wyników. Biorąc pod uwagę otrzymane przebiegi prędkości, przyspieszeń, poślizgów wzdłużnych oraz błędu pozycji wyniki te są także zbliżone z rezultatami analogicznej symulacji (**Symulacja 5.27**).



Rys. 7.15. Wyniki ruchu wzdłużnego robota SCOUT z hybrydowym układem jezdny, zadaną prędkością $v_{Ru} = 1,0$ m/s, po wykładzinie dywanowej, w przypadku łagodnych zmian prędkości

Eksperyment 7.14

Następny eksperyment pomiarowy związany z ruchem wzdłużnym robota po wykładzinie dywanowej z użyciem hybrydowego układu jezdny został przeprowadzony dla zadanej prędkości maksymalnej $v_{Ru} = 2,0$ m/s.



Rys. 7.16. Wyniki ruchu wzdłużnego robota SCOUT z hybrydowym układem jezdny, zadaną prędkością $v_{Ru} = 2,0$ m/s, po wykładzinie dywanowej, w przypadku łagodnych zmian prędkości

Zasadnicza różnica wyników tego eksperymentu w stosunku do eksperymentu dla przypadku napędzania robota tylko na tylne koła jezdne (**Eksperyment 7.6**)

uwidacznia się w początkowej i końcowej fazie ruchu, co widać najlepiej na przebiegach poślizgu wzdłużnego (por. rys. 7.8b i rys. 7.16b). Ponadto, podczas hamowania robot osiąga tym razem większe przyspieszenie co do bezwzględnej wartości (por. rys. 7.8c i rys. 7.16c). Dzięki krótszej drodze hamowania, ostateczna wartość błędu pozycji jest tym razem mniejsza (por. rys. 7.8d i rys. 7.16d).

7.4. Badania w zakresie ruchu obrotowego robota

W ramach kolejnych badań empirycznych ruchu robota SCOUT rozpatrywany był ruch obrotowy robota wokół jego osi pionowej, zakładając brak ruch środka geometrycznego robota, tj. punktu R . W tym przypadku analizowane były przede wszystkim parametry kątowe obrotu własnego platformy mobilnej, tj. ${}^R\varphi_{0z}^O$, ${}^R\dot{\varphi}_{0z}^O$ i ${}^R\ddot{\varphi}_{0z}^O$ dla zadanych parametrów kątowych obrotu własnego kół jezdnych, tj. θ_i , $\dot{\theta}_i$ i $\ddot{\theta}_i$ oraz poślizgi wzdłużne λ_i i poprzeczne (których miarą były kąty poprzecznego znośzenia α_i) kół jezdnych. Realizowane było zarówno obracanie w lewo, jak i w prawo. Badania przeprowadzono na podłożach typu wykładzina dywanowa i wykładzina PCV.

Na początku realizowany był pierwszy etap badań, który polegał na tym, że zadane prędkości kątowe obrotu własnego kół jezdnych zmieniały się w sposób skokowy, tj. w chwili t_0 ich wartości zmieniały się z 0 na $\dot{\theta}_u$, a następnie w chwili t_z z $\dot{\theta}_u$ na 0. Maksymalne wartości prędkości kątowych obrotu własnego kół jezdnych były obliczane z poniższego wzoru:

$$\dot{\theta}_u = \pm v_{Ou} / r, \quad (7.5)$$

tj. odpowiadały one zakładanym maksymalnym wartościom prędkości obwodowej kół jezdnych v_{Ou} , które przyjmowano analogicznie do wartości prędkości v_{Ru} w przypadku ruchu wzdłużnego robota (tab. 7.1).

W przypadku obracania robota w lewo, w zależności (7.5) przyjmowano znak „+”, natomiast dla obracania w prawo znak „-”. Koła jezdne w trakcie ruchu robota miały zadawane następujące prędkości kątowe:

$$\dot{\theta}_{rd} = -\dot{\theta}_{ld} = \dot{\theta}_u. \quad (7.6)$$

W ramach drugiego etapu badań zadane prędkości kątowe obrotu własnego kół jezdnych zmieniały się już w sposób łagodny, tj. zgodnie ze wzorem:

$$\dot{\theta}_{rd} = -\dot{\theta}_{ld} = \begin{cases} \text{step}(t, t_0, 0, t_r, \dot{\theta}_u) & \text{dla } t \leq (t_r + t_h) / 2, \\ \text{step}(t, t_h, \dot{\theta}_u, t_z, 0) & \text{dla } t > (t_r + t_h) / 2, \end{cases} \quad (7.7)$$

gdzie: t – aktualny czas, t_0 , t_r , t_h , t_z – charakterystyczne chwile czasu, odpowiednio: rozpoczęcia ruchu, zakończenia rozpędzania, rozpoczęcia hamowania, zakończenia ruchu.

W przypadku drugiego etapu badań założono więc występowanie analogicznych faz ruchu, jak dla ruchu wzdłużnego:

- rozpędzanie od chwili czasu t_0 do t_r ,

- obracanie ze stałą prędkości $\dot{\theta}_{rd} = -\dot{\theta}_{ld} = \dot{\theta}_u$ (w przedziale czasu od t_r do t_h),
- hamowanie od chwili czasu t_h do t_z .

Przyjęte maksymalne wartości prędkości obwodowej v_{Ou} odpowiadają teoretycznym (hipotetycznym) wartościom prędkości kątowej obrotu własnego platformy mobilnej, jaką miałyby ona w przypadku braku poślizgów na styku kół jezdnych z podłożem:

$$\omega_{0zu} = \pm 2v_{Ou}/W. \quad (7.8)$$

Do badań przyjęto teoretyczne (hipotetyczne) wartości maksymalnej prędkości kątowej obrotu własnego platformy mobilnej ω_{0zu} i maksymalnego przyspieszenia kątowego ε_{0zm} oraz zakładany kąt obrotu własnego platformy mobilnej φ_{0zm} będący efektem ruchu. W rzeczywistości, jak to zostanie pokazane dalej, wskutek występujących poślizgów kół jezdnych platforma mobilna będzie obracać się z mniejszą prędkością kątową i z mniejszymi przyspieszeniami kątowymi, wskutek czego dozna ona obrotu o mniejszy kąt niż zakładany.

Do badań przyjęto następujące zależności:

$$\varphi_{0zr} = \varphi_{0zh} = \frac{3}{4} \frac{(\omega_{0zu})^2}{\varepsilon_{0zm}}, \quad (7.9)$$

gdzie: φ_{0zr} , φ_{0zh} to hipotetyczne kąty obrotu platformy mobilnej podczas odpowiednio rozpędzania i hamowania.

Charakterystyczne chwile czasu obliczono na podstawie zakładanych kątów obrotu platformy mobilnej i maksymalnych prędkości kątowych jej obracania korzystając ze wzorów:

$$t_r = 2\varphi_{0zr} / |\omega_{0zu}| + t_0, \quad t_h = (\varphi_{0zm} - \varphi_{0zr} - \varphi_{0zh}) / |\omega_{0zu}| + t_r, \quad t_z = 2\varphi_{0zh} / |\omega_{0zu}| + t_h. \quad (7.10)$$

W badaniach empirycznych dla obracania robota w lewo i prawo analizowane były warianty przedstawione w tab. 7.2. Podane w tabeli wartości przyspieszenia kątowego ε_{0zm} dotyczą wyłącznie omówionego drugiego etapu badań.

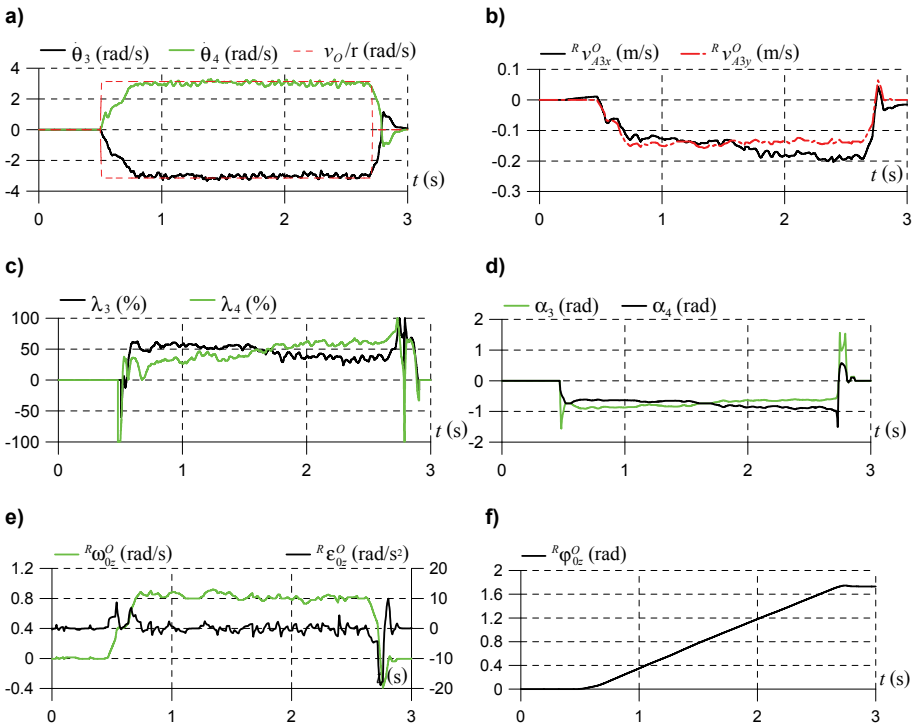
Tab. 7.2. Warianty eksperymentów pomiarowych dla obracania robota

Wariant	1	2	3
v_{Ou} (m/s)	0,3	1,0	2,0
φ_{0zm} (rad)	π	2π	2π
ω_{0zu} (rad/s)	1,55	5,18	10,36
ε_{0zm} (rad/s ²)	$3/2\pi$	5π	10π

W ramach badań empirycznych analizowano obracanie robota na wykładzinie dywanowej i wykładzinie PCV. Poniżej przedstawiono wyniki wybranych eksperymentów pomiarowych.

Eksperyment 7.15

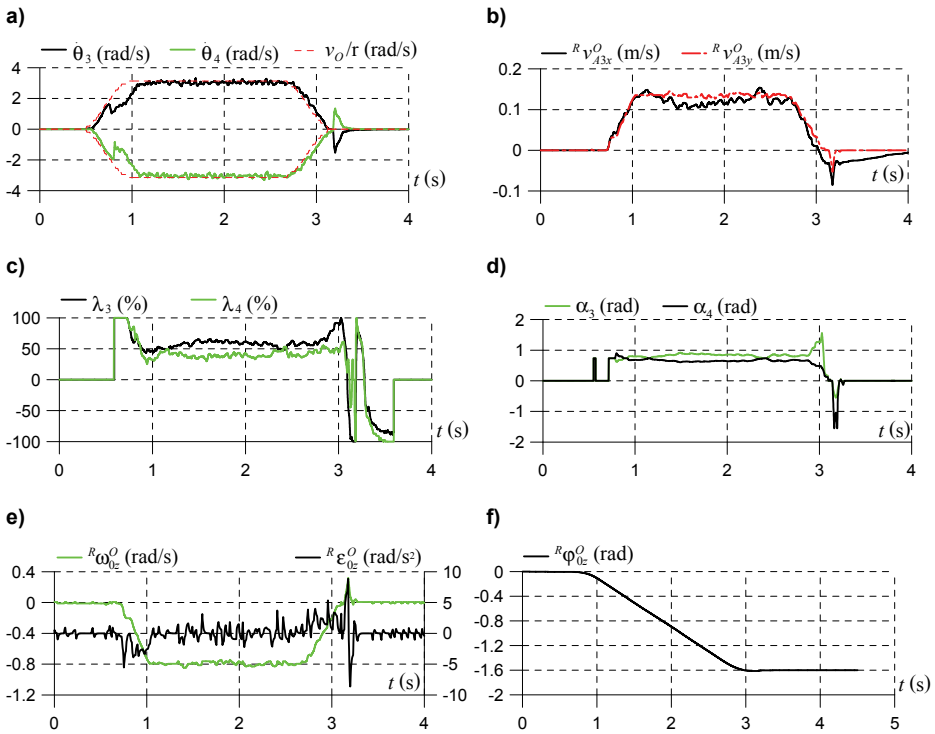
Pierwszy eksperyment pomiarowy obracania robota w lewo przeprowadzono dla hybrydowego układu jezdnego na wykładzinie dywanowej dla maksymalnej prędkości obwodowej napędzanych kół jezdnych $v_{Ou} = 0,3$ m/s. Koła jezdne robota stosunkowo wolno osiągnęły zakładane prędkości kątowe wynikające z przyjętej prędkości obwodowej (rys. 7.17a). W wyniku ich obracania charakterystyczne punkty A_i robota (znajdujące się w środkach geometrycznych kół – rys. 4.3b) osiągnęły w ruchu ustalonym prędkości wynoszące ok. 50 % spodziewanych wartości, co pokazano na rys. 7.17b na przykładzie napędzanego koła jezdnego nr 3. Wynika to z faktu, że poślizgi wzdłużne tych kół osiągnęły wartości zbliżone do 50 % (rys. 7.17c). W trakcie manewru obracania kąt poprzecznego znoszenia był bliski $-\pi/4$ (rys. 7.17d). Podczas ustalonego obracania prędkość kątowa obrotu własnego korpusu robota wynosiła około 0,8 rad/s (rys. 7.17e), a kąt obrotu wyniósł ostatecznie około 1,7 rad (rys. 7.17f). Zatem wartości tych parametrów stanowią około połowę wartości teoretycznych (hipotetycznych) (odpowiednio ω_{0zu} i φ_{0zm}), które mogłyby być osiągnięte w przypadku braku poślizgu kół jezdnych. Zaistniała sytuacja jest spowodowana występowaniem stosunkowo dużych wartości składowych poprzecznych sił reakcji podłoża dla kół jezdnych, które przeszkadzają w realizacji zakładanego ruchu.



Rys. 7.17. Wyniki obracania się w lewo robota SCOUT z hybrydowym układem jezdnym, po wykładzinie dywanowej, z zadaną maksymalną prędkością obwodową $v_{Ou} = 0,3$ m/s, w przypadku skokowych zmian prędkości

Eksperyment 7.16

Kolejny eksperyment pomiarowy przeprowadzono w celu zbadania, czy stopniowa zmiana zadanych prędkości kątowych obrotu własnego kół jezdnych, w stosunku do zadawania skokowej zmiany tych prędkości, może wpłynąć na zwiększenie maksymalnej prędkości kątowej obrotu własnego platformy mobilnej, prowadząc do większego jej kąta obrotu. Eksperyment ten wykonano na wykładzinie dywanowej z robotem wyposażonym w hybrydowy układ jezdny, dla zadanej maksymalnej prędkości obwodowej kół jezdnych $v_{Ou} = 0,3$ m/s, zakładając obracanie się robota w prawo. Wynik eksperymentu był negatywny, tj. osiągnięto analogiczny przebieg prędkości kątowej i kąta obrotu platformy mobilnej (por. rys. 7.17e–f i rys. 7.18e–f). Ruch odbył się kosztem większych poślizgów wzdłużnych w początkowym i końcowym okresie ruchu (por. rys. 7.17c i rys. 7.18c), co powinno prowadzić do większych momentów napędowych, a w konsekwencji do większego poboru prądu przez napędy.

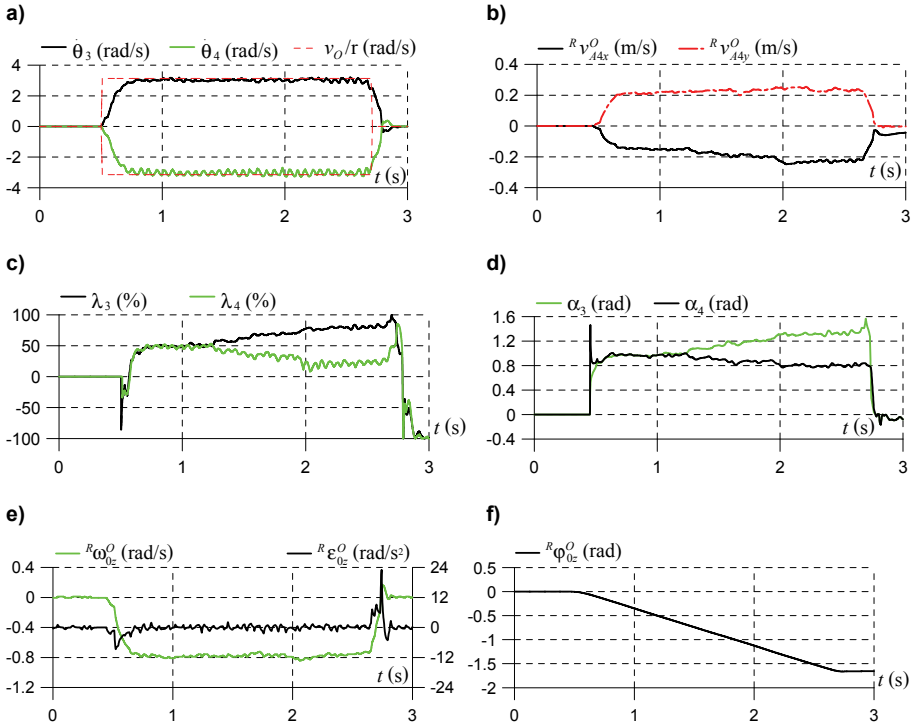


Rys. 7.18. Wyniki obracania się w prawo robota SCOUT z hybrydowym układem jezdnym, po wykładzinie dywanowej, zadaną maksymalną prędkością obwodową $v_{Ou} = 0,3$ m/s, w przypadku łagodnych zmian prędkości

Eksperyment 7.17

Kolejny eksperyment pomiarowy obracania robota zrealizowano na wykładzinie PCV dla hybrydowego układu jezdnego. Zadawane były maksymalne prędkości obwodowe kół jezdnych $v_{Ou} = 0,3$ m/s zmieniające się skokowo. Wyniki tego ekspe-

rymentu okazały się zbliżone do analogicznych eksperymentów pomiarowych na wykładzinie dywanowej (por. rys. 7.17 i rys. 7.19).

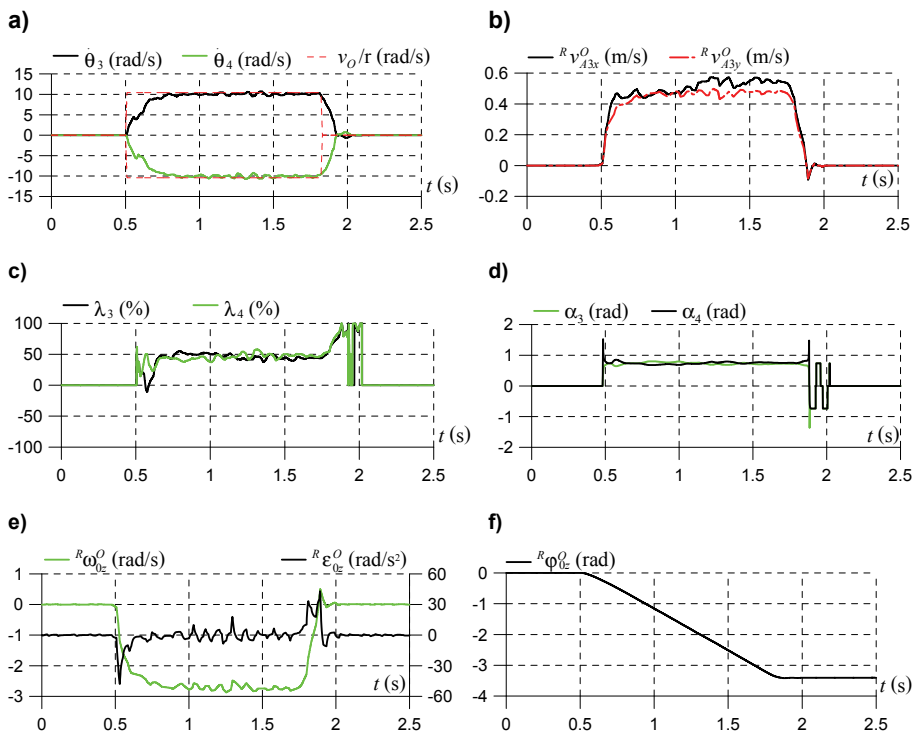


Rys. 7.19. Wyniki obracania się w prawo robota SCOUT z hybrydowym układem jezdnym, po wykładzinie PCV, z zadaną maksymalną prędkością obwodową $v_{Ou} = 0,3$ m/s, w przypadku skokowych zmian prędkości

Eksperyment 7.18

Podczas kolejnego eksperymentu robot z hybrydowym układem jezdnym poruszał się po wykładzinie dywanowej przy zadanej maksymalnej prędkości obwodowej kół jezdnych $v_{Ou} = 1,0$ m/s. Prędkość ta zmieniała się skokowo od zera do wartości maksymalnej, a następnie od wartości maksymalnej do zera.

Wnioski wynikające z tego eksperymentu są analogiczne do tych, które zostały przytoczone przy okazji obracania się robota z tym samym układem jezdnym po wykładzinie dywanowej z prędkością obwodową kół jezdnych równą $0,3$ m/s (**Eksperyment 7.16**). Poślizgi wzdłużne kół jezdnych też utrzymywały się na średnim poziomie wynoszącym około 50 % (rys. 7.20c), w wyniku czego prędkość kątowna obrotu własnego platformy mobilnej była około dwa razy mniejsza w stosunku do wartości teoretycznej, która wystąpiłaby w przypadku braku poślizgu kół jezdnych (rys. 7.20e). W konsekwencji, robot wykonał obrót o połowę zakładanego kąta (rys. 7.20f).

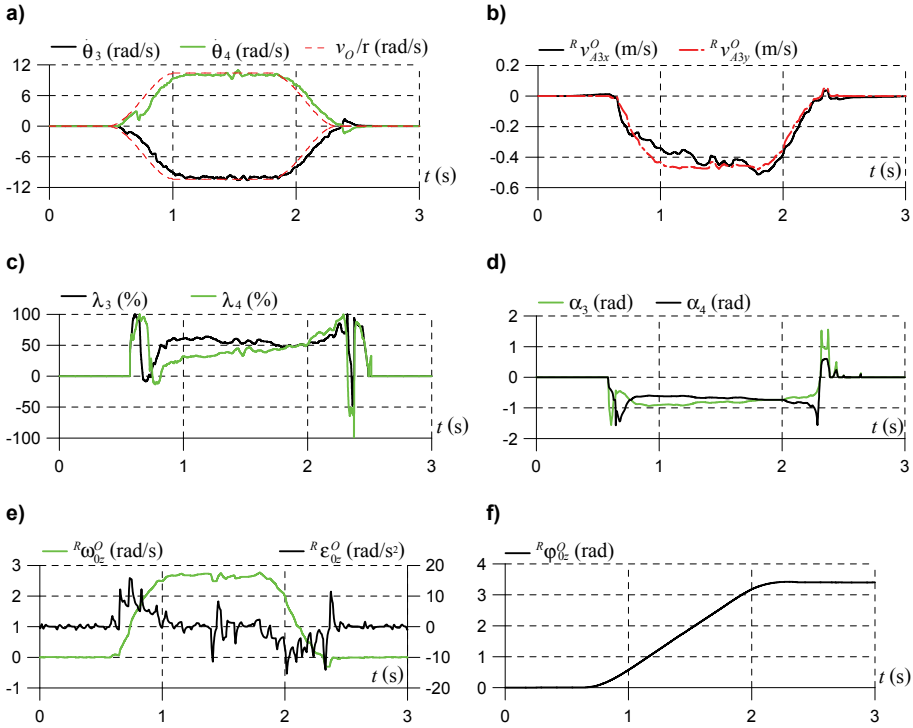


Rys. 7.20. Wyniki obracania się w prawo robota SCOUT z hybrydowym układem jezdnym, po wykładzinie dywanowej, zadaną maksymalną prędkością obwodową $v_{Ou} = 1,0$ m/s, w przypadku skokowych zmian prędkości

Eksperyment 7.19

Kolejny eksperyment pomiarowy przeprowadzono w podobnych warunkach, lecz dla przypadku zadanej maksymalnej prędkości obwodowej $v_{Ou} = 1,0$ m/s zmieniającej się w sposób łagodny. Na rys. 7.21a pokazano zadane i zmierzone prędkości kątowe obrotu własnego kół jezdnych, a na rys. 7.21b składowe prędkości charakterystycznego punktu A_3 znajdującego się w środku geometrycznym napędzanego koła jezdnego nr 3. Podobne wartości składowych prędkości uzyskano dla drugiego napędzanego koła jezdnego.

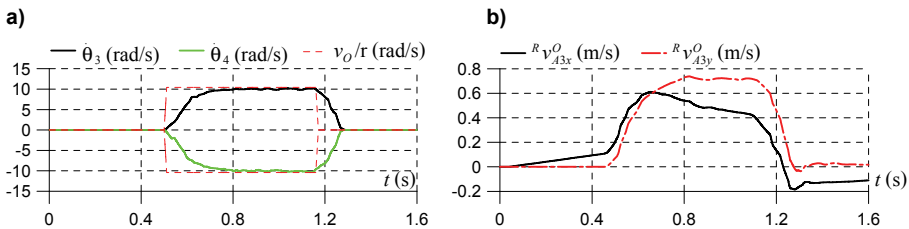
W trakcie rozpędzania i hamowania stosunkowo długo utrzymywały się duże wartości poślizgu wzdłużnego, natomiast podczas ustalonego obracania wartości te były zbliżone do 50 % (rys. 7.21c). Podobnie jak w poprzednich eksperymentach wartość kąta poprzecznego znoszenia była w ruchu ustalonym na poziomie $\pi/4$ (rys. 7.21d). Podobnie jak w przypadku łagodnego obracania się robota z mniejszą prędkością kątową (**Eksperyment 7.16**), również i tym razem nie uzyskano lepszych rezultatów w stosunku do przypadku, kiedy stosowano skokową zmianę prędkości kątowych kół jezdnych (**Eksperyment 7.20**).

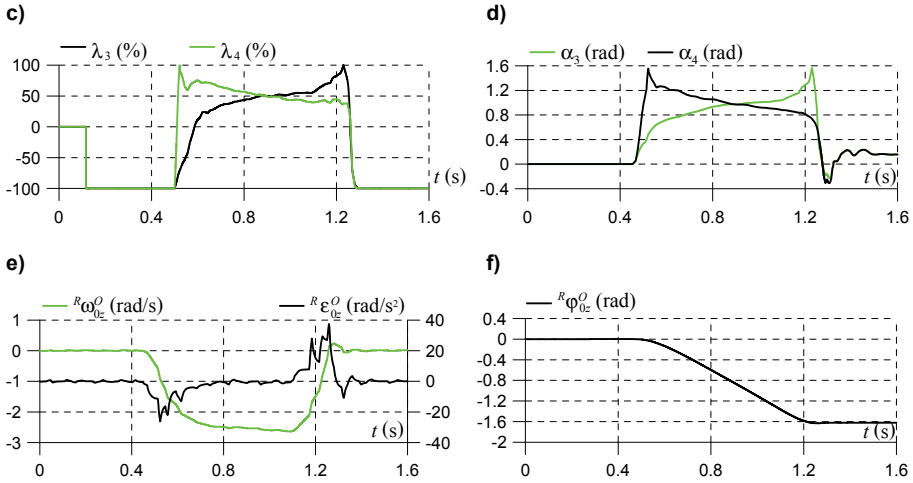


Rys. 7.21. Wyniki obracania się w lewo robota SCOUT z hybrydowym układem jezdny, po wykładzinie dywanowej, z zadaną maksymalną prędkością obwodową $v_{Ou} = 1,0$ m/s, w przypadku łagodnych zmian prędkości

Eksperyment 7.20

Ostatni zaprezentowany w pracy eksperyment pomiarowy obracania się robota został wykonany na wykładzinie PCV dla robota z hybrydowym układem jezdny. Przyjęto zadaną maksymalną prędkością obwodową $v_{Ou} = 1,0$ m/s, zakładając jej skokowe zmiany. Wyniki tego eksperymentu są zbliżone do analogicznego eksperymentu pomiarowego na wykładzinie dywanowej (**Eksperyment 7.18**), z tą różnicą, że tym razem zadany był mniejszy teoretyczny kąt obrotu, tj. π .





Rys. 7.22. Wyniki obracania się w prawo robota SCOUT z hybrydowym układem jezdnym, po wykładzinie PCV, z zadaną maksymalną prędkością obwodową $v_{Ou} = 1,0$ m/s, w przypadku skokowych zmian prędkości

Niemniej jednak, podobnie jak poprzednio, poślizgi wzdłużne były na poziomie 50 % (rys. 7.22c), wskutek czego uzyskano ok. dwa razy mniejszą prędkość kątową (rys. 7.22e) oraz kąt obrotu własnej platformy mobilnej (rys. 7.22f) w stosunku do zakładanych wartości hipotetycznych.

7.5. Badania w zakresie ruchu wzdłużnego i manewru zakręcania robota

Kolejny etap badań dotyczył ruchu wzdłużnego i manewru zakręcania robota, przy czym głównym przedmiotem badań był manewr zakręcania. Ze względu na to, że podczas obracania i manewru zakręcania robota uzyskano znacznie lepsze wyniki dla hybrydowego układu jezdny w stosunku do rozwiązania z wyłącznym napędem na tylne koła jezdne, dlatego zaprezentowano wyłącznie badania dla pierwszego rozwiązania.

W badaniach empirycznych założono występowanie analogicznych faz ruchu jak w badaniach symulacyjnych, czyli:

- rozpędzanie od chwili t_0 do t_r na drodze l_r , podczas którego robot jest w ruchu wzdłużnym do przodu;
- jazda ze stałą prędkością ${}^Rv_{Rd}^O = v_{Ru}$ do przodu (w czasie od t_r do t_1) na drodze $L_p - l_r$;
- rozpoczęcie manewru zakręcania, tj. zwiększanie zadanej prędkości kątowej zakręcania ${}^R\dot{\phi}_{0zd}^O$ od 0 do $\dot{\phi}_{0zu}$ rad/s (w czasie od t_1 do t_2);
- ruch w trakcie ustalonego manewru zakręcania, czyli z prędkością kątową ${}^R\dot{\phi}_{0zd}^O = \dot{\phi}_{0zu}$ (w czasie od t_2 do t_3);

- kończenie manewru zakręcania, tj. zmniejszanie zadanej prędkości kątowej zakręcania ${}^R\dot{\phi}_{0zd}^O$ od $\dot{\phi}_{0zu}$ do 0 rad/s (w czasie od t_3 do t_4);
 - ponowny ruch wzdłużny do przodu ze stałą prędkością ${}^Rv_{Rd}^O = v_{Ru}$ (w czasie od t_4 do t_h) na drodze $L_p - l_h$;
 - hamowanie w ruchu wzdłużnym do przodu od chwili t_h do t_z na drodze l_h ,
- gdzie długości L_p , l_r i l_h oznaczają odpowiednio: długość drogi w ruchu wzdłużnym oraz drogę rozpędzania i drogę hamowania.

Prędkość charakterystycznego punktu R korpusu robota była zadawana zależnością (5.13), natomiast długości drogi rozpędzania i hamowania (odpowiednio l_r i l_h) były wyliczane ze wzorów (5.15) dla zakładanej wartości prędkości punktu R robota w ruchu ustalonym, tj. v_{Ru} oraz wartości maksymalnego przyspieszenia rozpędzania i hamowania (odpowiednio a_{Rr} i a_{Rh}).

Zgodnie z wcześniejszymi obserwacjami, zadany tor ruchu robota w trakcie manewru zakręcania stanowi jedynie przybliżenie łuku okręgu, co wynika to z faktu, że aby nastąpiło przejście z toru prostoliniowego na łuk okręgu o zadanym promieniu R_z i odwrotnie prędkość kątowa musi się zmienić odpowiednio od wartości równej zero do wartości równej ${}^Rv_{Rd}^O / R_z$, a następnie od tej wartości do zera.

W badaniach empirycznych podobnie jak w analogicznych badaniach symulacyjnych założono różne wartości zadanej prędkości ruchu charakterystycznego punktu R robota w ruchu ustalonym v_{Ru} oraz promienia zakrętu R_z . Na ich podstawie obliczono zadaną prędkość kątowa obrotu własnego platformy mobilnej w trakcie ustalonego zakręcania korzystając ze wzoru (5.17). Z kolei przebieg zadanej prędkości kątowej obrotu własnego korpusu robota wygenerowano na podstawie zależności (5.18).

W badaniach zakłada się teoretyczne wartości maksymalnego przyspieszenia kątowego w trakcie manewru zakręcania $\ddot{\phi}_{0zm}$, które decydują o tym, jak szybko prędkość kątowa obrotu własnego korpusu robota osiągnie zadaną wartość $\dot{\phi}_{0zu}$.

Charakterystyczne chwile czasu niezbędne do wygenerowania zakładanych przebiegów obliczono korzystając ze wzorów (5.19)–(5.21).

Na podstawie zakładanych wartości prędkości ${}^Rv_{Rd}^O$ i ${}^R\dot{\phi}_{0z}^O$ wyznacza się prędkości kątowe obrotu własnego kół jezdnych z zależności (4.31) i przyjmując $k_{w0z} = 1$. Należy się jednak spodziewać, że wskutek działających sił poprzecznych robot będzie wykonywał obrót wokół osi pionowej z mniejszą prędkością kątową ${}^R\dot{\phi}_{0z}^O$ niż wynika to z zadanych prędkości kątowych $\dot{\theta}_l$ i $\dot{\theta}_r$ (odpowiednio dla lewych i prawych kół jezdnych). Poprawę tej sytuacji można osiągnąć przez zastosowanie regulatora prędkości platformy mobilnej.

Badania ruchu robota wykonano na wykładzinie dywanowej i wykładzinie PCV dla różnych wartości parametrów ruchu robota zamieszczonych w tab. 7.3, analogicznych jak w badaniach symulacyjnych. W badaniach tych założono dosyć gwałtowne zakręcanie – z promieniem $R_z = 0,15$ m.

Tab. 7.3. Warianty eksperymentów pomiarowych dla ruchu wzdłużnego i manewru zakręcania robota

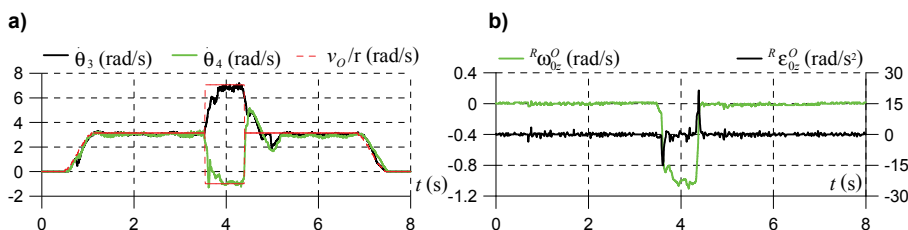
Wariant	1	2
v_{Ru} (m/s)	0,3	1,0
$a_{Rr} = a_{Rh}$ (m/s ²)	0,7	2,0
ω_{0zu} (rad/s)	2	6,67
ε_{0zm} (rad/s ²)	6π	20π

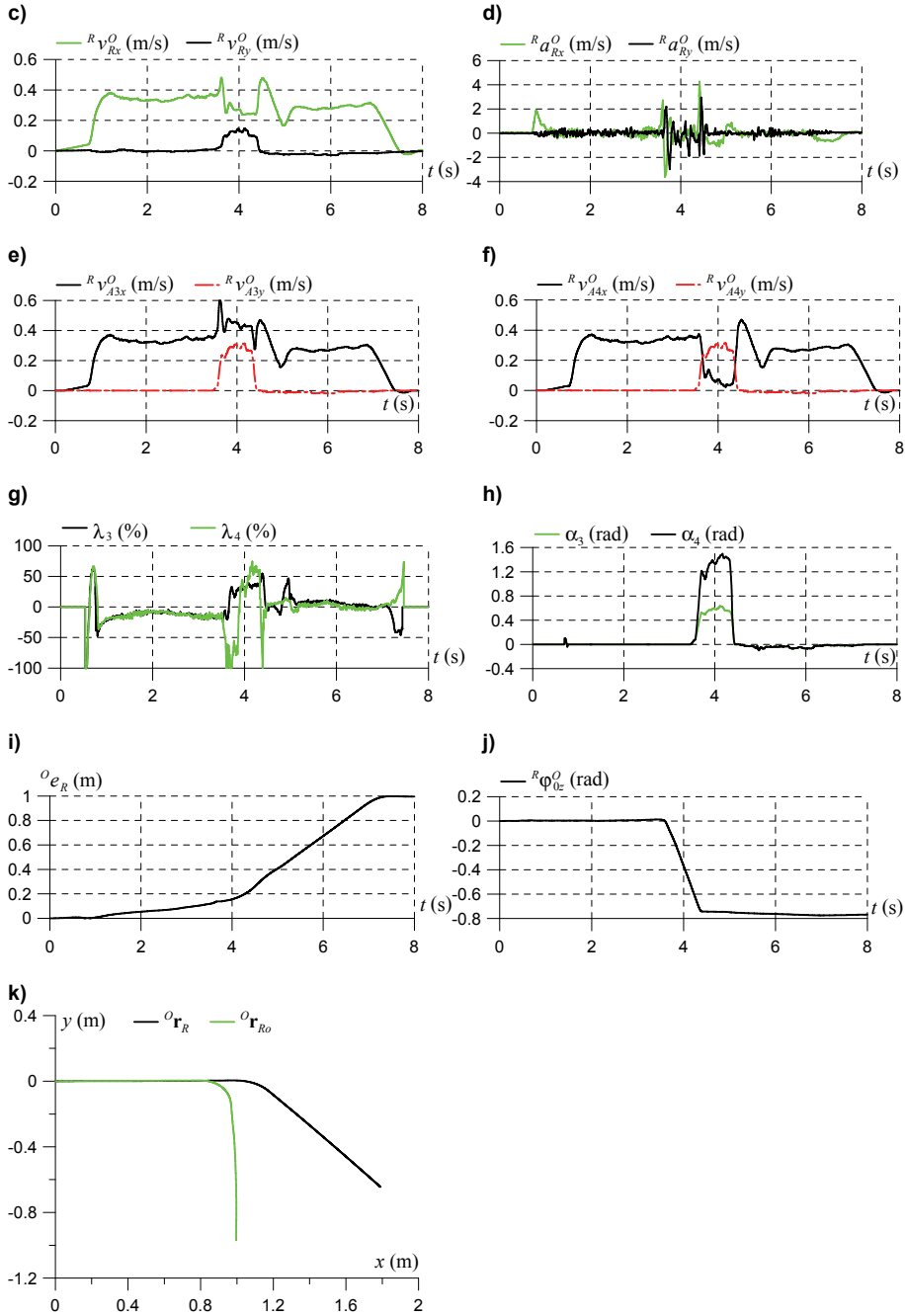
Eksperyment 7.21

W pierwszej kolejności badano ruchu robota po wykładzinie dywanowej z prędkością maksymalną $v_{Ru} = 0,3$ m/s, zakładając skokowe zmiany prędkości kątowej podczas manewru zakręcania. Wyniki tego eksperymentu pomiarowego można porównać z prezentowanymi w pracy symulacjami, zarówno bez uwzględnienia dynamiki napędów (**Symulacja 5.29**), jak i z jej uwzględnieniem (**Symulacja 5.30**), przy czym w symulacjach tych zmiana prędkości zadanych nie następowała skokowo, lecz ze stosunkowo dużym przyspieszeniem.

W szczególności uzyskano podobne przebiegi prędkości i przyspieszenia kątowego obrotu własnego korpusu (por. rys. 5.29b i rys. 7.23b) oraz prędkości punktu R (por. rys. 5.29c i rys. 7.23c) oraz Ai dla napędzanych kół jezdnych (por. rys. 5.29e–f i rys. 7.23e–f). Zbliżone są także przebiegi obliczonego kąta poprzecznego znoszenia dla tych kół (por. rys. 5.29h i rys. 7.23h), natomiast większych różnic można się dopatrzeć w przebiegach poślizgu wzdłużnego (por. rys. 5.29g i rys. 7.23g), co może wynikać ze sposobu działania napędów robota oraz niedokładności metody wyznaczania prędkości ruchu robota na podstawie wskazań akcelerometrów.

Jeśli chodzi o przebiegi prędkości kątowych obrotu własnego kół jezdnych (rys. 7.23a), to są one bardziej zbliżone do uzyskanych wyników symulacji bez modelu napędów robota (**Symulacja 5.29**) w stosunku do podobnej symulacji z zastosowaniem tego modelu (**Symulacja 5.30**), co wynika z tego, że w rzeczywistym robocie zastosowany jest wewnętrzny regulator prędkości kół jezdnych robota, który na bieżąco koryguje sterowanie w celu minimalizacji błędów obrotu kół jezdnych. Uzyskane wyniki mogą świadczyć o tym, że konieczne są dalsze prace związane z badaniami zespołów napędowych robota i identyfikacją ich parametrów. W przypadku błędów pozycji i kursu robota, bardziej zbliżone wyniki do eksperymentu pomiarowego uzyskano w symulacji, w której zastosowano model napędów robota (por. rys. 5.29k,l,n, rys. 5.30k,l,n i rys. 7.23i–k).



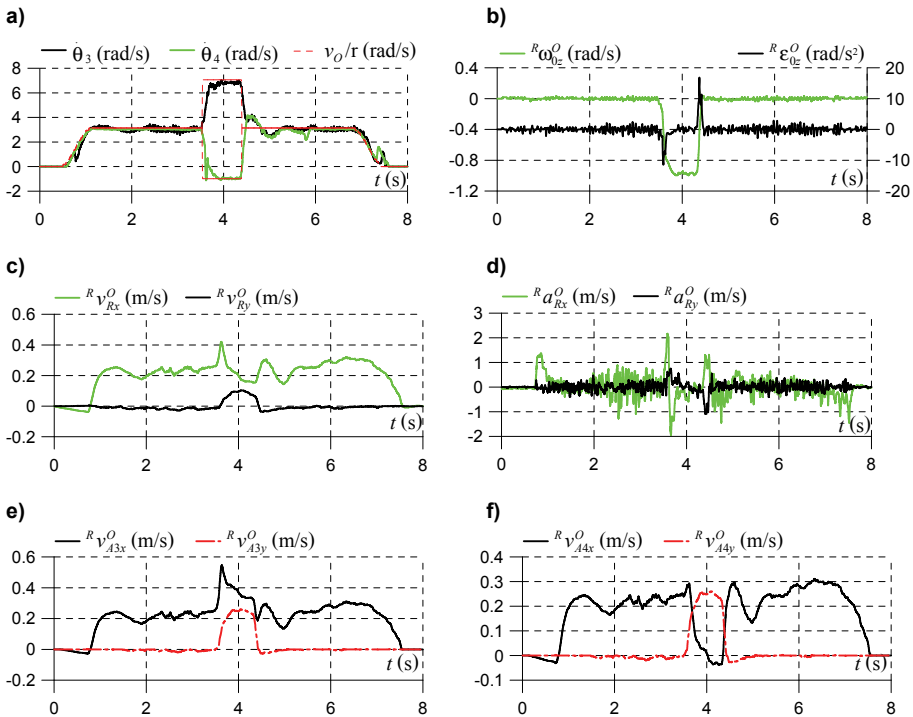


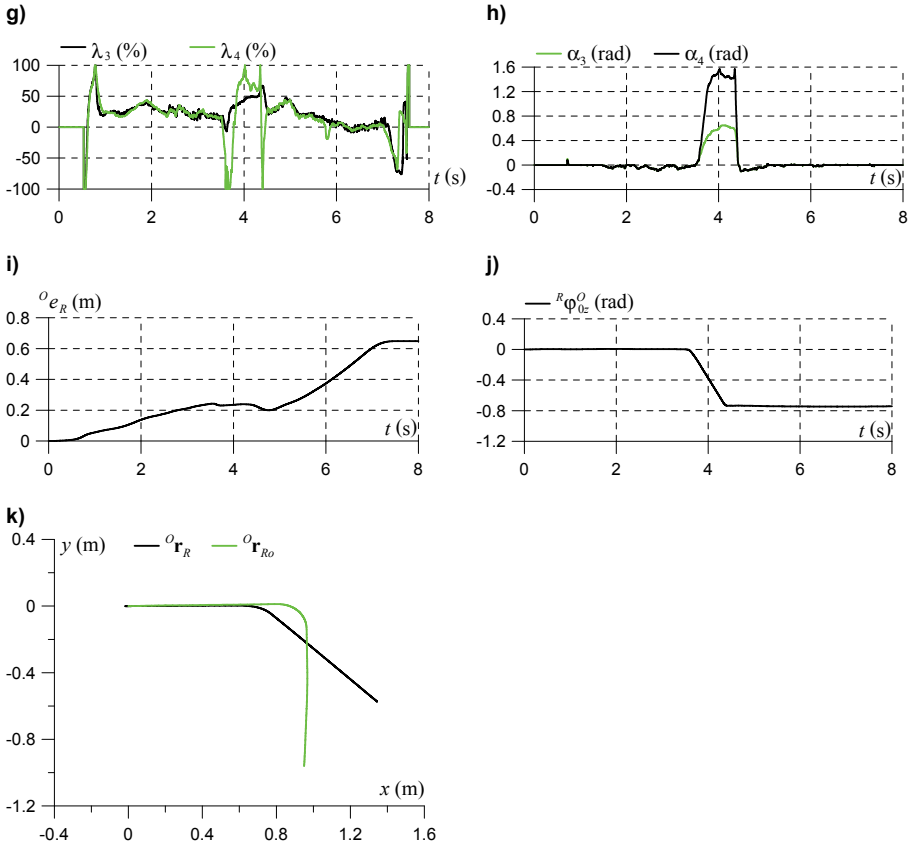
Rys. 7.23. Wyniki ruchu wzdłużnego i manewru zakręcania robota SCOUT z hybrydowym układem jezdny, po wykładzinie dywanowej, z zadaną prędkością maksymalną $v_{Ru} = 0,3$ m/s i zadanym promieniem zakręcania $R_z = 0,15$ m

Eksperyment 7.22

Analogiczny eksperyment pomiarowy jak poprzednio wykonano na wykładzinie PCV. W wyniku eksperymentu uzyskano bardzo zbliżone prędkości kątowe obrotu własnego napędzanych kół jezdnych (por. rys. 7.23a i rys. 7.24a) natomiast nieco mniejsze wartości parametrów kątowych obrotu własnego korpusu (por. rys. 7.23b i rys. 7.24b) oraz parametrów liniowych charakterystycznych punktów R i A_i robota (por. rys. 7.23c–f i rys. 7.24c–f). Błąd pozycji robota ostatecznie był tym razem nieco mniejszy (por. rys. 7.23i i rys. 7.24i), natomiast robot obrócił się o podobny kąt (por. rys. 7.23j i rys. 7.24j). W trakcie ruchu wzdłużnego występowały większe wartości poślizgu wzdłużnego natomiast podobne podczas manewru zakręcania (por. rys. 7.23g i rys. 7.24g). Dlatego też w innym miejscu nastąpiło zakręcanie robota, co spowodowało różnice w uzyskanych torach ruchu w obu eksperymentach pomiarowych (por. rys. 7.23k i rys. 7.24k).

Porównując uzyskane wyniki z wynikami analogicznej symulacji (**Symulacja 5.31**) dla przypadku zmiany prędkości zadanej ze stosunkowo dużym przyspieszeniem, można dostrzec znaczną różnicę, jeśli chodzi o wartości prędkości kątowych obrotu własnego kół jezdnych (por. rys. 5.31a i rys. 7.23a) oraz poślizgu wzdłużnego (por. rys. 5.31g i rys. 7.23g), co ma wpływ na parametry ruchu robota. Powstałe różnice mogą wynikać m.in. z ruchu robota z mniejszymi przyspieszeniami w badaniach symulacyjnych i pominięcia regulatora prędkości kół jezdnych, który w rzeczywistym robocie minimalizuje błędy obrotu kół jezdnych.





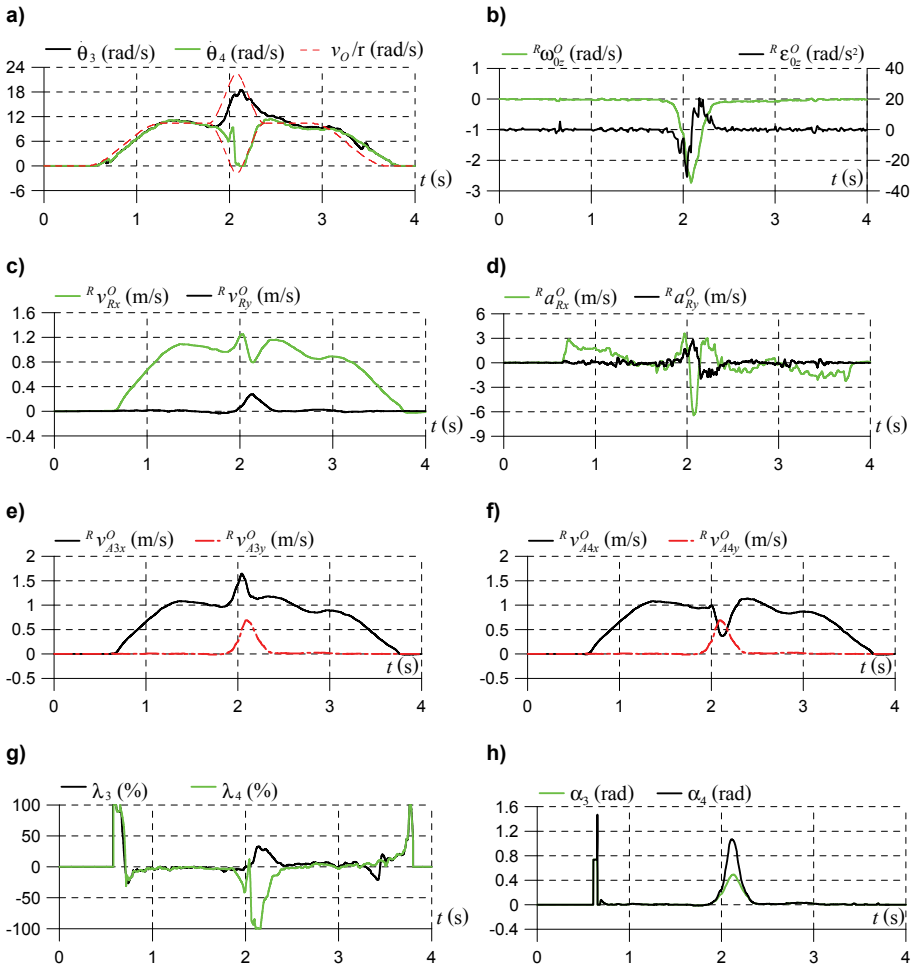
Rys. 7.24. Wyniki ruchu wzdłużnego i manewru zakręcania robota SCOUT z hybrydowym układem jezdnym, po wykładzinie PCV, z zadaną prędkością maksymalną $v_{Ru} = 0,3$ m/s i zadanym promieniem zakręcania $R_z = 0,15$ m

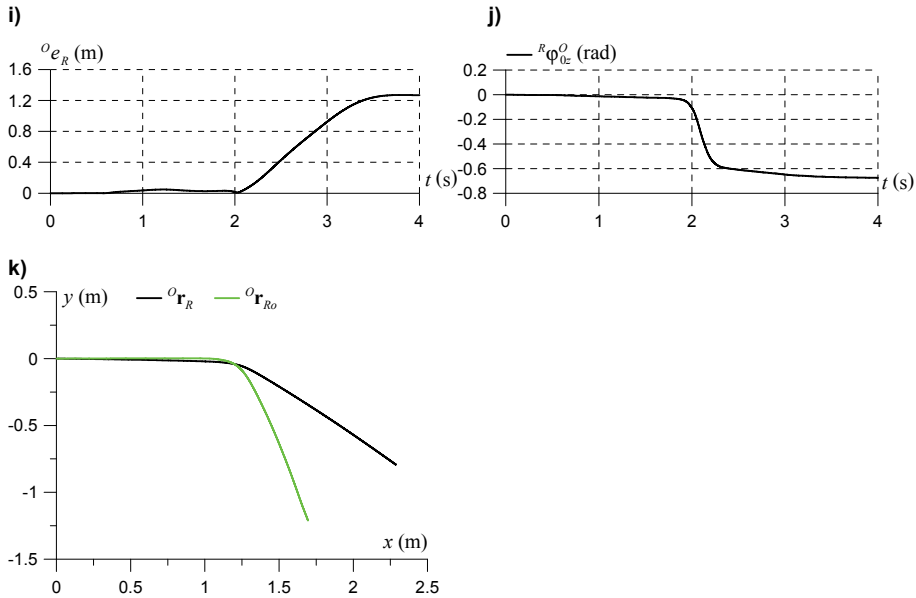
Powodem takiego stanu rzeczy mogą też być niedoskonałości zastosowanego modelu napędów oraz odbiegających od rzeczywistości współczynników przyczepności i oporu toczenia, których szacunkowe wartości przyjęto w symulacji. Konieczne są dalsze badania uwzględniające regulator prędkości kół jezdnych, identyfikujące zespoły napędowe robota i współczynniki charakteryzujące współpracę opon robota z podłożem.

Eksperyment 7.23

Następnie wykonano eksperyment pomiarowy polegający na ruchu robota po wykładzinie dywanowej z zadaną prędkością maksymalną $v_{Ru} = 1,0$ m/s oraz dla przypadku łagodnej zmiany prędkości kątowej zakręcania. Eksperyment ten zrealizowano dla analogicznych założeń, z uwzględnieniem dynamiki napędów (**Symulacja 5.32**). W tym przypadku zastosowanie w symulacji modelu napędów spowodowało, że uzyskane przebiegi czasowe prędkości kątowych obrotu własnego kół jezdnych są zbliżone do tych, które uzyskano w eksperymencie pomiarowym (por. rys. 5.32a

i rys. 7.25a). Uzyskano także zbliżone przebiegi prędkości i przyspieszenia kątownego zakręcania, przy czym w eksperymencie pomiarowym maksymalne wartości tych parametrów były nieco niższe (por. rys. 5.32b i rys. 7.25b) oraz podobne przebiegi prędkości charakterystycznych punktów A_i robota (por. rys. 5.32e–f i rys. 7.25e–f). W trakcie manewru zakręcania podobnie jak w symulacji poślizg wzdłużny dla koła jezdznego nr 3 osiąga wartość bliską 100 % (por. rys. 5.32g i rys. 7.25g). Zbliżone są także przebiegi wyliczonych kątów poprzecznego znoszenia (por. rys. 5.32h i rys. 7.25h). W eksperymencie pomiarowym robot wykonuje obrót o nieco mniejszy kąt, dlatego jego ostateczna pozycja bardziej niż w symulacji odbiega od zakładanej (por. rys. 5.32k,l,n i rys. 7.25i–k). Na ten wynik mają wpływ również błędy prędkości kątowych kół jezdnych, gdyż tor ruchu robota obliczony na podstawie odometrii również znacząco odbiega od zadanego (rys. 7.25k).



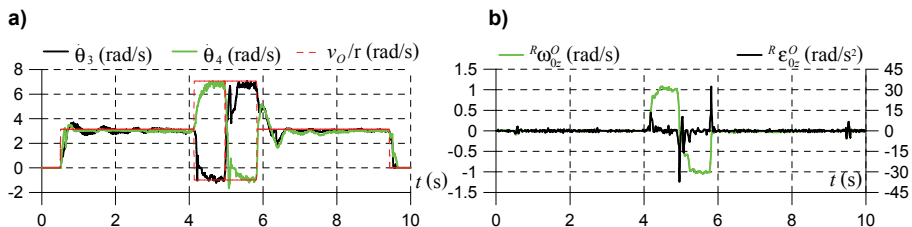


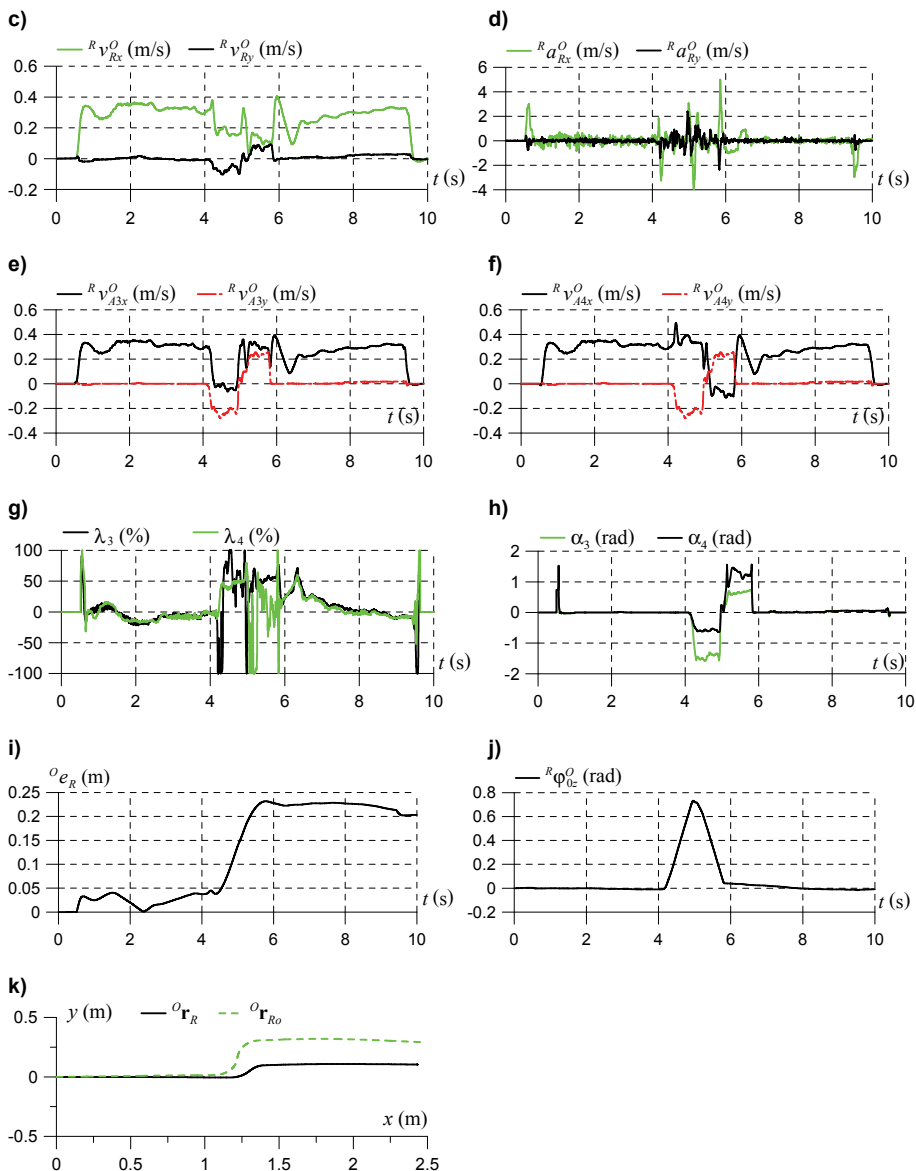
Rys. 7.25. Wyniki ruchu wzdłużnego i manewru zakręcania robota SCOUT z hybrydowym układem jezdny, po wykładzinie dywanowej, z zadaną prędkością maksymalną $v_{Ru} = 1,0$ m/s i zadanym promieniem zakręcania $R_z = 0,15$ m

Eksperyment 7.24

Kolejny eksperyment pomiarowy polegał na skokowej zmianie kierunku zakręcania robota. Badania przeprowadzono dla ruchu robota po wykładzinie dywanowej z zadaną prędkością maksymalną $v_{Ru} = 0,3$ m/s. Do badań przyjęto analogiczne parametry ruchu robota podczas manewru zakręcania jak w pierwszym eksperymencie (**Eksperyment 7.21**). Analizując uzyskane wyniki można m.in. zauważyć, że w momencie zmiany kierunku obracania, prędkości charakterystycznych punktów R i A robota maleją praktycznie do zera (rys. 7.26c,e,f).

Wynika to prawdopodobnie z tego, że przy zmianie kierunku obrotu kół jezdnych następuje kasowanie luzów w przekładniach zębatych i łańcuchowych. Zjawisko to nie było przedmiotem modelowania i tego typu ruch nie był analizowany w badaniach symulacyjnych.





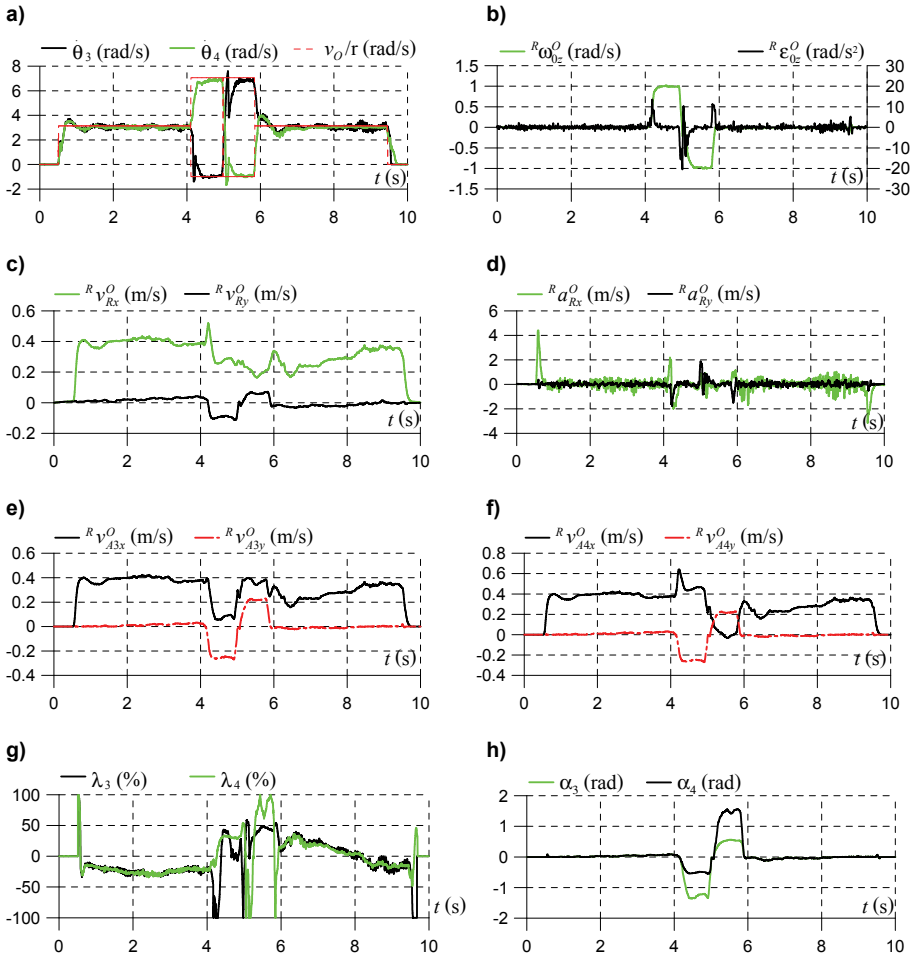
Rys. 7.26. Wyniki badań empirycznych ruchu wzdłużnego oraz manewru zakręcania w lewo i prawo robota SCOUT z hybrydowym układem jezdny, po wykładzinie dywanowej, z zadaną prędkością maksymalną $v_{Ru} = 0,3$ m/s i zadanym promieniem zakręcania $R_z = 0,15$ m

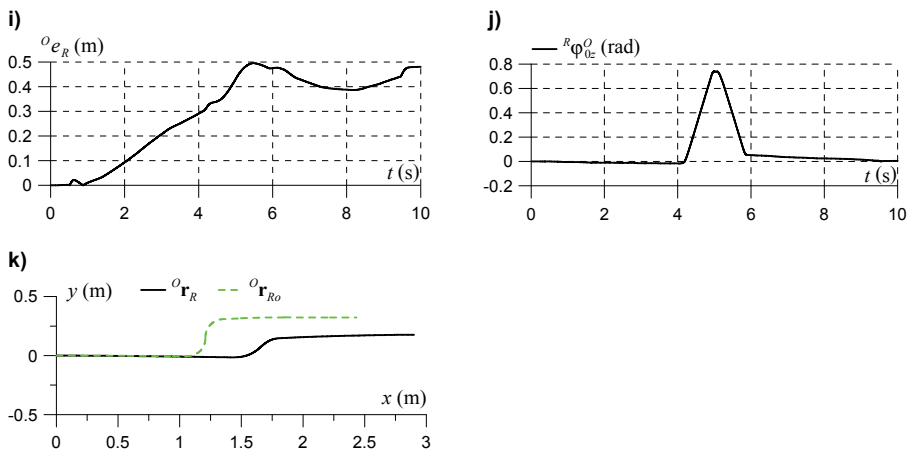
Podczas manewru zakręcania poślizgi wzdłużne wahają się w szerokich granicach, lecz w większości są na poziomie ± 50 % (rys. 7.26g), natomiast kąty poprzecznego znoszenia dla wewnętrznych kół jezdnych (tych znajdujących się bliżej

chwilowego środka obrotu korpusu) wynoszą ok. 0,5 rad, a dla zewnętrznych ok. 1,5 rad (rys. 7.26h). W efekcie eksperymentu pomiarowego uzyskuje się duże błędy pozycji i kursu robota (rys. 7.26i–j), więc tor ruchu robota istotnie odbiega od zadanego (rys. 7.26k).

Eksperyment 7.25

Analogiczny eksperyment pomiarowy jak poprzedni tym razem wykonano na układzinie PCV. Uzyskano, podobne jak poprzednio, przebiegi prędkości kątowych obrotu własnego kół jezdnych (por. rys. 7.26a i rys. 7.27a) oraz parametrów kątowych obrotu platformy mobilnej (por. rys. 7.26b i rys. 7.27b). W tym przypadku podczas manewru zakręcania nie obserwuje się jednak zjawiska zmniejszenia prędkości punktu R robota do zera (por. rys. 7.26c i rys. 7.27c), co wynika z mniejszej przyczepności kół jezdnych.





Rys. 7.27. Wyniki ruchu wzdłużnego oraz manewru zakręcania w lewo i prawo robota SCOUT z hybrydowym układem jezdnym, po wykładzinie PCV, z zadaną prędkością maksymalną $v_{Ru} = 0,3$ m/s i zadanym promieniem zakręcania $R_z = 0,15$ m

W porównaniu z poprzednim eksperymentem występują duże błędy realizacji ruchu wzdłużnego, stąd ostatecznie otrzymuje się dużą wartość błędu pozycji (por. rys. 7.26i i rys. 7.27i), a tor ruchu bardzo odbiega od zadanego (por. rys. 7.26k oraz rys. 7.27k). Uzyskuje się natomiast bardzo zbliżony przebieg kursu robota (por. rys. 7.26j i rys. 7.27j), stąd można wysnuć wniosek, że zmiana rodzaju podłoża praktycznie nie wpłynęła na sam proces zakręcania.

7.6. Podsumowanie wyników badań empirycznych robota SCOUT

Na podstawie wyników przeprowadzonych badań empirycznych wyciągnięto następujące wnioski.

- Wyniki badań empirycznych ruchu wzdłużnego i manewru zakręcania robota w dużej mierze pokrywają się z tymi, które omówiono przy okazji badań symulacyjnych. Zauważono, że w sytuacji, gdy robot poruszał się z niewielkimi prędkościami (do 0,5 m/s) po podłożu o dużym współczynniku przyczepności (np. wykładzina dywanowa) występowały pomijalnie małe poślizgi wzdłużne kół jezdnych (wynoszące do 5 %). Jeśli robot poruszał się z większymi prędkościami (1 m/s i więcej), które zmieniały się z dużymi przyspieszeniami, wówczas podczas rozpędzania i hamowania występowały już duże wartości poślizgu wzdłużnego, co jest zgodne z oczekiwaniami i wiedzą z zakresu dynamiki pojazdów samochodowych.
- Podczas manewru zakręcania i obracania się robota, w związku z tym, że wszystkie jego koła jezdne są niekierowane występują duże wartości składowych poprzecznych sił reakcji podłoża, porównywalne do wartości składowych wzdłużnych. W związku z tym występują duże wartości poślizgu poprzecznego, co powoduje także powstawanie dużych poślizgów wzdłużnych

oraz błędów realizacji założonego ruchu. Z tego powodu prędkość kątowna obrotu własnego korpusu robota jest mniejsza niż zadana.

- Zwiększenie prędkości kątovej obrotu własnego korpusu robota podczas jego zakręcania i obracania można uzyskać poprzez większe zróżnicowanie prędkości kątowych obrotu własnego kół jezdnych jak to miało miejsce w przypadku badań symulacyjnych, gdzie w zależności (4.31) wprowadzono dodatkowy współczynnik $k_{\omega 0z} \geq 1$. Należy się spodziewać, że lepsze rezultaty powinno się uzyskać wprowadzając regulator prędkości platformy mobilnej, jak to uczyniono w ramach badań symulacyjnych prezentowanych w podrozdziale 6.2.2.
- Zaobserwowano, że w trakcie manewru zakręcania i obracania się robota prędkość kątowna, z jaką korpus robota wykonuje obrót dla danego układu jezdnych w niewielkim stopniu zależy od rodzaju podłoża po którym się on porusza. Ponieważ badano ruch tylko na dwóch rodzajach podłoża, dlatego konieczne są dalsze badania w tym zakresie na innych rodzajach podłoża.
- Biorąc pod uwagę występujące poślizgi wzdłużne kół jezdnych, maksymalne przyspieszenia podczas rozpędzania i hamowania oraz dokładność realizacji ruchu robota podczas obracania i manewru zakręcania, zdecydowanie lepszą konfiguracją robota jest ta z hybrydowym układem jezdny (tj. konfiguracja, w której napędzane są tylne i przednie koła jezdne dzięki użyciu pasków zębatych).

Należy się spodziewać, że do analogicznych wniosków można dojść w wyniku badań empirycznych innych konstrukcji mobilnych robotów kołowych z niekierowanymi kołami jezdny, w tym dla większej liczby kół jezdnych niż w przypadku robota SCOUT.

8. Podsumowanie, wnioski i kierunki dalszych badań

8.1. Podsumowanie i wnioski końcowe

W pracy przedstawiono opracowaną przez autora nowatorską metodykę tworzenia modeli dynamiki mobilnych robotów kołowych, która ze względu na ogólne podejście jest bardzo uniwersalna i docelowo może zostać zastosowana do modelowania dowolnego mobilnego robota lądowego. Metodyka ta uwzględnia warunki współpracy kół jezdnych z różnorodnym podłożem, zjawisko poślizgu kół jezdnych, występowanie tarcia w parach kinematycznych i dynamikę napędów. Może być stosowana do modelowania robotów o dowolnej liczbie kół jezdnych stykających się z podłożem.

Opracowana metodyka umożliwi tworzenie modeli dynamiki dla szerokiej gamy mobilnych robotów kołowych i wykorzystanie ich w projektowaniu i optymalizacji konstrukcji tych robotów oraz w syntezie algorytmów sterowania ich ruchem.

W pracy zawarto przykłady opisu kinematyki i dynamiki dwóch różnego typu konstrukcji mobilnych robotów kołowych z użyciem opracowanej metodyki modelowania, tj. robota trzykołowego Pioneer 2DX i robota czterokołowego SCOUT z niekierowanymi kołami jezdными. Opisano szczegółowo problematykę lokalizacji robota mobilnego i wyznaczania parametrów jego ruchu z zastosowaniem nawigacji bezwładnościowej. Obszerna część pracy poświęcona jest realizacji badań symulacyjnych robotów Pioneer 2DX i SCOUT, w których wykorzystano wcześniej opracowane modele dynamiki. W badaniach tych brane są pod uwagę różne trajektorie ruchu robotów i rodzaje podłoża. Szczególną uwagę zwrócono na zjawisko poślizgu kół jezdnych i jego wpływ na dokładność realizacji ruchu analizowanych robotów.

Omówiono zagadnienie sterowania ruchem mobilnych robotów kołowych, koncentrując się na zadaniu przemieszczania robota od znanego położenia początkowego do zadanego położenia końcowego. Główny obszar badań dotyczył sterowania ruchem nadążnym robota SCOUT, dla którego zaproponowano hierarchiczny układ sterowania. Dla wybranych struktur układów sterowania przeprowadzono badania symulacyjne ruchu robota, w których badano m.in. wpływ prędkości i rodzaju trajektorii ruchu robota na jego ruch po różnym podłożu. W badaniach wykorzystano opracowany model dynamiki robota uwzględniający występowanie poślizgu kół jezdnych.

W końcowej części pracy zawarto wyniki badań empirycznych robota SCOUT, w których analizowano jego ruch dla dwóch wersji układu przenoszenia napędu, dla wybranych trajektorii ruchu oraz rodzajów podłoża. Badania te umożliwiły wstępną weryfikację opracowanych modeli robota SCOUT i są podstawą do dalszych badań zmierzających do identyfikacji parametrów tych modeli. W trakcie badań empirycznych stwierdzono występowanie zjawisk, których nie zaobserwowano w badaniach symulacyjnych. W szczególności był to wpływ luzów w przekładniach na ruch robota, który ma szczególne znaczenie w przypadku gwałtownej zmiany kierunku ruchu. Na etapie badań empirycznych analizowano też zachowanie

robota w trakcie manewru obracania w miejscu, obserwując występowanie dużych błędów realizacji ruchu w związku z występowaniem poślizgów poprzecznych.

Reasumując, osiągnięto wszystkie zakładane cele pracy.

Szczegółowe wnioski dotyczące przeprowadzonych badań zostały zamieszczone w poszczególnych rozdziałach pracy i są związane z badaniami symulacyjnymi oraz empirycznymi.

Poniżej zebrano najważniejsze wnioski wynikające z wykonanych badań.

- Wyniki badań empirycznych potwierdziły wnioski wynikające z badań symulacyjnych z użyciem opracowanych modeli robota SCOUT. W szczególności dotyczy to poślizgów wzdłużnych i poprzecznych towarzyszących ruchowi robota oraz parametrów ruchu będących wynikiem jazdy w warunkach poślizgu. Modele te mogą znaleźć praktyczne zastosowanie w procesie projektowania podobnych konstrukcji robotów mobilnych, ich optymalizacji oraz w syntezie algorytmów sterowania.
- Wykorzystując zaproponowaną metodykę modelowania opracowano modele dynamiki dwóch mobilnych robotów kołowych należących do dwóch różnych klas, tj. robotów Pioneer 2DX i SCOUT. Na etapie badań symulacyjnych wyznaczono m.in. wszystkie parametry ruchu tych układów, sił i momentów sił reakcji podłoża oraz momentów napędowych.
- Dla obu analizowanych robotów zaobserwowano duże poślizgi wzdłużne kół jezdnych w przypadkach ich ruchu z dużymi prędkościami, tj. rzędu 1 m/s i więcej, zwłaszcza podczas szybkich zmian tych prędkości (w obecności dużych przyspieszeń). Poślizgi miały istotny wpływ na dokładność realizacji ruchu, zwłaszcza w trakcie rozpędzania i hamowania. W takich przypadkach model opon powinien wchodzić w skład modelu dynamiki robota.
- Uwzględnienie dynamiki napędów nie zwiększa istotnie komplikacji modelu, a pozwala na dokładniejsze odwzorowanie zachowania się robotów, szczególnie w przypadku szybkich zmian zadawanych parametrów ruchu. Umożliwia na etapie symulacji, uwzględnienie ograniczeń wynikających z zastosowanych napędów. Znajomość modelu napędu umożliwia optymalizację zużycia energii w trakcie ruchu robota.
- W przypadku robota SCOUT, który ma wyłącznie niekierowane koła jezdne, zaobserwowano duże poślizgi poprzeczne podczas manewrów zakręcania i obracania w miejscu. Poślizgi te powodowały obrót robota z mniejszą prędkością kątową niż wynikałoby to z prędkości kątowych obrotu własnego kół jezdnych.
- Stwierdzono, że w przypadku robota SCOUT nie można wyłącznie na bazie kinematyki robota określić, dla dowolnego przypadku ruchu, zależności między prędkością kątową obrotu własnego korpusu robota a prędkościami kątowymi obrotu własnego jego kół jezdnych. Wynika to z faktu, że prędkość kątowa obrotu korpusu robota wokół osi pionowej zależy przede wszystkim od stosunku liczby napędzanych kół jezdnych do liczby kół nienapędzanych oraz od warunków współpracy poszczególnych kół jezdnych z podłożem.
- Problem ten nie występuje w przypadku robota Pioneer 2DX, który ma dwa przednie napędzane koła jezdne i tylne samonastawne koło podpierające. W jego przypadku poślizgi poprzeczne występujące w trakcie manewru za-

kręcenia wynikają z występującej tzw. odśrodkowej siły bezwładności i są tym większe, im większa jest prędkość liniowa ruchu robota, a także im mniejszy jest promień zakręcania. W tym przypadku siły poprzeczne na styku kół jezdnych z podłożem są znacznie mniejsze w stosunku do tych, jakie występują dla analogicznego ruchu robota SCOUT.

- Zastosowanie stosunkowo niedrogich akcelerometrów i żyroskopów wykonanych w technologii MEMS (ang. *Micro-Electro-Mechanical Systems*) umożliwiło wyznaczenie parametrów ruchu robota niezbędnych do obliczenia poślizgów oraz przybliżonego rzeczywistego toru ruchu.
- W przypadku ruchu robota Pioneer 2DX z niewielkimi prędkościami (do około 0,5 m/s) i przyspieszeniami (do około 1 m/s²) sterowanie nadążne ruchem robota może odbywać się w oparciu o sterowanie prędkościami obrotu własnego kół jezdnych, co wynika z występowania w takich przypadkach niewielkich poślizgów wzdłużnych kół jezdnych (tj. dla których współczynnik poślizgu wzdłużnego wynosi do 5 %).
- Podejścia takiego nie można zastosować do robota SCOUT, w którego przypadku zachodzi konieczność wprowadzenia dodatkowego regulatora prędkości platformy mobilnej, w celu realizacji założonego ruchu. Kluczowa jest tu regulacja prędkości kątowej obrotu własnego platformy mobilnej, natomiast znacznie mniej istotna jest regulacja prędkości liniowej, która jest obciążona dużymi błędami tylko podczas ruchu robota z dużymi prędkościami i przyspieszeniami.
- Dalszą poprawę realizacji ruchu nadążnego można osiągnąć przez zastosowanie dodatkowego regulatora pozycji i kursu robota, gdyż zaproponowany regulator prędkości platformy mobilnej ogranicza błędy prędkości platformy mobilnej, nie eliminuje zaś błędów kursu robota spowodowanego, np. wchodzeniem robota w zakręt. Wynika to z faktu, że regulator nie realizuje całkowania prędkości. Dlatego regulator pozycji i kursu robota może, eliminując w skończonym czasie błąd pozycji i kursu robota, naprowadzić go na właściwą ścieżkę ruchu.

8.2. Kierunki dalszych badań

Kierunki dalszych badań będą związane z rozwojem metodyki modelowania dynamiki robotów mobilnych, metod sterowania tymi układami oraz z realizacją dalszych badań symulacyjnych i empirycznych.

Planowane prace związane są z **metodyką modelowania dynamiki**, a ich celem będzie:

- opracowanie modelu dynamiki robota SCOUT w wersji z niezależnym napędem na wszystkie cztery koła jezdne, z wykorzystaniem opracowanej metodyki modelowania;
- uwzględnienie w modelach robotów luzów w przekładniach;
- opracowanie innych modeli opon, na bazie tzw. modelu szczotkowego;
- opracowanie modeli dynamiki innych robotów mobilnych, jak roboty kroczące i hybrydowe, z wykorzystaniem opracowanej metodyki modelowania, uzupełniając ją o modele innych efektorów niż koła jezdne;

- wykorzystanie alternatywnych metod modelowania, np. opartych na technikach sztucznej inteligencji.

W obszarze **metod sterowania** ruchem robotów mobilnych planowane jest:

- opracowanie metody globalnego planowania ścieżki robota SCOUT na bazie jego modelu, z uwzględnieniem zróżnicowanego terenu, z wykorzystaniem metody A* przeszukiwania grafu;
- opracowanie metody lokalnego planowania ścieżki robota SCOUT z wykorzystaniem jego modelu dla różnego typu terenu, z użyciem technik sztucznej inteligencji (np. układy z logiką rozmytą, sztuczne sieci neuronowe);
- opracowanie nowych metod sterowania ruchem nadążnym na bazie modelu dynamiki robota i z użyciem technik sztucznej inteligencji;
- zintegrowanie układów globalnego i lokalnego planowania ścieżki robota z układem sterowania ruchem nadążnym.

W obszarze **badań symulacyjnych** planowane jest:

- zrealizowanie badań z użyciem złożonych modeli otoczenia, uwzględniających nierówności terenu, np. progi, krawężniki, schody, równie pochyłe;
- przeanalizowanie możliwości optymalizacji konstrukcji robota SCOUT i innych, nowych konstrukcji robotów mobilnych opracowywanych w Przemysłowym Instytucie Automatyki i Pomiarów PIAP na podstawie opracowanych modeli.

Planowana jest realizacja dalszych **badań empirycznych**, w szczególności:

- rozwijanie metody lokalizacji i wyznaczania parametrów ruchu robota na bazie systemów nawigacji bezwładnościowej;
- zastosowanie innych metod wykorzystujących mapy otoczenia i skaner laserowy, GNSS oraz fuzję danych otrzymywanych różnymi metodami;
- zrealizowanie badań empirycznych robota, o podobnej strukturze kinematycznej do robota Pioneer 2DX, w celu zbadania występowania poślizgów kół jezdnych dla różnych trajektorii ruchu i prędkości ruchu robota;
- przeprowadzenie dalszych badań empirycznych ruchu robota SCOUT w zróżnicowanym terenie, dla różnych konfiguracji ze względu na sposób przenoszenia napędu;
- implementacja układów sterowania ruchem robota SCOUT na rzeczywistym obiekcie i wykonanie badań empirycznych dla wybranych trajektorii ruchu w zróżnicowanym terenie.

*

*

*

Niniejsza praca i opisane w niej badania zostały zrealizowane w ramach projektu *Modelowanie dynamiki mobilnego robota czterokołowego i sterowanie jego ruchem nadążnym z ograniczeniem poślizgu kół jezdnych*. Projekt jest finansowany ze środków Narodowego Centrum Nauki przyznanych na podstawie decyzji nr DEC-2011/03/B/ST7/02532. W ramach projektu zostały opracowane modele dynamiki robota SCOUT, układy sterowania dla tego robota oraz wykonane badania symulacyjne i empiryczne jego ruchu.

Autor pracy składa podziękowania Dyrektorowi Przemysłowego Instytutu Automatyki i Pomiarów PIAP Panu dr. inż. Janowi Jabłkowskiemu za finansowanie prac statutowych *Modelowanie analityczne i neuronowe dynamiki mobilnych robotów lądowych* oraz *Modelowanie dynamiki i sterowanie ruchem nadążnym mobilnych robotów kołowych z ograniczeniem poślizgu kół jezdnych*, co pozwoliło m.in. na opracowanie wstępnej metodyki modelowania dynamiki robotów mobilnych, modelu dynamiki robota Pioneer 2DX i wykonanie badań symulacyjnych jego ruchu. Przyczyniło się także do pozyskania projektu w ramach 3 konkursu Narodowego Centrum Nauki na finansowanie projektów badawczych, co pozwoliło na kontynuację dalszych badań.

Szczególne podziękowania należą się Kierownikowi Ośrodka Systemów Mobilnych Panu mgr. inż. Adamowi Andrzejukowi za wypożyczenie robota mobilnego SCOUT, co umożliwiło realizację badań empirycznych jego ruchu, oraz wszystkim pracownikom OSM, którzy pomogli dostosować robota do badań.

Autor pracy składa serdeczne podziękowania opiniodawcom pracy, Panu prof. Zdzisławowi Chłopkowi i Panu prof. Romanowi Szewczykowi oraz Panu prof. Stanisławowi Kaczanowskiemu, Zastępcy Dyrektora PIAP, za bezcenne uwagi dotyczące pracy, które przyczyniły się do istotnej jej poprawy.

Autor pracy dziękuje Panu mgr. inż. Przemysławowi Dąbkowi za pomoc w opracowaniu redakcyjnym artykułów, w przygotowaniu oprogramowania dla środowiska do badań empirycznych dla robota SCOUT, współpracę w badaniach empirycznych, cenne uwagi dotyczące niniejszej pracy oraz owocne dyskusje naukowe.

Autor pracy kieruje podziękowania do Pana prof. Ryszarda Marońskiego za cenne uwagi i do Pana dr. inż. Józefa Pietruchy za istotne uwagi dotyczące podrozdziału 2.4.2 i metodyki modelowania dynamiki mobilnych robotów kołowych.

Bibliografia

1. *The Strategic Research Agenda for robotics*, [www.roboticsplatform.eu/sra] 15.06.2013.
2. *UVS-Info, The international remotely piloted systems information source*, [www.uvs-info.com], 03.2011.
3. ActivMEDIA_ROBOTICS, *Pioneer 2 Mobile Robot – Operations Manual*, 2000, ActivMEDIA ROBOTICS Peterborough, USA.
4. Adachi H. et al., *Mechanism and control of a leg-wheel hybrid mobile robot*, International Conference on Intelligent Robots and Systems, vol. 3, 1999, 1792–1797.
5. Alkan V., Karamihas S.M., Anlas G., *Finite element modeling of static tire enveloping characteristics*, International Journal of Automotive Technology, 12(4), 2011, 529–535.
6. Ammon D., *Vehicle dynamics analysis tasks and related tyre simulation challenges*, Vehicle System Dynamics, 43(sup1), 2005, 30–47.
7. Andrzejewski R., *Dynamika pneumatycznego koła jezdneho*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 2010.
8. Andrzejewski R., Awrejcewicz J., *Nonlinear Dynamics of a Wheeled Vehicle*, Springer Science+Business Media, Inc., USA 2005.
9. Arena P., Basile A., Fortuna L., Frasca M., *CNN wave based computation for robot navigation planning*, International Symposium on Circuits and Systems, 2004, vol.5, V-500–V-503.
10. Arkin R.C., *Behavior-Based Robotics*, MIT Press 1998.
11. Aviles L.A.Z., Pedraza J.C., Gorrostieta E., Ramos J.M., *New Approach to Modeling and Simulation Methodology for the Mechatronic Design of IEDDUnmanned Wheeled Mobile Manipulator*, Electronics, Robotics and Automotive Mechanics Conference (CERMA), 2010.
12. Bajkowski J., Parafiniak M., *Wpływ obciążenia oraz poślizgu na proces hamowania samolotu*, International Conference Friction, Warszawa 2000.
13. Bakker E., Nyborg L., Pacejka H.B., *Tyre modelling for use in vehicle dynamics studies*, SAE International, 1987.
14. Balakrishna R., Ghosal A., *Modeling of slip for wheeled mobile robots*, IEEE Transactions on Robotics and Automation, 11(1), 1995, 126–132.
15. Barbosa de Oliveira Vaz D.A., Inoue R.S., Grassi Jr V., *Kinodynamic Motion Planning of a Skid-Steering Mobile Robot Using RRTs*, Latin American Robotics Symposium and Intelligent Robotics Meeting, 2010.
16. Barnes M., Everett H., Rudakevych P., *ThrowBot: Design considerations for a man-portable throwable robot*, Defense and Security, 2005.
17. Bartoszek J., *Robowóz – nowy trend w robotyce mobilnej*, Pomiar Automatyka Robotyka, 2/2012, 254–259.

18. Baturone I., Gersnoviez A.A., *A Simple Neuro-Fuzzy Controller for Car-Like Robot Navigation Avoiding Obstacles*, IEEE International Fuzzy Systems Conference, 2007.
19. Bekker M.G., *Off-the-road locomotion: research and development in terramechanics*, University of Michigan Press, USA 1960.
20. Będkowski J., Masłowski A., *Methodology of control and supervision of web connected mobile robots with cuda technology application*, Journal of Automation, Mobile Robotics and Intelligent Systems", 5(2), 2011, 3–11.
21. Będkowski J., Masłowski A., *Mobile robot ATRVJR application for risky scenario*, Measurements Automatics Robotics, vol. 2, 2008, 418–424.
22. Bigaj P., *Global path planning for mobile robots*, Monografie Studia Rozprawy, Oficyna Wydawnicza PIAP, Warszawa 2012.
23. Bigaj P., Bartoszek J., Trojnecki M., *Sensitivity analysis of semiautonomy mode for IBIS mobile robot to environmental sensors' failure – simulation and experimental research*, 28th International Symposium on Automation and Robotics in Construction, 2011, Seoul, Korea.
24. Bigaj P., Trojnecki M., Bartoszek J., *Robot IBIS – realizacja ruchu w trybie teleoperacji i semiautonomii*, Prace naukowe Politechniki Warszawskiej, Seria: Elektronika, red. K. Tchoń, C. Zieliński, Warszawa 2010, 135–148.
25. Blajer W., *Metody dynamiki układów wieloczłonowych*, Wydawnictwo Politechniki Radomskiej, Radom 1998.
26. Blundell M., Harty D., *The Multibody System Approach to Vehicle Dynamics*, Elsevier 2004.
27. Bociek S., Gruszecki J., *Układy sterowania automatycznego samolotem*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów 1999.
28. Borenstein J., Feng L., *Measurement and correction of systematic odometry errors in mobile robots*, IEEE Transactions on Robotics and Automation, 12(6), 1996, 869–880.
29. Borkowski A., Siemiątkowska B., Szklarski J., *Towards Semantic Navigation in Mobile Robotics*, Lecture Notes in Computer Science, vol. 5765, 2010, 719–748.
30. Bourg D.M., *Fizyka dla programistów gier*, Helion, Gliwice 2003.
31. Brock O., Khatib O., *High-speed navigation using the global dynamic window approach*, IEEE International Conference on Robotics and Automation, 1999.
32. Broekens J., Heerink M., Rosendal H., *Assistive social robots in elderly care: a review*, Gerontechnology, 8(2), 2009, 94–103.
33. Bruder S.B., Wedeward K., *Terrain aided INS robot navigation: a deferred decision making approach*, 42nd Midwest Symposium on Circuits and Systems, 1999.
34. Budziński R., Kędzierski J., Weselak B., *Głowa robota społecznego Samuel – konstrukcja*, Prace Naukowe Politechniki Warszawskiej, Elektronika, 185–194.

35. Buratowski T., *Modelowanie i identyfikacja mobilnych robotów kołowych*, Rozprawa doktorska, AGH, Kraków 2003.
36. Buratowski T., Pietrzyk A., Uhl T., Zyłski W., *Identification in parallel structure of emulator mobile robot pioneer 2DX with the use of genetic algorithms*, Third International Workshop on Robot Motion and Control, 2002.
37. Burghardt A., *Modelowanie dynamiki mobilnego robota kołowego równaniami Appella*, Acta Mechanica et Automatica, Oficyna Wydawnicza Politechniki Białostockiej, 4(1), 2010, 9–12.
38. Cader M., *Prototyp wspinającej się platformy przeznaczonej do diagnostyki ścian paleniska kotłów energetycznych dużej mocy*, Pomiary Automatyka Robotyka, 2012.
39. Cader M., Trojnecki M., Błaszczkiewicz K., *Modelowanie i symulacja ruchu robota bojowego z zastosowaniem zaawansowanego oprogramowania CAE – MD ADAMS*, Mechanik, vol. 2, 2011, 134 (wersja autorska na stronach internetowych: [www.mechanik.media.pl] i [www.procax.org.pl]).
40. Calinon S., Billard A., *Incremental learning of gestures by imitation in a humanoid robot*, ACM/IEEE International Conference on Human-Robot Interaction, 2007.
41. Cen Z., Qiang Z., Xiaopeng W., *Robotic Global Path-Planning Based Modified Genetic Algorithm and A* Algorithm*, Third International Conference on Measuring Technology and Mechatronics Automation (ICMTMA), 2011.
42. Cherif M., *Motion planning for all-terrain vehicles: a physical modeling approach for coping with dynamic and contact interaction constraints*, IEEE Transactions on Robotics and Automation, 15(2), 1999, 202–218.
43. Ching-Chih T., Hsu-Chih H., Cheng-Kai C., *Parallel Elite Genetic Algorithm and Its Application to Global Path Planning for Autonomous Robot Navigation*, IEEE Transactions on Industrial Electronics, 58(10), 2011, 4813–4821.
44. Chong K.S., Kleeman L., *Accurate odometry and error modelling for a mobile robot*, IEEE International Conference on Robotics and Automation, 1997.
45. Collins S.H., Ruina A., *A bipedal walking robot with efficient and human-like gait*, IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2005.
46. Craig J.J., *Wprowadzenie do robotyki – Mechanika i sterowanie*, wydanie drugie uzupełnione, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa 1995.
47. Crespi A., Ijspeert A.J., *AmphiBot II: An amphibious snake robot that crawls and swims using a central pattern generator*, 9th International Conference on Climbing and Walking Robots, 2006.
48. Czapryniak R., Trojnecki M., *Throwable Tactical Robot – description of construction and performed tests*, Journal of Automation, Mobile Robotics and Intelligent Systems, 4(4), 2010, 26–32.
49. Dahl P., *A Solid Friction Model*, The Aerospace Corporation, El Segundo, CA, Tech. Rep. TOR-0158(3107–18), 1968.
50. Dąbek P., *Evaluation of low-cost accelerometers for measurements of velocity of unmanned vehicles*, Pomiary Automatyka Robotyka, 1/2013, 102–113.

51. Dąbek P., *Opracowanie modelu koła ogumionego robota mobilnego*, (w przygotowaniu), Politechnika Łódzka, Łódź.
52. Dąbek P., Szosland A., *Identyfikacja parametrów skrętnych opony niepneumatycznej robota mobilnego*, *Pomiary Automatyka Robotyka*, 2/2011, 495–503.
53. De Wit C.C., Olsson H., Astrom K.J., Lischinsky P., *A new model for control of systems with friction*, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 40(3), 1995, 419–425.
54. Deng Z., Brady M., *Dynamics and Control of a Wheeled Mobile Robot*, American Control Conference, 1993.
55. Dow J.M., Neilan R., Rizos C., *The international GNSS service in a changing landscape of global navigation satellite systems*, *Journal of Geodesy*, 83(3–4), 2009, 191–198.
56. Eykoff P., *Identyfikacja w układach dynamicznych*, PWN, Warszawa 1980.
57. Fahimi F., *Autonomous robots: modeling, path planning, and control*, Springer New York 2009.
58. Fauroux J.C., Vaslin P., *Modeling, experimenting, and improving skid steering on a 6 × 6 all-terrain mobile platform*, *Journal of Field Robotics*, 27(2), 2010, 107–126.
59. Ferguson D., Stentz A., *Using interpolation to improve path planning: The Field D* algorithm*, *Journal of Field Robotics*, 23(2), 2006, 79–101.
60. Flippo D., Heller R., Miller D.P., *Turning Efficiency Prediction for Skid Steer Robots Using Single Wheel Testing*, *Field and Service Robotics* 7, A. Howard, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2010, 479–488.
61. Frączek J., Wojtyra M., *Kinematyka układów wieloczołowych*, WNT, Warszawa 2008.
62. Gäfvert M., Svendenius J., *A novel semi-empirical tyre model for combined slips*, *Vehicle System Dynamics*, 43(5), 2005, 351–384.
63. Gene Eu J., Ki Yin C., Parberry I., *Optimal Path Planning for Mobile Robot Navigation*, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 13(4), 2008, 451–460.
64. Ghorbani A., Shiry S., Nodehi A., *Using genetic algorithm for a mobile robot path planning*, *International Conference on Future Computer and Communication*, 2009.
65. Giergiel J., *Zbiór zadań z mechaniki ogólnej z odpowiedziami*, Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków 1980.
66. Giergiel J., Hendzel Z., Żylski W., Trojnecki M., *Zastosowanie metod sztucznej inteligencji w mechatronicznym projektowaniu mobilnych robotów kołowych*, Wydawnictwo KRI DM AGH, Kraków 2004.
67. Giergiel J., Kurc K., *Identification of the mathematical model of an inspection mobile robot with fuzzy logic systems and neural networks*, *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 49(1), 2011, 209–225.
68. Giergiel J., Uhl T., *Identyfikacja układów mechanicznych*, PWN, Warszawa 1990.

69. Giergiel M. et al., *Dynamics of underwater inspection robot*, Pomiary Automatyka Robotyka, 1/2013, 76–79.
70. Giergiel M.J., Hendzel Z., Żylski W., *Modelowanie i sterowanie mobilnych robotów kołowych*, PWN, Warszawa 2002.
71. Gipser M., *FTire – the tire simulation model for all applications related to vehicle dynamics*, Vehicle System Dynamics, 45(sup1), 2007, 139–151.
72. Glinka T., Świtoński E., *Modelowanie i optymalizacja mechatronicznych układów napędowych*, XXII Symposium – Vibrations in Physical Systems – Poznań-Bedlewo, 2006.
73. Gnoiński B., *Pathfinding using AI algorithms*, Praca dyplomowa inżynierska, opiekun: dr inż. M. Trojnecki, Politechnika Warszawska, Warszawa 2011.
74. Gockley R., et al., *Designing robots for long-term social interaction*, IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2005.
75. Gockley R., Forlizzi J., Simmons R., *Natural person-following behavior for social robots*, ACM/IEEE international conference on Human-robot interaction, 2007.
76. Goraj Z.J., *Selfexcited vibrations of the tire*, Vehicle System Dynamics, 11(5–6), 1982, 345–362.
77. Greytak M., Hover F., *Motion planning with an analytic risk cost for holonomic vehicles*, 48th IEEE Conference on Decision and Control held jointly with the 28th Chinese Control Conference, 2009.
78. Groves P.D., *Principles of GNSS, Inertial, and Multi-sensor Integrated Navigation Systems*, GNSS technology and applications series, Artech House 2008.
79. Gutenbaum J., *Modelowanie matematyczne systemów*, PWN Warszawa 1987.
80. Gutowski R., *Mechanika analityczna*, PWN, Warszawa 1971.
81. Haas C., Skibniewski M., Budny E., *Robotics in civil engineering*, Computer Aided Civil and Infrastructure Engineering, 10(5), 1995, 371–381.
82. Haddadin S., *Towards safe robots: approaching Asimov's 1st law*, PhD Thesis, Universitätsbibliothek, 2011.
83. Haddadin S., et al., *Real-time reactive motion generation based on variable attractor dynamics and shaped velocities*, IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2010.
84. Halama A., Loska P., Szymała P., *Diagnostyka i inteligentne sterowanie w procesie drążenia wyrobisk korytarzowych*, Mechanizacja i Automatyzacja Górnictwa, 50, 2012, 18–24.
85. Han F., et al., *Construction of an omnidirectional mobile robot platform based on active dual-wheel caster mechanisms and development of a control simulator*, Journal of Intelligent and Robotic Systems, 29(3), 2000, 257–275.
86. Harnisch C., et al., *A new tyre-soil interaction model for vehicle simulation on deformable ground*, "Vehicle System Dynamics", 43(sup1), 2005, 384–394.
87. Harrison H.R., Nettleton T., *Principles of Engineering Mechanics* (2nd Edition), Elsevier 1994.

88. Heissing B., Ersoy M., *Chassis Handbook: Fundamentals, Driving Dynamics, Components, Mechatronics, Perspectives*, Springer Science+Business Media 2011.
89. Hendzel Z., *An adaptive critic neural network for motion control of a wheeled mobile robot*, Nonlinear Dynamics, Springer, vol. 50, 2007, 849–855.
90. Hendzel Z., *Fuzzy combiner of behaviors for reactive control of wheeled mobile robot*, Artificial Intelligence and Soft Computing, Springer, 2004, 774–779.
91. Hendzel Z., *Sterowanie ruchem nadążnym mobilnych robotów kołowych*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów 1996.
92. Hendzel Z., Burghardt A., *Neuronowy emulator mobilnego robota kołowego*, Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej, Seria: Mechanika, 60(197), 2002, 241–248.
93. Hendzel Z., Muszyńska M., *Sterowanie neuronowo-rozmyte mobilnym robotem kołowym*, Acta Mechanica et Automatica", 4(2), 2010.
94. Hendzel Z., Trojnacki M., *Opis ruchu minirobotu*, Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów, 2002(197), 2002, 257–264.
95. Hendzel Z., Trojnacki M., *Sterowanie neuronowe ruchem mobilnych robotów kołowych*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów 2008.
96. Hewitson S., Wang J., *GNSS receiver autonomous integrity monitoring with a dynamic model*, Journal of Navigation, 60(2), 2007, 247–264.
97. Hofmann-Wellenhof B., Lichtenegger H., Wasle E., *Gnss: Global Navigation Satellite Systems: Gps, Glonass, Galileo, and More*, Springer 2008.
98. Hong Jun K., Byung Kook K., *Minimum-energy trajectory planning on a tangent for battery-powered three-wheeled omni-directional mobile robots*, International Conference on Control Automation and Systems, 2010.
99. Hua J., et al., *Modeling and Control of Wheeled Mobile Robot in Constrained Environment Based on Hybrid Control Framework*, IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics, 2009, Guilin, China.
100. Huijuan W., Yuan Y., Yuan Q., *Application of Dijkstra algorithm in robot path-planning*, Second International Conference on Mechanic Automation and Control Engineering, 2011.
101. Iagnemma K., Dubowsky S., *Mobile Robots in Rough Terrain. Estimation, Motion Planning, and Control with Application to Planetary Rovers*, Springer Tracts in Advanced Robotics, vol. 12, 2004.
102. Jakowluk A., *Mechanika analityczna – Dynamika maszyn i robotów*, tom III. *Mechanika teoretyczna i podstawy teorii mechanizmów i robotów*, Wydawnictwa Politechniki Białostockiej, Białystok 1993.
103. Janecki D., *Rola sygnałów jednostajnie pobudzających w adaptacyjnych układach sterowania*, Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN, Warszawa 1995.
104. Jaroszek P., *Globalne planowanie ścieżki robota mobilnego*, Praca inżynierska zrealizowana we współpracy z PIAP, opiekun: dr inż. M. Trojnacki, konsultant PIAP: mgr inż. J. Bartoszek, Politechnika Warszawska, Warszawa 2012.

105. Jazar R.N., *Vehicle Dynamics: Theory and Application*, Springer + Business Media 2008.
106. Jędrzejczak A., *Modele współpracy opony z nawierzchnią*, Technika Motoryzacyjna, 8, 1980, 13–19.
107. Jiang K., Seneviratne L.D., Earles S., *A shortest path based path planning algorithm for nonholonomic mobile robots*, Journal of Intelligent and Robotic Systems, 24(4), 1999, 347–366.
108. Jing R., McIsaac K.A., *A hybrid-systems approach to potential field navigation for a multi-robot team*, IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2003.
109. Jing X.-J., *Behavior dynamics based motion planning of mobile robots in uncertain dynamic environments*, Robotics and Autonomous Systems, 53(2), 2005, 99–123.
110. Jung Tae C., Boo Hee N., *A study on the fuzzy control navigation and the obstacle avoidance of mobile robot using camera*, IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics, 2000.
111. Kacprzyk J., *Zbiory rozmyte w analizie systemowej*, PWN 1986.
112. Kaczorek T., *Podstawy teorii sterowania* (Wyd. 3), Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 2009.
113. Kanayama Y., Kimura Y., Miyazaki F., Noguchi T., *A stable tracking control method for an autonomous mobile robot*, IEEE International Conference on Robotics and Automation, Cincinnati, OH, USA 1990.
114. Kane T.R., Levinson D.A., *Dynamics. Theory and Applications*, McGraw-Hill Book Company, USA 1985.
115. Kao-Shing H., Ming-Yi J., *Global path planning of mobile robots based on propagating interface technique*, IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics, 1999.
116. Kasprzyczak L., Trenczek S., Cader M., *Robot for Monitoring Hazardous Environments as a Mechatronic Product*, Journal of Automation Mobile Robotics and Intelligent Systems, 6(4), 2012, 57–64.
117. Kędrzyński M., *Metoda identyfikacji struktury nieliniowego modelu dynamicznego przy wykorzystaniu programowania genetycznego*, Praca inżynierska zrealizowana we współpracy z PIAP, opiekun: dr inż. P. Wnuk, konsultant PIAP: dr inż. M. Trojnecki, Politechnika Warszawska, Warszawa 2013.
118. Kiencke U., Daiss A., *Estimation of tyre friction for enhanced ABS-systems*, JSAE Review, 16(2), 1995, 221–221.
119. Klaassen B., Paap K.L., *GMD-SNAKE2: a snake-like robot driven by wheels and a method for motion control*, IEEE International Conference on Robotics and Automation, 1999.
120. Korbicz J., Obuchowicz A., Uciński D., *Sztuczne sieci neuronowe: podstawy i zastosowania*, Akademicka Oficyna Wydawnicza PLJ 1994.
121. Kozłowski K., *Modelowanie i identyfikacja w robotyce*, Wydaw. Politechniki Poznańskiej 1996.

122. Kozłowski K., Dutkiewicz P., Wróblewski W., *Modelowanie i sterowanie robotów*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2003.
123. Kozłowski K., Pazderski D., *Modeling and control of a 4-wheel skid-steering mobile robot*, International Journal of Applied Mathematics and Computer Science, 14(4), 2004, 477–496.
124. Kozłowski K., Pazderski D., *Practical stabilization of 4WD skid-steering mobile robot – A kinematic-based Approach*, IEEE 3rd International Conference on Mechatronics, Budapest 2006.
125. Kui P., Xiaogang R., Guoyu Z., *Dynamic model and balancing control for two-wheeled self-balancing mobile robot on the slopes*, 10th World Congress on Intelligent Control and Automation, 2012.
126. Lacagnina M., Muscato G., Guccione S., Sinatra R., *Modelling and simulation of multibody mobile robot for volcanic environment explorations*, IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2002.
127. Lee J.W., Dong-Hyun L., Ju-Jang L., *Global path planning using improved ant colony optimization algorithm through bilateral cooperative exploration*, 5th IEEE International Conference on Digital Ecosystems and Technologies, 2011.
128. Lei L., et al., *Finite element analysis of radial tires based on the software of MARC*, 3rd International Conference on Advanced Computer Theory and Engineering, 2010.
129. Lenain R., Thuilot B., Cariou C., Martinet P., *Mobile robot control in presence of sliding – Application to agricultural vehicle path tracking*, 45th IEEE Conference on Decision & Control, 2006, Manchester Grand Hyatt Hotel, San Diego, CA, USA.
130. Leyko J., *Mechanika ogólna*, t. II, *Dynamika*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1996.
131. Li Y., Wang Z., Zhu L., *Adaptive Neural Network PID Sliding Mode Dynamic Control of Nonholonomic Mobile Robot*, IEEE International Conference on Information and Automation, Harbin, China 2010.
132. Li Y.P., Zielińska T., Ang Jr. M.H., Lin W., *Wheel-Ground Interaction Modelling and Torque Distribution for a Redundant Mobile Robot*, IEEE International Conference on Robotics and Automation, Orlando, Florida, USA 2006.
133. Liang D., et al., *Terramechanics-based high-fidelity dynamics simulation for wheeled mobile robot on deformable rough terrain*, IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2010.
134. Liang Y., Xu L., Wei R., Hu H., *Adaptive Fuzzy Control for Trajectory Tracking of Mobile Robot*, IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Taipei, Taiwan 2010.
135. Lingemann K., Nüchter A., Hertzberg J., Surmann H., *High-speed laser localization for mobile robots*, Robotics and Autonomous Systems, 51(4), 2005, 275–296.

136. Liu J., Wang Y., Ma S., Li B., *Analysis of stairs-climbing ability for a tracked reconfigurable modular robot*, IEEE International Safety, Security and Rescue Robotics, Workshop, 2005.
137. Lozia Z., *Modele symulacyjne ruchu i dynamiki dwóch pojazdów uprzywilejowanych*, Czasopismo Techniczne, 8/2012, 2012, 19–34.
138. Lugner P., Plöchl M., *Tire model performance test (TMPT)*, International Journal of Vehicle System Dynamics (Supplement), 45, 2007.
139. Łuczak S., *Accelerometer-based measurements of axial tilt*, Journal of Automation, Mobile Robotics and Intelligent Systems, 6(1), 2012, 39–41.
140. Makkar C., Dixon W.E., Sawyer W.G., Hu G., *A New Continuously Differentiable Friction Model for Control Systems Design*, IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, Monterey, California, USA, 2005.
141. Mańczak K., Nahorski Z., *Komputerowa identyfikacja obiektów dynamicznych*, PWN Warszawa 1983.
142. MD_Adams, *Welcome to the FORTRAN Version of Adams/Solver*, MSC MD Adams help, 2010.
143. Mężyk A., *Dobór cech konstrukcyjnych napędów maszyn w aspekcie obniżania poziomu drgań*, Zeszyty Naukowe, (22), 2003, 67–72.
144. Michalewicz Z., *Algorytmy genetyczne + struktury danych = programy ewolucyjne*, WNT, Warszawa 2003.
145. Minqi G., Shi B.E., *Learning mobile robot control for obstacle avoidance based on motion energy neurons*, 7th Asian Control Conference, 2009.
146. Moczulski W., et al., *Rozwiązania konstrukcyjne wielozadaniowych robotów mobilnych wykorzystujących zaawansowane technologie*, Problemy Eksploatacji, (3), 2011, 131–137.
147. Moosavian S.A.A., Alipour K., Bahramzadeh Y., *Dynamics modeling and tipover stability of suspended wheeled mobile robots with multiple arms*, IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2007.
148. Morecki A., Knapczyk J., *Podstawy robotyki. Teoria i elementy manipulatorów i robotów*, WNT, Warszawa 1999.
149. Na Y.-K., Oh S.-Y., *Hybrid control for autonomous mobile robot navigation using neural network based behavior modules and environment classification*, Autonomous Robots, 15(2), 2003, 193–206.
150. Nandy S., et al., *Detailed slip dynamics for nonholonomic mobile robotic system*, International Conference on Mechatronics and Automation, 2011.
151. Nejmark J.I., Fufajew N.A., *Dynamika układów nieholonomicznych*, PWN, Warszawa 1971.
152. Nizioł J., *Metodyka rozwiązywania zadań z mechaniki*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe 1983.
153. Noga S., *Kinetyka dwukółowego mobilnego robota*, Rozprawa doktorska, Politechnika Rzeszowska, 2003.

154. Oertel C., Fandre A., *Ride comfort simulations and steps towards life time calculations: RMOD-K and ADAMS*, International ADAMS User Conference, Berlin 1999.
155. Pacejka H.B., *Tire and Vehicle Dynamics*, 2nd Edition, SAE International and Elsevier 2005.
156. Padhy P.K., Sasaki T., Nakamura S., Hashimoto H., *Modeling and Position Control of Mobile Robot*, 11th IEEE International Workshop on Advanced Motion Control, Nagaoka, Japan 2010.
157. Palacin J., Valganon I., Pernia R., *The optical mouse for indoor mobile robot odometry measurement*, Sensors and Actuators A: Physical, 126(1), 2006, 141–147.
158. Papadopoulos E., Misailidis M., *On differential drive robot odometry with application to path planning*, The European Control Conference, 2007.
159. Park S., Minor M.A., *Modeling and dynamic control of compliant framed wheeled modular mobile robots*, IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2004.
160. Pérez J., et al., *Continuous mobile robot localization: Vision vs. laser*, IEEE International Conference on Robotics and Automation, 1999.
161. Perski A. i in., *Odbiorniki GNSS w praktyce inżynierskiej. Wprowadzenie do systemów GNSS*, Pomiary Automatyka Robotyka, 3/2013, 103–111.
162. PIAP, *Mobile robots for counter-terrorism*, [www.antiterrorism.eu, 2013].
163. Ping L.Y., *Slip Modelling, Estimation and Control of Omnidirectional Wheeled Mobile Robots with Powered Caster Wheels*, Doctorial Thesis, National University of Singapore, Singapore 2009.
164. Pittman, *Pittman catalogue, Brush Commutated DC Servo Motors, 9236 Series*, 2000.
165. Poli R., Langdon W.B., McPhee N.F., *A Field Guide to Genetic Programming*, UK 2008.
166. Pousti A., Bodur M., *Kinematics and Dynamics of a Wheeled Mobile Inverted Pendulum*, International Conference on Computational Intelligence for Modelling Control & Automation, 2008.
167. Prochowski L., *Pojazdy samochodowe, mechanika ruchu*, WKiŁ, Warszawa 2008.
168. Pu-Sheng T., Li-Sheng W., Fan-Ren C., *Modeling and hierarchical tracking control of tri-wheeled mobile robots*, IEEE Transactions on Robotics, 22(5), 2006, 1055–1062.
169. Puchan D., Skrzypczyński P., *Perspektywy wykorzystania robotów mobilnych w działaniach poszukiwawczych podczas katastrof budowlanych*, Pomiary Automatyka Robotyka, 2/2008, 398–409.
170. Racz J., *Elementy sztucznej inteligencji w systemach nawigacyjnych autonomicznych mobilnych robotów, praca doktorska*, Instytut Podstawowych Problemów Techniki Polskiej Akademii Nauk, Warszawa 1995.

171. Raibert M., Blankespoor K., Nelson G., Playter R., *Bigdog, the rough-terrain quadruped robot*, 17th World Congress, 2008.
172. Rashid M.Z.A., Sidek S.N., *Dynamic modeling and verification of unicycle mobile robot system*, 4th International Conference on Mechatronics, 2011.
173. Rauh J., Mössner-Beigel M., *Tyre simulation challenges*, Vehicle System Dynamics, 46(sup1), 2008, 49–62.
174. Ray A.K., Behera L., Jamshidi M., *GPS and sonar based area mapping and navigation by mobile robots*, 7th IEEE International Conference on Industrial Informatics, INDIN 2009, 2009.
175. Ray L.R., Brande D.C., Lever J.H., *Estimation of net traction for differentialsteered wheeled robots*, Journal of Terramechanics, 46(3), 2009, 75–87.
176. Russell S.J., Norvig P., *Artificial Intelligence: A Modern Approach*, Pearson Education/Prentice Hall 2010.
177. Rutkowski L., *Metody i techniki sztucznej inteligencji* (wyd. II), Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2012.
178. Saha D., Ray R., Bhaumik S., *Dynamic modelling of a skid-steered twelve wheeled Mobile Robot using a 'slip' friction coefficient' relationship and its trajectory tracking control*, International Conference on Advances in Engineering, Science and Management, 2012.
179. Salemi B., Moll M., Wei-Min S., *SUPERBOT: A Deployable, Multi-Functional, and Modular Self-Reconfigurable Robotic System*, IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2006.
180. Salerno A., Angeles J., *A New Family of Two-Wheeled Mobile Robots: Modeling and Controllability*, IEEE Transactions on Robotics, 23(1), 2007, 169–173.
181. Samsel R.A., Westfall B.G., Will S.K., *GPS navigation and differentialcorrection beacon antenna combination*, 1996, Google Patents.
182. Sandin P., *Robot Mechanisms and Mechanical Devices Illustrated*, McGraw-Hill 2003.
183. Scassellati B., *How social robots will help us to diagnose, treat, and understand autism*, Robotics research, Springer, 2007, 552–563.
184. Schmeitz A.J.C., Pacejka H.B., *A semi-empirical, three-dimensional, tyre model for rolling over arbitrary road unevennesses*, Vehicle System Dynamics, 41(SUPPL.), 2004, 341–350.
185. Sedighi K.H., et al., *Autonomous local path planning for a mobile robot using a genetic algorithm*, Congress on Evolutionary Computation, 2004.
186. Selekwa M.F., Dunlap D.D., Shi D., Collins Jr E.G., *Robot navigation in very cluttered environments by preference-based fuzzy behaviors*, Robotics and Autonomous Systems, 56(3), 2008, 231–246.
187. Shoval S., *Stability of a multi tracked robot traveling over steep slopes*, IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2004.

188. Shuang L., Dong S., *Optimal motion planning of a mobile robot with minimum energy consumption*, IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, 2011.
189. Sidek N., Sarkar N., *Inclusion of Wheel Slips in Mobile Robot Modeling to Enhance Robot Simulator Performance*, 3rd International Conference on Mechatronics, 2008.
190. Siemiątkowska B., Szklarski J., Gnatowski M., *Mobile robot navigation with use of semantic map constructed from 3d laser range scans*, Intelligent Information Systems, 2011, 47–60.
191. Smith J.A., Sharf I., Trentini M., *PAW: a hybrid wheeled-leg robot*, IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2006.
192. Spong M.W., Vidyasagar M., *Robot Dynamics and Control*, Wiley India Pvt Ltd 2008.
193. Sugisaka M., Dai F., Kimura H., *Application of a neuro-fuzzy system to control a mobile vehicle*, Artificial Life and Robotics, 8(1), 2004, 77–82.
194. Sugiyama H., Suda Y., Asme, *Modeling nonlinear flexible tire belt in the study of in-plane tire dynamics*, Asme International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, New York 2008.
195. Sukhan L., Kardaras G., *Elastic string based global path planning using neural networks*, IEEE International Symposium on Computational Intelligence in Robotics and Automation, 1997.
196. Sukkarieh S., Nebot E.M., Durrant-Whyte H.F., *A high integrity IMU/GPS navigation loop for autonomous land vehicle applications*, IEEE Transactions on Robotics and Automation, 15(3), 1999, 572–578.
197. Svendenius J., Gaefvert M., Bruzelius F., Hulten J., *Experimental validation of the brush tire model*, Tire Science and Technology, 37(2), 2009.
198. Świtoński E., Mężyk A., *Wykorzystanie algorytmów genetycznych do estymacji parametrów modelu numerycznego maszyny*, Problemy Maszyn Roboczych, (28), 2006, 79–87.
199. Tadakuma K., et al., *Throwable tetrahedral robot with transformation capability*, IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2009.
200. Tadeusiewicz R., *Elementarne wprowadzenie do techniki sieci neuronowych z przykładowymi programami*, Wyd. Akademicka Oficyna Wydawnicza PLJ, Seria: Problemy Współczesnej Nauki. Informatyka., Warszawa 1998.
201. Tadokoro S., *Rescue Robotics: DDT Project on Robots and Systems for Urban Search and Rescue*, Springer 2009.
202. Tan G.-z., He H., Aaron S., *Global optimal path planning for mobile robot based on improved Dijkstra algorithm and ant system algorithm*, Journal of Central South University of Technology, 13(1), 2006, 80–86.
203. Tchoń K., et al., *Manipulatory i roboty mobilne*, AOWPLJ, Warszawa 2000.

204. Thanjavur K., Rajagopalan R., *Ease of dynamic modelling of wheeled mobile robots (WMRs) using Kane's approach*, IEEE International Conference on Robotics and Automation, 1997.
205. Thrun S., Fox D., Burgard W., Dellaert F., *Robust Monte Carlo localization for mobile robots*, Artificial intelligence, 128(1), 2001, 99–141.
206. Tian Y., Sidek N., Sarkar N., *Modeling and control of a nonholonomic Wheeled Mobile Robot with wheel slip dynamics*, IEEE Symposium on Computational Intelligence in Control and Automation, 2009.
207. Tin Leung K., Whidborne J.F., Purdy D., Dunoyer A., *A review of ground vehicle dynamic state estimations utilising GPS/INS*, Vehicle System Dynamics, 49(1–2), 2011, 29–58.
208. Titterton D.H., Weston J.L., *Strapdown Inertial Navigation Technology*, IET Radar, Sonar, Navigation and Avionics Series, Stevenage 2004.
209. Townsend J., Biesiadecki J., Collins C., *ATHLETE mobility performance with active terrain compliance*, IEEE Aerospace Conference, 2010.
210. Trojanek P., Zieliński C., Kornuta T., Winiarski T., *Metoda projektowania układów sterowania autonomicznych robotów mobilnych Część 2. Przykład zastosowania*, Pomiary Automatyka Robotyka, 15(10), 2011, 84–90.
211. Trojnacki M., *Analysis of Influence of Drive System Configurations of a Four Wheeled Robot on its Mobility*, Journal of Automation, Mobile Robotics and Intelligent Systems, 6(4), 2012, 65–70.
212. Trojnacki M., *Modeling and Motion Simulation of a Three-Wheeled Mobile Robot with Front Wheel Driven and Steered Taking into Account Wheels' Slip*, Archive of Applied Mechanics, 83(1), 2013, 109–124.
213. Trojnacki M., *Modelling the motion of the mobile hybrid robot*, International Journal of Applied Mechanics and Engineering, 15(3), 2010, 885–893.
214. Trojnacki M., *Modelowanie i symulacja ruchu mobilnego robota trzykołowego z napędem na przednie koła z uwzględnieniem poślizgu kół jezdnych*, Modelowanie inżynierskie, 10(41), 2011, 411–420.
215. Trojnacki M., *Sterowanie ruchem nadążnym mobilnego robota kołowego z zastosowaniem sieci neuronowych*, Rozprawa doktorska, Politechnika Rzeszowska, Rzeszów 2003.
216. Trojnacki M., *Synteza ruchu robota czteronożnego o strukturze ssaka*, Przegląd mechaniczny, 12, 2009, 14–20.
217. Trojnacki M., Błaszczykiewicz K., *Symulacja wspinania się po schodach robota o zmiennej konfiguracji Cameleon z zastosowaniem programu MD Adams*, Mechanik, 2012(7), 2012, 1–8, dodatek na CD.
218. Trojnacki M., Szynkarczyk P., *Tendencje rozwoju mobilnych robotów lądowych (3). Autonomia robotów mobilnych – stan obecny i perspektywy rozwoju*, Pomiary Automatyka Robotyka, 9/2008, 5–9.
219. Trojnacki M., Szynkarczyk P., Andrzejuk A., *Tendencje rozwoju mobilnych robotów lądowych (1). Przegląd robotów mobilnych do zastosowań specjalnych*, Pomiary Automatyka Robotyka, 6/2008, 11–14.

- 220. Trojnecki M., Zielińska T., *Motion synthesis and force distribution analysis for a biped robot*, Acta of Bioengineering and Biomechanics, 13(2), 2011, 45–56.
- 221. Tu C., Qi G., Jacobus van Wyk B., Du S., *Motion Control and Stabilization of a Skid-Steering Mobile Robot*, 2nd International Conference on Adaptive Science & Technology, 2009.
- 222. Typiak A., *Bezzałogowe pojazdy lądowe w zastosowaniach militarnych*, Pomiar Automatyka Robotyka, 2/2007.
- 223. Ulrich I., Borenstein J., *VFH+: reliable obstacle avoidance for fast mobile robots*, IEEE International Conference on Robotics and Automation, 1998.
- 224. Unrau H.J., Zamow J., *TYDEX-Format. Description and Reference Manual. Release 1.3.*, Initiated by the TYDEX Workshop 1997.
- 225. Velazquez R., Lay-Ekuakille A., *A review of models and structures for wheeled mobile robots: Four case studies*, 15th International Conference on Advanced Robotics, 2011.
- 226. Walchko K.J., Mason P.A.C., *Inertial Navigation*, Florida Conference on Recent Advances in Robotics, 2002.
- 227. Wang D., Low C.B., *Modeling and Analysis of Skidding and Slipping in Wheeled Mobile Robots – Control Design Perspective*, IEEE Transactions on Robotics, 24(3), 2008, 676–687.
- 228. Wang M., Liu J.N., *Fuzzy logic-based real-time robot navigation in unknown environment with dead ends*, Robotics and Autonomous Systems, 56(7), 2008, 625–643.
- 229. Wang W., Du Z., Sun L., *Dynamic load effect on tracked robot obstacle performance*, 4th IEEE International Conference on Mechatronics, 2007.
- 230. Warren C.W., *Global path planning using artificial potential fields*, IEEE International Conference on Robotics and Automation, 1989.
- 231. Wilk Ł., *Modelowanie parametrów opony robota mobilnego SCOUT z zastosowaniem systemów CAD/CAE*, Praca dyplomowa zrealizowana przy współpracy z PIAP, opiekun: dr inż. M. Trojnecki, konsultant w PIAP: mgr inż. P. Dąbek, Politechnika Warszawska, Warszawa 2013.
- 232. Williams R.L., II, Carter B.E., Gallina P., Rosati G., *Dynamic model with slip for wheeled omnidirectional robots*, IEEE Transactions on Robotics and Automation, 18(3), 2002, 285–293.
- 233. Wojtyra M., Frączek J., *Metoda układów wieloczłonowych w dynamice mechanizmów. Ćwiczenia z zastosowaniem programu ADAMS*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2007.
- 234. Wolański R., *Wpływ stanu nawierzchni na zachowanie się pojazdów*, Szkoła Aspirantów PSP, Kraków; [www.malopolskie.pl/Pliki/2005/rwolanski.pdf] (dostęp 05.06.2013 r.).
- 235. Wong J.Y., *Theory of Ground Vehicles*, 3rd Edition, Wiley-Interscience 2001.
- 236. Wooden D., et al., *Autonomous Navigation for BigDog*, IEEE International Conference on Robotics and Automation, Anchorage, Alaska, USA 2010.

237. Xianyi Y., Meng M., *A neural network approach to real-time collision-free navigation of 3-DOF robots in 2D*, IEEE International Conference on Robotics and Automation, 1999.
238. Xin D., Hua-hua C., Wei-kang G., *Neural network and genetic algorithm based global path planning in a static environment*, Journal of Zhejiang University Science A, 6(6), 2005, 549–554.
239. Yangming L., Xuemei R., Jun L., *A New Fuzzy Control and Dynamic Modeling of Bicycle Robot*, 4th International Conference on Intelligent Human-Machine Systems and Cybernetics, 2012.
240. Yongguo M., Yung-Hsiang L., Hu Y.C., Lee C.S.G., *Energy-efficient motion planning for mobile robots*, IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2004.
241. Zadeh L.A., *Fuzzy sets*, Information and Control, 8, 1965, 338–353.
242. Zegelaar P.W.A., Gong S., Pacejka H.B., *Tyre Models for the Study of In-Plane Dynamics*, Vehicle System Dynamics, 23(sup1), 1994, 578–590.
243. Zhang L., et al., *Mechanical designs and control system of throwable miniature reconnaissance robot*, IEEE International Conference on Information and Automation, 2011.
244. Zhenjun D., Daokui Q., Fang X., Dianguo X., *A hybrid approach for mobile robot path planning in dynamic environments*, IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics, 2007.
245. Zhuang X., *The Strategy Entropy of Reinforcement Learning for Mobile Robot Navigation in Complex Environments*, IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2005.
246. Zieliński C., Kornuta T., Trojanek P., Winiarski T., *Metoda projektowania układów sterowania autonomicznych robotów mobilnych. Część 1. Wprowadzenie teoretyczne*, Pomiary Automatyka Robotyka, 15(9), 2011, 84–87.
247. Żylski W., *Kinematyka i dynamika mobilnych robotów kołowych*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów 1996.
248. Żylski W., Buratowski T., *Identyfikacja off-line mobilnego robota Pioneer 2DX z zastosowaniem logiki rozmytej*, Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej, Seria: Mechanika, 60(197), 2002, 613–617.